
HARVARD
UNIVERSITY
ARNOLD
ARBORETUM
PRESENTED ~ BY ~
CHARLES - SPRAGUE - SARGENT
1892

Fo

in

für

Grebte
lebrant
des G
Erneft
der g

Die

Forst-Mathematik

in den Grenzen wirthschaftlicher Anwendung,

nebst

Hülfstafeln

für die Forstschätzung und den täglichen Forstdienst,

von

Dr. G. König,

Großherzogl. Sächsischem Oberforstrathe, Forsttarations-Commissarius, Direktor der Forstlehranstalt zu Eisenach, Mitgliede mehrer forst- und landwirthschaftlichen Vereine, Komthur des Großherzogl. Sächsischen Hausordens vom weißen Falken, Ritter des Herzogl. Sachsen-Ernestinischen Hausordens und des Herzogl. Anhaltschen Ordens Albrecht des Bären, Inhaber der goldenen Medaille der Kaiserlich Russischen Gesellschaft zur Beförderung der Forstwirthschaft u. s. w.

Vierte Ausgabe,

durchgesehen und erweitert

von

Dr. Carl Grebe,

Großherzogl. Sächsischem Oberforstrathe rc.

Gotha,

Becker'sche Buchhandlung.

1854.

Jan. 1908
17424

Vorworte.

Zur ersten Ausgabe.

Zur Bearbeitung der Forstwissenschaft für den Forstdienst glaubt der Verfasser sich vorzüglich berufen. Cotta's erster Unterricht mit Öttelt's belehrender Unterweisung, die weitere Einübung, theils in dem untern Revierdienste, theils bei der frühern preußischen Forsttaxation, die Wirthschaftsführung in großen, lehrreichen Waldungen, die Forstbetriebs-Einrichtung des Großherzogthums Sachsen, das Deutschlands Forstverhältnisse mannigfach darbietet, daneben die unausgesetzte Unterrichtung in dem Forstdienste — dies Alles giebt ihm reichlichen Stoff dazu. Eine solche, mehr als vierzigjährige, vielseitige Wirksamkeit dürfte ihn sogar verpflichten, seine Beobachtungen und Erfahrungen in geordneter Verbindung auch schriftlich mitzutheilen. Doch kann und soll dies nur geschehen der Ausübung zum Beirathe, keineswegs aber zur Erweiterung der Forstwissenschaft an sich.

Der ausübende Forstmann braucht ohnehin ein Buch, das ihn über alle Gegenstände seines Wirkens auf die leichteste, angemessenste Weise belehrt und ihm nur das zum Dienste Erforderliche, der Natur und Erfahrung gemäß,

*

recht anwendbar darbietet, ohne alle rein wissenschaftlichen Weiterungen. Ein solches Lehrbuch dürfte dann auch dem angehenden Forstwirthe zum ersten Unterrichte dienen.

Möchte es dem Verfasser gelingen, diesem Bedürfnisse nach seinen Wünschen abzuhelfen, und möchte es ihm glücken, auch auf solche Weise zur Erhaltung der ihm lieb gewordenen Wälder beizutragen!

Die vorliegende erste Hauptabtheilung, die Forst-Mathematik, verdient des Forstmannes vorzügliche Beachtung. Die ganze Forstkunde besteht mehr oder weniger in einer Anwendung der Größenlehre auf der Wälder richtigen Gebrauch. Ohne diese Hülfswissenschaft kann kaum ein einziges Forstgeschäft pünktlich und zweckmäßig vollführt werden. Wie wäre man anders im Stande, der Forste Vermögen zu würdigen und zu ordnen, der Holzbestände Stellung und Wachsthum, Abtrieb und Anbau richtig und sicher zu handhaben, der Wälder höchste Nutzbarkeit zu erhalten und alle Walderzeugnisse recht auszubeuten? Zudem gewährt die Erlernung der Mathematik mit Übung im Messen und Planzeichnen dem jungen Forstmanne eine ganz vorzügliche Brauchbarkeit und Anstelligkeit. Sie fördert ihn leicht über den gemeinen Revierdienst hinauf; sie verhilft ihm zu anständigen Zwischendiensten bei Forstvermessungen und Abschätzungen; sie verschafft ihm auch wohl ein anderweitiges Unterkommen. Und braucht das Vaterland einmal Vertheidiger, so eröffnet ihm diese Geschicklichkeit ein hohes Ziel, wogegen er ohne dieselbe nur als gemeiner Jäger dienen kann. — Die Mathematik ist ohne allen Zweifel dem Forstmanne am nothwendigsten und förderlichsten, und der Zeitpunkt naht heran, wo in dem Forstdienste Niemand eine Anstellung erhält, der sich ohne forstmathematische Kenntnisse und Fertigkeiten finden läßt.

Wenngleich die reine Mathematik mehr dem allgemeinen Unterrichte angehört: so erschien es dem Verfasser doch zweckmäßiger, hier die wesentlichen Grundlehren der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie mit einzureihen, um dieser forstwissenschaftlichen Abtheilung eine gewisse Selbständigkeit zu geben, dem weniger Unterrichteten gleich mit einzuhelfen und selbst dem Kundigern das Wiederholen zu erleichtern. Mathematik kann überhaupt kaum zu viel gelehrt, gelernt und geübt werden.

Nicht nur wegen der großen Nützlichkeit dieser Wissenschaft, sondern auch wegen ihrer fast noch allgemeinen Vernachlässigung in den Vorschulen und wegen des Mangels an Zeit und Gelegenheit zum spätern Nachholen müßte die Mathematik ein Hauptgegenstand des Unterrichtes jeder Forstlehranstalt sein. Um so mehr könnte dieses Lehrbuch der Forstmathematik, das dem Lehrer überall noch weitere Zusätze und besondere Anwendungen gestattet, einen Gebrauch dabei finden. Des Verfassers Unterricht, wobei zuvörderst die allgemeine Mathematik und dann erst die Forstmathematik vorgetragen, daneben aber in jeder Anwendung tüchtig unterwiesen wird, hat sich seit vielen Jahren durch guten Erfolg bewährt.

Sollte dies Buch, seinen weitern Bestimmungen gemäß, auch in der vorübenden Försterlehre, wenn nur zu Aufgaben, gebraucht werden: so mag jeder Lehrherr das für die Vorkenntnisse und Fähigkeiten seiner Lehrlinge eben Geeignete auswählen. Es versteht sich von selbst, daß die schwerern Gegenstände dieser Vorbereitung weniger angehören.

Der Verfasser darf zuversichtlich hoffen, man werde wenigstens sein Bemühen nicht verkennen und nicht unberücksichtigt lassen, daß es dem ausübenden Forstmanne bei

dem so bewegten Leben und Wirken gar nicht leicht ist, jenen anhaltenden Ruhestand zu gewinnen, den die umfängliche Ausarbeitung eines mathematischen Gegenstandes erfordert. Die Literatur dieses forstlichen Lehrzweiges kann übrigens beweisen, daß die vorliegende Leistung manches Eigene darbietet und aus erprobter Anwendung und Sichtung hervorging.

Je erfahrner der Forstmann wird im Lehren und Ausüben, um so nothwendiger erscheint ihm ein Vereinfachen und Erleichtern des Unterrichtes für den Forstdienst. Wenige unter denen, die das Forstfach erwählen, zeichnen sich durch größere Neigung zur Wissenschaft aus. Vielen hält es schwer, nur das Nothwendige aufzufassen. Der Fähigere trachtet aber von selbst nach dem Höhern und Weitern, sobald sein Blick das Wesen der Wälder tiefer durchdringt. Daher blieb hier auch dasjenige der Mathematik unberührt, was der Forstwirth als solcher nicht eigentlich braucht. Ohnehin ist uns ja Tüchtigkeit in der Ausübung viel nöthiger, als ausgebreitete Gelehrsamkeit.

Eisenach, im September 1835.

Zur zweiten Ausgabe.

Die erste Ausgabe dieses Lehrbuches von 1835, welche seit länger als einem Jahre vergriffen ist, war eigentlich mehr zum Leitfaden meines Unterrichtes in der forstlichen Mathematik bestimmt. Durch die unverhofft beifällige Aufnahme, die sich sogar bis St. Petersburg erstreckt, wo diese Schrift — nach einem Beschlusse des hohen Vereines zur Aufmunterung der Forstwirthschaft Rußlands —

in's Russische übersetzt wurde, fand ich mich zu vorliegender, dem größern Kreise mehr geeigneter Bearbeitung dankbar veranlaßt. Vor Allem habe ich gesucht, die Lehren der Forsttaxation zu erweitern und mit den besten Hülfsmitteln zu versehen. Mehr als 100 Paragraphen und 80 Tafeln sind neu hinzugekommen. Man findet die Holzsorten- und Waldmassen-Schätzung bereichert, der Wälder Ertragsvermögen näher bestimmt, die verschiedenen Mittel und Wege zur Einzelertrags-Schätzung ausführlicher dargelegt, die Massen- und Werthserwachs- und Ertrags-Verhältnisse der Holzbestände an sich und der Wirthschaftswälder im Ganzen entwickelt, dazu auch die Benutzungsalter, Nachhauungsrückstände und Waldreserven näher erörtert. Weiter ist ausführlicher gelehrt, wie man zum Behufe der Waldertrags-Abschätzung den Werthsgehalt aufnimmt und den Betriebsplan aufstellt, dann worauf die verschiedenen Abschätzungsmethoden im Wesentlichen beruhen, wo und wie sie anzuwenden und durchzuführen sind, und was jede der Gegenwart und Zukunft eigentlich leisten müßte. Endlich wurde der Waldwerthschätzung, mit Bezugnahme auf die gar verschiedenen, noch minder beachteten Nutzungszwecke, eine mehr praktische Bedeutung gegeben. Dabei sind viele irrigen Ansichten berichtiget, auch jene gemeinschädlichen Lehrsätze gehoben, womit sich die gefeiertsten Forstmänner bis daher trugen: daß es nämlich für den Waldeigenthümer stets gewinnbringend sei, seine Waldung abzutreiben und alle weitere Holzerziehung einzustellen! Die hier niedergelegten Elemente der Forstmathematik greifen so berichtigend in alle Theile der Waldwirthschaft ein und machen sich dadurch so dringend für das Gemeinwohl, daß zu deren gründlichen Verbreitung jede Forstlehranstalt verpflichtet sein sollte; möge sie auch dies Lehrbuch, das seinen minder gebilligten

Titel wohl nun genügend rechtfertigt, dabei gebrauchen, oder nicht.

Es ist für den Forstmann keine leichte Aufgabe, anstatt genuß- und lehrreiche Wälder forschend zu durchstreifen, auf den düstern Wegen der Mathematik sich mit starren Zahlen und Formeln abzumühen. Doch auch dies Opfer muß der Wissenschaft gebracht werden. Noch fanden sich Wenige dazu bereit. Nur mit tief in das Wesen der Wälder eindringendem, erfahrungskundigem Blicke und mit unverwandter Hinsicht auf alle forstlichen Zwecke ist man im Stande, die Mathematik für den Forstwirth zu bearbeiten und dabei weder in eine unpraktische Phantasielehre, noch in ein untheoretisches Regelwerk zu verfallen.

Vermeint auch der in seiner mathematischen Methode befangene Theoretiker, dem vorliegenden Werke Mängel nachsagen zu dürfen, besonders wegen des rein mathematischen Theiles: so entspringt dies meist aus Unbekanntschaft mit unserm Bedürfniß. Diese vorausgeschickten Sätze sollen ja, wie schon gesagt, keinesweges ein kunstgerechtes Lehrgebäude bilden, sondern bloß dem Lernenden zur einleitenden Wiederholung und dem Ganzen einigermaßen zur selbständigen Begründung dienen. Dazu mußten sie durchaus ein mehr praktisches Gepräge bekommen; zudem will ja der wahre Forstmann stets kurz zur Sache. Übrigens ist es auch noch unentschieden, ob nicht überhaupt ein solcher kunstloser Anfangsunterricht für jeden Gewerbsmann weit zweckmäßiger wäre. Den eigentlichen Werth dieser, mehr für den Dienst im Walde bestimmten Schrift sollte man ohnehin nur in ihrem angewandten Theile suchen, von welchem in Wahrheit versichert werden kann: daß jedes darin gelehrte Verfahren und jedes gegebene Hülfsmittel sich zuvor im prüfenden Gebrauche theoretisch und praktisch be-

währte. Es möge nicht übersehen werden, daß der Verfasser die Forstmathematik erst zum Druck bearbeitete, nachdem er deren Gegenstände während einer langen Reihe von Jahren genügend geübt, geprüft und gelehrt hatte.

Gegen den Ausspruch, wir wollten die Mathematik auf Kosten der Naturkunde heben, läßt sich überzeugungsvoll behaupten: es ist ein Fehler, daß dies nicht in allen Forstlehranstalten bis zu gewissem Maße geschieht. Dem Forstmanne dringt ja das ganze Berufsleben ein fortwährendes Studium der Natur auf. Wie Viele unter uns sind nicht noch im höhern Alter tüchtige Naturforscher geworden! Aber das in der Mathematik Versäumte holt wenigstens der ausübende Forstmann nie wieder nach. Und wie könnte der Forstwirth die so verborgenen Ertragskräfte der Natur gründlich erforschen und leiten ohne Mathematik? Daß ich aber weder für das Forstwesen, noch für meine Person die Naturkunde mißachte, beweist schon der Inhalt dieses Lehrbuches. Wer kann sich rühmen, mit Hülfe der Mathematik fleißiger und tiefer in der Natur der Wälder geschöpft zu haben?

Ich beende nun diese, das Leben gleichsam vertrocknende, mathematische Schriftstellerei, wahrscheinlich auf immer, in der bescheidenen Meinung, eine sehr fühlbare Lücke des forstlichen Unterrichtes damit ausgefüllt zu haben, und in der frohen Hoffnung, meine Mußestunden von nun an der erhabenen Natur wieder mehr widmen und die Bearbeitung der Forstnaturkunde, eben auch in rein wirthschaftlicher Beziehung, ungestört vollenden zu können. Dieses unerschöpfliche Feld bietet unserer Wissenschaft eine nicht minder reiche Berichtigung.

Eisenach, im August 1841.

Zur dritten Ausgabe.

Diese neue Ausgabe der Forstmathematik habe ich, so viel mir möglich, verbessert und erweitert. Man wird darin mehr Deutlichkeit des Vortrags und manche neuen Lehren finden, besonders über die Schätzung der Entschädigungswerthe enteigneter Bäume und Gehölze. Expropriation ist ja eine Lebensfrage unserer Zeit, an der auch der Forstmann mit Theil nehmen muß. — Kaum wüßte ich nun noch einen Gegenstand aus dem Forstdienste hereinzuziehen.

Die fortgesetzte Nachfrage nach diesem Buche beweiset, daß die darin gelehrte forstliche Anwendung der Mathematik, ungeachtet ihrer schwierigen Einführung, immer mehr Beifall gewinnt. Möchte doch jeder Forstwirthschafts-Beamte, der sich mit dem Anfangsunterrichte junger Forstleute beschäftigt, diese auch in dem forstlichen Rechnen, Messen, Schätzen und Zeichnen recht fleißig vorüben, wozu es den eigentlichen Forstlehranstalten durchaus an Zeit mangelt, und möchten doch recht Viele, schon zu ihrer eigenen Erhebung über die düstere Region des untern Forstdienstes, sich dem Vorbereitungs-Unterrichte in der forstlichen Praxis widmen und diesen, neuerlich fast ganz verlassenen Boden, auf welchem die forstliche Theorie nur allein feste Wurzel fassen kann, mit dem alten Fleiße wieder bearbeiten! Unterbleibt dies noch länger, so werden im Forstwesen die betriebsfesten Meister und die forstgerechten Lehrer immer seltener.

Eisenach, im September 1845.

Der Verfasser.

Zur vierten Ausgabe.

Bei Durchsicht der Forstmathematik, Behufs der nöthig gewordenen neuen Ausgabe, mußte vor Allem die Erwägung maßgebend sein, daß diese Schrift sich in ihrer seitherigen Form und Bearbeitung eines entschiedenen Beifalls zu erfreuen und anerkannt als eins unserer vortrefflichsten forstlichen Lehrbücher bewährt hatte.

Der Unterzeichnete, welcher diese Durchsicht auf den Wunsch des Herrn Verlegers übernahm, fand daher weder Veranlassung noch Berechtigung zu einer tief eingreifenden Umarbeitung, sondern erkannte seine wesentliche Aufgabe darin: die vorgetragenen Lehren, so weit es, ohne die Eigenthümlichkeit des Buches zu gefährden, möglich und nöthig erschien, deutlicher und zugänglicher zu machen, — sei es durch übersichtlichere Anordnung des Stoffes, durch Beigabe erläuternder Beispiele oder durch ausführlichere Bearbeitung einzelner Gegenstände, wie z. B. der Zinsrechnung, der forstlichen Geometrie, der Holzmassen- und Zuwachsschätzung, der Ertrags- und Werthsschätzung u. s. w. Freilich fand letzteres in dem von dem 1849 verstorbenen Verfasser wohlbemessenen Umfange dieses Lehrbuches seine Schranke, und man hätte in der That fürchten müssen, die hier schon ziemlich weit gezogenen Grenzen einer **Forstmathematik** zu überschreiten, hätte man sich auf eine noch weitere Entwickelung, namentlich der forsttaxatorischen Abtheilung einlassen wollen, so wünschenswerth für ein besseres Verständniß dies auch Manchem scheinen mag. Ohnehin ist diese für eine tiefere, denkende Auffassung des forstlichen Berufes höchst interessante, wie es scheint jedoch

noch nicht gehörig gewürdigte Abtheilung der Forstmathematik nicht für den Anfänger bestimmt; der mehr Vorbereitete wird sich aber auch schon in dem Gegebenen und oft nur Angedeuteten zurecht zu finden wissen.

Als einen erheblichen Vorzug dieser neuen Ausgabe darf man wohl den betrachten, daß die erläuternden Figuren dem Texte beigedruckt worden sind; auch hofft man, daß die Erweiterung der Maßtafeln mit den in möglichster Vollständigkeit beigegebenen Umrechnungsfaktoren eine nicht ganz unerwünschte Zugabe sei.

Daß troß der typographischen Vervollkommnung und der 6 Druckbogen betragenden Erweiterung des Ganzen dennoch der Herr Verleger den Preis dieser Schrift etwas niedriger als früher gestellt hat, darf gleichfalls wohl noch anerkennend hervorgehoben werden.

Möge auch diese neue Ausgabe sich einer gleich günstigen Aufnahme wie die früheren zu erfreuen haben!

Eisenach, im Juli 1854.

C. Grebe.

Inhalt der Forstmathematik.

Erste Abtheilung.

Forstliche Arithmetik.

2. Dezimalbrüche.

III. Grundrechnungen mit benannten und sonst bezeichneten Zahlen.

1. Benannte Zahlen.

2. Buchstabenrechnung.

IV. Potenzen und Wurzeln.

V. Gleichungen.

VI. Proportionen.

1. Die arithmetische Proportion.

2. Die geometrische Proportion.

VII. Progressionen.

1. Die arithmetische Progression.

2. Die geometrische Progression.

3. Die Logarithmen.

4. Die Zinseszinsrechnung.

VIII. Waldwerthberechnung.

Zweite Abtheilung.

Forstliche Planimetrie.

I. Figurenbetrachtung.

1. Freie Linien und Winkel.

2. Drei gerade Linien, Dreiecke.

3. Vier gerade Linien, Vierecke.

4. Viel gerade Linien, Vielecke.

III. Figurenberechnung.

1. Ausrechnung der Fläche.

2. Theilung der Figuren.

IV. Linienmessung.

1. Abstecken der Linien.

2. Längenmessung.

3. Winkelmessung.

4. Zusammengesetzte Linien aufzunehmen.

5. Einige andere hierher gehörige Aufgaben.

6. Bodenabwägung.

V. Flächenmessung.

1. Ausmessung einzelner Forststücke.

2. Abmessung bestimmter Flächen.

VI. Forstvermessung.

1. Eigentliche Forstvermessung.

2. Forstflächentheilung.

3. Forstkartenzeichnung.

Dritte Abtheilung.

Forstliche Stereometrie.

I. Körperbetrachtung.

1. Größengleichheit verschiedener Körperformen.

2. Körperinhalt der Säulenformen.

3. Körperverhältniß der Säulenformen.

II. Körperberechnung.

1. Ausrechnung des Körperinhaltes.

2. Theilung der Säulenformen.

III. Körpermessung.

1. Ausmessung der Erdarbeiten.

2. Ausmessung der Holzstücke.

3. Ausmessung der Holzmaße.

Vierte Abtheilung.

Forstliche Taxation.

I. Baumschätzung.

1. Allgemeine Grundlagen der Baumschätzung.

2. Schätzung stehender Bäume.

C. Die Massenschätzung.

a. Abschätzung nach Waldmassentafeln.

III. Waldertragsschätzung.

1. Allgemeine Grundbegriffe.

b. Ertragsbestimmung nach gegebener Vorbestandes- und Zuwachsmasse.

3. Allgemeine mathematische Gesetze und Verhältnisse des Holzertrages.

a. Ertragsverhältnisse einzelner Holzbestände.

b. Ertragsverhältnisse der normalen Wirthschaftswälder.

IV. Waldwerthschätzung.

1. Waldwerthschätzung im engern Sinne.

a. Werthsfaktoren.

b. Werthsobjecte.

c. Waldnutzungsplan.

d. Werthsberechnung.

e. Summarische Waldwerthschätzungen.

Hülfstafeln.

Forst-Mathematik.

I.

Die Mathematik beschäftigt sich mit den Größen, oder mit denjenigen Verhältnissen und Formen der Dinge, welche einer Vermehrung oder Verminderung fähig sind; sie lehrt insbesondere, aus bekannten Größen andere unbekannte, die mit jenen in einer gewissen Verbindung stehen, zu bestimmen. — Der Forstmann braucht diese Wissenschaft zum Berechnen seiner mannigfachen Wirthschaftsgegenstände, zum Ausmessen der Grenzen, Wege und anderer Linien, der Abtriebs-, Anbau- und anderer Flächen, der Holzmaße, Holzstücke und anderer Körper; ferner zum Schätzen der Bäume, Holzbestände und ganzer Wälder nach ihrem Holzgehalte und Zuwachse, Ertrage und Geldwerthe; auch findet er in ihr die Gründe zu dem zweckmäßigsten Verfahren bei den vielerlei forstlichen Anlagen und Bauwerken. Diese vortreffliche Wissenschaft befähigt ihn also, die Wälder aufzunehmen, zu ordnen, einzutheilen, nachhaltig und höchst einträglich zu benutzen, kurz alle forstlichen Unternehmungen planmäßig zu betreiben. Ohne sie kann fürwahr der Forstwirth sich über das Gemeine nicht erheben.

II.

Der Forstbetrieb bedarf aller Zweige der allgemeinen Mathematik, der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie. Die Arithmetik oder die Lehre von den Zahlengrößen dient zur Berechnung forstwirthschaftlicher Gegenstände; die Planimetrie oder die Lehre von den Längen- und Flächengrößen dient zu den forstlichen Messungen von Grund und Boden und anderen Ausdehnungen; die Stereometrie oder die Lehre von den Körper-

größen dient zur Messung der verschiedenen Forstkörper, behufs ihrer Bearbeitung, Verwendung und Verwerthung. Eine weitere Anwendung dieser Lehren, die *Forst-Taxation*, bildet die mathematische Grundlage zur Gehalts-, Ertrags- und Werthschätzung der Bäume, Holzbestände und Waldwüchse.

Nach diesen vier verschiedenen Zweigen zerfällt die Forstmathematik in die *forstliche Arithmetik*, *Planimetrie*, *Stereometrie* und *Taxation*. Sie entlehnt ihre Grundlehren von der reinen Mathematik und wendet dieselben auf die forstwirthschaftlichen Größen und Verrichtungen besonders an. Daher ist ihr Unterricht ein aus reiner und angewandter Mathematik gemischter, wobei wir weniger auf wissenschaftliche Strenge, als auf wirkliche Brauchbarkeit sehen. Dennoch dürfte kein Satz angenommen werden ohne Erklärung und Beweis, aber auch kein Verfahren ohne genügenden Grund und zureichende Genauigkeit.

III.

In der Mathematik hat man allgemein eingeführt:

1) Dinge heißen *gleich*, sofern sie einerlei Größe haben. Man setzt das Zeichen $=$ zwischen das Gleiche; z. B. $\mathrm{I} = \mathrm{I}$ heißt: I ist gleich I.
2) Die *Ungleichheit* bezeichnet man mit dem Zeichen $>$, dessen Oeffnung dem Größern zugekehrt wird. $\mathrm{II} > \mathrm{I}$ heißt: II ist größer als I; $\mathrm{II} < \mathrm{III}$ heißt: II ist kleiner als III.
3) Dinge heißen *ähnlich*, sofern sie in allen entsprechenden Theilen dasselbe Verhältniß zu einander behalten, also in ihrer Gestalt übereinstimmen. Das Zeichen der Ähnlichkeit ist $\sim$; z. B. $P \sim p$ heißt: P ist ähnlich p. Nur ausgedehnte Größen (Flächen, Körper) können einander ähnlich sein.
4) Solche Größen, die gleich und ähnlich sind, heißen *gleichähnlich* oder *congruent*. Das Zeichen der Congruenz ist $\cong$. So heißt $P \cong P$: P ist congruent P. Der Ausdruck gleichähnlich wird selten angewandt, gewöhnlich gebraucht man congruent, setzt dafür auch wohl nur das kürzere: *gleich* und spricht dann, um alle Unbestimmtheit zu vermeiden, bei bloßer Größengleichheit: *gleichgroß*.

IV.

Auf folgende allgemeinen Grundsätze stützt sich beinahe die ganze Mathematik:

1) Das Ganze ist allen seinen Theilen zusammengenommen gleich und also größer als ein einzelner dieser Theile.
2) Eine jede Größe ist sich selbst gleich.
3) Von gleichen Größen kann eine anstatt der andern gesetzt werden.
4) Ist von zwei Größen jede einer dritten gleich, oder ähnlich: so sind auch beide gleich, oder ähnlich.
5) Werden gleiche Größen gleich viel vermehrt, oder vermindert: so ist das, was herauskommt, ebenfalls gleich.
6) Werden gleiche Größen ungleich behandelt, oder ungleiche gleich: so ist das, was herauskommt, ungleich.
7) Eine Größe, welche größer oder kleiner ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch größer oder kleiner, als die andere.

Erste Abtheilung.

Forstliche Arithmetik.

§. 1. Rechnenkunst.

Die Rechnenkunst beschäftigt sich mit den Zahlen (§. 2.); sie erklärt deren Eigenschaften und leitet hiervon Regeln ab, nach welchen aus einigen gegebenen Zahlen andere gesuchte bestimmt werden können.

§. 2. Zahl.

Jede Menge oder Vielheit gleich zu achtender Dinge wird Zahl genannt, und jedes einzelne dieser gleichartigen Dinge heißt Einheit. Ein voller Inbegriff von gleichen Einheiten heißt eine ganze Zahl; ein bestimmter Inbegriff von gleichen Theilen des Ganzen, eine gebrochene Zahl oder ein Bruch. Ist die Art der Einheit bestimmt, so heißt die Zahl benannt, außerdem, unbenannt.

§. 3. Zahlzeichen.

Man gebraucht anstatt der bekannten Zahlwörter folgende gemeinen (arabischen) und römischen Zahlzeichen oder Ziffern:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...50...100...1000...
I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X...L...C...M...

§. 4. Römische Ziffern.

Die römischen Ziffern scheinen von I bis X der Hand nachgebildet worden zu sein. Ihr Gebrauch zum Rechnen ist zu schwerfällig; dagegen gewähren sie bei niedern Zahlen viel Anschaulichkeit ihrer Bedeutung und sind daher als Ordnungszahlen bei Eintheilungen u. s. w. beliebt.

Man hat im Lesen und Schreiben derselben zu beobachten, daß I vor V oder X, und X vor L oder C stehend, vermindernd wirken. XL bedeutet X weniger als L oder XXXX.

Jede einzelne Ziffer, die hinter sich keine größere hat, gilt vermehrend, z. B. die Jahrzahl:

MDCCCLIV.

§. 5. Gemeine Ziffern.

Mit den wenigen gemeinen Ziffern: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 0, von denen die ersteren (1 bis 9) geltende (bedeutliche) im Gegensatz zu der bloß stellvertretenden 0 genannt werden, kann man jede Zahl darstellen. Hierbei haben die Ziffern doppelten Werth, nämlich den an sich, den Zifferwerth, und den, welchen die Stelle ihren Einheiten mittheilt, den Stellenwerth.

Von der rechten Hand an enthält die erste Stelle einfache Einheiten oder Einer, die zweite Stelle zehnfache Einheiten oder Zehner, die dritte hundertfache Einheiten oder Hunderter, die vierte Tausender, die fünfte Zehntausender, die sechste Hunderttausender, die siebente Millioner, und so folgen Zehnmillioner, Hundertmillioner ..... Billioner ..... Trillioner u. s. w.

Jede Ziffer bekommt somit in jeder Stelle oder Ordnung weiter links einen zehnmal höhern, weiter rechts aber einen zehnmal niedrern Werth. Die Null zeigt bloß an, daß von derselben Ordnung keine Zahl vorhanden ist.

Die Zahl 8'375'024 wird ausgesprochen: acht million, dreihundert fünf und siebzig tausend, vier und zwanzig. Hierzu theilt man wohl Ordnungen mit je drei Ziffern ab, um die Stellenwerthe leichter zu erkennen.

§. 6. Allgemeine Zeichen.

Um Zahlen oder andere Größen ohne Rücksicht auf die Menge ihrer Einheiten auszudrücken, bedient man sich gewöhnlich der kleinen lateinischen Buchstaben: a, b, c, d .... x, y, z, und erhält dadurch allgemeine Ausdrücke für eine einfache, übersichtliche Darstellung der Rechnungsregeln.

§. 7. Eintheilung der Rechnenkunst.

Mit den Zahlen müssen mancherlei Veränderungen und Vergleichungen vorgenommen werden, um aus bekannten unbekannte zu finden.

Man kann eine Zahl vermehren, indem man ihr zuzählt, oder sie mehrmal nimmt, und vermindern, wenn man von ihr abzieht, oder sie mehrfach theilt. Diese vier Veränderungen begründen die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Dabei hat man es mit ganzen Zahlen, mit Brüchen, oder mit benannten und sonst (allgemein) bezeichneten Zahlen zu thun. Auch läßt sich eine Zahl durch sich selbst vermehren und dadurch auf einen gewissen Werth (Rang) erheben und umgekehrt aus letzterem wieder die Grundzahl aufsuchen, was zu den Potenzen und Wurzeln führt. Weiter geben zwei verschiedene Zahlenausdrücke von gleichem Werthe eine Gleichung, von denen uns die gemeinen Gleichungen und die Verhältnißgleichungen oder Proportionen beschäftigen. Endlich kann man mehre Zahlen nach einem bestimmten Gesetze zusammenreihen. Dies führt zu den Progressionen, worauf die Waldwerthberechnungen sich gründen. Hiervon gehen nun die acht Abtheilungen der forstlichen Arithmetik aus.

I. Grundrechnungen mit ganzen Zahlen.

---

1. Addition und Subtraktion.

§. 8. Addiren.

1) Addiren heißt: eine Zahl suchen, die so viel Einheiten enthält, als zwei oder mehre gegebene (Summanden, Posten) zusammengenommen. Den Gesammtwerth nennt man die Summe. Das Zeichen des Addirens ist + (plus, mehr, und). $4+3$ bedeutet: man soll zu 4 hinzuzählen 3; die Summe ist 7.

2) Beim Addiren kleiner Zahlen werden die Einheiten unmittelbar zusammengezählt.

$$3 + 5 + 9 = 17.$$

3) Größere Zahlen setzt man nach ihren gleichartigen Ordnungen unter einander, zieht unter dieselben einen Absonderungsstrich, addirt alsdann von der rechten Seite die Einheiten jeder Ordnung und schreibt die einzelnen Summen der Einer, Zehner u. s. w. in die zugehörige Stelle darunter.

```
  5 2 3 1 )
  2 6 0 2 ( Summanden.
  8 0 5 4 (
  1 0 1 0 )
 ----------
1 6 8 9 7 Summe.
```

4) Findet sich die besondere Summe einer Ordnung größer als 9, so setzt man davon nur die niedrigste Stelle unter und zählt die höhere zu der nächsten Ordnung, der sie angehört. Dieser Übertrag kann mit kleinen, abgetrennten Ziffern, oder mit Punkten geschehen.

```
  3 7 9 6 8       8 9 5 8 6
      9 9 0         8 9 7 3
    5 8 7 9       4 9 6 5 8
  6 8 4 3 2       9 5 3 2 1
  2 3 2 1         ... .. .. .
 -----------     -----------
1 1 3 2 6 9     2 4 3 5 3 8.
```

§. 9. Subtrahiren.

1) **Subtrahiren** heißt: eine Zahl suchen, die, zu einer gegebenen (**Subtrahend**) addirt, eine andere gegebene (**Minuend**) zur Summe giebt. Diese Zahl nennt man **Rest** (**Differenz**, **Unterschied**). Das Zeichen des Subtrahirens ist — (minus, weniger). 7 — 3 bedeutet: man soll von 7 abziehen 3; der Rest ist 4.

2) Beim Subtrahiren einer kleinen Zahl werden die Einheiten unmittelbar von dem Minuenden abgezogen.

$$17 - 9 = 8.$$

3) Bei größeren Zahlen schreibt man den Subtrahenden unter den Minuenden, nach den gleichartigen Ordnungen, zieht einen Absonderungsstrich, subtrahirt alsdann von der rechten Hand die Einheiten einer jeden Ordnung besonders und schreibt den gefundenen Rest gerade darunter.

7 3 5 6 9 Minuend.
4 1 3 6 8 Subtrahend.
3 2 2 0 1 Rest.

4) Findet sich in dem Minuenden eine Ziffer nicht groß genug, so nimmt man zu ihr eine Einheit aus der folgenden Ordnung und vermehrt dadurch ihren Werth um zehn. Über die verminderte Ziffer kommt ein Punkt, um nicht zu übersehen, daß dieselbe eine ihrer Einheiten abgegeben hat.

5 3 7 1 4 6
2 4 8 7 2 8
2 8 8 4 1 8

5) Trifft man beim Leihen auf Nullen, so geht man darüber hin zu der ersten geltenden Ziffer und vermindert diese um 1. Die dadurch anstatt der nächsten Null erhaltene 10 vermindert man wieder um 1, so daß daselbst 9 bleibt, und fährt so fort, bis zu der Ziffer, an der das Subtrahiren steht, welcher man, wie oben, 10 zulegt. Die dabei vorgegangene Verwandlung jeder 0 in 9 wird ebenfalls mit einem Punkte bezeichnet.

300075006301
107894534100
192180472201

§. 10. Probe zur Addition und Subtraktion.

1) Um die verrichtete Addition zu prüfen, summirt man jede Ordnung ein Mal aufwärts und das andere Mal abwärts. Die arithmetische Probe, alle Posten nach und nach wieder aus der Summe zu ziehen, ist zu umständlich.

2) Die verrichtete Subtraktion wird geprüft, indem man den gefundenen Rest zu dem Subtrahenden addirt, wodurch der Minuend wieder herauskommen muß (§. 9. 1.). $7-3=4$; $4+3=7$.

3) Addition und Subtraktion sind einander entgegengesetzt. Die Addition legt Summanden hinzu; die Subtraktion nimmt sie als Subtrahenden eben so wieder hinweg, und so umgekehrt.

2. Multiplikation und Division.

§. 11. Multipliziren.

1) **Multipliziren** heißt: eine gegebene Zahl (**Multiplikand**) so viel Mal nehmen, als eine andere gegebene Zahl (**Multiplikator**) anzeigt. Das Ergebniß nennt man **Produkt** oder **Faktum**. Das Zeichen zu diesem **Vervielfachen** ist ein liegendes Kreuz (×), oder ein Punkt (.) und wird gelesen: multiplizirt mit, mal. 4 × 2 bedeutet: 4 soll man 2mal nehmen; das Produkt ist 8. Multiplikand und Multiplikator können verwechselt werden, das Produkt bleibt dasselbe, z. B. 4 × 2 = 2 × 4; daher nennt man auch beide, ohne Unterschied, **Faktoren**.

2) Bei dem Multipliziren kleiner Zahlen nimmt man den Multiplikanden ohne Weiteres so viel Mal, als der Multiplikator anzeigt.

$$5 \times 4 = 20.$$

3) Soll eine größere Zahl mit einer Einerzahl multiplizirt werden, so schreibt man den Multiplikator unter die Einerstelle des Multiplikanden und zieht darunter einen Strich. Nun vervielfacht man mit dem einfachen Multiplikator zuerst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter u. s. w. und setzt das Produkt der Einer unter die Einer, das der Zehner unter die Zehner, das der Hunderter unter die Hunderter u. s. w.

243	denn	3 × 2 = 6
2		40 × 2 = 80
486		200 × 2 = 400
		243 × 2 = 486

4) Übersteigt hierbei ein Vielfaches der Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. die Zahl 9, so wird davon nur die hintere Ziffer untergesetzt, und die vordere, zehnmal höhere, der folgenden Stelle im Produkte zugerechnet.

724	denn	4 × 6 = 24
6		20 × 6 = 120
4344		700 × 6 = 4200
		724 × 6 = 4344

5) Soll mit besondern Zehnern, Hundertern, Tausendern .... multiplizirt werden, so verfährt man wie mit den Einern, nur

daß an das Produkt noch eben so viele Nullen kommen, als die Multiplikatorziffer hinter sich führt. Denn es ist klar, daß ein Produkt von Zehnern zehnmal, von Hundertern hundertmal, von Tausendern tausendmal größer wird, als von Einern.

$$\begin{array}{r}724\\40\\\hline 28960\end{array}\qquad\qquad\begin{array}{r}724\\300\\\hline 217200\end{array}$$

6) Enthält der Multiplikator mehre geltende Ziffern, so könnte man mit der höchsten zuerst und dann mit jeder darauf folgenden, niedrigern multipliziren. Jedes besondere Produkt nähme seinen Anfang unter der Stelle seiner Multiplikatorziffer, so daß die gleichnamigen Ordnungen unter einander zu stehen kämen. Endlich würden alle Produkttheile addirt.

$$\begin{array}{rl}724 & \\ 346 & \\ \hline 2172.. & = 724 \times 300\\ 2896. & = 724 \times 40\\ 4344 & = 724 \times 6\\ \hline 250504 & = 724 \times 346\end{array}$$

7) Gewöhnlich multiplizirt man zuerst mit den Einern, dann mit den Zehnern, Hundertern u. s. w.

$$\begin{array}{rl}724 & \text{Multiplikand.}\\ 346 & \text{Multiplikator.}\\ \hline 4344 & \\ 2896. & \text{Produkttheile.}\\ 2172.. & \\ \hline 250504 & \text{Produkt.}\end{array}$$

8) Sind Nullen in den Faktoren, so hat man sich vorzusehen, daß die Produkttheile richtig untergesetzt werden, und daß in dem Produkte keine Stelle verloren gehe.

$$\begin{array}{r}72400\\46\\\hline 434400\\289600\\\hline 3330400\end{array}\qquad \text{kürzer:}\qquad\begin{array}{r}72400\\46\\\hline 4344..\\2896\\\hline 3330400\end{array}$$

```
   72400     kürzer:    72400
    4060                 4060
  ------               ------
   00000                4344...
  434400               2896.
  00000               ---------
 289600               293944000
---------
293944000
```

9) Vortheile bei dem Multipliziren: Man lernt vorher das Einmaleins recht geläufig und zwar vor- und rückwärts. Von den beiden Faktoren nimmt man denjenigen zum Multiplikator, welcher die wenigsten Zahlstellen hat, oder mit dessen Ziffern am leichtesten zu multipliziren ist. So läßt sich z. B. 9832 offenbar leichter mit 112, als umgekehrt 112 mit 9832 multipliziren. Kommt in dem Multiplikator eine Zahl mehrmal vor, so schreibt man den schon einmal berechneten Produkttheil unmittelbar ab. Ist eine Multiplikatorziffer halb oder doppelt so groß, als eine andere, deren Produkt schon dasteht: so kann man von diesem oft bequemer die Hälfte, oder das Doppelte nehmen. Für das Produkt des Multiplikators 5 kann man die Hälfte des Multiplikanden nehmen und eine Stelle weiter vorrücken; denn das Fünffache ist das halbe Zehnfache. $8424 \times 5 = 8424 \times \frac{10}{2} = \frac{8424}{2} \times 10 = 4212 \times 10 = 42120.$

§. 12. Dividiren.

1) Dividiren heißt: eine Zahl suchen, die, mit einer gegebenen (Divisor) multiplizirt, eine andere gegebene (Dividend) zum Produkte giebt. Diese Zahl heißt Quotient, und das Zeichen zu diesem Theilen ist der Doppelpunkt (:) oder ein Querstrich zwischen Dividend und Divisor und wird gelesen: dividirt durch. 8 : 2 oder $\frac{8}{2}$ bedeutet, man soll 8 theilen durch 2; der Quotient ist 4.

2) Beim Dividiren kleiner Zahlen durchläuft man das 1-, 2-, 3- und Mehrfache des Divisors bis zu dem Produkte, das dem Dividenden gleicht. Der dabei gefundene andere Faktor ist der gesuchte Quotient.

$$20 : 4 = 5.$$

3) Beim Dividiren größerer Zahlen setzt man den Divisor am füglichsten hinter den Dividenden. Ist nun der Divisor eine Einerzahl, so nimmt man zuerst die höchste Ordnung, oder wenn die Zahl derselben kleiner sein sollte, als der Divisor, die beiden höchsten Ordnungen zusammen vor, schreibt den dazu gesuchten Quotienten hinter, oder unter den Divisor, multiplizirt beide und zieht das Produkt von dem eben vorgenommenen Theile des Dividenden ab. Hiernächst setzt man die Zahl der folgenden Ordnung herunter hinter den etwa gebliebenen Rest und verfährt wieder auf dieselbe Weise. Findet sich die eben zu theilende Zahl kleiner, als der Divisor, so setzt man in die zugehörige Stelle des Quotienten eine Null und zieht die folgende Ordnung herunter. Kein Rest darf größer sein, als der Divisor. In dem Quotienten werden die gefundenen Zahlen ordnungsweise hinter einander geschrieben, wie sie aus dem Dividenden hervorgehen.

```
26298 : 3 = 8000;   kürzer   26298 : 3 = 8766.
24...     + 700              24...
-----                        -----
 22..     +  60               22..
 21..     +   6               21..
 ----       ----              ----
  19.       8766               19.
  18.                          18.
  ---                          ---
   18                           18
   18                           18
   --                           --
    0                            0
```

4) Hat der Divisor mehre Zahlstellen, so nimmt man zuerst links von dem Dividenden auch eben so viele Ordnungen, oder wenn diese nicht zureichen, noch eine mehr, und sucht zu diesen den Quotienten; gewöhnlich läßt sich dieser schon nach den vordern Zahlen des Divisors beurtheilen. Nun multiplizirt man Quotienten und Divisor, subtrahirt das Produkt von dem vorgenommenen Theile des Dividenden, nimmt die folgende Ordnung zum Reste herunter und theilt so weiter eine Ordnung nach der andern bis zu Ende. Bleibt zuletzt ein Rest, so wird die weitere Division in dem Quotienten nur angezeigt.

```
Dividend  Divisor   Quotient
66152  :  32   =   2067 8/32
64...
215.
192.
 232
 224
   8 Rest.
```

5) Kommen Nullen vor im Divisor oder Dividend, so hat man sich vorzusehen, daß der Quotient die richtigen Ordnungen erhalte.

```
802345 : 52000;  kürzer   802|345 : 52|000
52000    15.              52          15.
282345                    282
260000                    260
 22345                     22 345

96000 : 6000;   kürzer   96|000 : 6|000
6000    16.              6         16.
36000                    36
36000                    36
    0                     0
```

6) Wenn man Dividend und Divisor gleich vielmal verkleinert oder vergrößert: so bleibt der Quotient unverändert.

$$96 \times 1000 : 6 \times 1000 = 16.$$
$$96 : 6 = 16.$$

7) Vortheile bei dem Dividiren: Von größern oder öfters zu gebrauchenden Divisoren könnte man sich das Zwei- bis Neunfache vorher ansetzen; ein schon vorgekommenes Mehrfaches läßt sich unmittelbar abschreiben, auch wohl, indem man es durch 2, 3 theilt, oder vermehrt, die Rechnung etwas vereinfachen.

§. 13. Probe zu der Multiplikation und Division.

1) Die verrichtete Multiplikation wird geprüft, indem man das erhaltene Produkt durch einen der Faktoren dividirt. Dadurch geht der andere Faktor als Quotient wieder hervor (§. 12. 1.). $4 \times 2 = 8$; $8 : 2 = 4$.

2) Die verrichtete Division wird geprüft, indem man den gefundenen Quotienten mit dem Divisor multiplizirt und den etwaigen Rest hinzuzählt. Dadurch muß der Dividend wieder hervorgehen (§. 12. 1.). $28 : 7 = 4$; $7 \times 4 = 28$.

3) Multiplikation und Division sind einander entgegengesetzt. Was die Multiplikation zusammenfügt, theilt die Division, und was diese theilt, fügt jene eben so wieder zusammen.

II. Grundrechnungen mit Brüchen.

1. Gemeine Brüche.

§. 14. Der gemeine Bruch.

1) Denkt man sich von einem Ganzen, das in mehre gleiche Theile zerlegt ist, eine bestimmte Anzahl solcher Theile: so entsteht ein Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$. Dieser Bruch, drei Viertel, enthält drei von vier gleichen Theilen eines Ganzen. $\frac{8}{4}$ bedeutet acht solcher Viertel oder zwei Ganze; dies ist eben so viel, als $8 : 4$. Daraus ersieht man, daß der Bruchausdruck nichts Anderes ist, als eine bloß angezeigte Division. Die obere Zahl heißt der Zähler und hat gleiche Bedeutung mit dem Dividenden; die untere, der Nenner, hat gleiche Bedeutung mit dem Divisor.

$$\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4.$$

2) In dem eigentlichen oder echten Bruche ist der Zähler kleiner, als der Nenner, wie z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{9}$; daher ist der Werth desselben kleiner, als das Ganze.

3) In dem uneigentlichen oder unechten Bruche ist der Zähler entweder so groß, oder größer, als der Nenner, wie $\frac{2}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{16}{5}$, und sein Werth ist daher auch so groß, oder größer, als das Ganze. Theilt der Nenner den Zähler ohne Rest, so ist der Werth eine ganze Zahl; z. B. $\frac{6}{3} = 2$. Bleibt aber ein Rest, so ist der Werth des uneigentlichen Bruches eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche, oder eine gemischte Zahl. $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

§. 15. Gemeine Brüche zu verwandeln.

1) Eine ganze Zahl läßt sich leicht in einen uneigentlichen Bruch verwandeln. Man multiplizirt sie mit dem gegebenen Nenner und setzt denselben unter das Produkt. Die Zahl 2, in Drittel verwandelt, giebt $\frac{2 \times 3}{3} = \frac{6}{3}$. Der Werth bleibt derselbe; denn die erfolgte Multiplikation wird durch die angedeutete Division wieder gehoben.

2) Eine gemischte Zahl wird in einen uneigentlichen Bruch verwandelt, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner ihres Bruches multiplizirt, dazu dessen Zähler addirt und dann den Nenner untersetzt; z. B. $2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

3) Von $\frac{1}{4}$ ist das Doppelte $\frac{1 \times 2}{4}$, das Dreifache $\frac{1 \times 3}{4}$, das Vierfache $\frac{1 \times 4}{4}$ u. s. w. Jeder Bruch wird mithin in dem Maße größer, als sein Zähler zunimmt. Von $\frac{1}{2}$ ist die Hälfte $\frac{1}{2 \times 2}$, das Drittel $\frac{1}{2 \times 3}$, das Viertel $\frac{1}{2 \times 4}$ u. s. w. Daher wird jeder Bruch in dem Maße kleiner, als sein Nenner zunimmt. Umgekehrt, muß der Werth eines Bruches fallen mit abnehmendem Zähler und steigen mit abnehmendem Nenner; z. B. $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$; $\frac{4}{4}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{1}$.

4) Multiplizirt man eines Bruches Zähler und Nenner mit einerlei Zahl, so ändert dies den Werth desselben nicht. Die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{1 \times 2}{2 \times 2}, \frac{1 \times 3}{2 \times 3}, \frac{1 \times n}{2 \times n}$ haben alle gleichen Werth. Denn wie durch ihre wachsenden Zähler die Anzahl der Theile um das Zwei-, Drei- und Mehrfache zunimmt, so nimmt durch ihre ebenmäßig wachsenden Nenner die Größe der Theile wieder um das Gleiche ab.

5) Dividirt man eines Bruches Zähler und Nenner durch einerlei Zahl, so bleibt ebenfalls der Werth desselben unverändert. $\frac{8}{16} = \frac{8 : 2}{16 : 2} = \frac{8 : 4}{16 : 4} = \frac{8 : n}{16 : n}$. Denn wie dadurch die neuen Ausdrücke an der Anzahl ihrer Theile verlieren, so gewinnen sie wieder an der Größe derselben.

6) Der Werth eines Bruches bleibt ungeändert, wenn man zu Zähler und Nenner zwei Zahlen addirt oder davon subtrahirt, die sich wie Zähler und Nenner verhalten. In dem Bruch $\frac{6}{8}$ verhält sich der Zähler (6) zum Nenner (8) wie z. B. die Zahl 3 zu 4; $\frac{6+3}{8+4} = \frac{9}{12} = \frac{6}{8}$; $\frac{6-3}{8-4} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Werden Zähler und Nenner um eine gleiche Zahl vergrößert oder verkleinert: so ändert sich der Werth des Bruches, je nachdem er ein eigentlicher oder uneigentlicher ist. Vergrößert man z. B. die Brüche $\frac{6}{8}$ und $\frac{8}{6}$ im Zähler und Nenner um 3, so ergiebt sich:

$\frac{6+3}{8+3} = \frac{9}{11}$ und $\frac{9}{11} > \frac{6}{8}$; $\frac{8+3}{6+3} = \frac{11}{9}$ und $\frac{11}{9} < \frac{8}{6}$.

§. 16. Gemeine Brüche zu heben.

1) Ein Bruch wird gehoben, d. i. unbeschadet seines Werthes durch kleinere Zahlen ausgedrückt, wenn man Zähler und Nenner durch ein und dieselbe Zahl ohne Rest dividirt. $\frac{8}{16} = \frac{8 : 8}{16 : 8} = \frac{1}{2}$ (§. 15. 5.).

2) Es giebt gewisse, hierbei brauchbare Kennzeichen der Theilbarkeit mehrzifferiger Zahlen, nämlich:

Durch 2 ist eine Zahl ohne Rest theilbar, wenn die Endzahl gerade ist; denn die Ordnungen von 10 und darüber sind an sich schon durch 2 theilbar.

Durch 3, wenn die Quersumme aller Ziffern durch 3 theilbar ist. Die Zahl 543 besteht aus

3 Einern	=	3
4 Zehnern	=	4 × 9 + 4
5 Hundertern	=	5 × 99 + 5,

also theils aus mehren Vielfachen von 9, die an sich durch 9 und 3 aufgehen, theils aus der Quersumme.

Durch 4, wenn die von den zwei hintersten Stellen gebildete Zahl durch 4 aufgeht; denn die höheren Ordnungen von 100 und darüber sind schon als solche durch 4 theilbar, z. B. 5732.

Durch 5, wenn die Endzahl 5 oder 0 ist; alle höheren Ordnungen sind fünffach, z. B. 745 oder 740.

Durch 6, wenn die Endzahl gerade und zugleich die Quersumme durch 3 theilbar ist; wenn also in der gegebenen Zahl 2 und 3 aufgehen, z. B. 762.

Durch 8, wenn die von den drei hintersten Stellen gebildete Zahl durch 8 aufgeht; denn die höheren Ordnungen von 1000 und darüber sind von selbst durch 8 theilbar, z. B. 143128.

Durch 9, wenn die Quersumme durch 9 theilbar ist; aus demselben Grunde, wie bei 3, z. B. 738.

Durch 10, wenn die Endzahl 0 ist, was sich von selbst versteht.

Man kann Zähler und Nenner durch solche gemeinschaftlichen Theiler so lange zu heben suchen, als es angeht; z. B. $\frac{84}{204}$ zuerst durch 4, dann durch 3; nämlich $\frac{84 : 4}{204 : 4} = \frac{21 : 3}{51 : 3} = \frac{7}{17}$.

3) Um den größten gemeinschaftlichen Theiler von Zähler und Nenner sogleich zu finden, dividirt man von beiden Zahlen die größere durch die kleinere, dann den eben gebrauchten Divisor wieder durch den Rest und so fort, bis die Division aufgeht, oder 1 zum Reste bleibt.

Geht die Division auf, so ist der letzte Divisor der größte gemeinschaftliche Theiler. Im obigen Bruche $\frac{84}{204}$ ist es 12.

$$\begin{array}{rl} 204 : 84 & \\ 168 & 2 \\ \hline 36 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 84 : 36 & \\ 72 & 2 \\ \hline 12 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 36 : 12 & \\ 36 & 3 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Denn da hier 36 durch 12 aufgeht, so ist auch $84 = 2 \times 36 + 12$ und eben so $204 = 2 \times 84 + 36$ durch 12 theilbar. Der gemeinschaftliche Theiler kann offenbar nicht größer sein, als der letzte Rest 12. Bleibt 1 zum Reste, so läßt sich der Bruch nicht weiter heben.

§. 17. Gemeine Brüche gleichnamig zu machen.

1) Wenn man Brüche so umgestaltet, daß sie einerlei Nenner bekommen: so werden sie **gleichnamig**. Die gemeinsten Brüche der gewöhnlichen Rechnungen mit den Nennern 2, 4,

8 und 16 können ohne Weiteres auf gleiche Benennung gebracht werden durch geeignete Multiplikation ihres Zählers und Nenners mit 8, 4 oder 2, z. B.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 8}{2 \times 8} = \frac{8}{16} \text{ (§. 15. 4.)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$$

$$\frac{7}{16} = \frac{7}{16} = \frac{7}{16}$$

Hier gehen in dem größten Nenner selbst alle anderen Nenner auf, und es findet sich daher zu jedem ein Faktor, der mit ihm den gemeinschaftlichen Nenner giebt, nämlich: 8 zu 2, 4 zu 4 und 2 zu 8.

2) Um weniger fügsame Brüche gleichnamig zu machen, sucht man ebenfalls eine Zahl, in der alle Nenner aufgehen, als gemeinschaftlichen oder Generalnenner. Eine solche Zahl ist unbedingt das Produkt aller Nenner, z. B.

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 6 \times 3}{4 \times 6 \times 3} = \frac{90}{72} \text{ (§. 15. 4.)}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 4 \times 3}{6 \times 4 \times 3} = \frac{12}{72}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 4 \times 6} = \frac{48}{72}$$

Auf diese Weise findet man aber nicht den kleinsten Generalnenner, im Fall einige der gegebenen Nenner gemeinschaftliche Theiler haben.

3) Um den kleinsten Generalnenner zu suchen, hebt man die gegebenen Nenner unter sich mit ihren gemeinschaftlichen Theilern auf, so viel es geht, setzt jedes Mal den gebrauchten Divisor dahinter, die Quotienten und was sich von den Nennern eben nicht ohne Rest dividiren läßt, darunter und multiplizirt endlich alle übrig gebliebenen Zahlen und die Divisoren mit einander, z. B.

$\frac{5}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{2}{3}$

2	3	3	2
2	1	1	3

$2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 = 12.$

Der Grund dieses Verfahrens leuchtet ein, wenn man betrachtet:

$$\text{Die Nenner} \begin{cases} 4 = 2 \times 2 \\ 6 = 2 \times 3 \\ 3 = \quad 3 \end{cases}$$

Das Produkt $4 \times 6 \times 3 = (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times 3.$

Nun braucht man zu einer Zahl, die durch 4, 6 und 3 theilbar sein soll, nicht jenes ganze Produkt, sondern nur ein solches, das die Faktoren von 4, 6 und 3 eben in sich faßt, nämlich $2 \times 2 \times 3$, und was davon weiter vorkommt, wie die übrigen 2 und 3, wird auf solche Weise gleich ausgeschieden.

Den gefundenen kleinsten Generalnenner dividirt man durch jeden einzelnen Nenner und multiplizirt mit dem Quotienten den dazu gehörigen Zähler, wie folgt:

12 Generalnenner.

$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$ kürzer: $\frac{5}{4} \,|\, 3 \,|\, 15$

$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$ „ $\frac{1}{6} \,|\, 2 \,|\, 2$ Neue Zähler.

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ „ $\frac{2}{3} \,|\, 4 \,|\, 8$

§. 18. Addiren gemeiner Brüche.

Um Brüche zu addiren, macht man sie gleichnamig, wenn sie es nicht schon sind, und addirt ihre Zähler. Die Summe giebt den Zähler zu dem gemeinschaftlichen Nenner, der hierbei bloß als Namen der Bruchtheile anzusehen ist.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{7}{9} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{4}{15} + \frac{8}{25}$$

8 . 9 . 6 . 3 . 15 . 25 (3

8 . 3 . 2 . „ . 5 . 25 (5

8 . 3 . 2 . „ . „ . 5 (2

4 . 3 . „ . „ . „ . 5

$4 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5 \times 3 = 1800.$

1800		
$\frac{1}{8}$	225	225
$\frac{7}{9}$	200	1400
$\frac{5}{6}$	300	1500
$\frac{2}{3}$	600	1200
$\frac{4}{15}$	120	480
$\frac{8}{25}$	72	576

Summe: $\frac{5381}{1800} = 2\frac{1781}{1800}$.

Gehören die Brüche zu ganzen Zahlen, so wird in diesen, wie schon bekannt, weiter summirt.

§. 19. Subtrahiren gemeiner Brüche.

1) Sollen Brüche subtrahirt werden, so bringt man sie auf gleiche Benennung, wenn sie dieselbe nicht schon haben, und zieht dann Zähler von Zähler ab.

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15}.$$

56		
$\frac{5}{7}$	8	40
$\frac{3}{8}$	7	21

Rest: $\frac{19}{56}$

2) Ist ein Bruch von einer ganzen Zahl abzuziehen, so leiht man von derselben einen Einer, verwandelt diesen in einen gleichnamigen Bruch und subtrahirt. Der Rest wird zu dem übrigen Theile der ganzen Zahl geschrieben.

$$7 - \frac{4}{5} = 6\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 6\frac{1}{5}.$$

3) Bei gemischten Zahlen macht man die angehängten Brüche gleichnamig und leiht sogleich, wo es nöthig ist, von der ganzen Zahl.

$$23\frac{1}{4} = 22\frac{15}{12}$$
$$9\frac{7}{12} = 9\frac{7}{12}$$
Rest: $13\frac{8}{12} = 13\frac{2}{3}$.

§. 20. Multipliziren gemeiner Brüche.

1) Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliziren: Man multiplizire den Zähler mit der ganzen Zahl und lasse den Nenner ungeändert.

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\frac{5}{9} \times 3 = \frac{5 \times 3}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

Hierbei wird die Anzahl der Theile vervielfältigt; man kann aber auch die Theile selbst um so viel vergrößern, nämlich den Nenner durch den Multiplikator dividiren, wenn die Division eben aufgeht.

$$\frac{5}{9} \times 3 = \frac{5}{9:3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ (§. 15. 3.).}$$

2) Zwei oder mehre Brüche zu multiplizіren: Man multiplizire sowohl die Zähler, als auch die Nenner mit einander. Das erste Produkt giebt den neuen Zähler, das andere den neuen Nenner, z. B.

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}.$$

Hier bedingt nämlich der Multiplikator $\frac{2}{3}$, daß $\frac{1}{3}$ des Multiplikanden 2 mal genommen werden soll; den dritten Theil von $\frac{4}{5}$, also $\frac{4}{5 \times 3}$, noch mit 2 multiplizirt, giebt $\frac{4}{5 \times 3} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$ (§. 15. 3.).

Die Faktoren in Zähler und Nenner können oft gegen einander aufgehoben werden (§. 16.).

$$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \times 5 \times \cancel{3}} = \frac{1}{5}$$

3) Gemischte Zahlen verwandelt man gewöhnlich vorher in Brüche.

$$2\tfrac{3}{4} \times 3 = \frac{11}{4} \times 3 = \frac{33}{4} = 8\tfrac{1}{4}.$$

Man könnte auch mit den Ganzen und den Brüchen besonders multiplizіren.

$$2\tfrac{3}{4} \times 3 = 2 \times 3 + \tfrac{3}{4} \times 3 = 6 + 2\tfrac{1}{4} = 8\tfrac{1}{4}.$$

$$2\tfrac{3}{4} \times 3\tfrac{1}{2} = 2\tfrac{3}{4} \times 3 + 2\tfrac{3}{4} \times \tfrac{1}{2} = 8\tfrac{1}{4} + 1\tfrac{3}{8} = 9\tfrac{5}{8}.$$

Wenn der Multiplikator ein eigentlicher Bruch ist, so muß das Produkt begreiflicher Weise kleiner sein, als der Multiplikand (§. 11. 1.).

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

§. 21. Dividiren gemeiner Brüche.

1) **Einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren:** Man multiplizire den Nenner mit der ganzen Zahl und lasse den Zähler ungeändert.

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \text{ (§. 15. 3.).}$$

$$\frac{6}{4} : 2 = \frac{6}{4 \times 2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Hierbei wird die Größe der Theile verkleinert; man kann dafür auch die Anzahl der Theile verkleinern, indem man den Zähler durch den Divisor dividirt, wenn die Division eben aufgeht.

$$\frac{6}{4} : 2 = \frac{6 : 2}{4} = \frac{3}{4}.$$

2) **Eine ganze Zahl durch einen Bruch zu dividiren:** Man multiplizire den Dividenden mit dem **umgekehrten Divisor**, z. B.

$$6 : \frac{4}{2} = 6 \times \frac{2}{4} = \frac{6 \times 2}{4} = 3.$$

Der gesuchte Quotient soll hier $\frac{4}{2}$ mal in 6 enthalten sein (§. 12. 1.); er ist also 2 mal so groß, als der, welchen man durch die Division mit 4 erhält. Nun giebt $6 : 4 = \frac{6}{4}$, noch mit 2 multiplizirt, $\frac{6 \times 2}{4} = 6 \times \frac{2}{4} = 3$.

3) **Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren:** Man multiplizire den Dividenden aus gleichem Grunde mit dem **umgekehrten Divisor**, z. B.

$$\frac{8}{10} : \frac{4}{2} = \frac{8}{10} \times \frac{2}{4} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$$

Hier wird $\frac{8}{10}$ durch 4 dividirt $= \frac{8}{10 \times 4}$, und dies 2 mal genommen, giebt $\frac{8 \times 2}{10 \times 4}$. Man könnte auch Zähler durch Zäh=

ler und Nenner durch Nenner dividiren; doch gehen diese Divisionen selten auf.

$$\frac{8}{10} : \frac{4}{2} = \frac{8 : 4}{10 : 2} = \frac{2}{5}.$$

4) Gemischte Zahlen werden zur Division vorher in Brüche verwandelt, z. B.

$$3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{7}{2} : \frac{5}{4} = \frac{7 \times 4}{2 \times 5} = \frac{28}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

5) Ist der Divisor ein eigentlicher Bruch, so muß der Quotient größer sein, als der Dividend.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{4 \times 1} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}.$$

6) Wird die Division von Brüchen in Bruchform angesetzt, so entstehen sogenannte unreine oder Doppelbrüche. Diese können in reine Brüche verwandelt werden, wenn man Zähler und Nenner des Doppelbruchs mit den eingeschobenen Nennern aufhebend multiplizirt (§. 15. 4.), z. B.

$$\frac{6/4}{2} = \frac{6/4 \times 4}{2 \times 4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{6}{4/2} = \frac{6 \times 2}{4/2 \times 2} = \frac{12}{4} = 3.$$

$$\frac{8/10}{4/2} = \frac{8/10 \times 10 \times 2}{4/2 \times 2 \times 10} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$$

$$\frac{3\,1/2}{1\,1/4} = \frac{7/2 \times 2 \times 4}{5/4 \times 4 \times 2} = \frac{28}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

2. Dezimalbrüche.

§. 22. Der Dezimalbruch.

Diejenigen Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000 u. s. w. ist, nennt man Dezimalbrüche und schreibt sie, mit Weglassung der Nenner, folgender Gestalt:

0,3;   3,42;   17,4507.

Die Null vor dem Zähler tritt an die Stelle der ganzen Zahl, wenn eben keine vorhanden ist. Das Komma trennt die Einerstelle der ganzen Zahl von dem Zähler des Bruches, der wohl durch kleinere Ziffern kenntlicher gemacht wird, und dessen

Nenner eine 1 ist, die man sich unter dem Komma denkt, mit so viel Nullen, als Zahlstellen oder Dezimalen in dem Zähler sind.

Hinter dem Komma enthält die erste Stelle Zehntheile, die zweite Hunderttheile, die dritte Tausendtheile u. s. w., also jede folgende Stelle einen zehnmal kleineren Theil der Einheit, nach denselben Gesetzen, wie bei ganzen Zahlen. Die obigen Beispiele bedeuten demnach

$$0{,}3 = \frac{3}{10};\ 3{,}42 = 3\frac{42}{100};\ 17{,}4507 = 17\frac{4507}{10000}$$

und die Versetzung des Komma bewirkt folglich mit jeder Stelle eine zehnfache Veränderung der Stellenwerthe, so daß, wenn der Werth 10, 100, 1000 . . . mal größer wird, auch das Komma um 1, 2, 3 . . . Stellen hinterrückt, und so umgekehrt. Z. B.

$$5{,}372 \times 10 = 53{,}72;\ 63{,}51 \times 1000 = 63510.$$
$$537{,}2 : 10 = 53{,}72;\ 2{,}456 : 1000 = 0{,}002456.$$

§. 23. Dezimalbrüche zu verwandeln.

1) Einen Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch mit bestimmtem Nenner zu verwandeln: Man multiplizire den Dezimalbruch mit dem bestimmten Nenner und nehme das Produkt als neuen Zähler zu diesem Nenner.

Soll z. B. 0,75 verwandelt werden in Viertel, so multiplizirt man 0,75 mit 4, was $\frac{300}{100}$ oder 3 giebt, und setzt diese 4 wieder als Nenner unter; dadurch erhält man den gegebenen Werth in Vierteln, nämlich: $\frac{0.75 \times 4}{4} = \frac{3}{4}$. Um 0,56 in Zwölftel zu verwandeln, setzt man $\frac{0{,}56 \times 12}{12} = \frac{6{,}72}{12}$, und erhält einen unreinen Bruch.

2) Einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln: Man hänge dem Zähler rechts beliebig Nullen an, dividire ihn durch den Nenner und schneide nachher im Quotienten wieder eben so viel Dezimalstellen ab, als der Dividendus Nullen erhalten hat.

Wird der Bruch $\frac{3}{4}$ multiplizirt mit 100, und wird die durch seinen Nenner ausgedrückte Division verrichtet: so giebt dies zuvörderst $\frac{3 \times 100}{4} = \frac{300}{4} = 75$; wird nun dieses Ergebniß

wieder dividirt durch den vorigen Multiplikator 100, so entsteht $\frac{75}{100}$ = 0,75 der Werth von $\frac{3}{4}$ in einem Dezimalbruche.

$$\frac{5}{16} = \frac{5 \times 10000}{16} : 10000 = 0{,}3125.$$

3) Öfters geht die Division durch den Nenner nicht auf, und der gemeine Bruch läßt sich in diesem Falle nicht genau in einen Dezimalbruch verwandeln. Hier kann man, wie bei jeder Division, wo ein Rest übrig bleibt, das Dividiren so lange fortsetzen, bis der bleibende Rest ganz unerheblich wird. An solche abgebrochenen Dezimalbrüche fügt man noch einige Punkte, als Zeichen weggelassener Dezimalen.

$$\frac{4}{7} = 0{,}5714\,..;\ \frac{9}{11} = 0{,}818181\,..$$

4) Bisweilen erscheinen bei fortgesetzter Division gleich die ersten Zahlen in derselben Ordnung wieder. Zeigt sich eine solche periodische Wiederkehr, so kann man, ohne noch weiter zu dividiren, den Dezimalbruch nach Gefallen erweitern, z. B.

$$\frac{26}{33} = 0{,}787878\,..$$

5) Hat der Bruch mehr Dezimalen, als die Genauigkeit der Rechnung erfordert, so läßt man die überflüssigen weg. Dabei wird gewöhnlich die hintere der beibehaltenen Dezimalen um 1 erhöhet, wenn die nächste der weggelassenen 5 oder mehr beträgt, damit der Bruch seinem wahren Werthe näher bleibe. Sollte z. B. der vorige Bruch 0,787878.. nur drei Dezimalen behalten, so verwandelte man ihn in 0,788.

§. 24. Dezimalbrüche zu addiren.

Man schreibe die gegebenen Zahlen so unter einander, daß Komma unter Komma steht. Dadurch kommen die Ganzen, die Zehntheile, die Hunderttheile u. s. w. ordnungsweise unter einander. Nun addire man, wie es bei ganzen Zahlen geschieht (§. 8.).

$$\begin{array}{r} 27{,}654 \\ 6{,}235 \\ \hline 33{,}889 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7{,}9035 \\ 0{,}59 \\ 5{,}0329 \\ \hline 13{,}5264 \end{array}$$

§. 25. Dezimalbrüche zu subtrahiren.

Die gegebenen Brüche werden unter einander geschrieben, Komma unter Komma, Zehntheile unter Zehntheile, u. s. w. und dann subtrahirt, wie ganze Zahlen (§. 9.). Finden sich in dem Minuenden oder Subtrahenden weniger Dezimalen, so verfährt man, als ständen Nullen in den offenen Stellen, z. B.

0,403	5,842	6,00435
0,152	1,00455	0,17
0,251	4,83745	5,83435

§. 26. Dezimalbrüche zu multipliziren.

Man schreibe die Brüche unter einander und multiplizire sie, wie ganze Zahlen, schneide alsdann im Produkte von der Rechten so viel Dezimalen ab, als beide Faktoren zusammen enthalten. Hat das Produkt nicht so viel Stellen, als ihm abgeschnitten werden müssen, so werden die fehlenden durch vorangesetzte Nullen ergänzt, und außerdem wird noch eine Null statt der Ganzen gesetzt.

Soll z. B. 1,3 multiplizirt werden mit 0,7, und man behandelte diese Faktoren als gemeine Brüche: so müßte man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziren (§. 20. 2.). Das Nennerprodukt wäre aber eine 1 mit allen Nullen der beiden Nenner, wofür beim Dezimalbruche im Zählerprodukte ohne Weiteres so viel Stellen abgeschnitten werden. Es ist nämlich

$$1{,}3 \times 0{,}7 = \frac{13}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{13 \times 7}{10 \times 10} = \frac{91}{100} = 0.91.$$

43.72	0,0345
15	0,023
21860	1035
4372	690
655.80	0,0007935

Gewähren die vorderen Dezimalen des Produktes schon hinlängliche Genauigkeit, so bedient man sich der abgekürzten Multiplikation. Man multiplizirt nämlich zuerst mit den Zehntheilen, hierauf mit den Hunderttheilen, Tausendtheilen, u. s. w. und läßt jedes Mal von dem Multiplikanden rechts eine Stelle mehr weg, so daß alle Produkttheile in einer und derselben Reihe anfangen, z. B.

		unabgekürzt:
3,7242		3,7242
0,8721		0,8721
2,97936	Anfang 8 × 2	297936
26068	Anfang 7 × 4	260694
744	Anfang 2 × 2	74484
37	Anfang 1 × 7	37242
3,24785..		3,24787482

Wo das Komma stehen muß, bestimmt man sogleich bei dem ersten Produkttheile durch Abzählung der eben gebrauchten Dezimalen. Wegen der im Multiplikandus weggelassenen Stellen fällt öfters das Produkt etwas zu niedrig aus.

§. 27. Dezimalbrüche zu dividiren.

Man dividire wie mit ganzen Zahlen, füge aber zuvörderst dem Dividenden nöthigenfalls so viel Nullen an, daß er mindestens eben so viel Dezimalstellen enthält als der Divisor, und schneide endlich im Quotienten so viel Dezimalen (es versteht sich, von der Rechten zur Linken) ab, als der gebrauchte Dividend deren mehr wie der Divisor hat.

Soll z. B. 2,24 dividirt werden durch 0,4, und man verführe wie bei gemeinen Brüchen: so würde Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner dividirt (§. 21. 3.), nämlich $\frac{224:4}{100:10} = \frac{56}{10} = 5{,}6$. Der Quotient beider Nenner ist aber eine 1 mit den im Dividenden befindlichen überzähligen Nullen, wofür man beim Dezimalbruche gleich in dem Zählerquotienten so viel Stellen abschneidet.

$$29{,}4 : 0{,}49 = \frac{294}{10} : \frac{49}{100} = \frac{2940 : 49}{100 : 100} = 60.$$

```
35,00 : 1,66 = 21,084....;      2,34552 : 232 = 0,01011
332                             232
 180                              255
 166                              232
  1400                              232
  1328                              232
    720                               0
    664
     56
```

Man wendet bei den Dezimalbrüchen auch eine abgekürzte Division an. Dividend und Divisor werden mit gleich vielen Dezimalstellen angesetzt, und bei dem fortgesetzten Dividiren wird jedes Mal von dem Divisor die letztere Dezimale weggelassen. In dem hier folgenden Beispiele steht jeder besondere Divisor, was beim Rechnen überflüssig ist.

26,73050 : 1,42857 = 18,71143
142857
1244480 : 1,42857
1142856
101624 : 1,4285
99995
1629 : 1,428
1428
201 : 1,42
142
59 : 1,4
56
3 : 1
3
0

Die Stelle des Komma im Quotienten ergiebt sich schon aus den ersten Divisions-Ansätzen. Da bei der abgekürzten Division der Divisor allmählich verkleinert wird, so muß der Quotient etwas zu groß ausfallen.

III. Grundrechnungen mit benannten und sonst bezeichneten Zahlen.

1. Benannte Zahlen.

§. 28. Zahlenbenennung.

Bei benannten Zahlen ist die Art der Einheit bestimmt. Der zählbaren Dinge giebt es sehr vielerlei; am meisten beschäftigen uns davon die Münzen, die Maße und Gewichte, die Zeit u. s. w. Sie haben in sich besondere Ord-

nungen mit eigner Eintheilung und Größe, die man theils aus Nachweisungen, theils aus angestellten Untersuchungen kennen lernt.

Eine benannte Zahl ist **einfach**, wenn sie nur Einheiten einerlei Art enthält, oder **zusammengesetzt**, wenn sie aus verschiedenen, einander untergeordneten Arten von Einheiten oder Sorten besteht, z. B. 3 Thlr. 4 Gr. 6 Pf.

Benannte Zahlen müssen öfters **reduzirt** werden, indem man sie durch Multiplikation und Division mit ihrer Eintheilungszahl auf einen kleinern oder größern Namen bringt, z. B.

3 Thlr. = 3 × 24 gGr. = 3 × 24 × 12 Pf. = 864 Pf.

365 Xr. = $\frac{365}{60}$ Fl. = $6\frac{1}{12}$ Fl. = 6 Fl. 5 Xr.

§. 29. Benannte Zahlen zu addiren.

Man schreibe die Zahlen von einerlei Benennung reihenweise unter einander, zähle sie dann zusammen, die niedrigsten Einheiten zuerst, darauf die nächst höheren u. s. w. Jede besondere Summe wird auf der Stelle reduzirt. Die darin gefundenen Einheiten der höheren Sorte kommen vor zu dieser, und die übrig bleibenden Einheiten der eben zusammengezählten Sorte werden untergesetzt.

Thlr.	Sgr.	Pf.
31 Thlr.	27 Sgr.	3 Pf.
3 „	29 „	9 „
12 „	17 „	10 „
48 Thlr.	14 Sgr.	10 Pf.;

denn		Thlr.	Sgr.	Pf.
22 Pf.	=	— Thlr.	1 Sgr.	10 Pf.
73 Sgr.	=	2 „	13 „	— „
46 Thlr.	=	46 „	— „	— „
		48 Thlr.	14 Sgr.	10 Pf.

§. 30. Benannte Zahlen zu subtrahiren.

Man setze ebenfalls die Zahlen von jeder Sorte, ihrer Folge nach, unter einander und ziehe sie ab. Oft hat man eine Einheit der höheren Sorte zu leihen und dadurch die niedere so viel zu vermehren, als von ihr Einheiten auf die höhere Sorte gehen.

Von	47 Thlr.	3 gGr.	2 Pf.
ab	12 „	18 „	9 „
bleibt:	34 Thlr.	8 gGr.	5 Pf.

Denn um 12 Thlr. 18 gGr. 9 Pf. subtrahiren zu können, muß man den Minuend sich folgendermaßen umgestaltet denken:

47 Thlr.	=	46 Thlr.	24 gGr.	— Pf.
3 gGr.	=	— „	2 „	12 „
2 Pf.	=	— „	— „	2 „
		46 Thlr.	26 gGr.	14 Pf.
Davon	ab	12 „	18 „	9 „
	bleibt:	34 Thlr.	8 gGr.	5 Pf.

§. 31. Benannte Zahlen zu multipliziren.

1) Man setze den Multiplikator gehörig unter und vervielfache damit den Multiplikanden von der niedrigsten Sorte an. Jedes besondere Produkt, das eine höhere Einheit voll enthält, wird sogleich reduzirt. Die darin befindlichen Einheiten einer höheren Sorte kommen hinüber zum gleichnamigen Produkte, und der Rest wird untergesetzt.

4 Thlr.	9 gGr.	6 Pf.
		5
21 Thlr.	23 gGr.	6 Pf.;

denn 6 Pf. × 5 = 30 Pf.	=	— Thlr.	2 gGr.	6 Pf.
9 gGr. × 5 = 45 gGr.	=	1 „	21 „	— „
4 Thlr. × 5 =		20 „	— „	— „
		21 Thlr.	23 gGr.	6 Pf.

2) Oft kann man den Multiplikator zerlegen in Faktoren oder Summanden und dann leichter theilweise multipliziren, z. B. $24 = 6 \times 4$; $17 = 4 \times 4 + 1$.

(8 Thlr.	10 Sgr.)	× 24
	6	
50 Thlr.	— Sgr.	das 6fache.
	4	
200 Thlr.	— Sgr.	das 6 × 4fache.

(14 Fl.	15 Xr.)	× 17	
	4		
57 Fl.	— Xr.	das 4fache.	
	4		
228 Fl.	— Xr.	das 4 × 4fache.	
14 »	15 »	das 1fache.	
242 Fl.	15 Xr.	das 4 × 4 + 1fache.	

Oft erleichtert es aber auch die Rechnung, den Multiplikanden vorher auf seine niedrigsten Einheiten zu reduziren.

3) Der Multiplikator kann eigentlich keine benannte Zahl sein, weil er nur angiebt, wie oft der Multiplikand zu sich selbst addirt werden muß, damit aus ihm das Produkt entstehe. Bringt es der Gang einer Rechnung mit sich, daß eine benannte Zahl als Multiplikator erscheint: so kommt bloß die Zahl an sich, keineswegs aber die Benennung mit in Rechnung. Enthält ein solcher benannter Multiplikator mehrerlei Sorten, so reduzirt man denselben vorher auf einerlei Einheit, eigentlich auf die Verhältnißzahl.

Wenn z. B. der Acker Holzland zu 9 Thlr. 8 gGr. verkauft würde, wie theuer käme ein Stück von 3 Acker 40 Ruthen? Hält der Acker 140 Ruthen, so sind 3 Ar. 40 Rthn. = $3\frac{40}{140}$ = $3\frac{2}{7}$ Ar.

9 Thlr.	8 gGr.	
	$3\frac{2}{7}$	
28 Thlr.	— gGr	3mal.
2 »	16 »	$\frac{2}{7}$mal.
30 Thlr.	16 gGr.	

Hier können nun wohl die 9 Thlr. 8 gGr. $3\frac{2}{7}$ mal genommen werden, so viel es Acker sind, aber nicht $3\frac{2}{7}$ Acker mal.

§. 32. Benannte Zahlen zu dividiren.

1) Ist der Divisor unbenannt, so theilt man damit ohne Weiteres im Dividenden die Zahlen jeder Sorte für sich, bei der höchsten anfangend. Bleibt irgendwo ein Rest, so wird derselbe sogleich zu der nächst niederen Sorte genommen und dann in dieser mit getheilt.

```
(22 Thlr. 13 gGr. 9 Pf.) : 5
 20
 ---
  2 = 48                    4 Thlr. 12 gGr. 4¾ Pf.
      ---
      61
      60
      ---
       1 = 12
           ---
           21
           20
           ---
            1
```

Öfters ist es erleichternd, wenn man zuvor den ganzen Dividenden auf einerlei Sorte reduzirt.

2) Ist der Divisor eine benannte Zahl, so reduzirt man denselben auf einerlei Einheit, auf die Verhältnißzahl, ohne die Sorte weiter zu berücksichtigen, als zu etwaiger Verwendung des Quotienten.

Sollten z. B. 124 Pfd. Kiefernsamen gesäet werden auf 15 Morgen 90 Ruthen, den Morgen zu 180 Ruthen gerechnet: so theilte man den gegebenen Samen in $15\frac{90}{180}$ = 15,5 Theile, nämlich 124 Pfd. : 15,5, und es kämen 8 Pfd. auf jeden Morgen. Der Divisor wird hierbei als unbenannte Zahl gebraucht; denn es ist klar, daß Pfunde und Morgen an sich nicht durch einander dividirt werden können, so wenig als multiplizirt. Von gleichartigen Größen werden Dividend und Divisor auf einerlei Sorte gebracht; sie geben zum Quotienten eine unbenannte Zahl.

2. Buchstabenrechnung.

§. 33. Buchstaben.

Man kann mit Buchstaben jedes Rechnungsverfahren auf eine allgemeine Weise entwickeln und so die Regel oder die Formel, wonach eine gesuchte Größe zu finden ist, kurz und bestimmt ausdrücken. Unter der allgemeinen Bezeichnung $\frac{z}{n}$ kann man sich z. B. jeden beliebigen Bruch, unter a oder b, c rc. jede beliebige ganze Zahl vorstellen, und die § 20. 1. und §. 21. 1 angegebenen Regeln zur Multiplikation oder Division eines Bruchs mit einer ganzen Zahl würden sich demnach (gewissermaßen als

allgemeine Formel für derartige Rechnungen) übersichtlich so darstellen lassen:

$$\frac{z}{n} \times a = \frac{z \times a}{n};$$

$$\frac{z}{n} : a = \frac{z}{n \times a}.$$

Die Buchstaben dienen hierbei als allgemeine Zeichen der fraglichen Größen, und zwar pflegt man sich gewöhnlich der Anfangsbuchstaben des kleinen lateinischen Alphabets a, b, c, d .... zur Bezeichnung bekannter, gegebener, der Endbuchstaben .... x, y, z aber statt der unbekannten, zu suchenden Zahlen zu bedienen. Oft wählt man auch, um dem Gedächtniß zu Hülfe zu kommen, die Anfangsbuchstaben der vorzustellenden Größen, z. B. u für Umfang, d für Durchmesser, s für Summe u. s. f. Ein Buchstabe kann also jede Zahl bedeuten; doch bleibt in einer und derselben Rechnung seine Werthbedeutung dieselbe.

Man bedient sich in der Buchstabenrechnung aller schon bekannten Rechnungszeichen; nur wird zwischen Faktoren das Zeichen der Multiplikation gewöhnlich weggelassen. Hiernach drückt $a + b$ die Summe, $a - b$ die Differenz, ab das Produkt und $a : b$ oder $\frac{a}{b}$ den Quotienten irgend zweier Zahlen aus.

Kommen bestimmte Zahlen zu den Buchstaben als Faktoren, so werden sie den Buchstaben vorgesetzt; z. B. = a, 7ab. Man nennt sie Koefficienten (Mitwirker). Der Koefficient 1 wird gewöhnlich weggelassen.

§. 34. Entgegengesetzte Größen.

Wenn zwei Größen gegenseitig in einer solchen Beziehung stehen, daß sie, zu einander gethan, sich entweder ganz, oder theilweise aufheben: so heißen sie entgegengesetzt. Z. B. 30 Schritte vorwärts und 10 Schritte auf demselben Wege rückwärts; 100 Thaler Einnahme und 100 Thaler Ausgabe.

Bei der Rechnung mit bestimmten Zahlen läßt sich die Wirkung zweier entgegengesetzten Größen aufeinander ohne Weiteres in einen Ausdruck zusammenfassen, z. B. 100 Thlr. Vermögen mit 50 Thlr. Schulden zusammengethan, geben 50 Thlr. Ver-

mögen. In der Buchstabenrechnung kann man dies jedoch in der Regel nur andeuten und muß daher die entgegengesetzten Größen genau unterscheiden; zu dem Ende nennt man die eine Art positiv, bejahend, die andere negativ, verneinend, und bezeichnet jene mit +, diese mit —. Wo eben der Gebrauch nichts bestimmt hat, ist es willkürlich, welche von den beiden entgegengesetzten Zahlen man als positiv, oder negativ bezeichnet. Werden solche Größen noch mit Rechnungszeichen verbunden, so kommen die Zeichen des Positiven und Negativen mit der zu ihnen gehörigen Zahl selbst in Klammern. Voranstehenden positiven Größen pflegt man kein Vorzeichen zu geben. Kommen z. B. zu + 30s*) — 10s, so drückt man dies aus: 30s + (— 10s) = 20s, d. h. + 20s.

§. 35. Einschlußzeichen.

Bezieht sich irgend ein Rechnungszeichen zugleich auf mehre Glieder eines arithmetischen Ansatzes, so muß man dieselben in eine Parenthese zusammenklammern. Dieser Einschluß kann auf zweierlei Weise gelöst werden. Entweder rechnet man die eingeschlossenen Glieder alle zusammen und behandelt sie als eine einzige Größe, was aber bloß bei bestimmten Zahlen anwendbar ist, oder man verwendet dieselben einzeln nach Maßgabe ihrer Rechnungszeichen. Eigentlich braucht man die Parenthese nur bei allgemeinen Zahlzeichen oder Buchstaben, und die Beispiele mit bestimmten Zahlen dienen uns mehr, die Beziehung der Klammer anschaulich zu machen.

1) Das Additionszeichen bedarf an und für sich keines Einschlusses. Z. B.

$6 + (2 + 3) = 6 + 2 + 3 = 11$; $5 + (4 - 3) = 5 + 4 - 3 = 6$.

Andere Rechnungszeichen können, ohne Klammer, ihre Bedeutung keineswegs über das + hin erstrecken. Z. B.

$6 \times 3 + 4 : 2 = 18 + 2 = 20$; $6 \times (3 + 4 : 2) = 6 \times (3 + \frac{4}{2}) = 30$.

2) Das Subtraktionszeichen braucht den Einschluß

*) Unter + s mag man etwa Schritte vorwärts, und unter — s, Schritte in derselben Richtung rückwärts sich vorstellen.

eigentlich nur hinter sich für mehrgliederige Subtrahenden. Sollen da die Einschlußzeichen entfernt, oder sollen einige Glieder erst zusammengeschlossen werden: so bekommen die mit + und — entgegengesetzte Vorzeichen wegen der veränderten Beziehung.

$18 - (5 + 2) = 18 - 7 = 11,$
oder $= 18 - 5 - 2 = 11.$
$15 - (11 - 9 + 5) = 15 - 7 = 8,$
oder $= 15 - 11 + 9 - 5 = 8.$
$20 - 9 + 6 = 20 - (9 - 6) = 20 - 3 = 17.$

Andere Rechnungszeichen sind ebenfalls ohne Klammer über das — hinweg unwirksam. Z. B.
$10 : 4 - 3 \times \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 1;\ 10 : (4 - 3 \times \frac{1}{2}) = 10 : (4 - 1\frac{1}{2}) = 4.$

3) Das Multiplikationszeichen braucht bald vor, bald hinter sich Einschließungen für Multiplikand und Multiplikator. Beim Lösen der Parenthese können beiderseits die Glieder vereinzelt multiplizirt werden.

$(5 + 3) \times 4 = 8 \times 4 = 32,$
oder $= 5 \times 4 + 3 \times 4 = 20 + 12 = 32.$
$(5 - 3) \times (2 + 4) = 2 \times 6 = 12,$
oder $= 5 \times (2 + 4) - 3 \times (2 + 4) = 12,$
$= (10 + 20) - (6 + 12) = 12.$
$3 \times (7 - 5) = 3 \times 7 - 3 \times 5 = 6.$

4) Das Divisionszeichen braucht Einschließungen vor und hinter sich für Dividend und Divisor. Die Glieder des Divisors dürfen aber in keinem Falle vereinzelt werden.

$(10 - 4) : 2 = 6 : 2 = 3,$
oder $= 10 : 2 - 4 : 2 = 5 - 2 = 3.$
$(11 + 7 - 3) : (5 - 2) = 15 : 3 = 5,$
oder $= \frac{11}{5-2} + \frac{7}{5-2} - \frac{3}{5-2} = \frac{15}{3} = 5.$
$\frac{12}{4+2} - \frac{9}{4+2} + \frac{3}{4+2} = (12 - 9 + 3) : (4 + 2) = 6 : 6 = 1.$

Wollte man im letzteren Beispiele den Divisor vereinzeln, so ergäbe das etwas ganz Anderes, nämlich:

$$\frac{12-9+3}{4} + \frac{12-9+3}{2} = 6 : 4 + 6 : 2 = 4\frac{1}{2}.$$

Ist jedoch ein Divisor aus Faktoren zusammengesetzt, so darf man diese gewissermaßen als einzelne Divisoren gebrauchen. Z. B.

$$48 : (2 \times 3) = 48 : 6 = 8,$$
$$\text{oder} = (48 : 2) : 3 = 24 : 3 = 8.$$

Die Bruchform bedarf der Parenthese weniger, weil der Strich an sich schon die zusammengehörigen Glieder verbindet.

Zuweilen ist Einschluß in Einschluß erforderlich; auch bedient man sich wohl eines über die zusammengehörigen Glieder hin gezogenen Striches anstatt der Einschlußzeichen.

§. 36. Allgemeine Addition.

1) Sollen einerlei Größen addirt werden von entgegengesetzter Beziehung: so nimmt man sowohl die positiven, als auch die negativen besonders, zieht dann die kleinere Summe von der größeren ab, um das Entgegengesetzte aufzuheben, und giebt dem Bleibenden das Vorzeichen des Größeren.

Zu 30 Schritten vorwärts
10 Schritte rückwärts
giebt 20 Schritte vorwärts.

2) Sind verschiedenerlei Größen zu addiren, so ordnet man die gleichartigen Glieder zusammen in besondere Reihen und summirt alsdann von jeder Reihe die Koefficienten.

$$\begin{array}{rrr} +8a & -2b & +3c \\ -a & +11b & -2c \\ -5a & +3b & -4c \\ \hline 2a & +12b & -3c. \end{array}$$

In einem frischgefallenen Spurschnee kreiseten zwei Jäger ein Jagdrevier ab und bemerkten sich die Eingänge mit + und die Ausgänge mit —. Um das erste Jagen spürte man auf dem Gestelle

A:	+ 1h	+ 1r	+ 2f
	— 3h	— 2r	— 5f
B:	+ 4h	+ 3r	+ 4f
	— 1h	„	— 1f
C:	+ 3h	+ 3r	+ 7f
	— 2h	— 3r	— 5f
D:	„	+ 2r	+ 3f
	— 1h	— 4r	„
Eingekreiset war:	1h		+ 5f.

§. 37. Allgemeine Subtraktion.

1) Sollen einerlei Größen mit positiver und negativer Beziehung subtrahirt werden, so verwandelt man das Zeichen des Subtrahenden in das entgegengesetzte und addirt beide Größen.

+ 8a,	— 8a,	+ 8a,	— 8a	Minuend.
+ 5a,	— 5a,	— 5a,	+ 5a	Subtrahend.
—	+	+	—	
+ 3a,	— 3a,	+ 13a,	— 13a	Rest.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ergiebt sich einfach aus folgender Betrachtung:

+ 8a = + 5a + 3a		+ 8a = + 13a — 5a	
ab + 5a = + 5a		ab — 5a = — 5a	
bleibt	+ 3a ;	bleibt	+ 13a.

Auch sieht man eben so leicht ein, daß derjenige, dem man Vermögen (+) entzieht, um so viel ärmer, und der, welchem man Schulden (—) abnimmt, um so viel reicher werden muß (§. 35. 2.).

Von 5 Vermögen und 4 Vermögen	= + 9
ab 3 Vermögen und 2 Schulden	= + 1
bleibt: 2 Vermögen und 6 Vermögen	= + 8.

2) Sind verschiedenerlei Größen gegeben, so ordnet man vom Minuend und Subtrahend zuerst die gleichartigen zusammen und subtrahirt ihre Koefficienten. Die übrigen einzelnen Glieder werden behandelt, als hätten sie unter, oder über sich 0.

+ 9a	— 13b	+ 7c	— 3x	„
+ 2a	— 15b	— 9c	„	+ 5d
+ 7a	+ 2b	+ 16c	— 3x	— 5d.

Bei der Nachweisung des Waldmassenangriffs wendet man Subtraktion und Addition mit entgegengesetzten Größen an. Z. B.

1853 sollte gehauen werden:	685b + 52e + 153n
Es ist aber gehauen worden:	663b + 81e + 162n
Mithin bleibt der Angriffstand:	+ 22b — 29e — 9n
Dazu den jährlichen Angriffsatz:	+ 700b + 80e + 150n
Giebt den Sollangriff für 1854:	+ 722b + 51e + 141n.

Starke Abweichungen können im Sollangriff eben auch negative Zahlen zur Folge haben.

§. 38. Allgemeine Multiplikation.

1) Durch Buchstaben kann bloß angezeigt werden, daß die Multiplikation geschehen soll, z. B. a mit n giebt an, noch mit p, giebt anp. Die Koefficienten werden für sich multiplizirt, z. B. $3a \times 2b = 6ab$.

Was die Zeichen betrifft, so geben gleiche Zeichen ein positives und ungleiche ein negatives Produkt.

$$\begin{array}{r} +4a \\ +3a \\ \hline +12aa \end{array} \qquad \begin{array}{r} -5a \\ -2n \\ \hline +10an \end{array} \qquad \begin{array}{r} +3ab \\ -2c \\ \hline -6abc \end{array} \qquad \begin{array}{r} -nx \\ +3a \\ \hline -3nxa. \end{array}$$

Denn das Produkt muß eben so (in demselben Sinne) aus dem Multiplikand hervorgehen, wie der Multiplikator aus der (stets positiv oder + gedachten) Einheit entstanden ist. Ist der Multiplikator nun +, also in demselben Sinne wie die Einheit gegeben, so muß auch das Produkt in demselben Sinne wie der Multiplikand erscheinen; und so umgekehrt, wenn der Multiplikator —, also in dem von der Einheit entgegengesetzten Sinne gegeben ist, kann auch das Produkt nicht anders als in der vom Multiplikand entgegengesetzten Beziehung genommen werden. Übrigens sieht man auch ein, daß eine positive Größe bejahend genommen, so wie eine negative verneinend, ein positives Produkt geben, daß dagegen eine positive Größe verneint, oder eine negative Größe bejahet, zu einem negativen Ergebnisse führen muß.

2) Bei zusammengesetzten Faktoren multiplizirt man mit jedem Gliede des einen Faktors alle Glieder des andern und addirt darauf die Produkttheile so viel als thulich.

$$\begin{array}{l} 5 + 3a \\ 2 + a \\ \hline 10 + 6a \\ \quad\; + 5a + 3aa \\ \hline 10 + 11a + 3aa \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} a + b \\ a - b \\ \hline aa + ab \\ \quad\;\; - ab - bb \\ \hline aa \qquad\;\; - bb \end{array}$$ *).

$$\begin{array}{l} 5x + 7 + bb - \tfrac{1}{2}z \\ cf - 5y \\ \hline 5cfx + 7cf + bbcf - \tfrac{1}{2}cfz - 25xy - 35y - 5bby + 2\tfrac{1}{2}yz. \end{array}$$

*) Aus diesem Beispiele ergiebt sich, daß von zwei Zahlen das Produkt ihrer Summe mit ihrer Differenz eben so groß ist, als die Differenz ihrer Selbstprodukte.

§. 39. Allgemeine Division.

1) Die Division durch Buchstaben kann nur angedeutet werden. a durch b giebt $a : b$ oder $\frac{a}{b}$. Jedoch lassen sich gleiche Buchstaben im Divisor und Dividend gegenseitig heben: $\frac{an}{bn} = \frac{a}{b}$ (§. 16.). Eben so auch Koefficienten: $\frac{10a}{5b} = \frac{2a}{b}$. Übrigens geben gleiche Zeichen dem Quotienten + und ungleiche —, weil das Produkt des Quotienten und Divisors nicht anders dem Dividenden gleich werden könnte (§. 12. 1.).

$$\frac{-3ab}{-6aa} = +\frac{b}{2a}; \quad \frac{+24abc}{-6c} = -4ab.$$

2) Die Division mit zusammengesetzten Größen macht ebenfalls keine Schwierigkeit.

$$\begin{array}{l} (aa - bb) : (a + b) = + a - b. \\ \underline{aa + ab} \\ \quad - ab - bb \\ \quad \underline{- ab - bb} \\ \qquad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (4cg + 8mc - 3c) : 4c & \\ \underline{4cg} & g + 2m - \frac{3}{4}. \\ \quad + 8mc & \\ \quad \underline{+ 8mc} & \\ \qquad - 3c & \\ \qquad \underline{-\frac{12}{4}c} & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

§. 40. Gebrochene Buchstabengrößen.

Die Rechnung mit gebrochenen Buchstabengrößen findet ganz nach den für die gewöhnlichen Zahlenbrüche gegebenen Regeln statt.

1) Wenn a, b, c drei ganze Zahlen vorstellen und $c > b$, so bedeutet $\frac{b}{c}$ einen echten, $\frac{c}{b}$ einen unechten und $a + \frac{b}{c}$ einen gemischten Bruch.

2) Den gemischten Bruch richtet man ein, nach §. 15. 2.; $a + \frac{b}{c}$ ist daher $= \frac{ac + b}{c}$, und eben so läßt sich jede ganze Buchstabengröße nach §. 15. 1. in einen Bruch von beliebigem Nenner verwandeln; z. B. $ef = \frac{efy}{y} = \frac{ef(g+h)}{g+h}$.

3) Brüche von verschiedener Benennung macht man nach §. 17. gleichnamig, indem man jedes Bruches Zähler und Nenner mit den Nennern der übrigen multiplizirt; z. B. $\frac{b}{2c} + \frac{4}{g} + \frac{d}{2h} = \frac{2bgh}{4cgh} + \frac{16ch}{4cgh} + \frac{2cgd}{4cgh}$. Finden sich unter den Nennern gleiche Faktoren, so kann man diese ausscheiden und dadurch den kleinsten Generalnenner bestimmen; z. B. von den Brüchen $\frac{7a}{4x} - \frac{5}{12z} + \frac{h}{9} - \frac{c}{8z} + \frac{1}{xz} - \frac{2f}{3x}$ ist der kleinste Generalnenner 72xz, denn

$$\begin{array}{l}
4x \,.\, 12z \,.\, 9 \,.\, 8z \,.\, xz \,.\, 3x \quad (3 \\
\hline
4x \,.\, 4z \,.\, 3 \,.\, 8z \,.\, xz \,.\, x \quad (4 \\
\hline
x \,.\, z \,.\, 3 \,.\, 2z \,.\, xz \,.\, x \quad (x \\
\hline
z \,.\, 3 \,.\, 2z \,.\, z \quad (z \\
\hline
3 \,.\, 2
\end{array}$$

$$3 \times 2 \times z \times x \times 4 \times 3 = 72xz.$$

4) Aus solchen Brüchen, welche im Zähler und Nenner gleiche Faktoren haben, kann man diese, unbeschadet ihres Werthes, herauswerfen und den Brüchen dadurch eine einfachere Gestalt geben; z. B. $\frac{6aac}{3ag} = \frac{2ac \times 3a}{g \times 3a} = \frac{2ac}{g}$; $\frac{ab + ac}{bf + cf} = \frac{(b+c) \times a}{(b+c) \times f} = \frac{a}{f}$. So stellt auch die letzte Divisionsaufgabe §. 39. 2. die Hebung der Brüche sehr anschaulich dar: $(4cg + 8mc - 3c) : 4c = \frac{4cg}{4c} + \frac{8mc}{4c} - \frac{3c}{4c} = g + 2m - \frac{3}{4}$.

5) Das Addiren kann nur bei gleichnamigen Brüchen geschehen; man setzt der Summe ihrer Zähler den gemeinschaftlichen Nenner unter; ungleichnamige Brüche müssen zuvor nach 3. auf gleiche Benennung gebracht werden.

$\frac{3a}{2e} + \frac{4b}{2e} - \frac{5c}{2e} = \frac{3a + 4b - 5c}{2e}$; $\frac{b}{4} - a + \frac{2c}{3x}$
$- \frac{ff}{12h} + \frac{x}{4h} = \frac{3bhx}{12hx} - \frac{12ahx}{12hx} + \frac{8ch}{12hx} - \frac{ffx}{12hx} + \frac{3xx}{12hx}$
$= \frac{3bhx - 12ahx + 8ch - ffx + 3xx}{12hx} = \frac{x(3bh - 12ah - ff + 3x) + 8ch}{12hx}$.

6) Eben so kann auch die **Subtraktion** nur bei gleichnamigen Brüchen bewerkstelligt werden, indem man die Zähler subtrahirt und dem Reste den gemeinschaftlichen Nenner untersetzt.

$\frac{7ab}{4x} - \frac{3ab}{4x} = \frac{4ab}{4x} = \frac{ab}{x}$; $\frac{4h}{c} - \left(5c - \frac{f}{2h}\right) = \frac{4h}{c} - \frac{5c}{1}$
$+ \frac{f}{2h} = \frac{8hh}{2ch} - \frac{10cch}{2ch} + \frac{cf}{2ch} = \frac{8hh - 10cch + cf}{2ch} = \frac{2h(4h - 5cc) + cf}{2ch}$.

7) Die **Multiplikation** geschieht, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizirt.

$\frac{3a}{h} \times \frac{4b}{5k} = \frac{12ab}{5hk}$; $\left(a + \frac{3c}{g}\right) \times \left(6h - \frac{7a}{d}\right) = 6ah + \frac{18ch}{g}$
$- \frac{7aa}{d} - \frac{21ac}{gd} = a\left(6h - \frac{7a}{d} - \frac{21c}{gd}\right) + \frac{18ch}{g}$; $\frac{a}{b} \times \frac{2c}{a}$
$\times \frac{3b}{c} = \frac{6abc}{abc} = 6$.

8) Bei der **Division** kehrt man den Divisor um und multiplizirt sodann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

$\frac{8c}{d} : \frac{2c}{e} = \frac{8c}{d} \times \frac{e}{2c} = \frac{8ce}{2cd} = \frac{4e}{d}$; $\frac{27x}{5e} : -6h = \frac{27x}{5e}$
$\times -\frac{1}{6h} = -\frac{9x}{10eh}$; $x : \frac{1}{3} = x \times \frac{3}{1} = 3x$; $\left(6cd - \frac{2f}{g}\right)$
$: 3cf = \left(\frac{6cdg}{g} - \frac{2f}{g}\right) : \frac{3cf}{1} = \left(\frac{6cdg}{g} - \frac{2f}{g}\right) \times \frac{1}{3cf} = \frac{6cdg - 2f}{3cfg}$.

IV. Potenzen und Wurzeln.

§. 41. Potenz.

1) Ein Produkt von gleichen Faktoren heißt **Potenz**.

9	ist die Potenz von	3×3
1000	» » » »	$10 \times 10 \times 10$
aaaa	» » » »	$a \times a \times a \times a$.

Die Potenzen nennt man nach der Anzahl ihrer Faktoren: Quadrat oder zweite Potenz, Kubus oder dritte Potenz, vierte, fünfte u. s. w. Potenz.

Daß eine Zahl auf eine gewisse Potenz erhoben werden soll, zeigt man an durch eine rechts darüber gesetzte kleine Ziffer, den Exponenten oder Anzeiger des Potenzgrades.

$$3^2 = 3 \times 3 = 9.$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000.$$
$$a^4 = aaaa.$$

2) Man erhebt eine Zahl zu einer gewissen Potenz, wenn man sie so viel mal nimmt und mit sich selbst multiplizirt, als es der Exponent anzeigt.

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343.$$
$$e^5 = eeeee.$$

3) Die Potenz eines Bruches hat zu ihrem Zähler dieselbe Potenz des Zählers und zu ihrem Nenner dieselbe Potenz des Nenners.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}.$$
$$\left(2\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{8}{3}\right)^5 = \frac{8^5}{3^5}.$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}.$$

4) Die Potenz eines Produktes findet man auch in dem Produkte aller von den einzelnen Faktoren erhobenen Potenzen.

$$10^2 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 2^2 \times 5^2 = 100.$$
$$(ab)^2 = aabb = a^2 \times b^2.$$

5) Hat man Potenzen von einerlei Zahl mit einander zu multipliziren, so addirt man nur ihre Exponenten. Die Grundzahl bleibt unverändert.

$$10^2 \times 10^3 = (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10) = 10^{2+3} = 10^5.$$
$$a^3 \times a^4 = aaa \times aaaa = a^7.$$

Allgemein ist:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

6) Um Potenzen von einerlei Zahl durch einander zu dividiren, braucht man bloß den Exponenten des Divisors von dem des Dividenden abzuziehen:

$$\frac{10^5}{10^3} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = 10^{5-3} = 10^2.$$

$$\frac{a^4}{a^2} = \frac{aaaa}{aa} = a^{4-2} = a^2.$$

Allgemein ist:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \text{ also auch } \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1.$$

7) Soll die Potenz einer Zahl nochmals auf eine gewisse Potenz erhoben werden, so multiplizirt man nur den Exponenten mit dem gegebenen Grade der neuen Potenz.

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2 \times 3} = 3^6.$$

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2 \times 3}.$$

Allgemein ist:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

8) Wenn **Potenzen von einerlei Exponenten** multiplizirt oder dividirt werden, so läßt man den Exponenten ungeändert und rechnet bloß mit den Grundzahlen.

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = 12^2 = 144.$$

$$a^2 \times b^2 = aa \times bb = ab \times ab = (ab)^2.$$

$$12^2 : 4^2 = (12 : 4)^2 = 3^2.$$

$$(ab)^2 : a^2 = \frac{aa \times bb}{aa} = bb = b^2.$$

Allgemein ist:

$$a^n \times b^n = (ab)^n \text{ und } \frac{(ab)^n}{a^n} = b^n.$$

§. 42. Wurzel.

1) Der Faktor, aus welchem eine Potenz entstanden ist, heißt **Wurzel**, und nachdem die Potenz aus zwei, drei, vier oder mehr solcher Faktoren besteht: Wurzel vom zweiten Grade oder **Quadratwurzel**, Wurzel vom dritten Grade oder **Kubikwurzel**, Wurzel vom **vierten**, **fünften** u. s. w. Grade.

Wenn aus einer Zahl eine gewisse Wurzel gezogen werden soll, so setzt man vor dieselbe das Zeichen $\sqrt{\ }$ mit dem Wurzel-

exponenten oder Wurzelgrade. Z. B. $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[2]{16}$, bei der Quadratwurzel auch bloß $\sqrt{16}$.

2) Man zieht aus einer gegebenen Zahl eine gewisse Wurzel, indem man den Faktor sucht, von dem die Zahl als Potenz gleiches Grades entstanden ist.

$$\sqrt[3]{343} = 7; \text{ denn } 7 \times 7 \times 7 = 343.$$

$$\sqrt[4]{aaaa} = a.$$

3) Die Wurzel eines Bruches hat zu ihrem Zähler dieselbe Wurzel des Zählers, und zu ihrem Nenner dieselbe Wurzel des Nenners.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}; \text{ denn } \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}.$$

$$\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b}; \text{ denn } \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^2.$$

4) Die Wurzel eines Produktes erscheint auch in dem Produkte aller aus den einzelnen Faktoren gezogenen Wurzeln.

$$\sqrt{(4 \times 25)} = \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10.$$

$$\sqrt{(ab)^2} = \sqrt{aa\,bb} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = a \times b.$$

5) Soll aus einer Potenz eine gewisse Wurzel gezogen werden, so dividirt man den Potenzexponenten nur durch den gegebenen Wurzelexponenten.

$$\sqrt[3]{3^6} = \sqrt[3]{(3^2 \times 3^2 \times 3^2)} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2.$$

$$\sqrt[3]{a^6} = \sqrt[3]{(a^2 \times a^2 \times a^2)} = a^{\frac{6}{3}} = a^2.$$

Allgemein ist:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \text{ also } \sqrt{a} \text{ oder } \sqrt[2]{a^1} = a^{\frac{1}{2}}.$$

§. 43. Exponenten.

Wird eine Potenz durch ihre Wurzel dividirt, so mindert sich deren Exponent jedes Mal um 1, und so umgekehrt. Es ist z. B. $\frac{a^3}{a} = a^2$, $\frac{a^2}{a} = a^1$, $\frac{a^1}{a} = a^0 = 1$, $\frac{1}{a} = a^{-1}$ *), $\frac{1}{aa} = a^{-2}$, $\frac{1}{aaa} = a^{-3}$ u. s. w.

---

*) Denn $\frac{1}{a} = \frac{a}{aa} = \frac{a^1}{a^2} = a^{1-2} = a^{-1}$.

Mithin ist ... $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1, 10, 100, 1000 ....
gleich ... 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0}, 10^{+1}, 10^{+2}, 10^{+3} ....

Hieraus ergiebt sich:

1) Man hat auch negative Exponenten; zwischen diesen und den positiven steht 0 mitten inne.

2) Der Exponent 0 ertheilt jeder Zahl den Werth von 1 (vergl. auch §. 41. 6.).

3) Der negative Exponent zeigt an, durch welche Potenz der Wurzel die Eins dividirt, und der positive, mit welcher Potenz der Wurzel die Eins multiplizirt werden soll.

$$10^{+3} = 10^3 \times 1 = 1000;\ 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}.$$

4) Ist die Wurzel größer als 1, so sind alle Potenzen mit positiven Exponenten größer, und mit negativen kleiner als 1.

$$2^{+3},\ 2^{+2},\ 2^{+1},\ 2^{0},\ 2^{-1},\ 2^{-2},\ 2^{-3}$$
$$= 8,\ 4,\ 2,\ 1,\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{4},\ \tfrac{1}{8}.$$

5) Ist die Wurzel ein eigentlicher Bruch, so sind die Potenzen mit positiven Exponenten kleiner, und die mit negativen größer als 1.

$$(\tfrac{1}{3})^{+3},\ (\tfrac{1}{3})^{+2},\ (\tfrac{1}{3})^{+1},\ (\tfrac{1}{3})^{0},\ (\tfrac{1}{3})^{-1},\ (\tfrac{1}{3})^{-2},\ (\tfrac{1}{3})^{-3}$$
$$= \tfrac{1}{27},\ \tfrac{1}{9},\ \tfrac{1}{3},\ 1,\ 3^{*}),\ 9,\ 27.$$

§. 44. Quadrate und Würfel der Einerzahlen.

Werden die Einerzahlen zweimal, z. B. 2×2, und dreimal, z. B. 2×2×2, genommen und mit sich selbst multiplizirt: so erhält man davon die Quadrate und die Würfel, nämlich:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.
1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

Hieraus leuchtet ein, daß von den meisten Zahlen keine Wurzeln vorhanden sind, die sich durch ganze Zahlen allein ausdrücken ließen. Solche Zahlen, deren Wurzeln man nur durch Näherung bestimmen kann, nennt man unvollkommene Quadrat- oder

*) Denn $(\frac{1}{3})^{-1} = 1 : (\frac{1}{3})^{+1} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$.

Kubikzahlen und ihre Wurzeln heißen **Irrationalzahlen**, z. B. $\sqrt{10} = 3{,}1622776..$ Dagegen ist die Zahl 512 ein vollkommener Würfel und ihre Wurzel 8 insofern eine **Rationalzahl**.

Von jeder **einzifferigen** Wurzel kann das Quadrat höchstens zwei und der Kubus höchstens drei Zahlstellen haben; denn die niedrigste dreizifferige Zahl (100) ist das Quadrat, und die niedrigste vierzifferige Zahl (1000) ist der Kubus der niedrigsten **zweizifferigen** Wurzel (10). Daher kommen auf jede einzelne Zahlstelle der Wurzel in dem Quadrate höchstens zwei und in dem Kubus höchstens drei Ziffern. Z. B.

$$9^2 = 81;\quad 99^2 = 9801;\quad 999^2 = 998001.$$
$$9^3 = 729;\quad 99^3 = 970299;\quad 999^3 = 997002999.$$

§. 45. Quadrate zweitheiliger Wurzeln.

1) Enthält die Wurzel zwei Ziffern oder überhaupt zwei Theile, wofür man den allgemeinen Ausdruck $a \pm b$ angenommen hat: so ist auch ihr Quadrat mehrfach zusammengesetzt. Erheben wir $a + b$, oder $a - b$ zum Quadrate, nämlich:

$$\begin{array}{rrr} a & + b & \\ a & + b & \\ \hline a^2 & + ab & \\ & + ab & + b^2 \\ \hline a^2 & + 2ab & + b^2 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} a & - b & \\ a & - b & \\ \hline a^2 & - ab & \\ & - ab & + b^2 \\ \hline a^2 & - 2ab & + b^2 \end{array}$$

so ersehen wir daraus, daß das Quadrat einer zweitheiligen Wurzel besteht: aus dem Quadrate des ersten Theiles (a^2), dem doppelten Produkte des ersten Theiles mit dem zweiten ($2ab$) und dem Quadrate des zweiten Theiles (b^2).

Wir quadriren danach die Zahl 34 zur Probe als zweitheilig:

$$\begin{array}{rcl} 30 + 4 & & \\ 30 + 4 & & \\ \hline 9\,.\,. & = 30 \times 30 & = a^2 \\ 12\,. & = 30 \times 4 & = ab \\ 12\,. & = 30 \times 4 & = ab \\ 16 & = 4 \times 4 & = b^2 \\ \hline 1156 & = 30^2 + & 2\,(30 \times 4) + 4^2. \end{array}$$

Dieser Ansatz giebt zu ersehen, daß das Quadrat der Zehner in der Stelle der Hunderter, das doppelte Produkt der Zehner mit den Einern in der Stelle der Zehner, und das Quadrat der Einer in der Stelle der Einer eigentlich zu suchen ist.

2) Da $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (Anmerk. §. 38.) so ist auch $(a + b)(a - b) + b^2 = a^2$.

Daraus ergiebt sich folgende einfache Regel für das Quadriren einer zweizifferigen Zahl (a): Man vermehrt einerseits und vermindert anderseits die gegebene Zahl (a) um so viel Einheiten (b), daß bei der einen oder anderen der beiden dadurch entstehenden Zahlen (bei $a + b$, oder $a - b$) am Ende eine Null erscheint; diese beiden neuen Zahlen ($a + b$ und $a - b$) werden multiplizirt und zum Produkt das Quadrat der einzifferigen Zahl b addirt. Z. B.

$$27^2 = (27 + 3)(27 - 3) + 3^2 = 30 \times 24 + 9 = 729,$$
oder
$$= (27 - 7)(27 + 7) + 7^2 = 20 \times 34 + 49 = 729.$$

Die Multiplikation ist, weil eine der Zahlen eine Null am Ende hat, sehr einfach und kann leicht im Kopfe ausgeführt werden.

§. 46. Ausziehung der Quadratwurzel.

1) Weiß man nun, wie aus der zweitheiligen Wurzel das Quadrat entsteht: so ist man auch leicht im Stande, aus einem solchen Quadrate die Wurzel zu ziehen.

$$\begin{array}{rl} \sqrt{1156} = & \overset{a\,b}{34} \\ a^2 = 9 & \\ \hline 25 & \\ (6) = & 2a \\ 2ab = 24 & \\ \hline 16 & \\ b^2 = 16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Zuerst sucht man für die Hunderter und etwa vorhandenen Tausender die nächste Quadratzahl (a^2) und zieht diese ab. Die Wurzel davon (a) kommt, als erster Theil der Quadratwurzel, in die sonstige Stelle des Divisors.

Nun zieht man zu dem Reste die Zehner herunter und bekommt dadurch diejenige Zahl, in welcher das doppelte Produkt der Zehner mit den Einern enthalten ist. Aus dieser sucht man den zweiten Theil (b) der Wurzel, durch Division mit dem doppelten ersten Theile (2a),

schreibt denselben hinter den ersten Wurzeltheil, multiplizirt damit den gebrauchten Divisor und zieht das Produkt (2ab) ab.

Zu dem Reste nimmt man noch die Einer des gegebenen Quadrates herunter. Beide zusammen müssen endlich das Quadrat der Einer (b^2) enthalten. Bleibt kein Rest, so ist die gefundene Zahl genau die gesuchte Quadratwurzel.

2) Ist aus einer größern Zahl die Quadratwurzel zu ziehen: so theilt man zuvor dieselbe rechts herein in Klassen von je zwei Ziffern; denn zu einer Ziffer in der Wurzel gehören zwei Stellen im Quadrate.

$$\sqrt{23|56|15} = 485{,}4.$$

```
 16 = a²
  756
  (8)8 = 2a + b
  704 = 2ab + b²
   5215
   (96)5
   4825
    39000
    (970)4
    38816
      184..
```

Nun nimmt man die Zahl klassenweise vor und zieht zuerst von den beiden vordern Klassen für sich die Wurzel aus, wie vorhin. Man sucht nämlich zur vordern Klasse, welche bei ganzen Zahlen auch nur aus einer Ziffer bestehen kann, die nächste Quadratzahl (a^2), zieht diese ab und setzt zu dem Reste die folgende Klasse. Darunter kommt zuvörderst (2a) der doppelte, vorläufige erste Wurzeltheil, so daß rechts eine Stelle frei bleibt, für den nun vermittelst dieses Divisors gesuchten, vorläufigen zweiten Wurzeltheil (b). Beide Zahlen (2a + b) multiplizirt man mit diesem zweiten Wurzeltheile (b) und zieht dann das Produkt ($2ab + b^2$) zusammen ab.

Hierauf setzt man zu dem Reste die nächste Klasse herunter, nimmt die so weit erhaltene Wurzel nunmehr als ersten Theil der weiter zu suchenden Wurzel an, und fährt so fort bis zu Ende.

Bleibt zuletzt ein Rest, so hat die gegebene Zahl keine genaue Quadratwurzel, und man kann sich derselben nur annähern durch fortgesetzte Rechnung. Es werden nämlich dem Reste noch Nullenpaare angefügt; dadurch bekommt die Wurzel noch Zehntheile, Hunderttheile u. s. w. — Die gefundene Wurzel mit sich selbst multiplizirt und um den etwaigen Rest vermehrt, muß natürlich

wieder die Zahl geben; es dient dies als Probe für die Richtigkeit der Rechnung.

Als weiteres Beispiel diene folgende Aufgabe:

In einer Heide sollen 666 Morgen quadratförmig abgesteckt werden zu einer Waldanlage. Wie viel Ruthen beträgt jede Seite, den Morgen zu 180 Quadratruthen gerechnet?

666 Morgen = 666 × 180 = 119880 Q.Ruthen;

$\sqrt{11|98|80} = 346{,}2 \ldots$ Ruthen.

```
     9 = a²
   ─────
   298
    (6)4 = 2a + b
   256 = 2ab + b²
   ──────
    4280
     (68)6
    4116
    ──────
     164,00
      (692)2
     13844
     ──────
      2556 u. s. w.
```

§. 47. Wurzelausziehung von Brüchen.

Gemeine Brüche verwandelt man zum Wurzelausziehen gewöhnlich in Dezimalbrüche, um die verlangte Wurzel nur aus dem Zähler berechnen zu müssen. Denn die Quadratwurzel aus dem Nenner eines Dezimalbruches ergiebt sich von selbst; sie ist nämlich eine 1 mit halb so viel Nullen, als derselbe Dezimalen hat. Z. B.

$$0{,}81 = \frac{81}{100};\ \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10};\ \sqrt{0{,}81} = 0{,}9.$$

$$0{,}1296 = \frac{1296}{10000};\ \sqrt{\frac{1296}{10000}} = \frac{36}{100};\ \sqrt{0{,}1296} = 0{,}36.$$

Die Anzahl der Dezimalen muß daher beim Ausziehen der Quadratwurzel eine gerade sein, oder nöthigenfalls durch Hinzufügung einer 0 zu einer geraden gemacht werden, und wird in allen Fällen von dem Komma nach der rechten Hand zu getheilt. Die Quadratwurzel von $\frac{3}{4} = 0{,}75$ ist $0{,}866025 \ldots$

Diese Wurzel aus $\frac{3}{4}$, die man füglich zu 0,866 annehmen darf, wird unter anderm bei der Gebrittpflanzung gebraucht.

Hier bekommt nämlich jeder Pflänzling zu seinem Standraume ein doppeltes gleichseitiges Dreieck. Ist dessen Seite oder die Pflanzweite a, so findet man dessen Flächeninhalt durch die Formel: $\sqrt{(a^2 - (\frac{1}{2}a)^2)} \times a$, was die Geometrie näher nachweiset.

Hieraus läßt sich folgende Formel entwickeln:

$$\begin{aligned}\sqrt{(a^2 - (\tfrac{1}{2}a)^2)} \times a &= \sqrt{(a^2 - (\tfrac{1}{2})^2 \times a^2)} \times a \\ &= \sqrt{(a^2 - (\tfrac{1}{4}a^2))} \times a \\ &= \sqrt{(\tfrac{3}{4}a^2)} \times a \\ &= \sqrt{(\tfrac{3}{4})} \times \sqrt{a^2} \times a \\ &= 0{,}866 \times a \times a \\ &= 0{,}866 \times a^2.\end{aligned}$$

Um nun den Flächenraum zu finden, der in der Gedrittpflanzung jedem Pflänzlinge zukommt, multiplizirt man die gegebene Pflanzweite a mit sich selbst und noch mit 0,866.. Dies nur zum Beispiel, wie uns die Buchstabenrechnung Wege zeigt, sehr weitläufige Zahlenrechnungen unglaublich abzukürzen und zu erleichtern.

Übrigens könnte man auch die Kubikwurzel und noch andere Wurzeln unmittelbar ausziehen; doch ist dies viel zu mühsam gegen das weit leichtere Verfahren mit Hülfe der Logarithmen.

V. Gleichungen.

§. 48. Die Gleichung.

Zwei gleichbedeutende Zahlenausdrücke für eine und dieselbe Größe, durch das Gleichzeichen mit einander verbunden, nennt man eine Gleichung. Die Gleichung besteht also aus zwei Theilen von gleichem Werthe; jeder Theil kann aus mehren Gliedern zusammengesetzt sein und sowohl bekannte als unbekannte Größen enthalten. Z. B.

$$2x = 1 + 5.$$

Man bedient sich der Gleichungen, um den Werth unbekannter Größen aus ihren Verbindungen mit bekannten Größen auf-

zufinden, und nennt dieses Aufsuchen: die Gleichung auflösen. Die Auflösung der Gleichungen geht von dem Grundsatze aus: Gleiches gleichviel vermehrt, oder vermindert, giebt wieder Gleiches. Dem gemäß ändert man die beiden Theile der Gleichung so lange, bis die unbekannte Größe allein und der Werth davon in bekannten Größen auch allein zu stehen kommt. Wird z. B. obige Gleichung auf beiden Seiten dividirt durch 2, so erhält man

$$\frac{2x}{2} = \frac{1+5}{2}$$

$$x = 3.$$

§. 49. Glieder mit + und —.

Sind in einer aufzulösenden Gleichung bekannte und unbekannte Größen durch + und — mit einander verbunden: so kann man beiderseits das Addirte subtrahiren und das Subtrahirte addiren.

Z. B. $x + 3 = 12$, subtrahirt $3 = 3$, $x = 12 - 3$. $x - 3 = 6$, addirt $3 = 3$, $x = 6 + 3$.

Hieraus ergiebt sich die Regel: Jedes mit + oder — frei verbundene Glied kann ohne Weiteres mit dem entgegengesetzten Zeichen auf die andere Seite gesetzt werden. Führt die unbekannte Größe das negative Vorzeichen, so ist sie vor allem hinüber zu bringen als positiv.

§. 50. Glieder mit × und :.

Ist das Unbekannte durch Multiplikation mit dem Bekannten verbunden, so dividirt man beiderseits durch den bekannten Faktor; ist aber das Unbekannte durch Bekanntes dividirt, so multiplizirt man mit dem Divisor. Zuvor werden die mit + und — angefügten bekannten Größen auf die andere Seite gebracht. Z. B.

$$7x + 14 = 35$$
$$7x = 35 - 14$$
$$x = \tfrac{21}{7}$$

$$ax - x = b.$$
$$(a-1)x = b.$$
$$x = \frac{b}{a-1}.$$

$$\frac{x}{2a-b} + 2b = 6a.$$

$$\frac{x}{2a-b} = 6a - 2b.$$

$$x = (6a - 2b) \times (2a - b).$$

$$x = 12a^2 - 10ab + 2b^2.$$

Faktoren der einen Seite können sonach als Divisoren der andern übergetragen werden, und so umgekehrt.

§. 51. Sonderung der unbekannten Größe.

Die unbekannte Größe ist so weit zu sondern, daß sie weder als Divisor, noch in Parenthese, noch unter einem Wurzelzeichen, noch in mehren Gliedern zugleich verbleibt.

1) Findet sich dieselbe als Divisor, so schafft man den ganzen Divisor weg, indem man alle Glieder der Gleichung damit multiplizirt. Z. B.

$$\frac{3a}{nx} = b.$$

$$3a = bnx.$$

$$\frac{3a}{bn} = x.$$

2) Ist die unbekannte Größe mit anderen eingeschlossen, so löſ't man die Parenthese auf (§. 35.), macht z. B. aus $b \times (nx - d)$ den Ausdruck $bnx - bd$.

3) Führt die unbekannte Größe ein Wurzelzeichen, so erhebt man beide Theile auf diejenige Potenz, welche das Wurzelzeichen aufhebt. Dasselbe muß jedoch zuvor auf eine Seite der Gleichung allein gebracht werden. Z. B.

$$a + \sqrt{x} = b$$

$$\sqrt{x} = b - a$$

$$x = (b - a)^2 = b^2 - 2ba + a^2.$$

4) Befindet sich die unbekannte Größe in mehren Gliedern der Gleichung, so bringt man dieselben alle zusammen auf eine Seite und verschmilzt sie dann gleichsam in Eins, achtet aber darauf, daß die unbekannte Größe einen positiven Werth behält. Z. B.

$$8x - 12 = 7x - 4$$
$$8x - 7x = 12 - 4$$
$$x = 8.$$
$$x + \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{3}x = 44$$
$$\frac{6x}{6} + \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = 44$$
$$\frac{11}{6}x = 44$$
$$11x = 44 \times 6$$
$$x = \frac{44 \times 6}{11} = 24.$$

Erscheint die unbekannte Größe negativ, so multiplizirt man die ganze Gleichung mit — 1, oder verwandelt durchgängig — in + und + in — (§. 38.). Z. B.

$$2x + 8 = 4x + 2$$
$$2x - 4x = 2 - 8$$
$$-2x = -6$$
$$\times(-1)$$
$$+2x = +6$$
$$x = 3.$$

§. 52. Ansatz der Gleichung.

Eine Aufgabe als Gleichung zu bilden, suche man die als gleich gegebenen, bekannten und unbekannten Größen heraus und setze sie in der bestimmten Verbindung einander gegenüber. Die Beschaffenheit der so erhaltenen Gleichung muß dann ausweisen, in welcher Ordnung und auf welche Weise Veränderungen anzubringen sind, die zur Auflösung führen.

Enthält die Aufgabe mehre unbekannte Größen, so muß sie auch eben so viele verschiedenen Gleichungen geben, jede mit denselben unbekannten Größen, sonst bleiben die gesuchten Werthe unbestimmt. Wäre z. B. $x + y = 10$ gegeben, so wäre weder der Werth von $x = 10 - y$, noch der von $y = 10 - x$ bestimmt. Nur durch eine andere Gleichung, z. B. $x - y = 4$, würde es erst möglich, die Werthe von x und y aufzufinden. Aus dieser entwickelte man nämlich für x noch einen anderen

Ausdruck, $x = 4 + y$, und bildete dann aus beiden Werthen von x eine dritte Gleichung bloß mit y; z. B.

$$\begin{array}{r} x = 10 - y \\ x = 4 + y \\ \hline 10 - y = 4 + y. \end{array}$$

Daraus folgt $10 - 4 = 2y$ und $y = \frac{10-4}{2} = 3$. Setzt man diesen Werth in eine der beiden Gleichungen für x, so findet sich $x = 10 - 3$ oder $4 + 3$.

Die unbekannte Größe kann übrigens vorkommen in der ersten, zweiten oder einer höheren Potenz, und danach unterscheidet man einfache, quadratische und höhere Gleichungen. Wir brauchen nur die leichteren einfachen und quadratischen, wovon hier noch einige Anwendungen folgen.

§. 53. Einfache Gleichungen mit einer unbekannten Größe.

1) Es kauft Jemand 100 Klaftern, theils buchenes, theils eichenes Scheitholz für 450 Thlr.; die Klafter Buchenholz kostet 5 Thlr., die Klafter Eichenholz 3 Thlr.; wie viel ist von jeder Sorte gekauft?

Nennt man die Anzahl der Buchenklaftern x, so ist die Anzahl der Eichenklaftern $100 - x$ und der Geldbetrag für das Buchenholz $x \times 5$ Thlr., der für das Eichenholz $(100 - x) \times 3$ Thlr. Daraus entwickelt sich die Gleichung:

$$x \times 5 + (100 - x) \times 3 = 450.$$

Hierin wird zuerst die Parenthese gelös't,

$$x \times 5 + 300 - 3x = 450;$$

dann x von dem Bekannten gesondert,

$$5x - 3x = 450 - 300$$
$$2x = 150$$
$$x = \tfrac{150}{2} = 75.$$

Man findet also:

75 Klftr. Buchenholz	zu 5 Thlr.	für	375 Thlr.
25 Klftr. Eichenholz	zu 3 Thlr.	für	75 Thlr.
			450 Thlr.

2) Ein Waldertrag x wäre unter A, B und C zu theilen, und es erhielte:

A die Hälfte weniger 95 Thlr., also $\frac{1}{2}x - 95$ Thlr.,
B ein Drittel weniger 75 Thlr., also $\frac{1}{3}x - 75$ Thlr.,
C ein Viertel weniger 30 Thlr., also $\frac{1}{4}x - 30$ Thlr.

Hieraus ergiebt sich: $x = \frac{13}{12}x - 200.$
Mit 12 multiplizirt: $12x = 13x - 2400.$
2400 addirt: $12x + 2400 = 13x.$
12x subtrahirt: $2400 = x.$

Der Waldertrag war also: 2400 Thlr.
Davon erhielte A: 1105 Thlr.
B: 725 Thlr.
C: 570 Thlr.

§. 54. Einfache Gleichungen mit mehr als einer unbekannten Größe.

Man kauft 6 Klaftr. Buchenholz und 10 Klaftr. Eichenholz für 76 Thlr., und wieder 7 Klaftr. Buchenholz und 15 Klaftr. Eichenholz für 102 Thlr. Wie theuer kommt die Klafter jeder Art?

Diese Aufgabe läßt sich in dreifach verschiedener Weise lösen:

1) Nennt man den Preis der Buchenklafter x und den der Eichenklafter y, so ist:

$$6x + 10y = 76, \text{ und } 7x + 15y = 102.$$

Hier sucht man zuvörderst zwei Werthe von x:

$$6x = 76 - 10y, \text{ also } x = \frac{76-10y}{6},$$

$$7x = 102 - 15y, \text{ also } x = \frac{102-15y}{7}.$$

Beide Werthe von x geben eine neue Gleichung:

$$\frac{76-10y}{6} = \frac{102-15y}{7},$$

aus welchen sich y leicht entwickeln läßt:

$$(76 - 10y) \times 7 = (102 - 15y) \times 6,$$
$$532 - 70y = 612 - 90y$$
$$90y - 70y = 612 - 532$$
$$20y = 80$$
$$y = \frac{80}{20} = 4.$$

Weiß man erst, daß $y = 4$ ist, so kann man auch leicht finden, daß $x = 6$ ist.

2) Man könnte auch von jenen gegebenen Gleichungen

$$6x + 10y = 76$$
$$7x + 15y = 102$$

die erste mit 3 und die zweite mit 2 multipliziren und alsdann eine von der andern abziehen, nämlich:

$$\begin{array}{lrcl} \text{von} & 18x + 30y & = & 228 \\ \text{ab} & 14x + 30y & = & 204 \\ \hline \text{bleibt:} & 4x & = & 24 \\ & x & = & 6. \end{array}$$

3) Endlich könnte man auch aus einer der gegebenen Gleichungen den Werth von x (oder y) suchen, diesen in die zweite Gleichung substituiren, dadurch die eine unbekannte Größe wegschaffen und dann den Werth der zweiten unbekannten Größe in gewöhnlicher Weise entwickeln. Z. B.

$$6x + 10y = 76$$
$$6x = 76 - 10y$$
$$x = \frac{76-10y}{6}.$$

Diesen Werth in die zweite Gleichung $7x + 15y = 102$ für x substituirt, ergiebt:

$$7\left(\frac{76-10y}{6}\right) + 15y = 102$$
$$7(76-10y) + 90y = 612$$
$$532 - 70y + 90y = 612$$
$$20y = 612 - 532$$
$$20y = 80$$
$$y = 4.$$

Hat man aber $y = 4$ gefunden, so ergiebt sich leicht, daß $x = 6$ ist.

Die Auflösung dieser Aufgabe erfolgte also im ersten Fall durch Entwickelung gleicher Werthe, im zweiten durch Subtraktion der zuvor so umgeformten Gleichungen, daß dadurch eine der unbekannten Größen weggeschafft wurde *), im

*) Oft lassen sich auch die Gleichungen so umgestalten, daß durch Addition derselben eine der unbekannten Größen entfernt wird.

dritten Fall durch Substitution. Nach Beschaffenheit der Aufgabe wendet man bald diese, bald jene Methode an.

§. 55. Reine quadratische Gleichungen.

In der reinen quadratischen Gleichung findet sich die unbekannte Größe nur allein als Quadrat. Dies erfordert noch die Ausziehung der Quadratwurzel.

1) Auf einen Morgen von 180 Q.Ruthen, zu 12 × 12 Q.Fuß, sollen 1200 Pflänzlinge in Geviertform gepflanzt werden; man fragt nach dem Abstande x.

Der Standraum für jeden Stamm ist x^2, also

$$x^2 \times 1200 = 180 \times 12 \times 12$$

$$x^2 = \frac{180 \times 12 \times 12}{1200}$$

$$x = \sqrt{\frac{180 \times 12}{100}} = 4{,}65 \text{ Fuß.}$$

2) In einer Reihenpflanzung soll der Reihenabstand y viermal so groß, als die Pflanzweite x sein, und der Standraum $y \times x$ soll 36 Quadratfuß enthalten:

$$y \times x = 36 \text{ und } y = 4x$$

$$y = 36 : x = 4x$$

$$36 = 4x^2$$

$$36 : 4 = x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = 3 \text{ Fuß,}$$

$$y = 4 \times 3 = 12 \text{ Fuß,}$$

$$xy = 3 \times 12 = 36 \text{ Q.Fuß.}$$

§. 56. Vermischte quadratische Gleichungen.

In der vermischten quadratischen Gleichung findet sich die unbekannte Größe nicht nur als Quadrat, sondern auch als erste Potenz.

Diese beiden Glieder muß man ergänzen zum vollständigen Quadrate einer zweitheiligen Wurzel nach der Form $x^2 \pm 2bx + b^2 = (x \pm b)^2$ (§. 45.). Z. B.

Der Platz zu einer Pflanzschule von 600 Quadratruthen wäre 10 Ruthen länger, als die Breite x beträgt. Wie breit ist derselbe?

Gegeben: $x \times (x + 10) = 600$.

Die Parenthese aufgelöst:

$$x^2 + 10x = 600;$$

den vordern Theil zu einem vollständigen Quadrate ergänzt, nach obiger Form,

$$\text{mit} \qquad 5^2 = 25$$

$$x^2 + 2 \times 5x + 5^2 = 625.$$

Aus beiden Theilen die Wurzel gezogen:

$$x + 5 = \sqrt{625} = 25$$

$$x = 25 - 5 = 20 \text{ Ruthen.}$$

Die Länge ist: $20 + 10 = 30$ Ruthen.

Der Inhalt ist: $20 \times 30 = 600$ Q.Ruthen.

VI. Proportionen.

1. Die arithmetische Proportion.

§. 57. Arithmetisches Verhältniß.

Das Verhältniß zweier Zahlen hinsichtlich ihrer Differenz heißt **arithmetisch** und wird mit dem Subtraktionszeichen angedeutet, z. B. 8—6. Arithmetische Verhältnisse mit gleicher Differenz sind gleich, und zwei gleiche arithmetische Verhältnisse, verbunden durch das Gleichzeichen, bilden eine sogenannte **arithmetische Proportion**, eigentlich eine Differenzgleichung. Z. B.

$$8 - 6 = 5 - 3.$$

Die vier Größen einer Proportion heißen **Glieder**, und man unterscheidet, in Beziehung auf die einzelnen Verhältnisse, **Vorder-** und **Hinterglieder**, in Beziehung auf die ganze Proportion, **äußere** und **mittlere** Glieder. Sind die mittlern Glieder gleich, so heißt die Proportion **stetig**, z. B. $10—7=7—4$. Diese wird auch wohl geschrieben $10—7—4$.

Bezeichnen wir die Differenz mit d, so ist der allgemeine Ausdruck für jede arithmetische Proportion:

$$(a \pm d) - a = (b \pm d) - b.$$

Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle die Summen der äußern und mittlern Glieder gleich sind; denn sie bestehen aus gleichen Summanden,

nämlich $a + d + b = a + b + d$,

oder $a - d + b = a + b - d$.

Daher nennt man die beiden äußern, so wie die beiden mittlern Glieder zusammengehörige.

§. 58. Ein unbekanntes Glied der arithmetischen Proportion zu finden.

Jedes unbekannte vierte Glied einer arithmetischen Proportion wird gefunden, wenn man von der Summe der beiden bekannten, zusammengehörigen Glieder das dritte bekannte Glied abzieht.

Denn wenn $x - 6 = 5 - 3$

so ist auch $x + 3 = 6 + 5$ (§. 57.)

und daher $x = (6 + 5) - 3 = 8$ (§. 49.).

Oder wenn $8 - 6 = y - 3$

so ist auch $8 + 3 = 6 + y$

und deßhalb $8 + 3 - 6 = y = 5$.

In der stetigen Proportion

$$4 - 7 = 7 - z$$

ist $4 + z = 7 + 7 = 2 \times 7$.

und $z = (2 \times 7) - 4 = 10$.

§. 59. Die arithmetische Mittelzahl.

In der stetigen arithmetischen Proportion heißt das mittlere Glied das arithmetische Mittel der beiden äußern Glieder. Diese Zahl wird gefunden, wenn man die Summe der beiden äußern Glieder halbirt.

In $4 - x = x - 10$

ist $4 + 10 = 2x$

und $\frac{4 + 10}{2} = x$.

Gesetzt, es koste die Klafter Buchenholz 3 Thlr. und die Klafter Eichenholz 2 Thlr. 6 Sgr. und man fragte nach dem Preise einer Klafter, die aus gleichen Theilen beider Holzarten zusammengesetzt ist: so macht man den Ansatz: 3 Thlr. — x = x — 2 Thlr. 6 Sgr. und findet zum Mittelpreise $x = \frac{3 \text{ Thlr.} + 2 \text{ Thlr. } 6 \text{ Sgr.}}{2}$ = 2 Thlr. 18 Sgr.

§. 60. Durchschnittsrechnung.

Die Mittel- oder Durchschnittszahl kann auch aus drei, vier und mehr Größen berechnet werden, indem man deren Summe nach Umständen entweder durch die Anzahl der gegebenen Posten, oder durch die Summe der gebrauchten Hülfsfaktoren dividirt. Im erstern Falle ist es ein bloßer Postendurchschnitt, im andern ein Faktorendurchschnitt.

1) Postendurchschnitt. Die Summe gegebener Posten wird durch die Postenanzahl dividirt. Z. B. Man probt eine Flinte mit einer gewissen Schrotsorte und schießt in derselben Entfernung auf einen Bogen Papier:

von dem 1. Schusse 16 Körner
» » 2. » 24 »
» » 3. » 19 »
» » 4. » 13 »

Von allen vier Schüssen 72 Körner,
also von einem Schusse im Durchschnitt
72 : 4 = 18 Körner.

Dies ist das eigentliche arithmetische Mittel.

2) Faktorendurchschnitt. Hier werden summarische Produkte durch einen Faktorenbetrag dividirt. Fänden sich z. B. an einem Eichenschafte

56 K.Fuß Bauholz, zu 2 Gr. Nutzwerth, beträgt 112 Gr.,
16 » Brennholz, zu $\frac{1}{2}$ Gr. Brennwerth, betr. 8 »

72 K.Fuß Massengehalt für . . . . 120 Gr.,
so wäre im Durchschnitt der K.Fuß
120 : 72 = $1\frac{2}{3}$ Gr. werth.

Diese Durchschnittszahl nennt man neuerlich die geometrische.

3) Hätten vier, einer Bestandesabtheilung entnommene Jahresschläge folgenden Ertrag gegeben:

der 1.	auf	5 Mg.	18500	K.Fuß,
» 2.	»	7 »	19600	»
» 3.	»	6 »	19740	»
» 4.	»	6 »	17760	»
zusammen	auf	24 Mg.	75600	K.Fuß,

so wäre das arithmetische Mittel oder der Durchschnittsertrag von jedem Jahre

75600 : 4 = 18900 K.Fuß.

Dagegen betrüge der sogenannte geometrische Durchschnitt oder der Durchschnittsertrag pr. Morgen

75600 : 24 = 3150 K.-Fuß.

Solche Durchschnittsrechnungen hat der Forstwirth vielfältig anzuwenden.

2. Die geometrische Proportion.

§. 61. Geometrisches Verhältniß.

Das Verhältniß zweier Zahlen hinsichtlich ihres Quotienten heißt **geometrisch** und wird mit dem Divisionszeichen angedeutet, z. B. 8:6. Das geometrische ist das eigentliche Verhältniß und nichts anderes, als eine Divisionsaufgabe oder ein Bruch; denn 8 : 6 = $\frac{8}{6}$ = $1\frac{1}{3}$. Werden daher beide Glieder des Verhältnisses, wie in dem Bruche Zähler und Nenner (§. 15.), mit einer und derselben Zahl multiplizirt, oder dividirt: so bleibt der Quotient oder Werth desselben unverändert, z. B. 8 : 6 =(8×3) : (6×3) = (8:2) : (6:2) = $1\frac{1}{3}$. Der Quotient heißt bei dem geometrischen Verhältnisse auch noch Exponent.

Geometrische Verhältnisse mit gleichen Quotienten sind gleich, und zwei gleiche geometrische Verhältnisse, verbunden durch das Gleichzeichen, bilden eine sogenannte **geometrische Proportion**, eine eigentliche Verhältnißgleichung. Z. B.

8 : 6 = 4 : 3.

Die Glieder derselben heißen, wie in der arithmetischen Proportion: **vordere** und **hintere**, **äußere** und **mittlere**, auch **zusammengehörige**.

In der **stetigen** Proportion sind die mittlern Glieder gleich, z. B. $4 : 8 = 8 : 16$; dies schreibt man auch wohl $4 : 8 : 16$.

Bezeichnen wir den Quotienten mit q, so ist der allgemeine Ausdruck für jede geometrische Proportion:

$$aq : a = bq : b,$$

worin q ebensowohl eine ganze, als eine gebrochene Zahl bedeuten kann.

Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle **die Produkte der äußern und der mittlern, oder der zusammengehörigen Glieder, gleich sind.** Denn sie bestehen aus gleichen Faktoren, nämlich:

$$aqb = abq.$$

In der stetigen geometrischen Proportion ist sonach das Produkt der äußern Glieder gleich dem Quadrate eines der mittlern Glieder.

§. 62. Veränderungen an Proportionen.

Mit den Gliedern geometrischer Proportionen können mancherlei Veränderungen vorgenommen werden, zur Gestaltung neuer Proportionen. Bleibt das Produkt der äußern Glieder dem der mittlern gleich: so ist auch jede neue Proportion wieder eine geometrische.

1) Man kann die zusammengehörigen Glieder versetzen:

Aus $aq : a = bq : b$ oder $2 : 4 = 6 : 12$ folgt:

$aq : bq = a : b$	$2 : 6 = 4 : 12$
$b : bq = a : aq$	$12 : 6 = 4 : 2$
$b : a = bq : aq$	$12 : 4 = 6 : 2$
$a : aq = b : bq$	$4 : 2 = 12 : 6$
$a : b = aq : bq$	$4 : 12 = 2 : 6$
$bq : b = aq : a$	$6 : 12 = 2 : 4$
$bq : aq = b : a$	$6 : 2 = 12 : 4$

2) Man kann die beiden Glieder eines Verhältnisses mit einerlei Zahl multipliziren oder dividiren.

Wenn $aq : a = bq : b$ oder $2 : 4 = 6 : 12$

so ist: $aq \times n : a \times n = bq : b$ — $2 \times 3 : 4 \times 3 = 6 : 12$;

auch $aq : a = \frac{bq}{n} : \frac{b}{n}$ — $2 : 4 = \frac{6}{3} : \frac{12}{3}$.

3) Man kann in einer Proportion die entsprechenden Glieder beider Verhältnisse addiren, oder subtrahiren.

Wenn $aq : a = bq : b$ oder $2 : 4 = 6 : 12$

so ist: $aq + a : a = bq + b : b$ $\quad 2 + 4 : 4 = 6 + 12 : 12$;

auch $aq - a : a = bq - b : b$ $\quad 2 - 4 : 4 = 6 - 12 : 12$.

Eben so verhalten sich die Summen der ersten und zweiten Glieder von zwei und mehr gleichen Proportionen, wie die Glieder eines der Hinterverhältnisse:

Wenn $aq : a = q : 1$ oder $2 : 4 = \frac{1}{2} : 1$

und $bq : b = q : 1$ $\quad 6 : 12 = \frac{1}{2} : 1$

so ist: $aq + bq : a + b = q : 1$ $\quad 2 + 6 : 4 + 12 = \frac{1}{2} : 1$.

4) Man kann die vier Glieder einer geometrischen Proportion mit den vier gleichnamigen einer andern, dritten u. s. w. multipliziren, oder dividiren.

Wenn $aq : a = bq : b$ oder $2 : 4 = 6 : 12$

und $op : o = rp : r$ $\quad 1 : 3 = 2 : 6$

so ist: $aq \times op : a \times o = bq \times rp : b \times r$ $\quad 2 \times 1 : 4 \times 3 = 6 \times 2 : 12 \times 6$;

auch $\frac{aq}{op} : \frac{a}{o} = \frac{bq}{rp} : \frac{b}{r}$ $\quad \frac{2}{1} : \frac{4}{3} = \frac{6}{2} : \frac{12}{6}$.

5) Man kann ebensowohl die vier Glieder auf eine gewisse Potenz erheben, oder aus denselben eine gewisse Wurzel ziehen.

Wenn $aq : a = bq : b$ oder $4 : 9 = 16 : 36$

so ist: $(aq)^2 : a^2 = (bq)^2 : b^2$ $\quad 4^2 : 9^2 = 16^2 : 36^2$;

auch $\sqrt{(aq)} : \sqrt{a} = \sqrt{(bq)} : \sqrt{b}$ $\quad \sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{16} : \sqrt{36}$.

§. 63. Ein unbekanntes Glied der geometrischen Proportion zu finden.

1) Jedes unbekannte vierte Glied einer geometrischen Proportion wird gefunden, wenn man das Produkt der beiden bekannten, zusammengehörigen Glieder durch das dritte bekannte Glied dividirt. In der Proportion

$$8 : 4 = 6 : x$$

ist $8 \times x = 4 \times 6$ (§. 61.),

und werden beide gleichen Produkte durch 8 dividirt: so entsteht

$$x = \frac{4 \times 6}{8} = 3.$$

In der Proportion

$$24 : 6 = x : 2$$
$$\text{ist} \quad x \times 6 = 24 \times 2$$
$$\text{und} \quad x = \frac{24 \times 2}{6} = 8.$$

2) Das mittlere Glied einer stetigen geometrischen Proportion oder die mittlere geometrische Proportionalzahl wird gefunden, wenn man aus dem Produkte der beiden äußern Glieder die Quadratwurzel zieht. Z. B.

$$4 : x = x : 16$$
$$4 \times 16 = x \times x$$
$$\sqrt{(4 \times 16)} = x = 8.$$

Diese eigentliche geometrische Mittelzahl ist nicht mit der sogenannten geometrischen Durchschnittszahl (§. 60. 2.) zu verwechseln.

§. 64. Regelbetri.

Die Regelbetri ist nichts anderes, als eine angewandte Proportionsrechnung, und lehrt, zu drei benannten Proportionalzahlen die vierte durch Rechnung finden. Diese vier Zahlen bilden zwei gleiche Verhältnisse verschiedenartiger Dinge, z. B. von Waaren und Preisen, von Arbeit und Lohn, von Kapitalien und Zinsen. Das eine Verhältniß, dessen beiden Glieder bekannt sind, heißt das Hülfsverhältniß, das andere, nach dessen unbekanntem Gliede gefragt wird, das Frageverhältniß; gewöhnlich setzt man jenes zuerst, dieses zuletzt und nimmt die unbekannte Größe zum vierten Gliede. Dabei ist es von besonderer Wichtigkeit, darauf zu achten, ob die beiden Verhältnisse in gerader oder verkehrter Beziehung zu einander stehen.

1) Gerade Verhältnisse sind solche, die in gleichem Maße steigen oder fallen, z. B.

1 Klftr. Holz verhält sich zu 10 Klftrn., wie 5 Thlr. zu 50 Thlrn.

In allen Fällen, wo das Kleinere zum Kleineren, oder das Größere zum Größeren führt, oder wo man sagen kann: je weniger des einen, desto weniger des anderen, oder je mehr des einen, desto mehr des anderen, hat man es mit geraden Verhältnissen

zu thun; z. B. je mehr Waare, desto mehr Geld; je weniger Waare, desto weniger Geld; je mehr Kapital, desto mehr Zinsen; je weniger Kapital, desto weniger Zinsen u. s. w.

2) Bei verkehrten Verhältnissen steigt das eine, wie das andere fällt. Z. B. wenn 24 Arbeiter eine gewisse Arbeit in 4 Wochen vollenden, so werden 12 Arbeiter dazu 8 Wochen gebrauchen; Zahl der Arbeiter und Arbeitszeit stehen demnach im umgekehrten Verhältniß, oder

24 Arbeiter : 12 Arbeitern = 4 Wochen : 8 Wochen.

In allen Fällen also, wo das Kleinere zum Größeren oder das Größere zum Kleinern führt, oder wo man sagen kann: je mehr des einen, desto weniger des andern, und je weniger des einen, desto mehr des andern, hat man es mit verkehrten Verhältnissen zu thun, welche daher auch den umgekehrten Regeldetri-Ansatz fordern. Z. B. je höher der Preis einer Waare ist, eine um so geringere Menge derselben wird man für gleiches Geld erhalten; je größer ein Fußmaß ist, um so weniger dieser Füße werden in einer bestimmten Länge enthalten sein; je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit gebrauchen dieselben zu einer gewissen Arbeit u. s. w.

Aus der Natur der Sache ist leicht zu erkennen, ob die Aufgabe gerade oder verkehrte Verhältnisse enthält, und darnach setzt man das Vorderverhältniß in jedem Falle an. Die Rechnung selbst wird verrichtet, wie mit unbenannten Zahlen.

Wenn 3 Klftr. zu 7 Thlr. verkauft werden, wie viel kosten 50 Klftr.? Man hat es hier offenbar mit einem geraden Verhältniß zu thun, und setzt demnach an:

Klftr.		Klftr.		Thlr.		Thlr.
3	:	50	=	7	:	x

und findet, ohne bei der Berechnung weiter zu berücksichtigen, was 3, 50 und 7 bedeuten,

$$x = \frac{50 \times 7}{3} = 116\tfrac{2}{3};$$

die gefundene Zahl kann begreiflich nur Thaler bedeuten.

Man könnte auch die mittlern Glieder verwechseln und wie die Alten setzen:

3 Klftr. kosten 7 Thlr., 50 Klftr. kosten x Thlr.,

wenn dabei nur die zusammengehörigen Glieder, hier 50 und 7 nicht getrennt werden (§. 62. 1.).

Als ein Beispiel für die verkehrte Regelbetri diene folgende Aufgabe:

Wenn 12 Mann eine Holzpflanzung in 21 Tagen vollenden, wie viel Tage werden 18 Arbeiter an derselben Arbeit zubringen? Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit werden sie gebrauchen; hier führt also die Aufgabe von einer größern Zeit zu einer kleinern, und es muß in dem Hülfsverhältnisse das größere Glied zuerst stehen, nämlich:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Mann} & & \text{Mann} & & \text{Tage} & & \text{Tage} \\ 18 & : & 12 & = & 21 & : & x \end{array}$$

$$x = \frac{12 \times 21}{18} = 14.$$

§. 65. Einrichtung des Regelbetri=Ansatzes.

Finden sich in den Gliedern des Hülfsverhältnisses verschiedene Sorten, so werden sie vorher auf einerlei Einheiten gebracht, damit man das reine Verhältniß bekommt; das dritte Glied wird in solchen Einheiten angesetzt, in welchen die unbekannte Größe am leichtesten zu berechnen ist.

Kostete z. B., wie im Jahre 1840, eine Sendung von 3 Ctnr. 74 ℔ Lärchsamen 130 Fl. 54 Xr., und man fragte, wie theuer 1 Ctnr. 28 ℔ dieses Samens sei: so wäre zu verwandeln:

3 Ctnr. 74 ℔ in 374 ℔,
1 Ctnr. 28 ℔ in 128 ℔,
130 Fl. 54 Xr. in 130,9 Fl.

und dann zu setzen:

$$374 \text{ ℔} : 128 \text{ ℔} = 130{,}9 \text{ Fl.} : x \text{ Fl.}$$

$$x = \frac{128 \times 130{,}9}{374} = 44{,}8 \text{ Fl.} = 44 \text{ Fl. } 48 \text{ Xr.}$$

Zuweilen ist die Auflösung leichter, wenn man bei dem Gleichnamigmachen ganze Zahlen in Brüche höherer Sorten verwandelt. Z. B.

16 Lth. : 5 ℔ 4 Lth. = 2 Gr. 9 Pf. : x Gr.
$\frac{1}{2}$ ℔ : $5\frac{1}{8}$ ℔ = $2\frac{3}{4}$ Gr. : x Gr.

§. 66. Hebung der Glieder.

Man kann in dem Regeldetri-Ansatze das vordere und ein mittleres Glied gegen einander heben, oder doch zur Rechnung geschickter machen.

Aus a : b = c : x folgt

$$x = \frac{b \times c}{a} = \frac{b}{a} \times c = b \times \frac{c}{a} = \frac{bc : n}{a : n} = \frac{bc \times n}{a \times n}.$$

In diesen verschiedenen Formen liegt der Grund mancher anzuwendenden Rechnungsvortheile.

1) Man kann sogleich mit dem Vordergliede in eines der mittlern Glieder dividiren und dann den Quotienten mit dem andern Mittelgliede multipliziren.

Z. B. in 3 : 9 = 8 : x
ist $x = \frac{9}{3} \times 8 = 24$.

2) Kommt ein gewisses Hülfsverhältniß öfter vor, so drückt man seinen Exponenten durch einen ständigen Dezimalbruch aus, merkt sich denselben und multiplizirt damit ohne Weiteres die dazu gegebene Fragezahl. Z. B. Der weimarische Fuß hält 125 pariser Linien, der preußische 139,13. Beide Größen ergäben für die Verwandlung einer Anzahl weimarischer Fuße w in preußische Fuße x:

$$139{,}13 : 125 = w : x$$
$$\text{oder } \frac{125}{139{,}13} \times w = x$$
$$\text{oder } 0{,}8984.. \times w = x,$$
$$\text{wofür auch } 0{,}9 \times w = x$$

bei minderer Genauigkeit diente. Darnach wäre z. B. eine Stammlänge von 80 weimarischen Fußen (80 × 0,9) = 72 preußischen Fußen. Man nennt diesen ständigen Dezimalbruch: den Reduktionsfaktor.

3) Man kann das Vorderglied, als Nenner, und eines der mittlern Glieder, als Zähler betrachtet, mit dem größten gemeinschaftlichen Theiler heben und dadurch die Rechnung abkürzen.

Z. B. $21 : 8 = 35 : x$
dividirt durch $7 \quad = 7$
$3 : 8 = 5 : x.$

4) Zur Erleichterung des weitern Rechnens dürfte auch das bekannte Vorderglied und eines der mittlern Glieder mit einer geeigneten Zahl multiplizirt werden. Ist das Vorderglied ein Bruch, so multiplizirt man mit dem Nenner; ist es ein Theiler von 10, 100, 1000 ..., mit einem Faktor, der zum Produkte 10, 100, 1000 ... giebt. Z. B.

$1\frac{1}{4} : 36 = 3\frac{1}{2} : x$
multiplizirt mit $4 \quad = 4$
$5 : 36 = 14 : x$

$25 : 113 = 5\frac{1}{2} : x$
multiplizirt mit $4 \quad = 4$
$100 : 113 = 22 : x.$

5) Enthalten das Vorderglied und ein Mittelglied Brüche, so bringt man sie unter einerlei Benennung und braucht dann bloß die Zähler. Z. B.

$\frac{3}{4}$ Ctnr. : $3\frac{1}{3}$ Ctnr. = 72 Fl. : x Fl.
$\frac{9}{12}$ „ : $\frac{40}{12}$ „ = 72 „ : x „
9 „ : 40 „ = 72 „ : x „

§. 67. Welsche Praktik.

Die sogenannte *welsche Praktik* besteht in vortheilhafter Zerfällung der benannten Zahlen eines der mittlern Glieder zur stückweisen Multiplikation (§. 31. 2.). Beispiele können dies am deutlichsten machen. Es sei die Frage: 1 ℔ koste 25 Sgr., was 36 ℔? Hier setzt man

1 ℔ : 36 ℔ = 25 Sgr. : x
zerfällt in
24 Thlr. zu 20 Sgr. = $\frac{2}{3}$ Thlr.
6 Thlr. zu 5 Sgr. = $\frac{1}{4}$ vom Vorigen.
30 Thlr. = x.

Dabei wurden die 25 Sgr. zerfällt in 20 + 5 oder in $\frac{2}{3}$ Thlr. und in $\frac{1}{4}$ von den $\frac{2}{3}$ Thlrn. = $\frac{1}{6}$ Thlr., und so kosten die 36 ℔

zuerst $36 \times \frac{2}{3} = 24$ Thlr.

und noch $24 \times \frac{1}{4} = \ \ 6$ Thlr. oder $36 \times \frac{1}{6}$ Thlr.

Als weiteres Beispiel sei gegeben:

1 Klftr. : 68 Klftr. = 5 Thlr. 22 gGr. 3 Pf. : x

zerfällt in:

340 Thlr.	— gGr.	zu 5 Thlr.	
34 „	— „	„ 12 gGr.	= $\frac{1}{2}$ Thlr.
17 „	— „	„ 6 „	= $\frac{1}{2}$ vom Vorigen
11 „	8 „	„ 4 „	= $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{2}$ Thlr.
— „	17 „	„ 3 Pf.	= $\frac{1}{4}$ gGr.
403 Thlr.	1 gGr. = x.		

Weil diese Rechnungsvortheile so leicht sind, werden sie im bürgerlichen Leben gar vielfältig gebraucht.

§. 68. Zusammensetzung mehrer Proportionen.

Werden von mehren Proportionen die ersten, zweiten, dritten und vierten Glieder mit einander multiplizirt, so entsteht eine neue, zusammengesetzte Proportion (§. 62. 4.). Sind diese Proportionen von der Beschaffenheit, daß jedes Mal das folgende dritte Glied dem vorhergehenden vierten gleich ist: so verhält sich das Produkt aller ersten Glieder zu dem Produkte aller zweiten Glieder, wie das dritte Glied der ersten Proportion zu dem vierten Gliede der letzten Proportion. Denn in dem hintern Verhältnisse der zusammengesetzten Proportion lassen sich die gleichen Faktoren gegen einander heben. Z. B.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
8 & : & 6 & = & 4 & : & x \\
7 & : & 14 & = & x & : & y \\
2 & : & 5 & = & y & : & z \\
\hline
8 \times 7 \times 2 & : & 6 \times 14 \times 5 & = & 4 \times x \times y & : & x \times y \times z \\
\hline
8 \times 7 \times 2 & : & 6 \times 14 \times 5 & = & 4 & : & z.
\end{array}
$$

Diese Zusammensetzung mehrer Proportionen giebt den Grund zur Regel mit Fünfen, Siebenen u. s. w.

§. 69. Regel mit Fünfen.

Die Regel mit Fünfen lehrt, zu fünf gegebenen benannten Zahlen die sechste finden, unter der Bedingung, daß das Verhältniß der fünften zur sechsten das zusammengesetzte der vier erstern ist. Z. B.

1) Man handelte im Jahre 1841 das ℔ Kiefernsamen für 18 Sgr.; wie viel Fl. rheinisch kostete der Ctr. zu 108 ℔, wenn 30 Sgr. = $1\frac{3}{4}$ Gulden sind?

1 ℔	: 108 ℔	= 18 Sgr.	: x Sgr.	
30 Sgr.	: $1\frac{3}{4}$ Fl.	= x Sgr.	: y Fl.	
30	: $108 \times 1\frac{3}{4}$	= 18	: y	

$$y = \frac{108 \times 1\frac{3}{4} \times 18}{30} = 113 \text{ Fl. } 24 \text{ Xr.}$$

2) Säete man an dem hannöverischen Harze in den Fichtenpflanzschulen pr. Kalenberger Mg. 200 ℔ Samen, und es sollte im badischen Schwarzwalde eine gleiche Aussaat versucht werden: so wäre nach Taf. 126 und 132 anzusetzen:

1,369 kalb. Mg.	: 1,410 bad. Mg.	= 200 hanv. ℔	: x
500 bad. ℔	: 467,7 hanv. ℔	= x	: y bad. ℔
684,5	: 659,46	= 200	: y

$$y = \frac{659{,}46 \times 200}{684{,}5} = 192{,}7 \text{ bad. ℔.}$$

3) Wollte man in Baden die Kiefernzapfensaat auf verödetem Kalkboden versuchen nach der in Preußen üblichen Aussaat, pr. Mg. 12 Scheffel, so rechnete man nach Tafel 126 oder 128 und 131:

1 pr. Mg.	: 1,41 bad. Mg.	= 12 pr. Schl.	: x
7561 bad. Mltr.	: 2770 pr. Schl.	= x	: y bad. Mltr.
7561	: 1,41 × 2770	= 12	: y

$$y = \frac{1{,}41 \times 2770 \times 12}{7561} = 6{,}2 \text{ bad. Mltr.}$$

4) Wenn 10 Acker Waldgrund für 3 Stück Vieh auf 4 Tage Weide geben können; wie viel Tage weiden 6 Stück auf 25 Acker von gleicher Beschaffenheit? Erstens: Haben 3 Stück 4 Tage zu weiden, so werden 6 Stück x Tage Weide finden. Leicht begreiflich findet hier ein umgekehrtes Verhältniß statt,

weil die größere Anzahl Vieh um so kürzere Zeit Nahrung findet; das Vorderverhältniß muß also fallend werden, nämlich 6 : 3 = 4 : x. Zweitens: 10 Acker geben für das fragliche Vieh x Tage Weide, 25 Acker geben y Tage. Das Verhältniß ist hier offenbar ein gerades.

Zusammengesetzt:

6 Stück	: 3 Stück	= 4 Tage	: x Tage
10 Acker	: 25 Acker	= x Tage	: y Tage
6 × 10	: 3 × 25	= 4	: y

$$y = \frac{3 \times 25 \times 4}{6 \times 10} = 5 \text{ Tage.}$$

Zu heben durch 3. 5. 2. 2.

§. 70. Regeln mit Siebenen, Neunen u. s. w.

Diese Regeln lehren zu 7, 9 und mehr Zahlen, in zusammengesetzter Proportion, die 8., 10. u. s. w. finden; sie verbinden drei, vier und mehr Regeldetri-Ansätze. Z. B.

1) Wenn 20 Holzhauer im Herbste 4 Wochen lang täglich 8 Stunden arbeiten und 300 Klftr. Stockholz fertigen, wie viel Wochen werden 16 Holzhauer, die während des Frühlings täglich 12 Stunden arbeiten, an 400 Klaftern zubringen?

Diese Aufgabe zerfällt in drei einfache Proportionen, nämlich:

Die erste, mit dem Verhältnisse der Holzhauer zu dem der Arbeitszeit; diese beiden Verhältnisse stehen in umgekehrter Beziehung, denn je weniger Holzhauer, desto mehr Zeit ist erforderlich, also:

16 Holzhauer : 20 Holzhauer = 4 Wochen : x Wochen.

Die zweite, mit dem Verhältnisse der Arbeitsdauer (Stunden) zu dem der Arbeitszeit (Wochen); gleichfalls verkehrt, denn bei längerer Tagearbeit sind um so weniger Wochen erforderlich, also:

12 Stunden : 8 Stunden = x Wochen : y Wochen.

Die dritte, mit dem geraden Verhältnisse der Klaftern zu dem der Arbeitszeit, da die Vermehrung der Klaftern auch die Vermehrung der Wochen nach sich zieht, also:

300 Klaftern : 400 Klaftern = y Wochen : z Wochen.

Zusammengesetzt:

$$\begin{array}{rcrcl} 16 & : & 20 & = & 4 : x \\ 12 & : & 8 & = & x : y \\ 300 & : & 400 & = & y : z \\ \hline 16 \times 12 \times 300 & : & 20 \times 8 \times 400 & = & 4 : z \end{array}$$

$$z = \frac{20 \times 8 \times 400 \times 4}{16 \times 12 \times 300} = 4\tfrac{4}{9} \text{ Wochen.}$$

Zu heben durch 100. 16. 4.

2) Wem es bei solchen Aufgaben schwer fällt, ohne lange Überlegung den Ansatz zu machen, der schreibe sich vorläufig nach der sogenannten Reesischen Regel die gegebenen Benennungen hin, die gesuchte zuletzt, darunter die Zahlen für den bekannten und dann die für den unbekannten Fall, ziehe darunter einen horizontalen und von diesem abwärts einen vertikalen Strich, neben den man ohne Weiteres x auf die linke, und die darüber stehende gleichnamige Zahl auf die rechte Seite setzt. Nun beurtheilt man alle im unbekannten Falle stehenden Zahlen (Fragezahlen), ob sie in Bezug auf die zu suchende, unbekannte Größe x in geradem oder verkehrtem Verhältnisse stehen; im ersten Falle kommt die unten stehende (Frage-) Zahl rechts und die darüber stehende gleichnamige Zahl links zu stehen; im zweiten Falle aber umgekehrt, die Fragezahl links und die darüber stehende gleichnamige rechts des Strichs. Der Quotient aus dem Produkt aller Zahlen rechts des Strichs, dividirt durch das Produkt aller Zahlen links des Striches, ist der Werth von x. Hiernach gestaltet sich die Rechnung für das vorige Beispiel wie folgt:

	Holzhauer.	Stunden.	Klaftern.	Wochen.
Bekannter Fall	20	8	300	4
Unbekannter Fall	16	12	400	x

$$\begin{array}{r|l} x & 4 \\ 16 & 20 \text{ (verkehrtes Verhältniß)} \\ 12 & 8 \text{ (desgl.)} \\ 300 & 400 \text{ (gerades Verhältniß)} \end{array}$$

$$x = \frac{4 \times 20 \times 8 \times 400}{16 \times 12 \times 300} = 4\tfrac{4}{9} \text{ Wochen.}$$

Diese zusammengesetzten Aufgaben könnte man auch stückweise durch einfache Regelbetri=Ansätze auflösen; nur wird die Rechnung weitläufiger.

§. 71. Kettenrechnung.

Die **Kettenrechnung** ist eine zusammengesetzte Regelbetri mit etwas abgekürztem Ansatze, **Kettensatz**.

1) Würde z. B. gefragt: wie viel Dukaten wären zu zahlen anstatt 314 Thlr. 8 Sgr. = 9428 Sgr., wenn 2 Sgr. = 7 Xr. rhn., 24 Xr. rhn. = 20 Xr. östr., 60 Xr. östr. = 1 Gld. C.=M., und 55 Gld. C.=M. eben = 12 Dukaten sind?

Nach der Regel mit Neunen setzte man ausführlich:

2 Sgr.	:	7 Xr. rhn.	=	9428 Sgr.	:	x Xr. rhn.
24 Xr. rhn.	:	20 Xr. östr.	=	x Xr. rhn.	:	y Xr. östr.
60 Xr. östr.	:	1 Gld. C.M.	=	y Xr. östr.	:	z Gld. C.=M.
55 Gld. C.=M.	:	12 Dukaten	=	z Gld. C.M.	:	w Dukaten
2×24×60×55	:	7 × 20 × 12	=	9428	:	w Dukaten

und erhielte für $w = \frac{7 \times 20 \times 12 \times 9428}{2 \times 24 \times 60 \times 55}$ = 99 Duk. 4 Gld. 33 Xr.

Nach dem Kettensatze ordnet man aber ohne Weiteres das dritte Glied zu den zweiten Gliedern, womit dasselbe nachher doch multiplizirt werden muß, nämlich:

w Dukaten	=	9428 Sgr.
2 Sgr.	=	7 Xr. rhn.
24 Xr. rhn.	=	20 Xr. östr.
60 Xr. östr.	=	1 Gld. C.=M.
55 Gld. C.=M.	=	12 Dukaten
w × 2 × 24 × 60 × 55	=	12 × 20 × 7 × 9428

und verfährt übrigens wie oben, oder behandelt die Aufgabe als Gleichung.

2) Daraus ergiebt sich die Regel zur Kettenrechnung: Man setze das gesuchte unbekannte Glied (Fragglied) zuerst an und rechts daneben den dafür gleichgeltenden Werth. Hiernächst suche man aus der Aufgabe ein Glied, das die zuletzt gebrauchte Benennung hat, setze es links unter das Fragglied und daneben

wieder den gleichgeltenden Werth u. s. w., bis man rechts das letzte Glied mit der Benennung des Fragegliedes bekommt. Dann ist der Kettensatz fertig, worin alle Glieder kettenförmig zusammenhängen. Jedes Glied darf nur eine Benennung haben, und gemischte Zahlen sind als uneigentliche Brüche anzusetzen.

In diesem Ansatze werden nun zuvörderst die Nenner aller Brüche auf die andere Seite gesetzt, was so viel ist, als würden beide Seiten mit dem Nenner multiplizirt. Dann werden beide Gliederreihen gegen einander gehoben. Endlich multiplizirt man die übrigen Faktoren jeder Seite für sich und dividirt das Produkt der Seite rechts durch das der Seite links. Der Quotient bekommt die Benennung des Fragegliedes.

Als weitere Beispiele für die Kettenrechnung mögen folgende dienen:

Wenn man zu einer Eichen-Vollsaat für das Baierische Tagewerk $2\frac{1}{2}$ Bair. Scheffel Eicheln gebraucht, wie viel Weimarische Scheffel sind dann auf 1 Weim. Acker erforderlich?

x Weim. Scheffel	=	1 Weim. Acker
1 Weim. Acker	=	140 Weim. q^0
1 Weim. q^0	=	16^2 q'
1 Weim. q'	=	125^2 q''' par.
$129{,}38^2$ q''' par.	=	1 Bair. q'
10^2 Bair. q'	=	1 Bair. q^0
400 Bair. q^0	=	1 Bair. Tagewerk
1 Bair. Tagewerk	=	$2\frac{1}{2}$ Bair. Scheffel
1 Bair. Scheffel	=	11209,6 par. c''
3880 par. c''	=	1 Weim. Scheffel

$$x = \frac{140 \times 16^2 \times 125^2 \times 2{,}5 \times 11209{,}6}{129{,}38^2 \times 10^2 \times 400 \times 3880} = 6 \text{ Weim. Scheffel.}$$

Wie viel wiegt eine Klafter Buchenholz, wenn sich dem Gewichte nach das Buchenholz zum Eichenholz wie 9 : 10, das Eichenholz zum Ahornholz wie 29 : 27, das Ahornholz zum Erlenholz wie 6 : 5 und das Erlenholz zum Fichtenholz wie 23 : 22 verhält, und wenn das Gewicht einer Klafter Fichtenholz 3200 Pfund beträgt?

x ℔	=	1 Klafter Buchenholz
10 Buchen	=	9 Eichen
27 Eichen	=	29 Ahorn
5 Ahorn	=	6 Erlen
22 Erlen	=	23 Fichten
1 Klafter Fichten	=	3200 ℔

$$x = \frac{9 \times 29 \times 6 \times 23 \times 3200}{10 \times 27 \times 5 \times 22} = 3880{,}7 \text{ ℔.}$$

§. 72. Antheilrechnung (Repartitionsrechnung).

Oft sind verschiedene Antheile nach gegebenen Verhältnissen zu berechnen.

1) Drei Personen kaufen eine Holzung für 4000 Thlr.; A giebt dazu 2000, B, 1400 und C, 600. Der erste Holzschlag wirft 1500 Thlr. ab; wie viel trägt es jedem Theilhaber davon?

Die Kauffumme verhält sich hier zu dem ganzen Gewinne, wie eines Jeden Einlage zu dessen Gewinnantheil, oder wie 4000 : 1500. Also

A, 4000 : 1500 = 2000 : 750 Thlr.
B, 4000 : 1500 = 1400 : 525 „
C, 4000 : 1500 = 600 : 225 „

Da sich 4000 : 1500 auch verhält wie 8 : 3, so beträgt der Gewinn $\frac{3}{8}$ von der Einlage, und man kann demnach kürzer rechnen:

A, $\frac{3}{8} \times 2000 = 750$ Thlr.
B, $\frac{3}{8} \times 1400 = 525$ „
C, $\frac{3}{8} \times 600 = 225$ „
Summe: 1500 Thlr.

2) Drei Ortschaften haben zu ihrem nächsten Brennholzbedarf verlangt:

A, 500 Klaftern
B, 700 „
C, 300 „
Zusammen: 1500 Klaftern.

Nun ertrage aber der für diese Ortschaften angelegte Schlag nur 1200 Klaftern; es kann demnach jeder Ort nur $\frac{1200}{1500} = \frac{12}{15} = 0{,}8$ seines angeblichen Bedarfs erhalten, nämlich:

A, $0{,}8 \times 500 = 400$ Klaftern
B $0{,}8 \times 700 = 560$ „
C, $0{,}8 \times 300 = 240$ „
Zusammen: 1200 Klaftern.

3) Zu 1 ℔ gutem Schießpulver nimmt man $\frac{12}{16}$ ℔ Salpeter, $\frac{3}{16}$ ℔ Kohle und $\frac{1}{16}$ ℔ Schwefel. Sollen nun 400 ℔ Schießpulver gemacht werden, so brauchte man dazu von den genannten Bestandtheilen:

Salpeter $400 \times \frac{12}{16} = 300$ ℔
Kohle $400 \times \frac{3}{16} = 75$ ℔
Schwefel $400 \times \frac{1}{16} = 25$ ℔
Zusammen: 400 ℔.

4) Zu einem gemeinschaftlichen Holzhandel gab A 2000 Thlr. auf $1\frac{3}{4}$ Jahre, B 1500 Thlr. auf $2\frac{1}{4}$ Jahre her; der Gewinn beträgt 600 Thlr.; wie viel erhält hiervon ein Jeder?

Die Gewinnantheile verhalten sich, wie die Produkte aus der Größe und Dauer der Einlage:

$2000 \times 1\frac{3}{4} = 3500$
$1500 \times 2\frac{1}{4} = 3375$
A, $6875 : 3500 = 600 : 305{,}5$ Thlr.
B, $6875 : 3375 = 600 : 294{,}5$ „
Zusammen: 600 Thlr.

5) Eine strittige Waldfläche von 28 Acker soll an die 3 Anlieger im umgekehrten Verhältnisse ihres anstoßenden Grundbesitzes vertheilt werden. Nun grenzt A mit 110 Acker, B mit 40 Acker und C mit 18 Acker an; wie viel erträgt es Jedem?

$A : B = 40 : 110 = 4 : 11 = 36 : 99$
$A : C = 18 : 110 = 9 : 55 = 36 : 220.$

Demnach verhalten sich die Flächenantheile von $A : B : C = 36 : 99 : 220.$

	36
	99
	220
A,	355 : 36 = 28 : 2,84 Acker
B,	355 : 99 = 28 : 7,81 „
C,	355 : 220 = 28 : 17,35 „
	Summe: 28 Acker.

Die Summe dient hier allemal zur Probe.

§. 73. Einfache Zinsen.

Von dem ausgeliehenen Kapitale bekommt der Darleiher gewisse Zinsen, auf Hundert jährlich 3, 4, 5 . . ., was man Zinsfuß, Prozente nennt und mit pCt. oder % bezeichnet. Einfache Zinsen sind an sich nicht wieder zinstragend; sie werden dem Kapitale nur allein zugerechnet.

Da Kapitale und Zinsen bei gleichem Zinsfuße und gleicher Zinszeit in gleichem Verhältnisse stehen, so gebraucht die einfache Zinsrechnung in allen Fällen folgende Grundverhältnisse:

100 wird mit 5 pCt. in 1 Jahre 100 + (5 × 1),
100 „ „ 4 „ „ 2 „ 100 + (4 × 2),
100 „ „ p „ „ n „ 100 + (p × n),

und umgekehrt:

100 + (4 × 2) war mit 4 pCt. vor 2 Jahren 100,
100 + (p × n) „ „ p „ „ n „ 100.

Danach berechnet man den Nachwerth sammt den Zinsen, den Vorwerth nebst dem Rabatt, das Kapital, den Zinsfuß und endlich die Zinszeit.

§. 74. Nachwerth mit einfachen Zinsen.

Den Nachwerth eines Kapitales K oder den spätern Werth einschließlich der einfachen Zinsen K + z ergiebt die Proportion

$$100 : 100 + (p \times n) = K : K + z.$$

Wird z. B. gefragt: wie hoch wächst ein Kapital von 3600 Fl. mit 4 pCt. Zinsen in 12 Jahren an? so setzt man:

$$100 : 100 + (4 \times 12) = 3600 : K + z$$

und findet $K + z = \frac{100 + (4 \times 12)}{100} \times 3600 = 5328$ Fl.

Die **Zinsen** hiervon sind der Unterschied des anfänglichen Kapitals von dem Nachwerthe, 5328 — 3600 = 1728 Fl.; sie könnten auch für sich berechnet werden durch den Ansatz:

$$100 : 4 \times 12 = 3600 : z.$$

$$z = \frac{4 \times 12}{100} \times 3600 = 1728 \text{ Fl.}$$

Die Zinsen von 4680 Fl. zu 5 pCt. auf 1 Monat oder $\frac{1}{12}$ Jahr betragen:

$$100 : 5 \times \tfrac{1}{12} = 4680 : z.$$

$$z = \frac{5 \times 4680}{100 \times 12} = 19 \text{ Fl. } 30 \text{ Xr.}$$

§. 75. Vorwerth zu einfachen Zinsen.

Den **Vorwerth** einer Summe K + z oder den frühern Werth ausschließlich des einfachen Rabattes z findet man durch die Proportion

$$100 + (p \times n) : 100 = K + z : K.$$

Wird z. B. gefragt: wie groß war die Summe von 392 Fl. mit 4 pCt. vor 10 Jahren bei einfachen Zinsen? so setzt man:

$$100 + (4 \times 10) : 100 = 392 : K$$

und findet $K = \frac{100}{100 + (4 \times 10)} \times 392 = 280$ Fl.

Der **Rabatt** hiervon ist der Unterschied des Vorwerthes von der spätern Summe, nämlich 392 — 280 = 112 Fl. Derselbe könnte auch für sich berechnet werden nach der Proportion

$$100 + (p \times n) : p \times n = K + z : z.$$

Sollten z. B. 4000 Fl., zahlbar in $1\frac{1}{2}$ Jahren, jetzt abgetragen werden mit 4 pCt. einfachem Rabatt, so findet man den Abzug nach der Proportion

$$100 + (4 \times 1\tfrac{1}{2}) : 4 \times 1\tfrac{1}{2} = 4000 : z.$$

$$z = \frac{4 \times 1\frac{1}{2}}{100 + (4 \times 1\frac{1}{2})} \times 4000 = 226{,}42 \text{ Fl.}$$

Zur Probe bringt man die Zahlung 4000 — 226,42 = 3773,58 Fl. wieder auf ihren Nachwerth mit 4 pCt. nach $1\frac{1}{2}$ Jahren. Derselbe ist (§. 74.)

$$\frac{100 + (4 \times 1\frac{1}{2})}{100} \times 3773{,}58 = 4000 \text{ Fl.},$$

also genau, was dem Darleiher in jener Zeit zustände.

§. 76. Kapital zu einfachen Zinsen.

1) Der Kapitalwerth K zu einjährigen Zinsen z folgt aus

$$p : 100 = z : K,$$

$$\text{und } \frac{100}{p} \times z = K.$$

Gesetzt, es sei der Zinsfuß 4 pCt. und die einfache Zinspost z = 30 Fl.: so ist

$$K = \frac{100}{4} \times 30 = 750 \text{ Fl.}$$

Zum Behuf der Kapitalisirung wird der Ausdruck $\frac{100}{p}$ oder das Einheitskapital oft gleich anstatt des Zinsfußes gegeben, z. B. in Ablösungs-Gesetzen u. s. w.

2) Das Kapital K zu mehrjährigen Zinsen nz ergiebt sich aus

$$p \times n : 100 = nz : K,$$

$$\text{und } \frac{100}{p \times n} \times nz = K.$$

Hiernach ist ein Kapital, das mit $3\frac{1}{2}$ pCt. in 5 Jahren 385 Fl. Zinsen abwirft,

$$= \frac{100}{3\frac{1}{2} \times 5} \times 385 = 2200 \text{ Fl.}$$

Das Kapital sammt Zinsen beträgt 2200 + 385 = 2585 Fl.; dies ergäbe auch die Proportion

$$3\tfrac{1}{2} \times 5 : 100 + (3\tfrac{1}{2} \times 5) = 385 : K + nz.$$

§. 77. Zinsfuß zu einfachen Zinsen.

Die Prozente p findet man aus dem Kapitale K und dem einjährigen Zinsenbetrage z durch die Proportion

$$K : z = 100 : p.$$

Haben z. B. 2400 Fl. in einem Jahre 108 Fl. abgeworfen, so ist

$$2400 : 108 = 100 : p,$$

$$\text{und } p = \frac{108 \times 100}{2400} = \frac{108}{24} = 4\tfrac{1}{2}.$$

Hätte jenes Kapital in 5 Jahren zusammen 540 Fl. an Zinsen eingebracht, so setzte man, nach $K : \frac{5z}{5} = 100 : p$,

$$2400 : \frac{540}{5} = 100 : p.$$

§. 78. Zinszeit zu einfachen Zinsen.

Bei dem Grundkapitale 100 betragen die 1prozentigen Zinsen

für	1 Jahr	=	1	Thlr.
"	2 "	=	2	"
"	3 "	=	3	"
"	n "	=	n	"

und es stimmen also die 1prozentigen Zinsen genau mit der Zahl der Zinsjahre überein. Erstere aber ergeben sich aus dem Ausdruck $\frac{z}{p}$; denn statt 80 Thlr. Zinsen, bei einem Zinsfuß von 4% erlangt, würde man bei dem Zinsfuß von 1% nur $\frac{80}{4} = 20$ Thlr. erhalten haben.

Die Zinszeit n findet man also mittels des Grundkapitals 100 nach Verhältniß des ausgeliehenen Kapitales K zu den vorher berechneten 1prozentigen Zinsen $\frac{z}{p}$, und die allgemeine Proportion hierzu ist

$$K : \frac{z}{p} = 100 : n.$$

Hätten z. B. 5475 Fl. bei 4 pCt. in n Jahren 1752 Fl. einfache Zinsen eingebracht, so wären davon die 1prozentigen Zinsen $\frac{1752}{4}$ Fl., und es verhielte sich:

$$5475 : \frac{1752}{4} = 100 : n \text{ Jahren.}$$

Daher wäre $n = \frac{1752 \times 100}{4 \times 5475} = 8.$

§. 79. Durchschnittlicher und periodischer Holzzuwachs.

Die an dem wachsenden Holzstamme und Holzbestande erfolgende Massenzunahme nennt man Holzzuwachs, und wird dieser für einzelne Jahre bestimmt, so heißt er Jahreszuwachs. Dividirt man den ganzen Massengehalt eines Stammes oder Bestandes durch die Zahl der Altersjahre, so ergiebt sich der durchschnittliche Jahreszuwachs oder Durchschnittszuwachs; theilt man aber die gesammte Massenzunahme einer gewissen Altersperiode durch deren Jahresanzahl, so geht der entsprechende periodische Jahreszuwachs hervor.

Hat z. B. ein 140jähriger Baum 80 Körperfuß Massengehalt, so ist sein durchschnittlicher Jahreszuwachs $\frac{80}{140} = \frac{4}{7}$ K.-Fuß; hätte dieser Baum in seinem 130. Jahre 75 K.Fuß enthalten, sich also in den letztern 10 Jahren um 80 — 75 = 5 K.Fuß vergrößert, so wäre der Jahreszuwachs dieser Zwischenzeit $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ K.Fuß.

Von ganzen Holzbeständen wird der Massengehalt und Zuwachs für die Flächenmaßeinheit, den Morgen oder Acker, bestimmt. Fänden sich z. B. von einem Morgen Kiefernbestand im 80jährigem Alter an vorauserhaltener Durchforstung 2400 K.Fuß und an noch vorhandenem Hauptbestande 4000 K.Fuß: so betrüge der durchschnittliche Jahreszuwachs $\frac{2400 + 4000}{80} =$ 30 + 50 K.Fuß.

Hätte dieser Kiefernbestand im 100jährigen Alter ohne weitere Zwischennutzung zum Hauptbestande 5000 K.Fuß: so wäre der periodische Jahreszuwachs zwischen dem 80. und 100. Jahre

$$\frac{5000 - 4000}{20} = 50 \text{ K.Fuß.}$$

§. 80. Zuwachsprozente.

Bisweilen gewinnt die Holzertragsberechnung, oder man verschafft sich brauchbare Vergleichungsgrößen zur Holzertragsschätzung, wenn man das gefundene Verhältniß eines anfänglichen Holzgehaltes zu seinem jährlichen Zuwachse in Prozenten ausdrückt. Das letztere Beispiel von einem Kiefernbestande ent-

hält in dem 80. Jahre 4000 K.Fuß Holzgehalt mit 50 K.Fuß Jahreszuwachs; dies giebt 1¼ pCt. Zuwachs, denn

$$4000 : 50 = 100 : 1\tfrac{1}{4} \text{ (§. 77.)}.$$

Davon ergiebt sich als Nachwerth nach 20 Jahren (§. 74.)

$$\frac{100 + (1\frac{1}{4} \times 20)}{100} \times 4000 = 5000 \text{ K.Fuß},$$

jener Massengehalt im 100jährigen Alter.

Überhaupt können die oben über einfache Zinsen angestellten Betrachtungen sämmtlich bei der forstlichen Zuwachsberechnung ihre Anwendung finden. Nur bieten die Zuwachsprozente weniger Stätigkeit, als der Zinsfuß. Die Wachsthumsverhältnisse müssen ergeben, wie lange ein jährlich gleicher Zuwachs statthaft ist. Je älter und voller ein Holzbestand wird, um so mehr mindern sich dessen Zuwachsprozente; alle forstmäßigen Zwischenhauungen dienen zur Wiedererhöhung derselben.

Schätzt man von etwa 356800 K.Fuß Holzvorrath den künftigen Jahreszuwachs z zu 2 pCt., so beträgt derselbe nach dem Ansatze:

$$100 : 2 = 356800 : z,$$

$$\tfrac{2}{100} \times 356800 = 7136 \text{ K.Fuß}.$$

Der nächste 10jährige Zuwachs $10z$ ist nach:

$$100 : (2 \times 10) = 356800 : x,$$

$$= \frac{2 \times 10}{100} \times 356800 = 71360 \text{ K.Fuß}.$$

Der Holzvorrath sammt Zuwachs am Ende des 10. Jahres beträgt:

$$\frac{100 + (2 \times 10)}{100} \times 356800 = 428160 \text{ K.Fuß}.$$

Die Natur des Holzzuwachses sowohl, als die Art und Weise, wie der Jahreszuwachs ausgemittelt wird, so wie die bei forstlichen Zuwachsberechnungen unerläßliche Vorsicht bedingen durchaus die *einfache Zuwachsrechnung*. Denn alle *diejenigen* Holzbestände, *für welche* besondere Zuwachsberechnungen angelegt werden, nämlich die mehr erwachsenen, haben erfahrungsmäßig entweder einen ziemlich gleichen Zuwachs, oder eher einen ab=,

als zunehmenden; auch ist der ermittelte wirkliche Zuwachs, wovon die Schlüsse auf den künftigen gemacht werden, meist ein durchschnittlicher, also ein einfacher.

§. 81. Durchschnittsverhältnisse.

Das Verhältniß verschiedener Theile oder Sorten, die zusammen ein gewisses Ganze ausmachen, wird oft nach dem gemeinschaftlichen Werthe oder Maße ausgedrückt zu weiterem Gebrauche.

Fänden sich z. B. als Ertrag eines Holzschlages:

8 Klftr. Werkholz	zu 90 c.′	=	720 K.Fuß.
52 Klftr. Scheitbrennholz	zu 70 c.′	=	3640 »
24 Schock Wellenholz	zu 50 c.′	=	1200 »
840 K.Fuß an einzelnen Stücken		=	840 »
		Zusammen:	6400 K.Fuß,

und man wollte diese Sortenverhältnisse weiter anwenden: so würden alle einzelnen Posten auf Prozente der Summe gerechnet, wie folgt:

6400	:	720	=	100	:	11,2	pCt. Werkholz;
6400	:	3640	=	100	:	56,9	pCt. Scheitbrennholz;
6400	:	1200	=	100	:	18,8	pCt. Wellenholz;
6400	:	840	=	100	:	13,1	pCt. einzelne Stücke.
				Von 100 Gesammtertrag.			

Es versteht sich von selbst, daß hierbei die Dezimalen abgekürzt und ausgeglichen werden müssen, damit gerade 100 als Summe herauskommt, was auch zur Probe dient.

Solche Durchschnittsverhältnisse pflegt man auch in Theilen der Einheit auszudrücken. So ist angenommen worden, 1 Buchenholz bestehe aus:

0,5145 Kohlenstoff,
0,0582 Wasserstoff,
0,4273 Sauerstoff.

§. 82. Reduktion der Längenmaße.

Die Verwandlung der Maße erfordert vor allem eine genaue Kenntniß der Maßverhältnisse. Man bestimmt die Länge

aller bekannten Fußmaße nach dem alten pariser Fuße zu 144 Linien und bekommt dadurch Verhältnißzahlen der verschiedenen Längenmaße.

Der württemberger Längenfuß enthält z. B. 127 und der hessendarmstädter neue Dezimal-Längenfuß 110,824 pariser Linien. Sollten nun 100 württemberger Fuße in hessendarmstädter Fuße verwandelt werden, so müßte man das Hülfsverhältniß verkehrt ansetzen; denn je weniger par. Linien der darmstädter Fuß enthält (je kleiner er an sich ist), um so mehr werden dieser Fuße in einer gegebenen Länge enthalten sein, also:

$$\overset{\text{darmst.}}{110{,}824} : \overset{\text{württemb.}}{127} = \overset{\text{württemb.}}{100} : \overset{\text{darmst.}}{x}$$

$$\text{und } x = \frac{127 \times 100}{110{,}824} = 114{,}6; \text{ daher}$$

100 württemberger Fuß = 114,6 darmstädter Fuß.

Am wenigsten irrt man bei derartigen Reduktionsrechnungen, wenn man sie nach dem Kettensatze ausführt, z. B.

x darmst. Fuß	= 100 württemb. Fuß
1 württemb. Fuß	= 127 par. Lin.
110,824 par. L.	= 1 darmst. Fuß.

$$x = \frac{100 \times 127}{110{,}824} = 114{,}6 \text{ wie oben.}$$

Sollte der Reduktionsfaktor (§. 66. 2.) berechnet werden, mit welchem man württemberger Fuße zu multipliziren hätte, um darmstädter Fuße zu finden, so setzte man in gleicher Weise an:

x darmst. Fuß	= 1 württemb. Fuß
1 württemb. Fuß	= 127 par. Lin.
110,824 par. L.	= 1 darmst. Fuß.

$$x = \frac{127}{110{,}824} = 1{,}146 \text{ darmst. Fuß} = 1 \text{ württemb. Fuß}$$

Es hält ferner die weimarische Ruthe 16 Werkfuße zu 125 pariser Linien, die preußische Ruthe 12 rheinländische Fuße zu 139,13 pariser Linien. Jene verhält sich also zu dieser, wie 16 × 125 : 12 × 139,13. Gingen nun auf die deutsche Meile 1975½ preußische Ruthen, so könnte man durch die Proportion

$16 \times 125 : 12 \times 139{,}13 = 1975{,}33 \ldots : x$

oder nach dem Kettensatze:

x weimar. Ruth.	=	1 deutsche Meile
1 deutsche Meile	=	1975,33 pr. Ruthen
1 preuß. Ruthe	=	12 pr. Fuß
1 preuß. Fuß	=	139,13 par. Linien
125 par. Linien	=	1 weimar. Fuß
16 weim. Fuß	=	1 weimar. Ruthe

finden, daß $x = \frac{1975{,}33 \times 12 \times 139{,}13}{125 \times 16} = 1649$ weimar. Ruthen einer deutschen Meile gleich sind.

§. 83. Reduktion der Flächenmaße.

Die Flächenmaße verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Längenmaße. So verhält sich der preußische Quadratfuß zu dem weimarischen Quadratfuße, wie $139{,}13^2 : 125^2$; die preußische Quadratruthe zu der weimarischen, wie $(12 \times 139{,}13)^2 : (16 \times 125)^2$. Da nun der preußische Morgen 180 Quadratruthen enthält und der weimarische Acker 140: so verhält sich jener zu diesem, wie

$$180 \times (12 \times 139{,}13)^2 : 140 \times (16 \times 125)^2.$$

Wollte man berechnen, wie viel eine Fläche von 100 preußischen Morgen an weimarischen Ackern enthielte, so müßte man auch hier obiges Verhältniß umkehren, weil, je größer der weimarische Acker an sich ist, um so weniger davon in einer gegebenen Fläche enthalten sein können; man setzte also an:

$$140 \times (16 \times 125)^2 : 180 \times (12 \times 139{,}13)^2 = 100 : x.$$

Hiernach wäre:

$$x = \frac{180 \times 12 \times 12 \times 139{,}13 \times 139{,}13 \times 100}{140 \times 16 \times 16 \times 125 \times 125},$$

durch 10. 2. 4. 4. 4. 25. 100. gehoben,

$$= \frac{15679{,}297}{175} = 89{,}5959 \ldots;$$

also 100 preußische Morgen $= 89{,}5959 \ldots$ weimar. Acker.

Übersichtlicher und darum weniger der Irrung unterworfen, geschieht die Berechnung nach dem Kettensatze, nämlich:

x weimar. Acker	=	100 preuß. Morgen
1 preuß. Morgen	=	180 preuß. q°
1 preuß. q°	=	12^2 preuß. q′
1 preuß. q′	=	$139{,}13^2$ par. q‴
125^2 par. q‴	=	1 weimar. q′
16^2 weimar. q′	=	1 weimar. q°
140 weimar. q°	=	1 weimar. Acker

$$x = \frac{100 \times 180 \times 12^2 \times 139{,}13^2}{125^2 \times 16^2 \times 140} = 89{,}5959.$$

In derselben Weise berechnet man auch die Flächen-Reduktionsfaktoren. Z. B. man soll den Reduktionsfaktor suchen, mit welchem gegebene preuß. Morgen in königl. sächs. Acker verwandelt werden.

x k. sächs. Acker	=	1 preuß. Morgen
1 preuß. Morgen	=	180 preuß. q°
1 preuß. q°	=	12^2 preuß. q′
1 preuß. q′	=	$139{,}13^2$ par. q‴
$125{,}537^2$ par. q‴	=	1 königl. sächs. q′
$(15\frac{1}{8})^2$ k. sächs. q′	=	1 königl. sächs. q°
300 k. sächs. q°	=	1 königl. sächs. Acker

$$x = \frac{180 \times 12^2 \times 139{,}13^2}{125{,}537^2 \times 15\frac{1}{8}^2 \times 300} = 0{,}461\,..,$$

d. h. 1 preuß. Morgen = 0,461 königl. sächs. Ackern; 235 preuß. Morgen sind demnach 235 × 0,461 = 108,34.. königl. sächs. Acker.

§. 84. Reduktion der Körpermaße.

Die Körpermaße verhalten sich, wie die Würfel ihrer Längenmaße. So verhält sich der weimarische Körperfuß zu dem preußischen, wie $125^3 : 139{,}13^3$.

Die Reduktion geschieht auch hier, aus schon bekanntem Grunde, mit umgekehrtem Hülfsverhältniß; z. B. wie viel badische Körperfuße sind 110 weimarische?

$$\overset{\text{bad.}}{132{,}99^3} : \overset{\text{weim.}}{125^3} = \overset{\text{weim.}}{110} : \overset{\text{bad.}}{x}$$

$$x = \frac{125^3 \times 110}{132{,}99^3} = 91{,}341 \text{ bad. K.Fuße.}$$

Den Reduktionsfaktor zur Umwandlung von weim. K.Fußen in badische findet man in gleicher Weise durch $\frac{125^3 \times 1}{132{,}99^3} = 0{,}83037$.

Bei der Reduktion der Holzmaße ist die Größe der Fuße an sich und die verschiedene Fußzahl jeder Maßausdehnung in Rechnung zu stellen. Z. B.

Die kasseler Klafter hat in Fußen zu 127,536 pariser Linien: 6 Fuß Scheitlänge, 5 Fuß Weite und 5 Fuß Höhe (oder 150 K.Fuß). — Der darmstädter Stecken hat in Fußen zu 110,824 pariser Linien: 5 Fuß Scheitlänge, 4 Fuß Weite und 5 Fuß Höhe (oder 100 K.Fuß).

Die kasseler Klafter verhält sich also zu dem darmstädter Stecken, wie

$$(6 \times 127{,}536 \times 5 \times 127{,}536 \times 5 \times 127{,}536) : (5 \times 110{,}824 \times 4 \times 110{,}824 \times 5 \times 110{,}824)$$

und $100 \text{ kass. Klftr.} = \frac{6 \times 5 \times 5 \times 127{,}536^3 \times 100}{5 \times 4 \times 5 \times 110{,}824^3}$

$= 228{,}6$ darmst. Stecken.

Nach dem Kettensatze stellte sich die Auflösung übersichtlicher, wie folgt:

x darmst. Stecken	=	100 kassel. Klaftern
1 kassel. Klafter	=	150 kassel. c′
1 kassel. c′	=	$127{,}536^3$ par. c‴
$110{,}824^3$ par. c‴	=	1 darmst. c′
100 darmst. c′	=	1 darmst. Stecken

$$x = \frac{100 \times 150 \times 127{,}536^3}{110{,}824^3 \times 100} = 228{,}6.$$

§. 85. Reduktion der Holzerträge.

Noch ist hier die Reduktion der in fremdem Körpermaße und für fremdes Flächenmaß gegebenen Holzerträge in andere Maße zu betrachten, eine Rechnungsaufgabe, die bei Benutzung und Anwendung fremder Holzertragstafeln auf das eigene Maß vorliegt. Es kommen dabei zwei Verhältnisse in Ansatz.

1) Das Verhältniß der Flächenmaße, ein gerades: denn je größer (oder kleiner) das Flächenmaß ist, für welches die Reduktion vorgenommen wird, um so größer (oder kleiner) muß auch der Ertrag dafür ausfallen.

2) Das Verhältniß der Körpermaße, ein verkehrtes: denn je größer (oder kleiner) das Körpermaß ist, worauf reduzirt wird, um so weniger (oder mehr) dieser Körpereinheiten sind im Ertrage enthalten.

Aufgabe: Die Buchenwaldungen bei Eisenach, in Umwandlung begriffene Mittelwälder, ertragen auf dem weimarischen Acker im Durchschnitt etwa 42 weim. K.Fuß jährlich; wie viel würde das betragen auf dem preußischen Morgen in preuß. K.Fußen? Hier setzte man:

$$
\begin{array}{llll}
\overset{\text{weimar. Acker}}{140 \times 16 \times 16 \times 125 \times 125} & : \overset{\text{preuß. Morgen}}{180 \times 12 \times 12 \times 139{,}13 \times 139{,}13} & = \overset{\text{w. Ertr.}}{42} & : y \\
\overset{\text{preuß. K.Fuß}}{139{,}13 \times 139{,}13 \times 139{,}13} & : \overset{\text{weim. K.Fuß}}{125 \times 125 \times 125} & = y & : \overset{\text{pr. Ertr.}}{x} \\
\hline
\text{gehob.}: 7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13 & : 9 \times 3 \times 3 \times 125 & = 42 & : x
\end{array}
$$

$$x = \frac{9 \times 3 \times 3 \times 125}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13} \times 42 = 27{,}29 \text{ preuß. K.Fuß.}$$

Auch für diese Reduktionen ist der Kettensatz viel empfehlenswerther:

$$
\begin{array}{lcl}
x \text{ preuß. K.Fuß} & = & 1 \text{ preuß. Morgen} \\
1 \text{ preuß. Morgen} & = & 180 \text{ preuß. } q^{\circ} \\
1 \text{ preuß. } q^{\circ} & = & 12^2 \text{ preuß. } q' \\
1 \text{ preuß. } q' & = & 139{,}13^2 \text{ par. } q''' \\
125^2 \text{ par. } q''' & = & 1 \text{ weimar. } q' \\
16^2 \text{ weimar. } q' & = & 1 \text{ weimar. } q^{\circ} \\
140 \text{ weimar. } q^{\circ} & = & 1 \text{ weimar. Acker} \\
1 \text{ weimar. Acker} & = & 42 \text{ weimar. K.Fuß} \\
1 \text{ weimar. K.Fuß} & = & 125^3 \text{ par. } c''' \\
139{,}13^3 \text{ par. } c''' & = & 1 \text{ preuß. K.Fuß} \\
\hline
\end{array}
$$

$$x = \frac{180 \times 12^2 \times 139{,}13^2 \times 42 \times 125^3}{125^2 \times 16^2 \times 140 \times 139{,}13^3} = \frac{9 \times 3 \times 3 \times 125 \times 42}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13} = 27.29.$$

Den Reduktionsfaktor findet man mittels derselben Rechnung, nur wird statt der bestimmten Anzahl K.Fuße (oben also statt 42 weimarisch. K.Fuß) 1 K.Fuß angesetzt; die Rechnung wäre dann

$$\frac{9 \times 3 \times 3 \times 125}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13} = 0{,}64976\ldots, \text{ beinahe } 0{,}65,$$

und dieser Faktor diente, um weimarischen Forstertrag in preuß. Maß zu verwandeln. —

Zur Erleichterung könnte man sich auch wohl eine eigene Umrechnungstafel, wenigstens für die Zahlen 1 bis 9, aufsetzen, z. B.

1	weim. Ertrag	=	0,65	preuß. Ertrag	
2	» »	=	1,3	»	»
3	» »	=	1,95	»	»
4	» »	=	2,60	»	»

u. s. w.

Danach wären obige

40	weim. Ertrag	=	26,0	preuß. Ertrag	
2	» »	=	1,3	»	»
42	weim. Ertrag	=	27,3	K.Fuß preuß. Ertrag.	

Auf Tafel 126 und 127 findet man hierzu die gewöhnlichen Maßverhältnisse und in den Taf. 128 und 129 die am meisten vorkommenden Umrechnungsfaktoren.

Wären die Forstertrags-Angaben nicht in Körperfußen, sondern in gebräuchlichen Holzmaßen (Klaftern ꝛc.) ausgedrückt: so verwandelte man sich dieselben vorher in Körperfuße, wobei zugleich weiter anzuwendende Sortenverhältnisse gewonnen würden.

VII. Progressionen.

1. Die arithmetische Progression.

§. 86. Arithmetische Reihe.

Eine Zahlenreihe, worin die auf einander folgenden Glieder gleiche Differenz haben, heißt eine **arithmetische Progression oder Reihe.** Z. B.

3, 5, 7, 9, 11 oder

13, 10, 7, 4, 1.

Die arithmetische Reihe ist eine fortgesetzte stetige arithmetische Proportion (§. 57.).

$$3 - 5 = 5 - 7 = 7 - 9 \ldots.$$

Der allgemeine Ausdruck für die arithmetische Progression ist:

$$a, a \pm d, a \pm 2d, a \pm 3d, a \pm 4d, a \pm 5d \ldots$$

Daraus ergiebt sich zuvörderst: Jede Reihe ist nach der einen Seite steigend und nach der andern fallend; jedes Glied besteht in der steigenden Reihe aus dem vorhergehenden Gliede sammt der Differenz, in der fallenden aus dem vorhergehenden weniger der Differenz.

§. 87. Summirung der arithmetischen Reihe.

Aus obigem allgemeinen Ausdrucke der arithmetischen Progression folgt weiter:

1) Die Summen des ersten und letzten Gliedes, des zweiten und vorletzten Gliedes, überhaupt je zweier Glieder, von welchen das eine so weit vom Anfange als das andere vom Ende absteht, gleichen einander. Sie sind hier durchgängig $2a \pm 5d$, oder in einem Zahlenbeispiel:

2	4	6	8	10	12	14	16
16	14	12	10	8	6	4	2
18,	18,	18,	18,	18,	18,	18,	18.

2) Die Summe der ganzen arithmetischen Reihe gleicht also der Summe des ersten und letzten Gliedes, multiplizirt mit der halben Anzahl der Glieder; in obigem allgemeinen Ausdrucke $(2a \pm 5d) \times \frac{6}{2}$, und in dem letzten Zahlenbeispiel $(2 + 16) \times \frac{8}{2} = 72$.

3) Bezeichnet man von der arithmetischen Progression die Summe mit S, das erste Glied mit a, das letzte mit t und die Anzahl der Glieder mit n: so ist

$$S = (a + t) \times \frac{n}{2} = \frac{a + t}{2} \times n = \frac{(a + t)\,n}{2}.$$

4) Die Summe einer jeden arithmetischen Reihe wird daher gefunden, *indem man die Summe des ersten und letzten Gliedes mit der halben Anzahl aller Glieder multiplizirt.* So ist die Summe der Zahlen von 1 bis 100:

$$(1 + 100) \times \tfrac{100}{2} = 101 \times 50 = 5050,$$

was auch aus $\frac{101}{2} \times 100$ oder $\frac{101 \times 100}{2}$ hervorgeht.

5) Wenn eine arithmetische Reihe von dem Nullpunkte ausgeht und n die Anzahl der wirklichen Glieder bedeutet, z. B.

$$0,\ d,\ 2d,\ 3d,\ \ldots\ldots\ nd,$$

so ist $S = (0 + nd) \times \frac{n+1}{2}$,

$$= nd \quad \times \frac{n+1}{2}.$$

6) Der obige allgemeine Werth von S führt zu folgenden Gleichungen, nach welchen man das erste und letzte Glied sowohl, als die Anzahl der Glieder finden kann:

$$S : \frac{n}{2} = a + t;\ S : \frac{n}{2} - t = a;\ S : \frac{n}{2} - a = t;\ \frac{2S}{a + t} = n.$$

§. 88. Abtriebsformeln.

1) **Bestandes-Abtrieb.** Die Regel, wonach man den gleichmäßigen Abtrieb eines Waldbestandes oder Waldtheiles berechnet, gründet sich auf Summirung der arithmetischen Progression. Sollte z. B. ein Holzbestand, der im Jahre vor dem Angriff 50000 K.Fuß Holzvorrath mit 2 pCt. Zuwachs hat, während der nächsten 10 Jahre gleichmäßig abgetrieben werden, und man rechnete vorläufig für jedes Jahr den 10. Theil des vorhandenen Holzvorrathes besonders ab, nämlich $\frac{50000}{10}$: so wäre noch an Zuwachs zu erwarten von dem allmählich abnehmenden Holzbestande:

Im Schätzungsjahre,	v. 50000 c.'	Holzvorrath,	1000 c.' Zuw.
» 1. Abtriebsjahre,	» 45000 c.'	»	900 c.' »
» 2. »	» 40000 c.'	»	800 c.' »
» 3. »	» 35000 c.'	»	700 c.' »
» 4. »	» 30000 c.'	»	600 c.' »
» 5. »	» 25000 c.'	»	500 c.' »
» 6. »	» 20000 c.'	»	400 c.' »
» 7. »	» 15000 c.'	»	300 c.' »
» 8. »	» 10000 c.'	»	200 c.' »
» 9. »	» 5000 c.'	»	100 c.' »
» 10. »	» 0 c.'	»	0 c.' »

Die Summe dieser Zuwachsreihe ist

$$1000 \times \frac{10+1}{2} = 5500 \text{ K.Fuß}$$ (§. 87. 5.).

Theilte man nun dieselbe in die 10 Abtriebsjahre mit ein, so käme davon auf jedes noch $\frac{5500}{10} = 550$ K.Fuß, und die ganze jährliche Abtriebsmasse wäre:

$\frac{50000}{10}$ K.Fuß von dem anfänglichen Holzvorrathe,

$\frac{1000 \times \frac{10+1}{2}}{10}$ K.Fuß v. dem Holzzuw. während der Abtriebszeit.

$\frac{50000 + 1000 \times \frac{10+1}{2}}{10} = 5550$ K.Fuß zusammen.

Indessen würde bei dem so berechneten Angriffe der Holzbestand nicht ausreichen, weil man den Zuwachstheil nicht abgesondert von dem Holzvorrathe ganz für sich nehmen könnte, wie die Zinsen von dem Kapitale, sondern deßhalb in dem Holzvorrathe vorgreifen und dadurch den Zuwachs verkürzen müßte. Der ersten Hauung trüge es nämlich von dem Holzvorrathe doch eigentlich nur 5000 K.Fuß mit dem daran befindlichen eigenen Zuwachse von 2 pCt. oder 100 K.Fuß, und es fehlten dem Zuwachstheile noch 450 K.Fuß, welche dem Holzvorrathe vorgriffsweise entnommen werden müßten. Bei der zweiten Hauung hätten die 5000 K.Fuß des Holzvorrathes an sich erst 200 K.Fuß Zuwachs, und es fehlten abermals 350 K.Fuß. Späterhin gliche sich das zwar in Etwas wieder aus; aber am Ende reichte der Bestand doch nicht ganz zu.

Da nun ohnedies keine einzige Zuwachsschätzung wegen ihres mindern Genauigkeitsgrades einer so scharfen Rechnung entspricht: so nimmt man von obiger Zuwachsreihe ein Glied weniger, nämlich:

$$1000 \times \frac{10}{2} = 5000 \text{ K.Fuß},$$

und der jährliche Angriffssatz wäre

$$\frac{50000 + 1000 \times 5}{10} = 5500 \text{ K.Fuß}.$$

Die allgemeine Regel, nach welcher der Gesammtertrag eines Holzbestandes berechnet wird zu gleichmäßigem Abtriebe während einer gewissen Zeit, ist also:

Man multiplizire den vollen einjährigen Zuwachs mit der halben Zahl der Abtriebsjahre, und addire das Produkt zu dem im Jahre vor der ersten Hauung vorhandenen Holzvorrathe; oder:

Man rechne zu dem anfänglichen Holzvorrathe den vollen Zuwachs bis zur Mitte der Abtriebsperiode, gerade so, als würde der Holzbestand zu dieser Zeit auf ein Mal abgetrieben.

a) Soll dann der jährliche Ertrag noch ausgeworfen werden, so theilt man den Gesammtertrag durch die Zahl der Abtriebsjahre. Hätte z. B. ein Holzbestand gegenwärtig 4350 Klftr. mit 125 Klftr. jährlichem Zuwachse, und sollte derselbe nach Verlauf von 10 Jahren in 10 auf einander folgenden Jahren gleichmäßig abgetrieben werden: so rechnete man

4350	Klftr.	anfänglichen Holzvorrath,
1250	»	Zuwachs der ersten 10 Jahre,
625	»	Zuwachs auf die halbe Abtriebszeit;
6225	Klftr.	zusammen.

Davon wäre der jährliche Angriffsatz:

$$\frac{6225}{10} = 622\tfrac{1}{2} \text{ Klftr.}$$

Hierbei hätte man den Zuwachs auch gleich auf alle 15 Jahre zusammenfassen können, nämlich:

$$\frac{4350 + 125 \times 15}{10} = 622{,}5 \text{ Klftr.}$$

b) Erfolgte nun der Abtrieb zu einer andern Zeit, etwa in dem 8., 9., 10. und 11. Jahre mit ziemlich gleichen Hauungen, und ergäbe derselbe 5700 Klftr.: so könnte wohl gefragt werden, wiefern dieser wirkliche Ertrag von der Schätzung eigentlich abgewichen sei. Hier hätte man nur zu berechnen, wie viel der Bestand zur Mitte dieser veränderten Abtriebszeit den geschätzten Grundlagen gemäß abwerfen sollte, nämlich:

4350	Klftr.	anfänglichen Holzvorrath,
1125	»	Zuwachs auf 9 Jahre;
5475	Klftr.	zusammen.

Es wäre also an Ertrag gegen die Schätzung gewonnen worden 5700 — 5475 = 225 Klftr. Diese können eben sowohl bei der Ertragsschätzung in dem anfänglichen Holzvorrathe, oder in dem Zuwachse, oder in beiden zugleich übersehen, als bei der Ertragsentnehmung durch mindere Füllung der Holzmaße erübrigt worden sein, was sich nicht bestimmt nachweisen ließe.

2) Waldabtrieb. Hätten die Bestände eines Waldverbandes durch alle Altersstufen hindurch einen sich durchaus gleichbleibenden Jahreszuwachs d, und wären in ersterem alle Altersklassen vom 1jährigen Schlage bis zum Abtriebsalter n gleichmäßig vertreten: so bildeten diese Bestände eine arithmetische Progression,

deren 1. Glied, oder der 1jährige Schlag = 1d,
„ 2. „ „ „ 2 „ „ = 2d,
„ 3. „ „ „ 3 „ „ = 3d,
„ . . . .
„ n „ „ „ n „ „ = nd.

Die Summe des ganzen Holzvorrathes wäre demnach

$$S = nd \times \frac{n+1}{2} \quad (\text{§. 87. 5.})$$

und der älteste Schlagbestand wäre:

$$nd = S : \frac{n+1}{2}.$$

Dieser älteste Schlagbestand ist aber gleich dem jährlichen Abtriebsertrage, welcher sich mithin ergiebt, wenn man den gefundenen Holzvorrath durch die Hälfte der mit 1 vermehrten Gliederzahl oder Umtriebszeit dividirt.

Wäre S = 6000 Massenklaftern und n = 24 Jahre, so trüge es unter obiger Voraussetzung zum jährlichen Abtriebe $6000 : \frac{24+1}{2} = 480$ Mklftr. Diese Berechnungsart könnte freilich nur unter der angenommenen Voraussetzung zu einem treffenden Ergebnisse führen, daß nämlich die Bestandsmassen durch alle Altersstufen ganz progressiv stiegen. Sie wird indeß bei der

Forstabschätzung nicht selten mit gebraucht und bildet insbesondere die mathematische Grundlage der sogenannten Östreichischen Kameraltaxation.

§. 89. Ergänzung der arithmetischen Reihe.

Von dem obigen allgemeinen Ausdrucke der arithmetischen Reihe

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d, a + 5d \ldots$$

läßt sich leicht ableiten, wie man mit Hülfe der Differenz fehlende Zwischenglieder zu suchen und abweichende zu berichtigen hat. Wäre das erste Glied a und das sechste $a + 5d$, so wäre die einfache Differenz $\frac{(a + 5d) - a}{5} = d$. Diese legte man nur zum ersten Gliede 1, 2, 3, 4 mal und bekäme dadurch das 2., 3., 4. und 5. Glied.

1) Hätte man z. B. gefunden, daß ein Waldverband während des I. Jahrzwanzigts 4750 Klftr. abwerfen könne, und wäre ein stetiges Steigen des Ertrags vorauszusetzen bis zum VI. Jahrzwanzigt, wo der Vollertrag mit 5800 Klftr. einträte: so betrüge die Differenz, von Periode zu Periode gerechnet,

$$\frac{5800 - 4750}{5} = 210,$$

und die Ertragsreihe selbst:

I.	Jahrzwanzigt	4750	Klftr.
		210	
II.	"	4960	"
		210	
III.	"	5170	"
		210	
IV.	"	5380	"
		210	
V.	"	5590	"
		210	
VI.	"	5800	"

2) Bei der örtlich und zeitlich sondernden Holzertrags-Abschätzung müssen die nicht sogleich progressiv ausfallenden Perio-

denerträge zuvor summarisch ausgeglichen werden, ehe man die Versetzung der verschieblichen Ortserträge vornimmt. Ergäbe z. B. eine Ertrags-Zusammenstellung für

das I. Jahrzwanzigt 2000 Klftr.,
„ II. „ 1900 „
„ III. „ 2500 „
„ IV. „ 2700 „ :

so bestimmte man zuvörderst eine, den Umständen ziemlich entsprechende Ertragsreihe und versuchte nun, wie sich dieselbe aus den gefundenen Periodensummen, nach Maßgabe eines durchschnittlich angenommenen Massenzuwachs-Prozentes, herstellen ließe; denn jede Versetzung in eine andere Abtriebszeit ändert auch die Ertragsmasse. Gesetzt, man bevorzugte folgende Ertragsreihe:

2000 — 2100 — 2300 — 2500.

Bei deren Einrichtung bliebe das I. Glied unverändert. Das II. müßte von dem III. $2100 - 1900 = 200$ Klftr. bekommen. Betrüge nun der jährliche Zuwachs von der Mitte des II. bis zur Mitte des III. Jahrzwanzigts 3 pCt.: so setzte man $100 : 100 + (3 \times 20) = 200 : x$ (§. 88. §. 74.) und fände, daß dem III. 320 Klftr. zu entnehmen wären, um den Ertragsausfall des II. von 200 Klaftern zu decken. Dem III. blieben $2500 - 320 = 2180$ und es brauchte noch zur Ergänzung 120 Klftr. Diese würden dem IV. mit $\frac{(100 + 3 \times 20) \times 120}{100} = 192$ abgenommen, welches nun $2700 - 192 = 2508$ Klftr. behielte, was vorläufig genügte. Ebenso schiebt man Ertragsmassen mit ihrem um den Zuwachs vermehrten Nachwerth hinter (§. 74.).

3) Ähnliche Ergänzungen sind bei manchen Normalertrags-Aufstellungen nöthig, wie sie z. B. in nachstehender Tabelle übersichtlich dargestellt sind.

Alter.	Vorgefundene Bestandesmasse.	Periodischer Jahreszuwachs.	Interpolation I.	Differenz im periodischen Jahreszuwachse.		Naturgemäß aufgereiheter Jahreszuwachs.	Interpolation II.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
40	800	65	800			61	800
41		65	865			63	861
42		65	930	* 65		65	924
43		65	995			67	989
44		65	1060			69	1056
45	1125	75	1125		2	71	1125
46		75	1200			73	1196
47		75	1275	* 75		75	1269
48		75	1350			77	1344
49		75	1425			79	1421
50	1500	85	1500		2	81	1500
51		85	1585			83	1581
52		85	1670	* 85		85	1664
53		85	1755			87	1749
54		85	1840			89	1836
55	1925		1925				1925

Man habe nämlich durch wirkliche Ermittlungen gefunden, daß ein Holzbestand in seinem

40	45	50	55jährigen Alter
800	1125	1500	1925 Kfß. Massengehalt

habe, und wolle danach, Behufs Aufstellung einer Ertragstafel, den Massengehalt für die zwischenliegenden Jahre interpoliren.

Der periodische Jahreszuwachs (Spalte 3.) ist:

$$\text{von } 40 \text{ zu } 45 = \frac{1125-800}{5} = 65;$$

$$\text{von } 45 \text{ zu } 50 = \frac{1500-1125}{5} = 75;$$

$$\text{von } 50 \text{ zu } 55 = \frac{1925-1500}{5} = 85.$$

Danach könnte man nun die jährliche Steigung des Holz-

gehaltes unmittelbar ausrechnen, wie es Spalte 4. geschehen ist. Es ergäbe sich nämlich:

für das 41. Jahr $800 + 65 = 865$,
» » 42. » $800 + 65 \times 2 = 930$,
⋮
» » 46. » $1125 + 75 \times 1 = 1200$,
u. s. w.

Die hierbei untergestellte Zuwachsreihe (Spalte 3.) zeigt jedoch im 45. und 50. Jahre ganz naturwidrige Sprünge von 65 auf 75, und von 75 auf 85, während der wirkliche Jahreszuwachs sich von allen solchen periodischen Absätzen frei hält. Um denselben geeigneter aufzureihen, stellt man den periodischen Jahreszuwachs bloß auf die Mitte seiner Periode (Spalte 5.) und vertheilt die Differenz von einem dieser Hauptglieder * zum andern * auf alle Zwischenglieder. Eine solche rück- und vorwärts anschließende Reihung ließe sich hier z. B. mittels $\frac{75-65}{5} = 2$ und eben so mittels $\frac{85-75}{5} = 2$ bewirken; diese führte zu dem in Spalte 7. mehr naturgemäß aufgereiheten Jahreszuwachse, woraus sich dann der jährlich fortschreitende Massengehalt (Spalte 8.) ergiebt,

für das 41. Jahr $= 800 + 61 = 861$,
» » 42. » $= 861 + 63 = 924$,
» » 43. » $= 924 + 65 = 989$,
u. s. w.

Eine noch gesuchtere Aufreihung wäre mindestens für die Genauigkeit solcher Grundlagen überflüssig; denn schon hier erscheinen die Unterschiede beider Interpolations-Methoden ganz unerheblich.

2. Die geometrische Progression.

§. 90. Geometrische Reihe.

Eine Zahlenreihe, in welcher die auf einander folgenden Glieder gleiche Quotienten haben, heißt eine **geometrische Progression** oder **Reihe**. Z. B.

81, 27, 9, 3, 1.
2, 4, 8, 16, 32.

Die geometrische Reihe ist eine fortgesetzte stetige geometrische Proportion (§. 61.).

$$81 : 27 = 27 : 9 = 9 : 3 \ldots$$

Der allgemeine Ausdruck für die geometrische Progression ist:

$$a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, aq^5 \ldots$$

Hierin kann der Quotient q, wie bei der Proportion, grösser, oder kleiner sein als 1; im ersten Falle ist die Reihe steigend, im zweiten fallend. Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle das folgende Glied der geometrischen Reihe aus dem Produkte des vorhergehenden Gliedes mit dem Quotienten besteht, und daß dagegen jedes vorhergehende Glied gefunden wird, wenn man das folgende durch den Quotienten dividirt.

§. 91. Summirung der geometrischen Reihe.

Nimmt man irgend eine steigende geometrische Reihe an und nennt ihre Summe S, z. B.

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + aq^5 = S,$$

multiplizirt dann alle Theile dieser Gleichung mit dem Quotienten q, wie folgt:

$$aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + aq^5 + aq^6 = Sq,$$

und zieht die erste Gleichung von der andern ab, so bleibt:

$$aq^6 - a = Sq - S,$$

oder $(aq^5 \times q) - a = S \times (q - 1)$, und wird auf beiden Seiten durch $q - 1$ dividirt, so ergiebt sich die Formel

$$\frac{(aq^5 \times q) - a}{q - 1} = S.$$

Die Summe der steigenden geometrischen Reihe wird also gefunden, wenn man das höchste Glied mit dem Quotienten multiplizirt, davon das niedrigste Glied abzieht, und den Rest durch den um 1 verminderten Quotienten dividirt.

Ist die Reihe fallend und mithin der Quotient ein eigentlicher Bruch, so kehrt man denselben um und nimmt die Reihe rückwärts. Z. B. in

162, 54, 18, 6, 2

ist der Quotient $\frac{1}{3}$, und für die rückwärts genommene Reihe $\frac{3}{1} = 3$; daher die Summe

$$= \frac{(162 \times 3) - 2}{3 - 1} = 242.$$

3. Die Logarithmen.

§. 92. Logarithmensystem.

In einer geometrischen Progression, deren erstes Glied 1 ist, z. B. 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000 . . .
oder 10^0 10^1 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 . . .,
wie wir sie schon in §. 43. kennen gelernt haben, sind alle Glieder Potenzen, deren Exponenten 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . in arithmetischer Progression mit fortlaufen, als Faktorenzeiger jedes zugehörigen Gliedes in der Potenzenreihe.

In einer solchen Potenzenreihe findet man die Stelle des Produktes und die des Quotienten zweier Glieder mittels der Summe oder der Differenz ihrer beiden Exponenten (§. 41. 5. 6.), nämlich:

$$100 \times 1000 = 100000;\ 100000 : 1000 = 100.$$
$$2 + 3 = 5 \ ;\ 5 - 3 = 2.$$

Eben so ergiebt sich die Stelle einer neuen Potenz, oder einer neuen Wurzel von irgend einem Gliede durch das Produkt, oder den Quotienten seines Exponenten mit dem gegebenen Grade (§. 41. 7. §. 42. 5.). Z. B.

$$1000^2 = 1000000;\ \sqrt[3]{1000000} = 100.$$
$$3 \times 2 = 6 \ ;\ 6 : 3 = 2.$$

Zwei ausführliche Zahlenreihen solcher Art gewähren bei weitläufigen Rechnungen die großen Vortheile, daß man

die Multiplikation durch Addition,
die Division durch Subtraktion,
die Potenzerhebung durch Multiplikation,
die Wurzelausziehung durch Division

der stellvertretenden Exponenten leicht verrichten kann.

Man nennt eine solche Zusammenstellung zweier Zahlenreihen

Logarithmensystem, den Quotienten in der geometrischen oder Potenzenreihe Grundzahl und die Zahlen der arithmetischen oder Exponentenreihe Logarithmen. Das Logarithmensystem mit der Grundzahl 10 (das sogen. Briggische Logarithmen-System) ist zu unserer Zählweise am paßlichsten; es beruht auf folgender Grundlage:

Zahlen.		Logarithmen.
1	»	0
10	»	1
100	»	2
1000	»	3
10000	»	4
100000	»	5
1000000	»	6
10000000	»	7
100000000	»	8
1000000000	»	9
10000000000	»	10
u. s. w.		

Zur Ergänzung dieses Ansatzes berechnete man immerfort zwischen den Gliedern der Zahlenreihe neue mittlere Proportionalzahlen (§. 63. 2.), wenn auch nur näherungsweise, und zwischen den Gliedern der Logarithmen die entsprechenden arithmetischen Mittelzahlen (§. 59.), und erhielt somit zu allen ganzen Zahlen die Logarithmen.

§. 93. Zahl. — Logarithme.

Der Logarithme von 1 ist 0; die Logarithmen aller Zahlen über 1 sind positiv, aller Zahlen unter 1 negativ (§. 43.). Nur die Logarithmen der ursprünglichen Potenzen 10, 100, 1000, 10000 u. s. w., wie auch von $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ u. s. w., sind ohne Brüche. Die Logarithmen aller Zwischenzahlen haben Brüche, die man der Bequemlichkeit wegen in Dezimalbrüchen ausgedrückt hat.

Die Logarithmen der Zahlen

von 1 bis 9 haben 0 Einer,
von 10 bis 99 haben 1 Einer,
von 100 bis 999 haben 2 Einer,
von 1000 bis 9999 haben 3 Einer,
. . . .

zur ganzen Zahl.

An der Anzahl von Einern im Logarithmen erkennt man daher, aus welcher Ordnung die dazu gehörige Zahl ist. Hat z. B. der Logarithme 3 Einer, so reicht dessen Zahl in die Tausender oder in die vierte Stelle. Deßhalb nennt man die ganze Zahl des Logarithmen auch Kennziffer oder Charakteristik; die Dezimalen desselben heißen Zusatz oder Mantisse.

Nach der Ordnung der Zahl bestimmt man wiederum die Charakteristik, die in vielen Logarithmentafeln ganz weggelassen ist. Es hat nämlich die ganze Zahl immer eine Stelle mehr, als die Charakteristik ihres Logarithmen positive Einer enthält.

§. 94. Logarithme einer gegebenen Zahl.

In den gewöhnlichen, z. B. den bekannten Vega'schen Logarithmentafeln findet man die Logarithmen aller ganzen Zahlen von 1 bis 100999. Zu den voran stehenden Zahlen gehören die obern Ziffern noch als Einer. Dahinter und darunter folgen die Logarithmen abtheilungsweise mit gemeinschaftlichen Vorderziffern, die bis dahin gelten, wo die Hinterziffern wieder mit 0 anfangen und zugleich ein Sternchen das Gebiet der nächsten Vorderziffern anzeigt. Soll der Logarithme zu einer größern Zahl gesucht werden, etwa zu 5638254: so nimmt man zuvörderst den Logarithmen von so vielen Vorderziffern der gegebenen Zahl, als die Tafeln unmittelbar enthalten, hier nämlich den log. von 56382 = 4,7511405, vermehrt nun die Charakteristik desselben mit so viel Einern, als Zahlstellen zurückgestellt wurden, und ergänzt die Mantisse noch mit dem Proportionaltheile, welcher diesem Zahlenreste zukommt. Die hier in Frage stehende, zu der

Zahlen-Differenz 1 gehörige Logarithmen-Differenz ist (.482 — .405 =) 77 und findet sich mit ihren Zehnteln in den Tafeln (unter P. P. d. i. partes proportionales) hinten angefügt. Davon kommt auf 54, den zurückgestellten Zahlenrest, als 0,54 der Zahlen-Differenz 1:

für 0,5, hinter 5, der Proportionaltheil 39,
für 0,04, hinter 4, der Proportionaltheil 3.1.
Zusammen 42.1.

Es käme also zu jenem Logarithmen 4,7511405
noch die Ergänzung 2 und 42,1
Daher log. von 5638254 = 6,7511447..

§. 95. Zahl zu einem gegebenen Logarithmen.

Ist ein gegebener Logarithme, wozu eben die Zahl gesucht werden soll, nicht genau in den Tafeln enthalten: so nimmt man den nächst kleinern Logarithmen, zieht ihn von dem gegebenen ab, sucht wie vorhin zu dem Logarithmenreste den Proportionaltheil der Zahl und addirt denselben zu der Zahl vom nächst kleinern Logarithmen.

2,4978325 sei der gegebene Logarithme.
2.4978277 ist der Logarithme von . . 314,65..
Zu dem Reste 48 gehört der Proportionaltheil 35
Die gesuchte Zahl ist also: 314,6535.

Die Charakteristik 2 verlangt nur 3 Stellen in ganzen Zahlen. Wäre sie vielleicht 8 gewesen, so hätte man noch 2 Nullen anhängen müssen, um 9 Stellen in ganzen Zahlen zu bekommen, nämlich: 314653500.

Wird die Zahl mit 10, 100, 1000 u. s. w. multiplizirt, oder dividirt, so ändert dies an ihrem Logarithmen nur allein die Charakteristik.

§. 96. Logarithme eines Dezimalbruches.

Den Logarithmen eines Dezimalbruches nimmt man eben so, wie für eine ganze Zahl, und bestimmt zuletzt nur die Charakteristik nach dem Stande des Komma. Z. B.

Der log. von 314,6535 ist 2,4978325
" " " 3,146535 " 0,4978325
" " " 0,3146535 " 0,4978325 — 1
" " 0,003146535 " 0,4978325 — 3
" 0,000003146535 " 0,4978325 — 6.

Es verursachte in der Rechnung manche Unbequemlichkeit, wenn die Logarithmen der Zahlen unter 1, oder die der eigentlichen Brüche an sich negativ ausgedrückt würden. Daher behält man bei denselben, wie so eben geschehen, die positive Mantisse bei und setzt dahinter mit einem Minuszeichen die Einer, um welche der Logarithme zu groß ist. Rückt nämlich in der Zahl das Komma um 1, 2, 3 . . . Stellen vor, so nimmt auch ihr Logarithme um 1, 2, 3 . . . Einer ab. Kann nun diese Abnahme nicht wirklich Statt finden, so hängt man ohne Weiteres eine negative Charakteristik zur Rechten der Mantisse an, bis im Laufe der Rechnung dieser Anhang wieder zu heben ist.

Wir haben daher folgende Bedeutung dieser angehängten negativen Charakteristik für Dezimalbrüche zu merken:

bei — 1 enthält die höchste Stelle Zehntel,
" — 2 " " " " Hunderttel,
" — 3 " " " " Tausendtel,
" — 4 " " " " Zehntausendtel,
u. s. w.

Es bezeichnet also die negative Charakteristik allemal diejenige Stelle des Dezimalbruches, worin dessen erste zählende Ziffer von dem Komma aus stehen muß.

§. 97. Logarithme eines gemeinen Bruches.

Den Logarithmen eines gemeinen Bruches sucht man, wie den eines Quotienten. Man zieht nämlich von dem Logarithmen des Zählers den Logarithmen des Nenners ab (§. 92.).

Der Logarithme von $\frac{117}{1221}$ = log. 117 — log. 1221.

log. von 117 = 2,0681859 = 4,0681859 — 2
log. von 1221 = 3,0867157
log. von $\frac{117}{1221}$ = 0,9814702 — 2.

Hier mußte die Charakteristik des Logarithmen von 117 um 2 vermehrt werden, damit man einen positiven Rest bekam; dieser erhielt deßhalb, weil er dadurch wirklich um 2 zu groß wurde, — 2 zum Anhange.

Zu obigem Logarithmen 0,9814702 — 2 findet man den Dezimalbruch 0,095823..; es könnten also auch mit Hülfe der Logarithmen gemeine Brüche in Dezimalbrüche verwandelt werden.

§. 98. Potenzerhebung und Wurzelausziehung.

Man erhebt eine Zahl zur Potenz durch Multiplikation ihres Logarithmen mit dem Exponenten der gegebenen Potenz, und zieht umgekehrt aus einer Zahl die Wurzel, indem man ihren Logarithmen durch den Wurzelexponenten dividirt (§. 92.).

Z. B. 1) $37^4 = 37 \times 37 \times 37 \times 37$, also

$$\log. 37^4 = 4 \log. 37.$$

$$\begin{array}{r} \log. 37 = 1{,}5682017 \\ 4 \\ \hline \log. 37^4 = 6{,}2728068. \end{array}$$

Die Zahl dazu ist: 1874161.

2) $\log. \sqrt[3]{45325} = \frac{\log. 45325}{3} =$

$$\frac{4{,}6563378}{3} = 1{,}5521126.$$

Die Zahl dazu ist: 35,65436 . .

Da die Dezimalen der Logarithmen abgebrochen sind, so weichen, besonders bei Potenzen, die hintersten Stellen manchmal ab; diese Abweichung ist jedoch, zumal für den Genauigkeitsgrad forstlicher Berechnungen, ganz unerheblich.

§. 99. Proportionsrechnung mit Logarithmen.

Um Proportionsaufgaben mit Logarithmen auszurechnen, addirt man die Logarithmen der beiden mittlern Glieder und zieht von dieser Summe den Logarithmen des Vordergliedes ab. Die Rechnung in §. 85. führte zu $x = \frac{9 \times 3 \times 3 \times 125 \times 42}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13}$. Darin könnten die kleinern Faktoren erst vereinigt werden in $\frac{81 \times 125 \times 42}{112 \times 139{,}13}$.

Nun wäre log. von 81 = 1,9084850
log. von 125 = 2,0969100
log. von 42 = 1,6232493

log. (81 × 125 × 42) = 5,6286443.

Davon ab: log. von 112 = 2,0492180
und log. von 139,13 = 2,1434208

log. (112 × 139,13) = 4,1926388

Bliebe log. von x = 1,4360055.

Die Zahl dazu ist 27,29, wie oben.

Würde der Logarithme des Reduktionsfaktors besonders gesucht, nämlich

von dem log. (81 × 125) = 4,0053950
ab der log. (112 × 139,13) = 4,1926388

so erhielte man in 0,8127562 — 1

den beständigen Logarithmen, mit welchem hernach jeder in weimarischem Maße gegebene Forstertrag in preußisches Maß verwandelt werden könnte. Solche beständigen Logarithmen merkt man sich an zu weiterm Gebrauche (§. 66. 2.).

4. Die Zinseszinsrechnung.

§. 100. Grundverhältnisse der Zinseszinsen.

Werden die Zinsen jährlich zu dem Kapitale geschlagen und als zinstragend mit berechnet: so nennt man dies Zinseszins- oder zusammengesetzte Zinsrechnung.

Das Kapital 1 wächst zu 4 Prozent mit Zinseszinsen:

in 1 Jahre auf $(\frac{104}{100})^1$;
denn $100 : 104 = 1 : x$
und $x = \frac{104}{100} \times 1 = (\frac{104}{100})^1$;

in 2 Jahren auf $(\frac{104}{100})^2$;
denn $100 : 104 = (\frac{104}{100})^1 : y$
und $y = \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} = (\frac{104}{100})^2$;

in 3 Jahren auf $(\frac{104}{100})^3$;
denn $100 : 104 = (\frac{104}{100})^2 : z$
und $z = \frac{104}{100} \times (\frac{104}{100})^2 = (\frac{104}{100})^3$;

in 4 Jahren auf $(\frac{104}{100})^4$;

in n Jahren auf $(\frac{104}{100})^n$, u. s. w.

1 wird also mit p pCt. in n Jahren $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ *), und $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ war mit p pCt. vor n Jahren 1.

Nach diesen allgemeinen Zinseszinsverhältnissen berechnet man den Nachwerth und die Zinseszinsen, den Vorwerth und den Rabatt, das Kapital, den Zinsfuß und die Zinszeit, auch Rentenwerthe.

§. 101. Nachwerth mit Zinseszinsen.

Der Nachwerth eines Kapitales K mit Zinseszinsen z" entspringt aus der Proportion:

$$1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = K : K + z".$$

Daher

$$K + z" = \left(\frac{100+p}{100}\right)^n \times K.$$

Ein Kapital von 3600 Fl. steigt hiernach mit 4 pCt. Zinseszinsen in 12 Jahren auf

$$K + z" = \left(\tfrac{104}{100}\right)^{12} \times 3600 = 5763{,}7 \text{ Fl.}$$

Berechnung:

von log. 104	= 2,0170333
ab log. 100	= 2,0000000
bleibt log. $\frac{104}{100}$	= 0,0170333
Diesen multiplizirt mit	12
	340666
	170333
giebt log. $\left(\frac{104}{100}\right)^{12}$	= 0,2043996
Dazu log. 3600	= 3,5563025
Also log. $\left[\left(\frac{104}{100}\right)^{12} \times 3600\right]$	= 3,7607021.

Dessen Zahl = 5763,7 wie oben.

Die Zinseszinsen betragen

$$5763{,}7 - 3600 = 2163{,}7 \text{ Fl.}$$

---

*) Da $\frac{100+p}{100} = 1 + \frac{p}{100}$, so kann man dafür, der leichtern Schreibart wegen, auch $1{,}0p$ setzen; der obige Ausdruck wäre demnach auch $= (1{,}0p)^n$, oder bei 3 % $= (1{,}03)^n$, bei $3\frac{1}{2}$ % $= (1{,}035)^n$.

§. 102. Zinseszinsen.

Die Zinseszinsen z'' können auch für sich berechnet werden durch die Proportion:

$$1 : \left(\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\,^*)\right) = K : z'',$$

nach welcher

$$z'' = \left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right] \times K.$$

Obige Zinseszinsen von 3600 Fl. bei 4 pCt. in 12 Jahren betragen mithin:

$$z'' = [(\tfrac{104}{100})^{12} - 1] \times 3600 = 2163{,}7 \text{ Fl.}$$

Denn log. $(\frac{104}{100})^{12} = 0{,}2043996$
Die Zahl dazu ist $= 1{,}60103$
Also $(\frac{104}{100})^{12} - 1 = 0{,}60103$
und $0{,}60103 \times 3600 = 2163{,}7$.

Wenn man beim Gebrauche der Logarithmen auf Glieder mit + oder — stößt, so muß zum Logarithmen jedes einzelnen Gliedes die zugehörige Zahl gesucht werden, weil man die Zahlen mittels der Logarithmen weder addiren, noch subtrahiren kann. Deßhalb ist diese abgesonderte Zinsenberechnung auch schwerfälliger.

§. 103. Vorwerth zu Zinseszinsen.

Den Vorwerth K einer Summe oder den Werth derselben nach Abzug des Zinseszins-Rabattes z'' findet man durch die Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n : 1 = K + z'' : K,$$

aus welcher folgt:

$$K = \frac{K+z''}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n} = (K+z'') \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n \quad (\text{§. 21. 2.}).$$

Wird z. B. gefragt: wie groß ist die Summe von 4000 Fl. mit 4 pCt. Zinseszinsen vor 10 Jahren gewesen? so antwortet man

---

*) Da $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ das Kapital 1 sammt Zinseszinsen ausdrückt, so ist $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1$ der Ausdruck für die Zinseszinsen allein.

$$K = 4000 : (\tfrac{104}{100})^{10} = 2702{,}26 \text{ Fl.}$$

Denn log. 4000 = 3,6020600
ab log. $(\tfrac{104}{100})^{10}$ = 0,1703330
bleibt log. $[4000 : (\tfrac{104}{100})^{10}]$ = 3,4317270.
Dessen Zahl ist 2702,26.

Anstatt $4000 : \left(\frac{104}{100}\right)^{10}$ könnte man auch, um sich der Division zu überheben, setzen

$4000 \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10}$, nämlich:

log. 100 =	2,0000000 =	3,0000000 — 1	
log. 104 =		2,0170333	
log. $\tfrac{100}{104}$ =		0,9829667 — 1	
		10	
	9,8296670 —	10 = 0,8296670 — 1	

log. $(\tfrac{100}{104})^{10}$ also = 0,8296670 — 1
log. 4000 = 3,6020600
log. $4000 \times (\tfrac{100}{104})^{10}$ = 3,4317270
und dessen Zahl = 2702,26.

Der Rabatt betrüge:

$$4000 - 2702{,}26 = 1297{,}74 \text{ Fl. *)}.$$

§. 104. Zinseszins-Rabatt.

Der Zinseszins-Rabatt z'' könnte auch für sich berechnet werden nach der Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 = K + z'' : z'',$$

welche ergiebt:

$$z'' = \frac{\left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right] \times (K + z'')}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n}.$$

Sollten z. B. 4000 Fl., zahlbar in 10 Jahren, jetzt abgetragen werden, und der Schuldner dürfte Zinseszins-Rabatt mit 4 pCt. in Abzug bringen, so berechnete sich:

*) Dieses Vorwerthberechnen heißt im Handel „Discontiren".

$$z'' = \frac{[(\frac{104}{100})^{10} - 1] \times 4000}{(\frac{104}{100})^{10}} = 1297{,}74 \text{ Fl.}$$

Denn log. $(\frac{104}{100})^{10}$	$= 0{,}1703330$
Die Zahl dazu ist	$= 1{,}480243$
also $(\frac{104}{100})^{10} - 1$	$= 0{,}480243$
log. $[(\frac{104}{100})^{10} - 1]$	$= 0{,}6814610 - 1$
log. 4000	$= 3{,}6020600$
log. $([(\frac{104}{100})^{10} - 1] \times 4000)$	$= 3{,}2835210$
log. $(\frac{104}{100})^{10}$	$= 0{,}1703330$
log. $\frac{[(\frac{104}{100})^{10} - 1] \times 4000}{(\frac{104}{100})^{10}}$	$= 3{,}1131880$

Die Zahl dazu ist 1297,74.

§. 105. Kapital zu Zinseszinsen.

Das Kapital K ergiebt sich aus den Zinseszinsen z'' durch folgende Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 : 1 = z'' : K,$$

in dem Werthe: $$K = \frac{z''}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}.$$

Hiernach ist ein Kapital, das mit $4\frac{1}{2}$ pCt. in 3 Jahren 1500 Fl. Zinseszinsen abwirft:

$$K = 1500 : \left[\left(\frac{104{,}5}{100}\right)^3 - 1\right] = 10625{,}48 \text{ Fl.}$$

Denn log. $\left(\frac{104{,}5}{100}\right)^3$	$= 0{,}0573489$
Die Zahl dazu	$= 1{,}14117$
also $\left(\frac{104{,}5}{100}\right)^3 - 1$	$= 0{,}14117$
log. 1500	$= 3{,}1760913$
log. $\left[\left(\frac{104{,}5}{100}\right)^3 - 1\right]$	$= 0{,}1497424 - 1$
log. $1500 : \left[\left(\frac{104{,}5}{100}\right)^3 - 1\right]$	$= 4{,}0263489$

Die Zahl dazu ist 10625,48.

§. 106. Zinsfuß zu Zinseszinsen.

Die **Prozente** p berechnet man nach dem Kapitale, dessen Nachwerth $K + z''$ und der Zinszeit n mittels der Proportion:

$$K : K + z'' = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n.$$

Aus dieser geht hervor:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \frac{K+z''}{K}$$

$$\frac{100+p}{100} = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}}$$

$$100+p = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}} \times 100$$

$$p = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}} \times 100 - 100.$$

Wäre ein Kapital von 800 Fl. im Verlauf von 6 Jahren mit Zinseszinsen zu 1080 Fl. angewachsen, so betrüge:

$$p = \sqrt[6]{\left(\frac{1080}{800}\right)} \times 100 - 100 = 5{,}13 \text{ pCt.}$$

§. 107. Zinszeit zu Zinseszinsen.

Die **Zinszeit** n läßt sich ebenfalls aus dem Kapitale, dessen Nachwerth $K + z''$ und den Prozenten p mittels der Proportion:

$$K : K + z'' = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n$$

entziffern, nämlich:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \frac{K+z''}{K}$$

$$\log. \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \log. \frac{K+z''}{K}$$

$$n \log. \frac{100+p}{100} = \log. \frac{K+z''}{K}$$

$$n = \frac{\log. \frac{K+z''}{K}}{\log. \frac{100+p}{100}}.$$

Würde nach der Zeit gefragt, in welcher 3000 Fl. mit 5 pCt. zu 5500 Fl. anwachsen, so antwortete man:

$$n = \frac{\log. \frac{5500}{3000}}{\log. \frac{105}{100}} = \frac{0{,}2632414}{0{,}0211893} = 12{,}422 \text{ Jahre} = 12 \text{ J. } 5 \text{ Mon. } 2 \text{ Tage.}$$

§. 108. Rentenrechnung.

Renten sind jährlich erfolgende, gleiche Einnahmen. Die vollkommene Rente geht immerwährend von Jahr zu Jahr ein, und gleicht somit den Zinsen eines feststehenden Kapitales. 600 Fl. jährliche Einkünfte haben bei 4 pCt. nach der Proportion:

$$4 : 100 = 600 : K,$$

zum Kapitalwerth $\frac{100}{4} \times 600 = 15000$ Fl.

Nennen wir von einer solchen immerwährenden Rente die jährliche Rentenpost r, so ist das Rentenkapital, nach der allgemeinen Proportion

$$p : 100 = r : K,$$

$$K = \frac{100}{p} \times r,$$

das Produkt des Einheitskapitales $\frac{100}{p}$ mit der Rentenpost r (§. 76. 1.).

Führen wir nun einmal, gleichsam zur Probe, alle einzelnen Rentenposten, wie sie der Zeit nach eingehen, für sich auf ihren Jetztwerth, so erhalten wir (n. §. 103.) für die im

1. 2. 3.... n Jahre......... nach ∞ langer Zeit fälligen Renten

r r r.... r........... r

die Jetztwerthe:

$$1. = \left(\frac{100}{100+p}\right) \times r$$

$$2. = \left(\frac{100}{100+p}\right)^2 \times r$$

$$3. = \left(\frac{100}{100+p}\right)^3 \times r$$

⋮

$$n. = \left(\frac{100}{100+p}\right)^n \times r$$

⋮

$$\infty = \left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty \times r$$

Die Summe dieser sämmtlichen Jetztwerthe aller Rentenposten ist demnach:

$$\left[\left(\frac{100}{100+p}\right)^1+\left(\frac{100}{100+p}\right)^2+\left(\frac{100}{100+p}\right)^3+\ldots\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty\right]\times r.$$

Die Klammergrößen bilden eine fallende geometrische Reihe, deren höchstes Glied $\frac{100}{100+p}$, deren Quotient $\frac{100+p}{100}$ *) und deren niedrigstes Glied, als unendlich hohe Potenz eines eigentlichen Bruches, $\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty = 0$ ist. Nach der Formel für die Summirung geometrischer Reihen §. 91. ergiebt sich also:

$$\frac{\left(\frac{100}{100+p}\times\frac{100+p}{100}\right)-\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty}{\frac{100+p}{100}-1}\times r=\frac{1-0}{\frac{100}{100}+\frac{p}{100}-1}\times r=$$

$$\frac{1-0}{\frac{p}{100}}\times r=\left[1:\frac{p}{100}\right]\times r=1\times\frac{100}{p}\times r=\frac{100}{p}\times r,$$ folglich wieder der obige Kapitalwerth von der ganzen Rente. Dies begründet ein weiteres Verfahren, wie man auch einzelne Rentenposten und Rentenstücke für sich kapitalisiren kann; es versteht sich aber, nur vermittelst der Zinseszinsrechnung.

VIII. Waldwerthberechnung.

§. 109. Grundlagen der Waldwerthberechnung.

Der Geldwerth einer Waldung, oder eines Waldstückes, so wie der wahrscheinliche Gewinn von einer Holzanlage, wird berechnet nach den davon zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben und nach dem geeigneten Zinsfuße.

Die Einnahmen werden gewonnen von allen verkäuflichen Holz- und andern Nutzungen. Die Ausgaben bestehen

*) Der eigentliche Quotient ist $\frac{100}{100+p}$, also ein ächter Bruch; dieser aber wird (nach §. 91.) bei Summirung fallender geometrischer Reihen umgekehrt, ist also $=\frac{100+p}{100}$.

in Verwaltungskosten, etwaigen Abgaben, Unterhaltungskosten, Bereitungskosten u. dgl. m. Den Zinsfuß zur Verwandlung der künftigen Einnahmen und Ausgaben in ihren gegenwärtigen Kapitalwerth bestimmt man nach den eben herrschenden Zinsverhältnissen und nach besondern Absichten und Zwecken der Betheiligten.

Hier kann weder vom Eigenwerthe des Bodens und des Holzvorrathes, noch von einer Umsetzung des letztern in einträglicheres Geldkapital, noch von Thulichkeit der aussetzenden oder nachhaltigen Benutzung, oder von gänzlicher Waldzerschlagung gehandelt werden, auch nicht von Ersparung in der Verwaltung und Unterhaltung, oder von andern Mitteln und Wegen zur Bestimmung und Erhöhung des Reinertrags. Das Alles ist Gegenstand der Forstabschätzung, aber nicht der Werthberechnung.

Wir sehen hier alle Einnahme= und Ausgabeposten, so wie den Zinsfuß als unbedingt gegeben an, mittels gründlicher Erwägung aller bezüglichen Verhältnisse, und berechnen danach den Waldwerth mit strenger Beobachtung des Grundsatzes: Der gesuchte Geldwerth muß dem gegenüber gegebenen Reinertrage aller Zeiten gleichen, oder der Verkäufer mit seinem Kapitaleinkommen muß dem Käufer mit seinem Forsteinkommen durchaus gleich stehen.

§. 110. Vorbereitung zur Rechnung.

Bei einem ganzen Waldverbande mit Nachhaltsbetrieb erfolgen die Einnahmen und Ausgaben ununterbrochen von Jahr zu Jahr. Man ordnet die Erträge gewöhnlich zwischen gleiche Zeitabschnitte, in Jahrfünfte, Jahrzehnde oder Jahrzwanzigte, bis dahin, wo die ständige Nutzung eintritt. In der Regel findet während eines jeden solchen Zeitraumes ein gleichmäßiger Betrieb, also auch ein jährlich gleicher Ertrag Statt. Die dadurch erhaltenen Rechnungsposten haben daher die Beschaffenheit ordentlicher Renten, die wenigstens von einem Zeitabschnitte zum andern jährlich gleich stehen.

Die einzelnen Waldstücke oder Holzanlagen sind einem aussetzenden Betriebe unterworfen; denn es kann darin nicht alljährlich gewirthschaftet werden. Die Einnahme= und Ausgabeposten derselben ergeben sich daher mehr vereinzelt, sind indeß oft auch periodisch wiederkehrend.

Zum Ansatze der Werthberechnung werden alle geschätzten Naturalerträge in Geld ausgeworfen. Dabei gleicht man schon manche Ausgaben gegen Einnahmen aus, zieht nämlich ständige Holzabgaben von dem Holzertrage, Bereitungskosten von dem Verkaufspreise ab, u. s. w. Hiernächst werden die gleichzeitigen Gelderträge und Geldausgaben, so viel als thulich, gegen einander aufgehoben und so zusammengereiht, wie es zur leichtern Rechnung eben dienlich ist.

Wir nehmen in der Regel die Verfallzeit jeder Einnahme= und Ausgabepost zu Ende des dabei genannten Jahres an, und zählen daher Alles, was ganz zu Anfang des ersten Jahres besonders eingeht, oder ausgegeben werden muß, für sich mit auf. In jedem Rechnungsfalle bestimmen wir zuvörderst das allgemeine Werthverhältniß, oder den fraglichen Werth von 1, und multipliziren diesen mit der gegebenen Post. Die gewöhnlich vorkommenden Werthe von der in Frage stehenden Einheit finden sich in den anliegenden Werthtafeln A, B, C, D und E, S. 134 bis 142.; wo diese nicht zureichen, gebraucht man Logarithmen.

In unsern Formeln sind folgende allgemeinen Bezeichnungen und Ausdrücke beibehalten:

p für die Prozente,

$\frac{100}{p}$ für das Einheitskapital,

$\frac{100+p}{100}$ für den spätern Werth von 1 nach einem Jahre,

$\frac{100}{100+p}$ für den frühern Werth von 1 vor einem Jahre,

n für die volle Jahreszahl der Zinseszinszeit.

Dabei sind die gegebenen Fälle durch bildliche Darstellung ihrer Zeitfolge mehr versinnlicht.

§. 111. Nachwerth einmaliger Einnahmen.

Taf. A.

$$1 \ldots\ldots\ldots \left(\frac{100+p}{100}\right)^{n}$$

Der spätere Werth von Einnahmen oder Ausgaben kommt vorzüglich bei Holzanlagen in Betracht und ist nichts anderes, als der **Nachwerth**. Zur Berechnung desselben dient der allgemeine Satz:

$$1 \text{ giebt } \left(\frac{100+p}{100}\right)^{n},$$

nämlich: 1 wird in n Jahren mit p Prozent Zinseszinsen $\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n}$ (§. 101.).

Würde z. B. ein Morgen Land jetzt für 5 Thlr. mit Erlen bepflanzt, und man fragte, wie hoch diese Ausgabe zu 4 pCt. Zinseszinsen in 20 Jahren anwächst: so würde 1 zu $(\frac{104}{100})^{20}$ und 5 zu $5 \times (\frac{104}{100})^{20}$ hinaufsteigen.

Dieser Erwartungswerth von 1, nämlich $(\frac{104}{100})^{20}$, könnte, wie oben geschehen, durch Logarithmen ausgemittelt werden; kürzer nimmt man ihn jedoch unmittelbar aus der hier angefügten **Nachwerthtafel A**, 134 und 135., welche $\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n}$ für alle uns vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hierin steht unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Nachwerth von 1, die Zahl $2{,}19112 = (\frac{104}{100})^{20}$. Danach ist der gesuchte Werth

$$5 \times 2{,}19112 = 10{,}9556 \text{ Thlr.} = 10 \text{ Thlr. } 28 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}$$

Zur Berechnung des Nachwerthes einer einzelnen Einnahme- oder Ausgabepost haben wir also die Regel: **Man multiplizire die gegebene Post mit der Werthzahl von 1 aus der Nachwerthtafel A bei gleichen Prozenten und gleicher Zeit.**

Der Nachwerth von 25 Thlr. in 18 Jahren mit 3½ Prozent Zinseszinsen würde berechnet:

1,85749 Werthzahl von 1.
×25 Gegebene Zahl.
928745
371498
46,43725 Thlr. Nachwerth von 25.

Der Nachwerth mehrmaliger Einnahmen oder Ausgaben aus der Vergangenheit kann eben auch mittels Taf. A postenweise berechnet werden.

Der Jetztwerth einer von 20, 15 und 10 Jahren erfolgten Einnahme von je 120 Thlr. ist bei 4 Prozent:

$$\left.\begin{matrix}2{,}19112\\1{,}80094\\1{,}48024\end{matrix}\right\}\times 120$$

$$= 5{,}47230 \times 120 = 656{,}676 \text{ Thlr.}$$

§. 112. Vorwerth einmaliger Einnahmen.

Taf. B.

$$0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \overset{n}{1}$$

$$\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$$

Der frühere Werth einer Einnahme oder der Vorwerth ist zu finden mittels des allgemeinen Satzes:

$$1 \text{ giebt } \left(\frac{100}{100+p}\right)^n,$$

nämlich: 1 ist n Jahre früher bei p pCt. Zinseszinsen $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ (§. 103.).

Wirft z. B. ein Holzbestand am Ende des 20. Jahres 10 Thlr. 28 Sgr. 8 Pf. oder 10,9556 Thlr. ab, und man fragte: wie viel ist diese Einnahme jetzt werth zu 4 pCt. Zinseszinsen? so würde 1 zu $(\frac{100}{104})^{20}$, und 10,9556 zu 10,9556 × $(\frac{100}{104})^{20}$ heruntergehen.

Diesen Vorwerth von 1, nämlich $(\frac{100}{104})^{20}$, nimmt man unmittelbar aus der Vorwerthtafel B., 136 und 137., welche $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ für alle vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen

enthält. Hierin steht unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Vorwerth von 1, die Zahl 0,45639 = $(\frac{100}{104})^{20}$. Danach wäre der gesuchte Jetztwerth

10,9556 × 0,45639 = 5 Thlr.

Zur Berechnung des Vorwerthes einer einzelnen Einnahme- oder Ausgabepost nehmen wir nun die Regel an: Man multiplizire die gegebene Post mit der Werthzahl von 1 aus der Vorwerthtafel B unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zeit.

Der Vorwerth einer nach 15 Jahren fälligen Einnahmepost von 30 Thlr. mit $4\frac{1}{2}$ pCt. Zinseszinsen würde berechnet:

0,51672 Werthzahl von 1.
×30 Einnahmepost.
15,50160 Thlr. Vorwerth von 30.

Übrigens läßt sich auch der Vorwerth mittels der Nachwerthtafel und der Nachwerth mittels der Vorwerthtafel berechnen, wenn man die unbequeme Division nicht vermeiden will; denn

$$1 \times \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = 1 : \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$$

und

$$1 \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n \quad (§. 21.).$$

§. 113. Kapitalwerth voller Renten. Taf. C.

A. 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ∞
$\frac{100}{p}$

Die hier dargestellte, von jetzt an immerwährend wiederkehrende, jährlich gleiche Einnahme ist eine vollkommene Rente; ihr Werth gleicht, wie bekannt, einem Kapitale, das ganz dieselben Zinsen abwirft. Ist die jährliche Rentenpost r = 1, so beträgt der Rentenwerth im eigentlichen Anfangs- oder 0-Punkte der Rente, ein Jahr vor Eingang der ersten Rentenpost, $\frac{100}{p}$ (§. 108.). Zur Berechnung des vollen Rentenwerthes dient also das Einheitskapital, in dem Ansatze:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p}.$$

Eine alljährliche Einnahme von 600 Thlr., die sogleich mit Ende des ersten Jahres erfolgt, hat demnach zu ihrem Jetztwerthe

bei 5 Prozent: $600 \times \frac{100}{5} = 600 \times 20 = 12000$ Thlr.,

bei 3 Prozent: $600 \times \frac{100}{3} = 600 \times 33\frac{1}{3} = 20000$ Thlr.

Die fortlaufenden Ausgaben behandelt man als negative Einnahmen. Fände sich z. B. neben jener Einnahme eine jährliche Ausgabe von 50 Thlr., so betrüge ihr Werth bei 5 Prozent: $50 \times 20 = 1000$ Thlr. und der reine Einnahmewerth wäre

$$12000 - 1000 = 11000 \text{ Thlr.}$$

Kürzer ist es jedoch, sogleich die reine Einnahme auszuwerfen. Diese ist hier $600 - 50 = 550$ Thlr. und mit 5 pCt. kapitalisirt, $550 \times 20 = 11000$ Thlr.

Fände sich am Anfange des ersten Jahres zufällig noch eine Einnahme oder Ausgabe, die eigentlich der Rente nicht mehr angehört, in letzterm Falle z. B. 50 Thlr. Einnahme für noch vorhandene Hölzer: so würde dieselbe dem gefundenen Werthkapitale besonders zugerechnet, nämlich $11000 + 50 = 11050$ Thlr.

Übrigens ist aus obigen Ansätzen ersichtlich, welchen wichtigen Einfluß der Zinsfuß auf die Ergebnisse der Waldwerthberechnung hat, und daß man, schon wegen der in ihm beruhenden großen Werthunterschiede, die hintern Dezimalen mancher Faktoren sehr wohl vernachlässigen darf.

Die Regel zur Berechnung des Kapitalwerthes einer vollkommenen Rente ist also: Man multiplizire die jährliche Einnahme mit dem Einheitskapitale $\frac{100}{p}$.

Diese vollen Kapitalwerthe von 1 sind:

Zu 3 Prozent $\frac{100}{3} = 33{,}33333\ldots$

Zu $3\frac{1}{2}$ Prozent $\frac{100}{3{,}5} = 28{,}57143$

Zu 4 Prozent $\frac{100}{4} = 25.$

Zu $4\frac{1}{2}$ Prozent $\frac{100}{4{,}5} = 22{,}22222\ldots$

Zu 5 Prozent $\frac{100}{5} = 20.$

Man findet sie auf der Rentenwerthtafel C, 138., hinter dem Null-Punkte der Rente.

Hiernach würde der Kapitalwerth einer alljährlichen Einnahme von 80 Thlr. mit 3½ pCt. berechnet:

28,57143	Voller Rentenwerth zu 1.
× 80	Jährliche Einnahme.
2285,7144	Kapitalwerth zu 80.

§. 114. Kapitalwerth hinterer Rentenstücke.

Tafel C.

B. 0 .... $\overset{n}{1}$111111111111111111111111111111 ∞

$$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n \quad \frac{100}{p}$$

Beginnt eine fortwährende, jährliche Einnahme erst nach Verlauf einer gewissen Zeit, wie in der Darstellung B, so muß von ihrem vollen Rentenwerthe jener Zeit, als einmalige Einnahme angesehen, der jetzige Vorwerth berechnet werden. Die jährliche Einnahme 1 hat (nach §. 113.) zum vollen Rentenwerthe $\frac{100}{p}$; wird diese Rente aber erst nach n Jahren gangbar oder nach n + 1 Jahren zum ersten Male fällig: so ist (n. §. 112.) der gegenwärtige Werth davon $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$. Daraus entspringt zur Werthberechnung eines jeden hintern Rentenstückes die allgemeine Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Würde nun z. B. eine solche Rente von 600 Thlr. erst nach dem 10. Jahre gangbar, oder am Ende des 11. Jahres zum ersten Male fällig: so wäre ihr voller Kapitalwerth am Ende des 10. Jahres bei 4 pCt.

$$600 \times \tfrac{100}{4} = 15000 \text{ Thlr. (§. 113.)}$$

und davon der gegenwärtige Vorwerth, $15000 \times (\tfrac{100}{104})^{10}$, nach der Vorwerthtafel,

$$15000 \times 0{,}67556 = 10133{,}4 \text{ Thlr.}$$

Diese 10133,4 Thlr. wachsen in 10 Jahren mit Zinseszinsen zu jenem bleibenden Kapitale von 15000 Thlr. an, das alsdann, mit Ende des 11. Jahres anfangend, fortwährend die 600 Thlr. jährlich abwirft.

Der gegenwärtige Werth eines hintern Rentenstückes von der jährlichen Einnahme 1 ist unmittelbar in der Rentenwerth-Tafel C, 138 und 139., zu finden, welche $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ für die vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hieraus nimmt man für unsere Aufgabe unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 10, als Rentenwerth von 1, die Zahl 16,88912 $= \frac{100}{4} \times (\frac{100}{104})^{10}$ ohne Weiteres, und multiplizirt sie mit 600, was obige 10133,4 Thlr. giebt.

Wir haben somit die kurze Regel zur Berechnung des gegenwärtigen Werthes von einer später eintretenden Rente:

Man multiplizire die gegebene jährliche Einnahme mit der Werthzahl von 1 aus der Rentenwerth-Tafel C unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zeit.

Hiernach würde die jährliche Einnahme von 50 Thlr., welche nach 10 Jahren eintritt, mit 3½ pCt. Zinseszinsen für die gegenwärtige Zeit kapitalisirt:

20,25485	Rentenwerth zu 1.
×50	Jährliche Einnahme.
1012,7425 Thlr.	Gesuchter Rentenwerth von 50.

Zu bemerken ist noch, daß bei allen Berechnungen der Kapitalwerthe von Renten diejenige Jahreszahl gebraucht wird, welche dem Eintritte der ersten Rentenpost vorangeht, weil das Kapital erst ein Jahr liegen muß, ehe es die Zinsen abwirft. Für eine Rente, deren erste Post am Ende des 11. Jahres eingeht, wird also der 10jährige Vorwerth gesucht. Die Ausdrücke: nach dem 10. Jahre . . . von dem 11. Jahre an . . . sind hier gleichbedeutend; doch ist der erstere übereinstimmig mit der, die Rechnung bestimmenden Jahreszahl.

§. 115. Kapitalwerth vorderer Rentenstücke.

Taf. C.

A. 0111111111111111111111111111111111111111 ∞

$\frac{100}{p}$

B. 0 .... ^{n} 11111111111111111111111111111 ∞

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

C. 01111111111 ^{n} ....

$\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

Eine sogleich beginnende, jährliche Einnahme, die, wie hinter C dargestellt, nach einiger Zeit ganz aufhört, ist anzusehen als das vordere Stück einer vollen, im Übrigen ganz gleichen Rente A, und wird gefunden, wenn man von dieser das hintere Rentenstück B abzieht, das mit dem Aufhören des gegebenen beginnt. Der Werth einer vollen Rente A von 1 ist, wie bekannt, $\frac{100}{p}$, und der Jetztwerth eines hintern Rentenstückes B von 1, das erst nach n Jahren beginnt, ist $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$; folglich beträgt der Jetztwerth des vordern Rentenstückes C oder der jährlichen Einnahme 1, die sogleich beginnt und bis in das n. Jahr dauert, $\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$. Das vordere Rentenstück berechnen wir also nach der allgemeinen Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Gingen z. B. 600 Thlr. die nächsten 10 Jahre hinter einander jährlich ein, und man fragte nach dem gegenwärtigen Werthe davon bei 4 pCt.: so würde folgendermaßen gerechnet:

A) Eine immerwährende Rente von 600 Thlr.
ist, mit 4 pCt. kapitalisirt, gegenwärtig werth:

$$600 \times \frac{100}{4} = 600 \times 25 = 15000 \text{ Thlr.}$$

Übertrag: 15000 Thlr.

B) Ein nach dem 10. Jahre beginnendes, fortdauerndes Rentenstück von 600 Thlr. mit 4 pCt. ist gegenwärtig werth (n. §. 114.):

$$600 \times \tfrac{100}{4} \times \left(\tfrac{100}{104}\right)^{10} = 600 \times 16{,}8891 = 10133{,}4 \text{ Thlr.}$$

C) Das vordere Rentenstück von 600 Thlr. jährlicher Einnahme während der ersten 10 Jahre hat also zum Jetztwerthe: $15000 - 10133{,}4 = 4866{,}6$ Thlr.

Betrachten wir die Theile dieser Rechnung näher, so findet sich:

$$600 \times 25 - 600 \times 16{,}8891 = (600 \times 25 - 16{,}8891).$$

Daraus ergiebt sich folgende abgekürzte Regel für die Werthberechnung der vordern Rentenstücke: Man ziehe die aus der Rentenwerth-Tafel C genommene Werthzahl der Hinterrente von dem zu 1 gehörigen vollen Rentenwerthe ab und multiplizire den Rest mit der jährlichen Rentenpost.

Der Werth einer sogleich beginnenden, 15 Jahre dauernden, jährlichen Einnahme von 70 Thlr. mit 4½ pCt. Zinseszinsen würde also berechnet:

22,22222	Voller Rentenwerth zu 1.
— 11,48267	Hinterrentenwerth zu 1.
10,73955	Vorderrentenwerth zu 1.
× 70	Jährliche Rentenpost.
751,7685	Gesuchter Rentenwerth von 70.

Der obige allgemeine Ausdruck $\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ läßt sich verwandeln in $\frac{100}{p} \times \left[1 - \left(\frac{100}{100+p}\right)^n\right]$, und dies giebt eine Formel zur Berechnung des gleichen Werthes vermittelst der Vorwerthtafel, nämlich:

$$\frac{100}{4{,}5} \times \left[1 - \left(\frac{100}{104{,}5}\right)^{15}\right] \times 70 = 22{,}22222 \times (1 - 0{,}51672) \times 70.$$

Man könnte auch nach §. 112. von den gegebenen Einnahmeposten die Jetztwerthe einzeln berechnen mittels der Formel

$$70 \times \left[\left(\frac{100}{104{,}5}\right)^1 + \left(\frac{100}{104{,}5}\right)^2 + \left(\frac{100}{104{,}5}\right)^3 \ldots \left(\frac{100}{104{,}5}\right)^{15}\right].$$

Hierzu würden die 15 Werthzahlen in der Vorwerthtafel unmittelbar addirt, und man erhielte 10,73954 × 70.

§. 116. Kapitalwerth mittlerer Rentenstücke. Taf. C.

$$B.\ \underbrace{0 \ldots\ldots\ldots\ldots}_{\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n}} \overset{n}{1}111111111111111111111111111 \infty$$

$$B'.\ \underbrace{0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}_{\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{m}} \overset{m}{1}11111111111111111 \infty$$

$$D.\ \underbrace{0 \ldots\ldots\ldots\ldots 111111111}_{\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{m}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Eine jährliche Rente, die wie in der Reihe D nach gewisser Zeit erst beginnt und dann nach einiger Zeit wieder aufhört, ist als Unterschied zweier hintern, übrigens gleichen Rentenstücke B — B′ anzusehen, von denen das eine mit dem gegebenen Anfange n und das andere mit dem gegebenen Ende m eintritt.

B, das früher nach n Jahren eintretende Rentenstück, ist (n. §. 114.) für die Einnahme 1 $= \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n}$

B′, das später nach m Jahren eintretende, ist $= \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{m}$

D, der Werth des gesuchten mittlern Rentenstückes, der Unterschied von beiden, wird also berechnet nach der allgemeinen Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^{m}.$$

Sollte z. B. der gegenwärtige Werth einer von dem 11. bis in das 20. Jahr dauernden jährlichen Rente von 500 Thlr. mit 3 pCt. Zinseszinsen berechnet werden: so suchte man erstlich

(n. §. 114.) den Werth eines solchen, eben auch nach 10 Jahren eintretenden, aber fortwährenden Rentenstückes

$$500 \times \tfrac{100}{3} \times (\tfrac{100}{103})^{10} = 500 \times 24{,}80314 = 12401{,}5 \text{ Thlr.}$$

Dieser Werth ist jedoch um das, nach dem 20. Jahre abfallende, hintere Rentenstück zu groß, nämlich um:

$$500 \times \tfrac{100}{3} \times (\tfrac{100}{103})^{20} = 500 \times 18{,}45588 = 9227{,}9 \text{ Thlr.}$$

Das gesuchte 10jährige Rentenstück, vom 11. bis zum 20. Jahre dauernd, ist mithin gegenwärtig werth:

$$12401{,}5 - 9227{,}9 = 3173{,}6 \text{ Thlr.}$$

Erwägen wir, daß

$$500 \times 24{,}80314 - 500 \times 18{,}45588 = 500 \times (24{,}80314 - 18{,}45588):$$

so bietet sich uns eine oben schon gebrauchte Abkürzung wieder dar mit folgender Regel zur Berechnung des gegenwärtigen Werthes von einem Rentenstücke aus mittler Zeit: Man subtrahire zuvor die beiden Faktoren aus der Rentenwerthtafel C und multiplizire nachher den Rest mit der Rentenpost. Z. B.

24,80314	Früherer Rentenwerth zu 1.
— 18,45588	Späterer Rentenwerth zu 1.
6,34726	Mittler Rentenwerth zu 1.
× 500	Jährliche Rentenpost.
3173,630	Thlr. Gesuchter Kapitalwerth zu 500.

Obiger allgemeine Ausdruck $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m$ ist gleich $\frac{100}{p} \times \left[\left(\frac{100}{100+p}\right)^n - \left(\frac{100}{100+p}\right)^m\right]$. Diese Formel dient uns, denselben Werth vermittelst der bloßen Vorwerthtafel zu berechnen, nämlich durch

$$\tfrac{100}{3} \times [(\tfrac{100}{103})^{10} - (\tfrac{100}{103})^{20}] \times 500 = 33{,}33333 \times (0{,}74409 - 0{,}55368) \times 500.$$

Auch besteht der fragliche Werth aus

$$500 \times [(\tfrac{100}{103})^{11} + (\tfrac{100}{103})^{12} + (\tfrac{100}{103})^{13} + \ldots. (\tfrac{100}{103})^{20}].$$

Danach addirt man sogleich in der Vorwerthtafel alle Werthzahlen, hier von 11 bis 20, und multiplizirt die Summe mit 500, nämlich: 6,34728 × 500.

§. 117. Kapitalwerth der Vergangenheitsrenten, Taf. E.

$$\ldots\overset{n}{1}111111111111111111111110$$

$$\left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n+1}-\frac{100+p}{100}\right]:\left(\frac{100+p}{100}-1\right)$$

Die jährliche Rente 1, welche in der Vergangenheit, vor n Jahren begonnen hat, erlangt im nächsten Jahre nach der letzten Zahlung den Werth von

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^1+\left(\frac{100+p}{100}\right)^2+\left(\frac{100+p}{100}\right)^3+\ldots\ldots\left(\frac{100+p}{100}\right)^n.$$

Diese einzelnen Werthsposten bilden eine steigende geometrische Progression, mit dem ersten Gliede $\frac{100+p}{100}$, dem höchsten Gliede $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ und dem Quotienten $\frac{100+p}{100}$; deren Summe, oder der Vergangenheitsrentenwerth ist folglich (nach §. 91.)

$$=\left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n+1}-\frac{100+p}{100}\right]:\left(\frac{100+p}{100}-1\right).$$

Wären nun z. B. an irgend ein Waldstück während der letztern fünf vollen Jahre jährlich 30 Thlr. Anbaukosten gewendet worden, und hätte man für das Jahr danach den Werth dieses Kostenaufwandes mit 4 pCt. zu kapitalisiren, so rechnete man:

$$1 \text{ giebt } [(\tfrac{104}{100})^6-\tfrac{104}{100}]:(\tfrac{104}{100}-1),$$
$$=(1{,}26532-1{,}04):0{,}04=5{,}633;$$

30 Thlr. geben $5{,}633\times30=168{,}99$ Thlr.

Diese Nachwerthe der seit n Jahren jährlich entfallenen Einheiten findet man zum Behuf der Waldwerthberechnung unmittelbar auf Taf. E, S. 142. so z. B. unter 4 pCt. und hinter 5 obigen Werthfaktor 5,633. Wäre eine solche rentenartige Zahlung schon früher eingestellt worden, so müßte man zu diesem Gesammtwerthe, als einmaligen Betrag angesehen, mittels Taf. A noch den jetzigen Nachwerth berechnen.

§. 118. **Kapitalwerth periodischer Renten im Beginn ihrer Zwischenzeit. Taf. D.**

$$E.\ 0 \underbrace{\ldots\ldots\ldots}_{\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}} \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1}\ \infty$$

Geht eine gewisse Einnahme R immerwährend erst nach Verlauf einer ausgesetzten gleichen Reihe von Jahren wieder ein, wie in obiger Darstellung E: so besteht ihr gesammter Werth **zu Anfang jeder Zwischenzeit** in einem Kapitale, dessen Zinseszinsen während deß der Einnahme gleichkommen. Das auf immer angelegte Kapital 1 würde (n. §. 111.) mit Zinseszinsen in n Jahren zu $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ anwachsen und dann jedes Mal $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1$ als periodische Rente abwerfen *). Es verhält sich daher

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 : 1 = R : K,$$

und der zu R gesuchte Kapitalwerth K ist $\frac{R}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

Setzen wir nun die Periodeneinnahme R = 1, so erhalten wir zur Berechnung ihres Werthes im Beginn der Zwischenzeit die allgemeine Formel:

---

*) Zur besseren Verdeutlichung möge folgendes Zahlenbeispiel dienen: 100 Thlr. wachsen bei 4$\frac{0}{0}$ Zinseszins innerhalb 12 Jahren auf 160 Thlr. an; nimmt man davon den Zinsenabwurf mit 60 Thlr. ab, so bleiben 100 Thlr. übrig; diese aber wachsen in den nächsten 12 Jahren wieder auf 160 Thlr. an, wovon zum zweiten Male 60 Thlr. abzunehmen sind, und dennoch bleibt das ursprüngliche Kapital von 100 Thlr. übrig, das in den weiter folgenden 12 Jahren einen gleichen Zinsenabwurf liefert, u. s. f. nach folgendem Schema:

0	im 12. Jahre	24. Jahre	36. Jahre	48. Jahre	
100	160	160	160	160	
	—100	—100	—100	—100	
	60	60	60	60	u. s. f.

Offenbar hat also ein Kapital von 100 Thlr. denselben Werth, als eine von jetzt an alle 12 Jahre erfolgende Einnahme von 60 Thlrn.

1 giebt $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

Wirft z. B. ein eben abgetriebener Niederwaldschlag von jetzt nach jedem 20. Jahre 600 Thlr. ab: so ist bei 5 pCt. der Kapitalwerth dieser periodischen Rente

$$600 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 600 \times 0{,}60485 = 362{,}9 \text{ Thlr.}$$

Der Jetztwerth solcher Periodeneinnahmen von 1 wird unmittelbar gefunden in der Periodenrenten-Tafel D, 140 und 141., welche $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$ für alle vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hieraus nimmt man für obige Aufgabe unter 5 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Kapitalwerth von 1, die Zahl $0{,}60485 = \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1}$. Wir berechnen somit den Kapitalwerth jeder periodischen Rente im Beginn ihrer Zwischenzeit nach folgender leichten Regel: Man multiplizire die gegebene Periodenpost mit der Werthzahl von 1 aus der Periodenrenten-Tafel D unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zwischenzeit. Z. B.

Eine periodische Rente von 250 Thlr., die in dem je 30. Jahre erfolgt, bei 3½ Prozent:

```
  0,55347  Perioden-Rentenwerth zu 1.
     ×250  Einnahmepost.
 --------
  2767350
 110694
 --------
 138,36750 Gesuchter Perioden-Rentenwerth zu 250.
```

Der obige allgemeine Ausdruck $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$ ist gleich $1 : \left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right]$. Nach dieser Formel könnte der gleiche Werth auch vermittelst der bloßen Nachwerthtafel berechnet werden, nämlich durch $250 : \left[\left(\frac{103{,}5}{100}\right)^{30} - 1\right] = 250 : (2{,}80678 - 1)$.

§. 119. Kapitalwerth periodischer Renten im Laufe ihrer Zwischenzeit. Taf. D.

F: 0 .... 1 .... 1 .... 1 .... 1 ∞

Träte obige 20jährige Periodenrente von 600 Thlr. das erste Mal früher als nach Verlauf ihrer vollen Zwischenzeit ein, wie die Reihe F darstellt, von jetzt an etwa schon am Ende des 6. Jahres: so wäre zuvörderst deren Werth auszumitteln für den Beginn der nächsten vollen Zwischenzeit, nämlich wie oben:

$$600 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 600 \times 0{,}60485 = 362{,}9 \text{ Thlr.}$$

und dazu noch die am Ende des 6. Jahres eben fällige Einnahme $= 600$ Thlr.

Dieser Gesammtbetrag $= 962{,}9$ Thlr.

zu Ende des 6. Jahres wäre endlich (n. §. 112.) als einmalige Einnahme auf seinen gegenwärtigen Vorwerth zu führen. Derselbe ist

$$962{,}9 \times (\tfrac{100}{105})^{6} = 962{,}9 \times 0{,}74621 = 718{,}5 \text{ Thlr.}$$

Unsere Regel zur Werthberechnung der Periodenrenten für ein jedes im Laufe ihrer Zwischenzeit gegebene Jahr ist mithin: Man multiplizire die Periodenrenten-Post mit der Werthzahl aus der Periodenrenten-Tafel D, addire dazu noch die vordere Einnahmepost, multiplizire dann die Summe mit der zur Einnahmezeit gehörigen Werthzahl aus der Vorwerthtafel B.

Z. B. die nach 6 Jahren zuerst eingehende, 20jährige Perioden-einnahme von 600 Thlr. mit 5 pCt.:

0,60485	Perioden-Rentenwerth zu 1.
× 600	Rentenpost.
362,91000	
+ 600	Einmalige Einnahme.
962,91	Perioden-Rentenwerth nach 6 Jahren.
× 0,74621	Vorwerth von 1.
674,037	
38.516	
5,772	
192	
9	
718,526 Thlr.	Gesuchter Kapitalwerth.

Man könnte auch eine solche Periodenrente verwandeln in eine andere, deren Zwischenzeit von jetzt an beginnt. Obige 600 Thlr., fällig in jedem 6. Jahre der sogleich beginnenden 20jähri-gen Periode, wären unter den übrigen Bedingungen am Ende des je 20. Jahres, also 20 — 6 = 14 Jahre später (n. §. 111.) werth:

$$600 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{14} = 600 \times 1{,}97993 = 1188 \text{ Thlr.}$$

Diese 20jährige Periodeneinnahme von 1188 Thlr., deren Zwischenzeit sogleich beginnt, hat ebenfalls zum Werthe (n. §. 118.):

$$1188 \times 0{,}60485 = 718{,}5 \text{ Thlr.}$$

Sollte die Periodenrente später erst beginnen, so berechnet man von ihrem vollen Eintrittwerthe den jetzigen Vorwerth. Sollte sie aufhören, so wird, wie bei Jahresrenten, der Werth des hintern abfallenden Stückes von dem Ganzen abgezogen, oder man berechnet von allen einzelnen Posten den Vorwerth besonders.

§. 120. Kapitalwerth zusammengesetzter Periodenrenten. Taf. D und E.

```
1.
G.0.......11111...............11111..............11111........∞
2.  111       1       11  111       1      11  111       1      11
```

1) Eine solche Periodeneinnahme kann auch rentenartig mehre Jahre hinter einander Statt finden und dann wieder gewisse Zeit aussetzen. Gewährten z. B., wie in der Darstellung G, fünf Niederwaldschläge von jetzt an alle 20 Jahre, in dem je 8., 9., 10., 11., 12. Jahre, jährlich 50 Thlr. reinen Ertrag, und sollte davon der gegenwärtige Kapitalwerth zu 4 pCt. gesucht werden: so brauchte man diese zusammengesetzte Periodenrente nur in eine einfache zu verwandeln und dann wie oben zu kapitalisiren.

a) Fünf solche jährlichen Einnahmen für sich sind als eine Vergangenheitsrente zu Ende ihres 6. Jahres werth, nach Taf. E:

$$50 \times 5{,}633 = 281{,}65 \text{ Thlr. (§. 111.).}$$

Dieser, in das Ende jedes 13. Periodenjahres fallende Gesammtwerth beträgt 7 Jahre später am Periodenschlusse, nach Taf. A:

$$281{,}65 \times 1{,}316 = 370{,}65 \text{ Thlr. (§. 111.).}$$

Die auf solche Weise gebildete vollständige Periodenrente hat zu Anfang ihrer Zwischenzeit an Kapitalwerth, nach Taf. D:

$370{,}65 \times 0{,}83955 = 311{,}2$ Thlr. (§. 118.).

b) Man könnte auch jede fünf zusammenfallenden Einnahmen als ein mittleres Rentenstück ansehen und davon (n. §. 116.) den Rentenwerth zu Anfang jeder Zwischenzeit suchen, nämlich:

$50 \times (18{,}99796 - 15{,}61494) = 169{,}15$ Thlr.;

nun zu der so gestellten 20jährigen Periodenrente (n. §. 118.) den Kapitalwerth berechnen: $169{,}15 \times 0{,}83955 = 142{,}01$ Thlr.,

endlich dazu noch die erste Einnahme zählen; dies gäbe denselben Kapitalwerth:

$142{,}01 + 169{,}15 = 311{,}2$ Thlr.

2) Es können auch verschiedene Periodeneinnahmen mit gleichen Zwischenzeiten neben einander bestehen. Würde z. B. alle 20 Jahre eingenommen:

im 3., 4. und 5. Jahre, jährlich 50 Thlr.,
im 12. Jahre . » 80 Thlr.,
im 19. und 20. Jahre, » 30 Thlr.,

so berechnete man zuvörderst den Nachwerth aller einzelnen Einnahmen zu Ende des je 20. Jahres. Derselbe wäre mit 5 Prozent:

50 vom 3. Jahre werden	$50 \times (\frac{105}{100})^{17}$			2,29202
50 » 4. » »	$50 \times (\frac{105}{100})^{16}$	= 50 ×		2,18287
50 » 5. » »	$50 \times (\frac{105}{100})^{15}$			2,07893
80 » 12. » »	$80 \times (\frac{105}{100})^{8}$	= 80 ×		1,47745
30 » 19. » »	$30 \times (\frac{105}{100})^{1}$	= 30 ×		1,05
30 » 20. » »	30×1			1.
	$50 \times 6{,}55382$	= 327,69		
	$80 \times 1{,}47745$	= 118,19		
	$30 \times 2{,}05$	= 61,5		
	Zusammen:	507,38.		

Eine solche einfache, 20jährige Periodeneinnahme, deren Zwischenzeit so eben beginnt, hat (n. §. 118.) zum Werthe

$$507{,}38 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 507{,}38 \times 0{,}60485 = 306{,}9 \text{ Thlr.}$$

Auf gleiche Weise konnte auch der vorige Fall behandelt werden. Überhaupt gestatten alle diese Aufgaben mehre Auflösungen; der geübte Rechner wählt sich davon die leichteste und geläufigste aus.

§. 121. Kapitalwerth alljährlich steigender und fallender Einnahmen. Taf. C.

1) Immerwährend steigend. Nähme ein Forstertrag, etwa in Folge der Forstverbesserung und der steigenden Preise, alljährlich um ein Gleiches zu; wäre derselbe z. B. in dem 1. Jahre 1000 Thlr., in dem 2. Jahre 1000 + 20, in dem 3. Jahre 1000 + 2 × 20 u. s. w., also in dem

Jahre:	1.	2.	3.	4.	5. u. s. w.	
A:	1000	1000	1000	1000	1000	. . .
B:	k =	20	20	20	20	. . .
		k =	20	20	20	. . .
			k =	20	20	. . .
				k =	20	. . .,

so bestände der etwa mit 5 Prozent zu berechnende Einnahmewerth aus zwei verschiedenen Theilen.

Der erste A ist der Kapitalwerth einer vollkommenen Rente von 1000 Thlr. = $1000 \times \frac{100}{5}$ = 20000 Thlr.

Der andere Theil B ist der Kapitalwerth von der Rentenzunahme. Diese bildet nach obigem Schema von Jahr zu Jahr eine neu hinzutretende Rentenreihe, wovon jede in dem Jahre vor ihrem Eintritte den besondern Stammwerth

$$k = 20 \times \frac{100}{5} = 400 \text{ Thlr.}$$

hat, und wofür also dem Jetztwerthe noch alljährlich 400 Thlr. zugerechnet werden müssen, oder sogleich an Kapital $400 \times \frac{100}{5}$ = 8000 Thlr.

Der ganze Forstertrag wäre also gegenwärtig werth:

A.	Wegen der Hauptrente von 1000 Thlr.	20000 Thlr.
B.	Wegen der Nebenrente von 400 Thlr.	8000 Thlr.
	Zusammen:	28000 Thlr.

2) Nur eine Zeit lang steigend. Dauerte jene jährliche Zunahme von 20 Thlr., mithin auch die durch ihre

Stammwerthe gebildete Nebenrente B von 400 Thlr. nicht immer fort, sondern nur etwa 30 Jahre: so berechnete man deren Werth als ein vorderes 30jähriges Rentenstück von 400 Thlr. jährlichem Betrage (n. §. 115.) zu

$$400 \times \left[\frac{100}{5} - \frac{100}{5} \times \left(\frac{100}{105}\right)^{30}\right] = 6149 \text{ Thlr.}$$

Der gesuchte ganze Einnahmewerth wäre dann:

A =	20000 Thlr.
B =	6149 Thlr.
Zusammen:	26149 Thlr.

3) Fallende Einnahmen. Hier behandelt man die Abnahme als negative Nebenrente. Wäre die so eben der Hauptrente von 1000 Thlr. zugerechnete, 30 Jahre dauernde, jährliche Zunahme von 20 Thlr. eine Abnahme: so müßte auch deren Betrag vom Werthe der Hauptrente abgezogen werden, und es bliebe an Einnahmewerth:

$$20000 - 6149 = 13851 \text{ Thlr.}$$

Dauerte diese jährliche Abnahme von 20 Thlr. bis zur gänzlichen Erschöpfung jener Hauptrente von 1000 Thlr., also $\frac{1000}{20} = 50$ Jahre: so rechnete man dem Werthe der Hauptrente, $= 1000 \times \frac{100}{5} = 20000$ Thlr., eine 50jährige Nebenrente von jährlich $20 \times \frac{100}{5} = 400$ Thlr. ab. Diese beträgt

$$400 \times \left[\frac{100}{5} - \frac{100}{5} \times \left(\frac{100}{105}\right)^{50}\right] = 7302 \text{ Thlr.}$$

und der jetzige Kapitalwerth stellte sich somit auf

$$20000 - 7302 = 12698 \text{ Thlr.}$$

§. 122. Erste angewendete Werthberechnung.

Ein Niederwald mit 30jähriger Umtriebszeit ertrage jährlich: In der ersten Umtriebszeit 300, in der zweiten 350 und nachmals ständig 400 Thlr.; er erfordere dabei während des ersten Umtriebs 50 Thlr. Verbesserungskosten und zu allen Zeiten 40 Thlr. für die Aufsicht und 10 Thlr. an Steuern.

Der jährliche Reinertrag hiervon ist also:

In den ersten 30 Jahren:	300 — (50 + 40 + 10)	= 200	Thlr.
In den zweiten 30 Jahren:	350 — (40 + 10)	= 300	»
In der Folge:	400 — (40 + 10)	= 350	»

Davon beträgt der gegenwärtige Werth bei 4 pCt.:

1) Wegen des vordern Rentenstückes (n. §. 115.)	200 × (25 — 7,70799)	= 3458,4	»
2) Wegen des mittlern Rentenstückes (n. §. 116.)	300 × (7,70799 — 2,37652)	= 1599,4	»
3) Wegen des hintern Rentenstückes (n. §. 114.)	350 × 2,37652	= 831,8	»
	In Summe:	5889,6	Thlr.

Diese drei Rentenstücke sind auch gleich:

a) Einer immerwährenden Einnahme von	200 Thlr. = 200 × $\frac{100}{4}$	= 5000	Thlr.
b) Einer nach 30 Jahren eintretenden von	100 Thlr. = 100 × 7,70799	= 770,8	»
c) Einer nach 60 Jahren eintretenden von	50 Thlr. = 50 × 2,37652	= 118,8	»
	Summe wie oben:	5889,6	Thlr.

§. 123. Zweite angewendete Werthberechnung.

Von einem Nadelwalde sei folgender Reinertrag geschätzt und mit 4 pCt. zu kapitalisiren:

Im 1. Jahrzehnd	jährlich	800	Thlr.
» 2. »	»	700	»
» 3. »	»	900	»
» 4. 5. »	»	1000	»
Nachher alljährlich		1200	»

Werthberechnung:

1. Jahrzehnd:	800 × (25 — 16,88912)	= 6488,7	Thlr.
2. Jahrzehnd:	700 × (16,88912 — 11,40969)	= 3835,6	»
3. Jahrzehnd:	900 × (11,40969 — 7,70799)	= 3331,5	»
4. 5. Jahrzehnd:	1000 × (7,70799 — 3,51783)	= 4190,2	»
Nachher:	1200 × 3,51783	= 4221,4	»
	Zusammen:	22067,4	Thlr.

Der obige Reinertrag kann auch in folgenden Renten berechnet werden:

1. Jahrzehnd, jährlich	100 +	700
2. „ „	.	700
3. „ „	.	700 + 200
4. 5. „ „	.	700 + 200 + 100
Nachher alljährlich	.	700 + 200 + 100 + 200.

Werthbetrag:

a) einer jährlichen Einnahme von 100 Thlr. während der ersten 10 Jahre	=	811,1 Thlr.
b) einer immerwährenden von 700 Thlr.	=	17500 „
c) einer nach 20 Jahren eintretenden von 200 Thlr.	=	2281,9 „
d) einer nach 30 Jahren eintretenden von 100 Thlr.	=	770,8 „
e) einer nach 50 Jahren eintretenden von 200 Thlr.	=	703,6 „
Summe wie oben:		22067,4 Thlr.

§. 124. Dritte angewendete Werthberechnung.

Ein Holzfleck, das

1) am Ende des 10. Jahres für den darauf befindlichen Holzbestand 300 Thlr., und
2) von da ab jedesmal im 20. Jahre 500 Thlr. abwirft, dagegen
3) jährlich 4 Thlr. wegen Aufsicht, Steuern u. dergl. kostet, hat bei 5 pCt. zum gegenwärtigen Geldwerthe:

Zu 1: Die 300 Thlr. einmalige Einnahme im 10. Jahre sind jetzt (n. §. 112.) $= 300 \times 0{,}61391 =$ 184,17 Thlr.

Zu 2: Die 500 Thlr. Periodenrente im 30., 50., 70.... Jahre sind am Ende des 10. Jahres (n. §. 119.) $= 500 \times 0{,}60485 = 302{,}425$ und gegenwärtig $302{,}4 \times 0{,}61391$ = 185,65 „

Einnahmewerth = 369,8 Thlr.

Zu 3: Davon, wegen der jährlichen Ausgabe von 4 Thlr., $= 4 \times 20 =$ 80 Thlr.

Bleibt der reine Kapitalwerth: 289,8 Thlr.

§. 125. Vierte angewendete Werthberechnung.

Ein Niederwaldstück, das aus einem Schlagverbande veräußert werden soll, hätte im Durchschnitte alle 24 Jahre in dem je 4., 5., 6., 7., 8. und 9. Jahre jährlich 300 Thlr. ertragen, und auf seinen Antheil alle Jahre 15 Thlr. Aufwand erfordert. Jetzt sollte dessen gegenwärtiger Kapitalwerth für den Forst berechnet werden mit 4 Prozent.

Dieser 6jährige Ertragswerth ist zu Ende jeder Umtriebszeit von dem

4. Jahre	$300 \times (\frac{104}{100})^{20} = 300 \times 2{,}19112$
5. »	$300 \times (\frac{104}{100})^{19} = 300 \times 2{,}10685$
6. »	$300 \times (\frac{104}{100})^{18} = 300 \times 2{,}02581$
7. »	$300 \times (\frac{104}{100})^{17} = 300 \times 1{,}94790$
8. »	$300 \times (\frac{104}{100})^{16} = 300 \times 1{,}87298$
9. »	$300 \times (\frac{104}{100})^{15} = 300 \times 1{,}80094$
	Zusammen: $300 \times 11{,}94560 = 3583{,}68$ Thlr.

Diese gesammte 24jährige Periodenrente ist gegenwärtig werth (n. §. 118.)

$3583{,}68 \times 0{,}63967 = 2292{,}4$ Thlr.

Davon ab das Ausgabekapital $15 \times \frac{100}{4} = 375$ »

Bleibt an reinem Kapitalwerthe: 1917,4 Thlr.

§. 126. Fünfte angewendete Werthberechnung.

Bei einer Waldanlage koste der Morgen wüstes Land 5 Thlr. Kaufgeld, 3 Thlr. zu Kiefernansaat und jährlich 9 Sgr., oder bei 3½ pCt. sogleich 8,57 Thlr. für Steuern u. dergl.; zusammen also

16,57 Thlr. Ausgabe.

Davon stehe fortwährend alle 100 Jahre an Einnahme zu erwarten: 20 Thlr. im 40.; 40 Thlr. im 60.; 60 Thlr. im 80. und 200 Thlr. im 100. Jahre.

Der Werth dieses Ertrages ist bei 3½ pCt.

1) Am Ende eines jeden Jahrhunderts:

vom 40. Jahre	20 Thlr., um 60 J. später	$20 \times 7{,}87803$	$= 157{,}5606$
» 60. »	40 » » 40 » »	$40 \times 3{,}95924$	$= 158{,}3696$
» 80. »	60 » » 20 » »	$60 \times 1{,}98978$	$= 119{,}3868$
» 100. »	200 Thlr. zu demf. Zeitp.	200×1	$= 200$
		Zusammen:	635,3170

2) Gegenwärtig, als 100jährige Periodenrente $635{,}317 \times 0{,}03312 = 21{,}04$ Thlr.

Hiernach verspräche dies Unternehmen von dem Morgen 21,04 Thlr. — 16,57 Thlr. = 4,47 Thlr., also 27 pCt. Gewinn (denn 16,57 : 4,47 = 100 : 27).

§. 127. Jährlich gleiche Terminzahlungen.

Jemand kauft eine Holzung für 4000 Thlr. und verspricht wegen Zahlung des Kaufgeldes: während der ersten 10 Jahre die Zinsen jedes Mal in der Verfallzeit bar zu entrichten; in den zweiten 10 Jahren die Kaufsumme mit jährlich gleichen Zahlungen sammt Zinseszinsen abzutragen. Man ist über 4 pCt. übereingekommen und fragt nun nach dem Betrage der Zahlungen.

1) Die jährlich zu zahlenden Zinsen innerhalb der ersten 10 Jahre betragen: $\frac{4}{100} \times 4000 = 160$ Thlr.

2) Die jährliche Terminzahlung x während der zweiten 10 Jahre wird folgendermaßen gefunden. Alle 10 Zahlungen sind zu Anfang des Jahres, mit dem sie zahlbar werden, als das Vorderstück einer Rente anzusehen, und betragen zu dieser Zeit (n. §. 115.)

$$x \times \left[\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n\right] = 4000.$$

Setzen wir in diesen Ausdruck die oben bestimmten Prozent- und Zeitzahlen, dann das Einheitskapital und die Werthzahl der Rentenwerthtafel: so ist

$$x \times \left(\frac{100}{4} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10}\right) = 4000;$$

$$x \times (25 - 16{,}8891) = 4000;$$

$$x = \frac{4000}{8{,}1109} = 493{,}2 \text{ Thlr.}$$

Zur Probe könnte sich der Gläubiger den gegenwärtigen Werth von allen ihm gebotenen Zahlungen berechnen, etwa

als ein 10jähriges vorderes Rentenstück,
jährlich zu 160 Thlr. $= 160 \times (25 - 16{,}88912) = 1298$ Thlr.
und noch als ein nach 10 Jahren eintretendes mittleres Rentenstück,
jährl. zu 493,2 Thlr. $= 493{,}2 \times (16{,}88912 - 11{,}40969) = 2702$ Thlr.
Probe: 4000 Thlr.

§. 128. Periodisch gleiche Terminzahlungen.

Ein Käufer erbietet sich, das Kaufgeld von 3000 Thlr. in drei gleichen Terminzahlungen abzutragen, und zwar am Schlusse des 4., 8. und 12. Jahres; wie viel wird er dann terminlich zu zahlen haben bei 4 pCt. Zinseszinsen?

Für den Verkäufer sind die drei Terminzahlungen Periodeneinnahmen mit 4jähriger Zwischenzeit. Wären sie fortdauernd, so betrüge ihr gegenwärtiger Werth (n. §. 118.)

$$x \times \frac{1}{(\frac{104}{100})^4 - 1} = x \times 5{,}88730.$$

Aber sie hören mit dem 12. Jahre auf, und daher geht ein nach 12 Jahren gleich großer Werth für den hintern Theil der Periodeneinnahme ab, der (n. §. 112.) gegenwärtig zum Vorwerthe hat

$$x \times 5{,}88730 \times 0{,}62460.$$

Folglich ist:

$$x \times 5{,}88730 - (x \times 5{,}88730 \times 0{,}62460) = 3000$$
$$x \times 5{,}8873 \times (1 - 0{,}6246) = 3000$$
$$x = \frac{3000}{5{,}8873 \times 0{,}3754} = \frac{3000}{2{,}21009} = 1357{,}4 \text{ Thlr.}$$

Man könnte auch ohne Weiteres die Vorwerthe der einzelnen Zahlungen in die Gleichung setzen, nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} x \times (\frac{100}{104})^4 = x \times 0{,}85480 \\ x \times (\frac{100}{104})^8 = x \times 0{,}73069 \\ x \times (\frac{100}{104})^{12} = x \times 0{,}62460 \end{array}\right\} = 3000$$

$$x \times 2{,}21009 = 3000$$
$$x = \frac{3000}{2{,}21009} = 1357{,}4 \text{ Thlr.}$$

Eben so sollte man jede Waldwerthberechnung mit einer anders angelegten Probe bewähren. Übrigens stellt die Theorie noch viele sehr verwickelte Waldwerthberechnungen auf. Mit solchen hat jedoch die wirkliche Waldwerthschätzung nichts zu thun; diese erleichtert und vereinfacht im Gegentheile die Rechnung durch Annahme gleicher, mindestens aus Jahrfünften zusammengesetzter Zeitabschnitte mit gleichem jährlichen Ertrage. Deßhalb dürften auch unsere kleinen Werthtafeln vollkommen zureichen.

§. 129. Beweis für den Gebrauch der Zinseszinsen bei jeder Waldwerthberechnung.

Es ist hin und wieder in Zweifel gezogen worden, ob und wiefern bei der Waldwerthberechnung einfache oder zusammengesetzte Zinsen gebraucht werden dürften. Folgende Betrachtungen können diese Zweifel heben:

Zum ersten steht unbedingt fest: In der Rechnung muß der Verkäufer mit seinem Kapitaleinkommen dem Käufer mit seinem Forsteinkommen gleichgestellt werden. Dies gestattet aber die einfache Zinsrechnung keineswegs.

Gesetzt, ein Forstertrag von 7000 Thlr. könne erst nach 10 Jahren zusammen erfolgen, und der Verkäufer bekäme in Gemäßheit der einfachen Zinsrechnung mit 4 pCt. dafür sogleich

$$\frac{100}{100+(4\times10)} \times 7000 = 5000 \text{ Thlr. (§. 75.):}$$

so könnte derselbe die davon einlaufenden Zinsen, jährlich 200 Thlr., durch alle 10 Jahre werbend nutzen.

Der Käufer aber, als nunmehriger Waldbesitzer, hätte gegen dieses frühere Zinseinkommen durchaus keine Vergütung; denn er bekäme seine 10 × 200 Thlr. erst nach 10 Jahren in dem Forstertrage aufgesammelt. Wollte sich inzwischen der Forstinhaber dem Kapitalinhaber gleichstellen, so müßte er jene 200 Thlr. während der 10 Jahre jährlich leihen. Diese würde ihm jedoch Niemand vorschießen, ohne Zinsen und wieder Zinsen zu verlangen. Also leiht der Käufer nicht nur jährlich 200 Thlr.,

sondern auch die Zinsen, und dazu wieder Zinsen; dadurch zieht er sich am Ende des 10. Jahres (n. §. 111.) eine Schuld zu von:

$$
\begin{array}{l}
200 \times 1{,}04^9 = 200 \times 1{,}42331 \\
200 \times 1{,}04^8 = 200 \times 1{,}36857 \\
200 \times 1{,}04^7 = 200 \times 1{,}31593 \\
200 \times 1{,}04^6 = 200 \times 1{,}26532 \\
200 \times 1{,}04^5 = 200 \times 1{,}21665 \\
200 \times 1{,}04^4 = 200 \times 1{,}16986 \\
200 \times 1{,}04^3 = 200 \times 1{,}12486 \\
200 \times 1{,}04^2 = 200 \times 1{,}08160 \\
200 \times 1{,}04^1 = 200 \times 1{,}04\ldots \\
200 \times 1 \quad\;\; = 200 \times 1{,}\ldots\ldots \\
\hline
200 \times 12{,}00610 = 2401 \text{ Thlr.}
\end{array}
$$

Der Käufer müßte somit am Ende des 10. Jahres zusetzen, die Bruchtheile nicht gerechnet:

$$2401 - 2000 = 401 \text{ Thlr.}$$

Man darf daher dem Verkäufer nur einen solchen Kaufpreis anrechnen, dessen 10jährige Zinsen und Zwischenzinsen dem Käufer durch den nachmaligen Gesammtertrag eben auch zu Theil werden, und dies ist der Vorwerth jener 7000 Thlr., mit Zinseszinsen berechnet, (n. §. 112.) nämlich:

$$7000 \times \left(\tfrac{100}{104}\right)^{10} = 7000 \times 0{,}67556 = 4729 \text{ Thlr.}$$

Dieser Kaufpreis trägt dem Verkäufer jährlich $\frac{4}{100} \times 4729 = 189{,}16$ Thlr. Zinsen.

Wollte der Käufer eine gleiche Einnahme von Jahr zu Jahr leihen: so würde das ganze Anlehen am Ende des 10. Jahres

$$189{,}16 \times 12{,}0061 = 2271 \text{ Thlr.}$$

ausmachen, was er dann von den ihm eingehenden 7000 Thlr. abtragen könnte, und es blieben ihm genau die 4729 Thlr. übrig, welche er als Kaufgeld angelegt hat.

Die Zinseszinsrechnung ist also zur Gleichstellung früherer und späterer Einnahmen zwischen Verkäufer und Käufer durchaus nothwendig. Keinesfalls wurde sie wegen solcher gegenseitigen Ausgleichungen ver=

boten, sondern um dem wucherlichen Mißbrauch verzinslicher Darlehen zu steuern.

Zum zweiten: Das Ganze muß allen seinen Theilen zusammen gleich sein. Dieses Grundgesetz der Mathematik bedingt in der Waldwerthberechnung durchaus die Annahme von Zinseszinsen.

Die Walderträge sind wiederkehrend, also rentenartig. Eine immerwährende, jährliche Einnahme r hat zu ihrem Kapitalwerthe $\frac{100}{p} \times r$. Das bezweifelt Niemand. Nun ist aber (n. §. 108.) dieser Werth

$$\frac{100}{p} \times r = \left(\frac{100}{100+p}\right) \times r + \left(\frac{100}{100+p}\right)^2 \times r + \left(\frac{100}{100+p}\right)^3 \times r + \ldots \ldots \left(\frac{100}{100+p}\right)^{\infty} \times r.$$

Diese Gleichung, nach welcher das Rentenkapital aus den mit Zinseszinsen vorgeführten Jetztwerthen aller Rentenposten besteht, ist unbedingt die Grundlage zur ganzen Waldwerthberechnung; wer ihren Gesammtwerth als richtig annimmt, muß auch ihre Theile als richtig anerkennen, und es kann daher auf keine Weise eine Einnahmepost anders auf ihren frühern, oder spätern Werth gebracht werden, als vermittelst der Zinseszinsrechnung.

Die einfache Zinsrechnung nimmt nun zwar von obiger Gleichung die linke Seite als richtig an zur Rentenberechnung im Ganzen; sie giebt aber die Richtigkeit der andern Seite zur Werthberechnung der Theile nicht zu, sondern substituirt dafür irrigerweise ihre viel größeren Theile. Es soll nämlich:

$$\frac{100}{p} \times r \text{ bestehen aus } \frac{100}{100+p} \times r + \frac{100}{100+p \times 2} \times r + \frac{100}{100+p \times 3} \times r + \ldots \ldots \frac{100}{100+p \times \infty} \times r.$$

Sie geräth dadurch in ein ungewisses Verfahren und gebraucht Theile, die zusammen größer sind, als das angenommene Ganze.

Vergleichen wir nämlich die Gliederwerthe dieser Reihen mit einander, so finden sich nur die beiden vordersten gleich; alle

übrigen hat die einfache Zinsrechnung größer. Z. B. im 10. Gliede wären:

$(\frac{100}{105})^{10} = 0{,}6139 \ldots$ und $\frac{100}{100+5\times10} = 0{,}6666 \ldots$;

im 100. Gliede:

$(\frac{100}{105})^{100} = 0{,}0076 \ldots$ und $\frac{100}{100+5\times100} = 0{,}1666 \ldots$

Dieser Unterschied tritt um so bedeutender hervor, je weiter man in den Reihen fort geht; er steigt dermaßen, daß schon die vermeintlichen Jetztwerthe von den 40 ersten einfachen Gliedern zusammen weit größer sind, als das Rentenkapital selbst. Darin liegt auch der Grund, warum die einfachen Zinsrechner mit den spätern Einnahmen nie recht in's Klare kommen konnten und sich mit einem steigenden Zinsfuße zu behelfen suchten.

Wir sehen also, die einfache Zinsrechnung führt bei der Werthberechnung einzelner Einnahmen und Rententheile gewissermaßen zu dem irrigen Grundsatze: daß die gesammten Theile größer sein müssen, als das Ganze. Gerade so, als wenn man annähme: der Werth einer ganzen Größe von 3 × 4 bestehe nicht aus 4 + 4 + 4, sondern aus 4 + 5 + 6. Man suchte sogar eine solche mathematische Fehlerhaftigkeit bei gerichtlichen Waldschätzungen gesetzlich zu machen; wie dürfte aber z. B. in den Rechten gelten, daß 3 × 4 = 15 wäre!

Endlich drittens: Jede Waldwerthberechnung kann eben sowohl im Ganzen, als theilweise vollführt werden; in beiden Fällen müssen gleiche Ergebnisse hervorgehen. Das finden wir aber nur beim Gebrauche der Zinseszinsen ganz unbedingt.

Die einfache Zinsrechnung bringt bei verschiedener Stellung desselben Falles öfters ganz verschiedene Ergebnisse hervor. So z. B. wäre nach ihr der gegenwärtige Werth einer, das dritte Jahrzehnd hindurch dauernden, jährlichen Einnahme von 700 Thlr. mit 5 pCt.

1) Zusammen als mittleres Rentenstück, d. h. als Differenz zweier hinteren Renten (§. 116.), berechnet:

$$700\times\left(\frac{100}{5}\times\frac{100}{100+5\times20}-\frac{100}{5}\times\frac{100}{100+5\times30}\right)=700\times(10-8)=\left\{\begin{array}{l}1400\\ \text{Thlr.}\end{array}\right.$$

2) Nach den einzelnen auf ihren Vorwerth zurückgeführten Posten berechnet aber:

21. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times21} = 700 \times 0{,}48780$

22. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times22} = 700 \times 0{,}47619$

23. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times23} = 700 \times 0{,}46512$

24. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times24} = 700 \times 0{,}45455$

25. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times25} = 700 \times 0{,}44444$

26. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times26} = 700 \times 0{,}43478$

27. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times27} = 700 \times 0{,}42553$

28. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times28} = 700 \times 0{,}41667$

29. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times29} = 700 \times 0{,}40816$

30. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times30} = 700 \times 0{,}40000$

Zusammen: $700 \times 4{,}41324 = 3089$ Thlr.

Wer könnte bei diesen höchst ungleichen Ergebnissen von 1400 und 3089 für einen und denselben Werth nur noch zweifeln an der Unbrauchbarkeit einfacher Zinsen in der Waldwerthberechnung? Der Grund dieser Ungleichheit liegt darin, daß die einfache Zinsrechnung allen abgesonderten, spätern Rechnungsposten, wie schon bekannt, einen zu hohen Jetztwerth beilegt. Daher wird in der gesammten Berechnung aufhörender Renten für das hintere Rentenstück eine zu groß angenommene Werthzahl abgezogen; es bleibt also ein zu kleiner Rest, wie hier 1400. Berechnet man dagegen alle Einnahmeposten für sich und multiplizirt sie durchgängig mit den zu großen Faktoren: so fällt wieder die Summe, wie 3089, zu groß aus. Auf solche Weise entstehen diese Abweichungen sowohl unter sich, als von dem richtigen Werthe, welcher (n. §. 116.) mit Zinseszinsen

$700 \times 2{,}91024 = 2037$ Thlr.

beträgt, man mag ihn zusammen oder postenweise ausrechnen.

Es ist also hierdurch genugsam bewiesen, daß die Waldwerthberechnung durchaus volle Zinseszinsen gebrauchen muß, und daß dabei die einfachen Zinsen ganz unstatthaft sind, weil diese den Käufer und Verkäufer nicht gleichstellen können, eine mathematische Grundlage nicht haben, daher für einen und denselben Fall öfters ganz verschiedene und allemal bald zu kleine, bald zu große Werthe ergeben.

§. 130. Bedenken gegen die Anwendung der Zinseszinsen.

So wenig auch der eben geführte Beweis dafür, daß nur die Zinszins-Rechnung auf richtiger mathematischer Basis ruhe, vom Standpunkt der Theorie angefochten werden kann, so haben sich in der Praxis dagegen doch manche Bedenken erhoben.

1) Es sei im gewöhnlichen Verkehr nicht wohl möglich, volle Zinseszinsen, wie sie die Rechnung voraussetze, zu realisiren; denn dies bedinge, daß das Kauf-Kapital rechtzeitig eingezahlt und sofort ausgeliehen werde, daß pünktlichst am Schlusse des Jahres die Zinsen eingingen, diese aber augenblicklich wieder werbend angelegt und so fort, ohne den mindesten Zeit-, Zinsen- und Kapital-Verlust, Zinsen auf Zinsen gehäuft würden. —

Obschon diese Behauptung nicht unbedingt zuzugeben ist, insofern es jetzt fast überall Sparkassen giebt, welche volle Zinseszinsen vergüten, überdies auch diejenigen Kaufgelder, welche zu Guts-Meliorationen, Fabrikanlagen, im Handel u. s. f. nützlich angelegt oder zur Tilgung anderer verzinslicher Schulden verwendet werden, als Zinszins tragend zu betrachten sind: so läßt sich anderseits doch nicht verkennen, daß im gewöhnlichen Leben gar oft, zumal wo es sich um sehr große Kapitalien, oder auch umgekehrt um geringe Summen eingehender Zinsen handelt, diese nicht sofort ohne allen Zeit- und Zinsen-Verlust ausgeliehen oder sonst werbend angelegt werden können. Auch ist nicht zu übersehen, daß Sparkassen die Zinsen immer nur nach einem niedrigern

als dem laufenden Zinsfuß zu vergüten, auch keine Kapitalien über einen Maximalbetrag anzunehmen pflegen; daß säumige Zinszahler gerichtlich nicht zur Zahlung von Zinszinsen anzuhalten sind und daß endlich das Natural-Einkommen aus Waldungen im Allgemeinen eine größere Sicherheit bietet, als werbend angelegte Geldkapitalien.

2) Zudem pflege sich der wirkliche Kaufpreis von Waldgrundstücken in der That höher zu stellen, als er sich mittels der Zinszinsrechnung entziffere. —

Auch diese Thatsache kann in vielen Fällen nicht geläugnet werden und findet in dem erfahrungsmäßig begründeten Umstande ihre Erklärung, daß Käufer, welche es überhaupt ihren Verhältnissen, Wünschen und Interessen angemessen finden, spät eingehende Nutzungen zu acquiriren, in der Regel niemals die Vergütung voller Zinseszinsen in Anspruch nehmen.

3) Endlich führe die Zinszinsberechnung in nicht ganz seltenen Fällen zu einem negativen Waldwerthe, d. h. zu dem Resultate, daß die erst in späterer Zeit eingehenden Forstnutzungen keineswegs im Stande seien, den sofort oder in nächster Zeit nöthigen Aufwand für Kulturen, Steuern u. s. f. sammt der in geometrischer Progression steigenden Zinszinsansammlung davon bis zum Zeitpunkt der Nutzung zu ersetzen *).

---

*) Um dies näher zu belegen, hat man folgendes Beispiel gegeben:

Ein Acker leerer Waldboden steuert jährlich 8 gGr., wird jetzt für 9 Thlr. mit Kiefern angesäet und verspricht, ohne weitere Anbaukosten, allemal nach 80 Jahren 300 Thlr. zu ertragen; wie viel ist sein Jetztwerth mit 5 pCt. Zinseszinsen?

Der gegenwärtige Werth dieser Periodenrente ist:

$300 \times 0{,}02059 = 6{,}177$ Thlr.

Der gegenwärtige Ausgabewerth beträgt:

An Steuern jährlich $\frac{1}{3}$ Thlr., als Kapital $\frac{100}{5} \times \frac{1}{3} = 6{,}666$ Thlr.
An einmaligem Kulturaufwande . . . . 9,000 „

Zusammen: 15,666 Thlr.

Hier werden wir auf einen negativen Werth geführt. — Übrigens ist dies Beispiel nicht sonderlich glücklich gewählt. Denn es ist nicht nur ein unver-

Allerdings läßt sich in einem solchen Falle sagen, daß die Rechnung eben nichts anderes beweise, als daß die Holzzucht hier nicht lohnend erscheine und der Waldgrund daher räthlicher zu anderen Zwecken — etwa als Weidegrund — liegen bleibe, oder daß, wenn in der That keine anderen Nutzungsverhältnisse möglich seien, solcher Waldboden mit der Forderung, ihn unbedingt zur Holzzucht benutzen zu müssen, selbst geschenkt zu theuer sei. — Indeß kann doch auch die Thatsache nicht bestritten werden, daß auch solchem geringeren Waldboden im Verkehr immer noch ein gewisser Werth beigelegt wird, daß sich dazu in der Regel noch Käufer finden und daß fortwährend Kulturen gemacht werden, von denen es allerdings zweifelhaft bleibt, ob ihr künftiger Ertrag den jetzigen Aufwand mit dem Zinszins-Erwachs zu decken im Stande ist.

§. 131. Vermittlung zwischen einfachen und Zinseszinsen.

Wenn nun die eben angestellten Betrachtungen ergeben, daß die Zinszinsrechnung, dem Interesse des Verkäufers zuwider, auf ein Minimum des Kaufpreises führt, so bedarf es anderseits doch auch keines Beweises, daß durch Anwendung bloß einfacher Zinsen der Käufer noch viel empfindlicher verletzt werden würde, da sich Niemand dazu entschließen wird, sein Kapital nur zu einfachen Zinsen anzulegen, also lange Zeit auf Benutzung der Zinsen zu verzichten und sich damit zu begnügen, erst nach vielen Jahren durch die Forstnutzung das Kapital mit zugeschlagenen einfachen Zinsen restituirt zu erhalten.

Die Wissenschaft hat es daher nicht an Versuchen fehlen lassen, passende Mittelwege aufzufinden. Diese lassen sich, dem Prinzip nach, wesentlich zurückführen auf Modifikation des

---

hältnißmäßig hoher Kulturaufwand, der sich wohl durch zweckmäßigen Anbau hätte mindern lassen, und ein, für derartigen geringen Waldboden, auffallend hoher Steuersatz angenommen, auch der Zinsfuß weit über den gewerblichen hinaufgestellt, sondern es ist anderseits auch der Ertrag ohne alle Zwischennutzungen und für einen Umtrieb berechnet, der für solchen Waldboden offenbar zu hoch steht.

Zinsfußes, auf Anwendung von Mittelzinsen und auf periodischen Zinsenzuschlag.

1) Modifikationen des Zinsfußes.

a) G. L. Hartig *) will die einfachen Zinsen beibehalten haben, den Nachtheil des Käufers aber, daß er für so lange Zeit auf die Benutzung der Zinsen verzichten muß, dadurch ausgleichen, daß er nicht nur überhaupt einen hohen (für damalige Zeiten um 1% erhöheten) Zinsfuß annimmt, sondern diesen auch von 20 zu 20 Jahren um ½ pCt. steigen läßt, so daß z. B. für die in den nächsten 20 Jahren eingehenden Nutzungen 6 pCt., für die in den folgenden 6½ pCt. u. s. f. gerechnet werden sollen.

Hiernach würde z. B. eine Einnahme von 100 Thlr. jetzt werth sein:

nach	20	40	60	80	100	Jahren eingehend,
	45	27,8	19,2	16,6	11,1	Thlr.,

während solche bei 5 pCt.

einfachen Zinsen	50	33,3	25	20	16,6	Thlr.,
Zinseszinsen	37,7	14,2	5,4	2,0	0,7	»

ergeben haben würde.

b) Andere (Pernitzsch, Reber ꝛc.) haben den entgegengesetzten Weg vorgeschlagen, daß man nämlich die Zinszinsrechnung zwar beibehalten, den dem Verkäufer daraus erwachsenden Nachtheil aber durch Herabsetzung des Zinsfußes (je nach Umständen, um 1, 1½ bis 2 pCt.) ausgleichen solle.

Hiernach würde sich für die Einnahme von 100 Thlr. bei 3prozentiger Verzinsung ergeben:

nach	5	20	50	100	Jahren eingehend,
	86,3	55,4	22,8	5,2	Thlr.,

während die 4prozentige Verzinsung:

bei einfachen Zinsen	83,3	55,5	33,3	20	Thlr.,
bei Zinseszinsen	82,2	45,6	14,1	2	»

als Jetztwerthe herausstellte.

Für bald eingehende Nutzungen kann dies Verfahren also zu

*) Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes schon taxirter Forste. Berlin 1812. §. 3.

einem noch günstigeren Resultate führen, wie die einfache Zinsrechnung; für lange Diskontirungszeiträume nähert es sich wieder den Resultaten der Zinszinsrechnung, ohne alle innere Folgerichtigkeit!

2) Anwendung von Mittelzinsen.

a) Arithmetisch mittlere Zinsen. H. Cotta *) meint, daß, da das Resultat der einfachen Zinsrechnung den Käufer, jenes der Zinszinsrechnung den Verkäufer verletze, so müsse die Wahrheit nothwendig zwischen jenen beiden Extremen liegen. Wo? sei allerdings nicht mit Bestimmtheit anzugeben; da jedoch kein Grund vorliege, anzunehmen, daß der wahre Kaufpreis dem einen Extrem näher liege als dem anderen, so würde das praktisch brauchbarste Resultat dadurch erlangt werden, daß man zwischen beiden das Mittel nehme. Er verlangt daher die Anwendung arithmetisch mittlerer Zinsen.

b) Geometrisch mittlere Zinsen. v. Gehren **) stellt die Ansicht auf, daß der wahre Kaufpreis nur der sein könne, bei welchem die Zinsen so berechnet würden, daß sie in der That auch erhoben und wieder kapitalisirt werden könnten. Es komme also nur darauf an, daß man allgemein etwas Bestimmtes für den durch das Erheben und Ausleihen entstehenden Zinsenverlust feststelle. Dies aber müsse so geschehen, daß es mit den größeren oder kleineren Zeitperioden im Verhältniß stehe, d. h. die wirklich zur Erhebung zu bringenden Zinsen müßten sich um so mehr den vollen Zinseszinsen nähern, je größer der Zeitraum sei, weil in gleichem Verhältniß die Möglichkeit supponirt werden dürfe, die eingegangenen Zinsen wieder werbend anzulegen. Dieser Anforderung entsprächen aber, was allerdings nicht in Abrede zu stellen ist, die geometrisch mittleren Zinsen und es sei diesen darum der Vorzug vor den Cotta'schen arithmetisch mittleren Zinsen einzuräumen.

3) Periodischer Zinsenzuschlag. Von anderer Seite

---

*) Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberechnung. Dresden 1819 S. 56—59.

**) Lehrbuch der Arithmetik und Waldwerthberechnung. Kassel 1835. S. 139.

her ist der alte Vorschlag in neuester Zeit wiederholt worden, die Zinsen jedesmal erst nach einer Reihe von Jahren, je nachdem mehr oder minder sicher auf deren Eingehen und Wiederanlegen gerechnet werden könne, etwa nach 5, nach 10 oder 15 Jahren wieder zum Kapital zu schlagen.

Um die Einwirkung dieser verschiedenen Rechnungsweisen vergleichend beurtheilen zu können, ist in nachstehender Tabelle der Jetztwerth eines Kapitales von 100 Thlr. bei 4prozentiger Verzinsung neben einander gestellt:

Eingehend nach Jahren.	Einfache Zinsen.	Arithmetische mittlere Zinsen.	Geometrische mittlere Zinsen.	10jähriger Zinsen-Zuschlag.	Zinses-Zins.
10	71,4	69,5	69,5	71,4	67,6
20	55,6	50,6	50,3	51,0	45,6
30	45,5	38,1	37,5	36,4	30,8
40	38,5	29,6	28,2	26,0	20,8
50	33,3	23,7	21,7	18,6	14,1
60	29,4	19,5	16,7	13,3	9,5
70	26,3	16,4	13,0	9,5	6,4
80	23,8	14,1	10,2	6,8	4,3
90	21,7	12,3	8,0	4,8	2,9
100	20,0	11,0	6,3	3,5	2,0

Diese Zusammenstellung zeigt zunächst, daß die arithmetisch mittleren Zinsen, ohne alle Rücksicht auf Zeitdauer, das einfache Mittel zwischen einfachen und Zinseszinsen halten, daß dagegen die geometrisch mittleren Zinsen den oben hervorgehobenen Vorzug in der That haben, sich nämlich im Verhältniß der Zeitdauer den Zinseszinsen nähern; daß endlich der periodische Zinsenzuschlag für kurze Zeiten den einfachen Zinsen gleich oder sehr nahe steht, während er für längere wieder den Zinseszinsen sich so außerordentlich nähert *), daß es auch dieser Methode an Folgerichtigkeit gebricht.

*) In viel auffallenderm Maße wäre dies der Fall, wenn man den Zinsenzuschlag von 5 zu 5 Jahren supponirt hätte.

Alle diese vorgeschlagenen Mittelwege entbehren der streng mathematischen Basis, theilen wenigstens die §. 129. nachgewiesenen Mängel und Inkonsequenzen der einfachen Zinsrechnung in höherem oder geringerem Grade. Es sind Versuche, der Wahrheit näher zu kommen; Versuche, welche durchweg von mehr oder weniger willkührlichen Voraussetzungen ausgehen, deren wirkliches Eintreffen in keinem Falle nachgewiesen zu werden vermag. Wer wollte z. B. zu behaupten wagen, daß gerade eine alle 20 Jahre stattfindende Erhöhung des Zinsfußes um ½ pCt. die Nachtheile der einfachen Zinsrechnung ausgleiche; oder daß der Zinsfuß genau um 1 oder 1½ oder 2 pCt. ermäßigt werden müsse, um das Ergebniß der Zinszinsrechnung praktisch brauchbar zu machen; oder gar, daß eben alle 5 oder 10 Jahre die Zinsen wieder zum Kapital geschlagen werden müßten; warum nicht alle 8 oder 12 Jahre? u. s. w. Man sagt zwar, daß diese Modifikationen des Zinsfußes oder der periodische Zinsenzuschlag nach den obwaltenden Verhältnissen beurtheilt und wo möglich nach wirklich erlangten Kaufpreisen bemessen werden müsse; wer es jedoch viel mit solchen Berechnungen für das praktische Bedürfniß zu thun gehabt hat, überzeugt sich bald, daß solche Vergleiche höchst mißlich sind, und daß fast bei jedem Verkauf von Waldgrundstücken der Preis wesentlich mit von anderen, außerhalb aller Rechnung liegenden Momenten bestimmt wird, die gerade nur für diesen besonderen Fall passen, auf einen anderen daher nicht wohl angewendet werden können. Eben so ergiebt sich leicht, daß jene Modifikationen des Zinsfußes oder der periodische Zinsenzuschlag ganz verschieden gestellt werden müßten, je nachdem es sich um die Diskontirung früher oder später eingehender Nutzungen handelt, und daß dadurch das ganze Berechnungsprinzip mit sich in inneren Widerspruch geräth.

Was aber die Anwendung der Mittelzinsen betrifft, so ist die Cotta'sche Voraussetzung: es liege die Wahrheit in der Mitte, eben auch nur eine Annahme, die durch nichts als zutreffend bewiesen werden kann. Die geometrischen Mittelzinsen gehen zwar von einer Voraussetzung aus, welche den Vorzug hat, daß sie sich noch am besten der Natur der Sache anschließt und mehr

innere Folgerichtigkeit besitzt, daß auch ihre Ergebnisse erfahrungsmäßig den wirklich erlangten Kaufpreisen sich verhältnißmäßig am meisten annähern *); indeß bleibt doch auch diese Voraussetzung eine willkührliche, und nicht mit Unrecht hat man endlich noch hervorgehoben, daß Mittelzinsen überhaupt bloß in der Idee, keineswegs aber im wirklichen Geschäftsleben existiren, daher auch in gerichtlichen Werthschätzungen nicht wohl Anerkennung finden können.

§. 132. Bedingungen für die Anwendbarkeit der Zinseszinsen.

Diese Betrachtungen führen uns immer wieder auf die Zinszinsrechnung zurück; sie zeigen aber auch, daß, wenn deren Ergebnisse wirklich praktisch benutzbar werden sollen, Folgendes nicht übersehen werden darf:

1) Die Zinszinsrechnung zieht die werbende Eigenschaft des Geldes in vollestem Maße in Betracht und berechnet den Gewinn, welcher davon unter den günstigsten Voraussetzungen zu erzielen ist. Dies bedingt, daß auf der anderen Seite aber auch alle irgend wahrscheinlichen Nutzungen des Waldgrundstücks in Rechnung gestellt werden. Daß in Wirklichkeit die durch Zinszinsrechnung ermittelten Werthe so oft hinter den wirklichen Verkaufspreisen zurückgeblieben sind, hat seinen Grund wesentlich mit darin, daß die Schätzer seither bei Veranschlagung der Natural-Nutzungen — in der hergebrachten Wirthschaftsweise befangen — nur zu sehr gewohnt waren, eine minder einträgliche Nutzung zu Grunde zu legen, für Risiko einen bedeutenden Abzug zu machen, die Ausgaben höher als nöthig zu stellen, kurz, daß man das Natural-Einkommen zu vorsichtig berechnete, manche mittelbare Nutzung ganz außer Acht ließ, auch wohl überhaupt von einem an sich unzweckmäßigen und ungeeigneten Nutzungsplane aus-

*) Es unterliegt keinem Zweifel, daß, wenn überhaupt ein Mittelweg bei Waldwerthberechnungen eingeschlagen werden sollte, die geometrisch mittleren unbedingt den Vorzug vor der arithmetisch mittleren verdienen, und es beruhet auf einer Verkennung des Sachverhaltes, wenn man den Unterschied zwischen beiden als ganz unwesentlich hingestellt hat.

ging — während der Käufer durch spekulative Ausnutzung einen höheren Gewinn zu schaffen wußte. Die fehlerhafte Ertragsschätzung suchte man dann durch die Art der Werthsberechnung einigermaßen wieder zu heben.

2) Die Rechnung kann keine andere Aufgabe haben, als den Jetztwerth aller von dem Waldgrundstück erwartbaren Einnahmen zu berechnen; nichtsdestoweniger giebt es aber noch eine Reihe von Momenten (die Konkurrenz von Käufern; die Noth, verkaufen zu müssen; der Wunsch, Kapitalien in Waldgrund anzulegen; die Belegenheit des Waldgrundes zu anderen Besitzungen; besondere Vorliebe des Käufers; gesetzliche Beschränkungen des Waldeigenthums; politische Konjunkturen u. s. f.), welche nicht numerisch zu fixiren sind und dennoch in hohem Grade auf den Kaufpreis einwirken. Es ist daher an sich schon eine unzulässige Forderung, daß bei wirklichen Waldverkäufen der berechnete Kaufpreis mit dem erlangten übereinstimmen solle, es kann jener vielmehr nur dazu dienen, einen passenden Anhalt für das ganze Handelsgeschäft abzugeben.

3) Soll dieser Anhalt aber ausreichen, so darf sich die Werthsberechnung nicht mit der Aufstellung eines einseitigen Waldwerthes begnügen. Dieser ist, wie bekannt, durch den künftigen Betrieb bedingt, und je nachdem der strenge Nachhaltsbetrieb oder der höchste Ausnutzungs- (Spekulations-) Betrieb supponirt wird und werden darf, ergeben sich auch höchst abweichende Waldwerthe, zwischen denen noch manche Zwischenstufen denkbar sind. Der nach Zinseszinsen berechnete strenge Nachhaltswerth darf unbedenklich als Minimum des Kaufpreises, d. h. als erstes Angebot — der Spekulationswerth dagegen in der Regel als Maximum des Kaufpreises betrachtet werden; die Aufstellung beider äußersten Grenzen gewährt dem ganzen Handel eine sichere Grundlage und den nöthigen Spielraum für die Geltendmachung der übrigen, außer aller Rechnung liegenden Verkaufs-Momente. Die weitere Ausführung dieser vorläufigen Andeutungen im IV. Abschnitte der vierten Abtheilung.

Zweite Abtheilung.

Forstliche Planimetrie.

§. 133. Flächenmeßkunst.

Die Flächenmeßkunst hat zu ihrem hauptsächlichen Gegenstande die Ausdehnungen der Erdoberfläche; sie erklärt die Eigenschaften aller Ausdehnungen in der Ebene und lehrt, wie die Linien und Flächen gemessen und sonst bestimmt werden.

§. 134. Punkt.

Der Anfang aller Ausdehnung ist der Punkt. Dieser hat an sich keine Größe. Die sogenannten Punkte, die man mit der Spitze eines Werkzeugs macht, sind nur Bilder, in deren Mitte man sich den eigentlichen Punkt, die eben zu bezeichnende Stelle denkt.

§. 135. Linie.

Stellt man sich die Fortbewegung eines Punktes vor, so bekommt man den Begriff von einer Linie. Diese kann keine andere Ausdehnung haben, als die Länge; ihre Grenzen sind zwei Punkte. Die sogenannten Linien, die man mit der Spitze eines Werkzeugs zieht, sind nur Bilder; je feiner sie gezogen werden, um so mehr nähern sie sich der eigentlichen Linie.

Haben in einer Linie alle willkührlich angenommenen Punkte eine und dieselbe Richtung, so heißt sie eine gerade Linie oder eine Gerade. Diejenige Linie, worin jene gleiche Richtung aller Punkte nicht Statt findet, heißt krumm. Man kann jedoch sehr kleine Theile krummer Linien gewissermaßen als gerade annehmen.

§. 136. Fläche.

Stellt man sich eine Seitenbewegung der Linie vor, so bekommt man den Begriff von einer Fläche. Diese hat zwei Ausdehnungen, nämlich diejenige, welche die Linie vor der Bewegung hatte, die Länge, und diejenige, welche durch Bewegung der Linie erzeugt wurde, die Breite. Die Grenzen der Fläche sind Linien.

Können innerhalb einer Fläche nach allen Richtungen hin gerade Linien liegen, so heißt dieselbe eine ebene Fläche, Ebene. Diejenige Fläche, worin jene allseitige Geradheit nicht Statt findet, heißt uneben, krumm. Auch von der krummen Fläche darf man ganz kleine Theile als eben ansehen. Die von Linien bestimmt umgrenzte Ebene heißt Figur.

§. 137. Messen.

Messen heißt: die Größe der gegebenen Ausdehnung nach einem gleichartigen, zur Einheit angenommenen Maße ermitteln, theilen und darstellen, oder sonst bestimmen.

Wenige Ausdehnungen können unmittelbar gemessen werden; nur zugängliche Linien gestatten dies, wie etwa die Länge eines Weges. Meist muß man die gesuchten Ausdehnungen, wie die Grundfläche eines Holzbestandes, erst aus gewissen, damit verbundenen Linien durch Zeichnung und Rechnung mittelbar bestimmen.

Weder in der Messung, noch in der Zeichnung ist eine eigentlich mathematische Schärfe erreichbar. Die Unvollkommenheit aller Begrenzungen und die Mangelhaftigkeit unserer Sinne und unserer Hülfsmittel verursachen manche unvermeidlichen Abweichungen. Der Meßkundige muß diese Abweichungen nach Maßgabe ihres Betrags und des erforderlichen Genauigkeitsgrades so viel als möglich beseitigen und gegen sie, so wie auch gegen die vermeidlichen Fehler, welche aus Unachtsamkeit und dergl. entstehen, sich allerwärts zu sichern suchen.

§. 138. Eintheilung der Flächenmeßkunst.

Die forstwirthschaftliche Meßkunst kann ohne hinlängliche Grundkenntniß nicht richtig und sicher ausgeübt werden. Daher

betrachten wir zuvörderst die allgemeinen Eigenschaften und Verhältnisse der planimetrischen Hülfsfiguren überhaupt. Hiernächst beschäftigen wir uns mit der Zeichnung und Berechnung näher bestimmter Figuren auf dem Papiere. Alsdann wenden wir alles das auf die Ausmessung, Theilung, Darstellung und sonstige Bestimmung von Linien, Winkeln und Flächen des Forstlandes an. Die forstliche Planimetrie zerfällt demnach in sechs Abtheilungen, nämlich: in die Betrachtung, Zeichnung und Berechnung der Figuren, in die Linien- und Flächenmessung und endlich in die Forstvermessung.

I. Figurenbetrachtung.

1. Freie Linien und Winkel.

§. 139. Einzelne Linien. Fig. 1.

Fig. 1.

Von einem Punkte A zu einem andern B können vielerlei Linien Statt finden, wie ACB, ADB, AFB u. s. w. Stellt man sich vor, die Fläche, worin diese Linien liegen, drehe sich um die festen Punkte A und B: so bewegen sich die außer der Richtung von A zu B gelegenen Punkte C, D der ungeraden Linien mit herum, während die zu A und B gerichteten Punkte E, F, G der geraden Linie unverrückt bleiben.

Die gerade Linie kann also zwischen zwei Punkten nur eine einzige Lage haben und ist daher durch zwei Punkte bestimmbar; auch kann von einem Punkte zum andern nur eine einzige Gerade Statt finden, welche zugleich den kürzesten Weg vorzeichnet.

Die krumme Linie, wie ADB, kann zwischen zwei festen Punkten unzählige Lagen haben; sie ist der Umweg. Eben so die zusammengesetzte Linie, wie ACB.

Sowohl gerade als krumme Linien können zusammengesetzt werden und zwar zu geradlinigen, krummlinigen oder

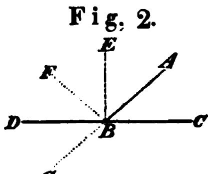
gemischtlinigen Figuren. Bei allen folgenden Betrachtungen denkt man sich die Liniengestalten in einer und derselben Ebene gelegen.

§. 140. Zwei gerade Linien, Winkel. Fig. 2.

Zwei gerade Linien können keine Fläche einschließen; in der Ebene sind sie ihrer Richtung nach entweder gleichlaufend, oder zu einander geneigt. Die geneigten durchschneiden sich irgendwo in einem gemeinschaftlichen Punkte.

Der unbegrenzte Raum zwischen zwei Linien, die sich in einem Punkte durchschneiden, heißt Winkel. Die beiden Linien selbst, welche ihn bilden, sind seine Schenkel; die Größe des Winkels hängt nicht ab von der Länge der beiden Schenkel, sondern von der Größe ihrer beiderseitigen Zuneigung. Man bezeichnet die Winkel entweder mit einem einzigen Buchstaben an der Spitze, oder mit drei Buchstaben, wovon der an der Spitze inmitten genannt wird, und gebraucht dafür das Zeichen $\measuredangle$.

Fig. 2.



Eigentlich ist die Neigung zweier geraden Linien AB und DC eine zweifache. Die beiderseitigen Winkel ABD und ABC heißen Nebenwinkel. Sind die beiden Nebenwinkel gleich, wie EBD und EBC, so nennt man sie rechte Winkel und ihren gemeinschaftlichen Schenkel EB eine Senkrechte auf der Geraden DC. Alle rechten Winkel sind unter sich gleich; sie dienen uns hiernächst zur Vergleichung der übrigen Winkel. Handwerker nennen den Rechtwinkel schlechthin Winkel; wir sprechen oft nur Rechter und gebrauchen dafür R. Ist ein Winkel kleiner als der rechte, so heißt er spitzig; ist er größer, stumpf. Beide heißen auch wohl schiefe Winkel.

§. 141. Maß der Nebenwinkel. Fig. 2.

Die Summe zweier Nebenwinkel beträgt immer zwei Rechtwinkel. Stellen DBA und ABC zwei Nebenwinkel und EB eine Senkrechte vor, so ist

$$\measuredangle ABD = R + \measuredangle ABE$$
$$\measuredangle ABC = R - \measuredangle ABE$$
$$\overline{\measuredangle ABD + ABC = 2R.}$$

Hieraus folgt:

1) Da jeder Nebenwinkel wieder aus mehren Winkeln bestehen kann, so müssen auch drei, vier und mehr über einer Geraden zusammenliegende Winkel, wie DBF, FBE, EBA und ABC, das Maß von 2R haben.

2) Da auch die Winkel unter der Linie, wie DBG nnd GBC, so groß als 2R sind: so haben alle Winkel um einen Punkt herum das Maß von 4R.

3) Durch einen von zwei Nebenwinkeln ist auch der andere gegeben.

$$\measuredangle ABC = 2R - \measuredangle ABD.$$

§. 142. Gleichheit der Scheitelwinkel. Fig. 3.

Fig. 3.

Zwei sich durchschneidende gerade Linien bilden gegenseitig gleiche Winkel, Scheitelwinkel oder Vertikalwinkel genannt. Durchschneiden sich AC und BD, so entstehen die Scheitelwinkel m und n, p und q.

Davon sind $m + q = 2R$ } (als Nebenwinkel).
auch $n + q = 2R$ }

Folglich $m + q = n + q$;
abgezogen $q = q$,
bleibt $m = n$.

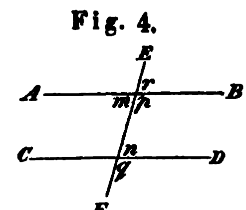
Eben so sind $p + n = q + n = 2R$;
abgezogen $n = n$,
bleibt $p = q$.

Ist von vier zusammengehörigen Scheitelwinkeln einer gegeben, etwa m, so findet man mit Hülfe seines Nebenwinkels die übrigen.

Denn $m = n$; $2R - m = p = q$.

§. 143. Parallellinien. Fig. 4.

Fig. 4.



Gleichlaufende Linien oder Parallelen bilden mit einer geraden Durchschneidungslinie mancherlei Winkel; davon sind sowohl die Gegenwinkel, wie r und n, als auch die Wechselwinkel, wie m und n, unter sich gleich, und je zwei Innenwinkel, wie p und n, zusammen so groß als zwei Rechte.

Stellt man sich vor, die Parallelen AB und CD rückten in stets gleichlaufender Richtung zusammen: so fielen sie mit allen ihren Theilen zugleich in einander, und es deckte der Winkel r den Winkel n, der Winkel p den Winkel q. Daher ist jeder innere Winkel seinem äußern Gegenwinkel gleich, wie $n = r$.

Ist aber $n = r$,
deßgleichen $m = r$ (§. 142.),
so muß auch $n = m$ sein.

Daher sind die Wechselwinkel, wie n und m, gleich.

Wird nun zu $n = m$
addirt $p = p$,
so ist endlich $n + p = m + p = 2R$ (§. 141.).

Daher sind die beiden Innenwinkel, wie $n + p$, so groß als 2R.

1) Folglich müssen auch Linien parallel sein, wenn die von einer Durchschneidungslinie gebildeten Gegenwinkel, oder Wechselwinkel unter sich, oder je zwei Innenwinkel zusammen zwei Rechten gleich sind. Finden diese Bedingungen nicht Statt, so neigen sich die Linien zu einander und schneiden sich irgendwo.

2) Wenn Parallelen von einer Geraden senkrecht durchschnitten werden, so sind alle inneren und äußeren Winkel rechte und daher gleich.

3) Auch müssen alle auf einer Geraden errichteten Senkrechten parallel sein.

4) Wenn zwei, drei und mehr gerade Linien mit einer einzigen parallel laufen, so sind sie un-

ter sich auch parallel; denn sie haben alle gleiche Neigung zu einer gemeinschaftlichen Durchschneidungslinie.

2. Drei gerade Linien, Dreiecke.

§. 144. Das Dreieck.

Durchschneiden sich drei gerade Linien in drei Punkten, so bilden sie das geradlinige Dreieck mit 3 Seiten, 3 Winkeln und der Fläche, welche letztere wir vorläufig noch außer Acht lassen.

Den Seiten nach giebt es drei Arten von Dreiecken: gleichseitige, worin alle Seiten gleich sind; gleichschenkelige, mit zwei gleichen Seiten, die man Schenkel nennt, und ungleichseitige.

Den Winkeln nach sind die Dreiecke: rechtwinkelig, mit einem rechten Winkel, stumpfwinkelig, mit einem stumpfen Winkel, und spitzwinkelig, mit lauter spitzigen Winkeln. Im rechtwinkeligen Dreiecke nennt man die dem Rechtwinkel gegenüber liegende Seite Hypotenuse und die beiden andern, Katheten.

Jede Seite, die wegen ihrer Entfernung von dem gegenüber liegenden Eckpunkte zur Frage kommt, gilt insofern als Grundlinie. Der ihr gegenüber liegende Eckpunkt heißt Spitze, und eine Senkrechte aus der Spitze auf die Grundlinie oder deren Verlängerung heißt Höhe des Dreieckes oder Abstand der Spitze von der Grundlinie.

Machte man im stumpfwinkeligen Dreiecke einen Schenkel des stumpfen Winkels zur Grundlinie, so fiele die Höhenlinie außerhalb des Dreieckes auf die deßhalb zu verlängernde Grundlinie. Um dies zu vermeiden, nimmt man wo möglich die längste Seite des Dreieckes zur Grundlinie. Eine bloße Ansicht ergiebt schon, daß in dem Dreiecke zwei Seiten zusammen größer sein müssen, als die dritte, sonst könnten die beiden kürzern sich nicht in dem dritten Punkte erreichen.

Die Dreiecke werden mit ihren drei Eckbuchstaben benannt, vor welche man noch das Zeichen $\triangle$ setzt, wenn eine Verwechselung mit Winkeln entstehen könnte.

§. 145. Gesammtmaß der Winkel im Dreiecke. Fig. 5.

In jedem Dreiecke sind alle drei Winkel zusammen so groß als zwei Rechtwinkel.

Fig. 5.

Denkt man sich in einem Dreiecke ABC eine beliebige Seite, z. B. AC nach D, verlängert, alsdann aus dem Punkte C mit AB die Parallelle CE so ist:

Winkel $p = q$, Gegenwinkel (§. 143.),
auch $m = n$, Wechselwinkel (§. 143.),
endlich $r = r$, sich selbst.

Zusammen $p + m + r = q + n + r$.
Da nun $q + n + r = 2R$ (§. 141. 1.),
so ist auch $p + m + r = 2R$.

Hieraus folgt:

1) In dem Dreiecke kann nur Ein Winkel ein rechter, oder stumpfer sein, und es befinden sich darin wenigstens zwei spitzige Winkel, sonst wären alle drei Winkel zusammen größer, als 2R, was unmöglich ist.

2) Auf eine Gerade kann von einem außerhalb derselben liegenden Punkte nur eine einzige Senkrechte gefällt werden; denn zwei bildeten ein Dreieck mit zwei Rechtwinkeln, was nicht sein kann.

3) Der äußere Winkel an einer verlängerten Seite des Dreieckes ist so groß, als die beiden innern entgegenliegenden Winkel zusammengenommen.

$$\measuredangle p + m = \measuredangle q + n = \measuredangle BCD.$$

4) Mit der Größe zweier Winkel eines Dreieckes ist auch die des dritten gegeben; und sind zwei Winkel eines Dreieckes zwei Winkeln eines andern gleich, so müssen auch die beiden dritten einander gleich sein.

§. 146. Kongruenz der Dreiecke.

Zwei Dreiecke sind kongruent:

1) Fig. 6. Wenn zwei Seiten und der Zwischen-

winkel des einen Dreiecks denselben Stücken des anderen gleich sind.

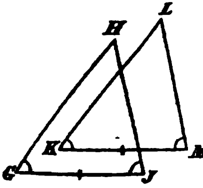
Fig. 6.

In den Dreiecken ABC und DEF sei AC = DF, BC = EF und C = F. Stellt man sich nun beide in einander vor, C genau in F: so müßte, wegen der Gleichheit dieser Winkel und ihrer wechselseitigen Schenkel, CA in FD und CB in FE, A in D und B in E, also auch AB in DE fallen (§. 139.). Hieraus folgt, daß nicht nur das dritte Seitenpaar AB und DE und die zwei Paar übrigen Winkel A und D, B und E, sondern auch die ganzen Dreiecke einander gleich sind.

Ein Dreieck ist daher auch durch zwei Seiten und den Zwischenwinkel genau bestimmt.

2) Fig. 7. Wenn zwei Winkel und die Zwischenseite des einen Dreieckes eben so groß sind, als dieselben Stücke des andern.

Fig. 7.



In den Dreiecken GHI und KLM sei G = K, I = M und GI = KM. Man stelle sich beide so in einander vor, daß GI genau in KM liege. Da nun die Winkel I und M gleich sind, so müßte IH in ML fallen; eben so GH in KL wegen der Gleichheit von G und K; mithin der Punkt H in L. Hieraus folgt die Gleichheit der übrigen Seiten IH und ML, GH und KL, der Winkel H und L und endlich der ganzen Dreiecke.

Ein Dreieck ist daher auch durch zwei Winkel und deren Zwischenseite genau bestimmt. Es dürften übrigens zu einer Seite zwei beliebige Winkel gegeben sein, weil zwei Winkel den dritten bedingen (§. 145. 4.).

3) Fig. 8. Wenn die drei Seiten des einen Dreieckes den drei Seiten des andern einzeln genommen gleich sind.

Fig. 8.

In den Dreiecken NOP und QRS sei NP = QS, NO = QR und OP = RS. Man stelle sich die Dreiecke NOP und QRS so in einander vor, daß N in Q und P in S liege. Nun ist O so weit von N und von P, als R von Q und von S; daher muß O in R fallen, und die Dreiecke müssen sich nach dem Sprachgebrauche decken. Hieraus folgt die Gleichheit der Dreiecke selbst und der gleichliegenden Winkel.

Ein Dreieck ist also durch die drei Seiten genau bestimmt.

§. 147. Im Dreiecke spannen gleiche Seiten gleiche Winkel. Fig. 9.

Fig. 9.

In jedem Dreiecke liegen gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber, und so umgekehrt, gleichen Winkeln gleiche Seiten.

In dem Dreiecke ABC sei z. B. AB = BC, und es sollte die Gleichheit der Winkel A und C bewiesen werden. Man denke sich aus der Spitze B eine Gerade BD auf die Mitte der als Grundlinie anzusehenden Zwischenseite AC. Dadurch zerfällt das Dreieck in zwei andere Dreiecke ABD und CBD, die wechselweise gleiche Seiten haben und also (§. 146. 3.) gleich sind. Folglich ∠A = ∠C.

Soll umgekehrt aus der Gleichheit der Winkel A und C die Gleichheit der Seiten AB und BC dargethan werden: so nimmt man BD als eine Senkrechte zu Hülfe und beweis't mittels §. 146. 2. die Gleichheit der Seiten AB und BC.

Aus diesem folgt weiter:

1) Die Linie BD, welche zwischen zwei gleichen Seiten, oder Winkeln eines Dreieckes aus der Spitze senkrecht herabfällt auf die Grundlinie AC, theilt diese und das ganze Dreieck in zwei gleiche Theile

(§. 146. 2.). Trifft sie die Mitte der Grundlinie, so steht sie auch senkrecht darauf (§. 146. 3.).

2) Gleichschenkelige Dreiecke haben zwei gleiche Winkel an der Grundlinie, und Dreiecke mit zwei gleichen Winkeln sind gleichschenkelig. Ist also in dem gleichschenkeligen Dreiecke ein Winkel bekannt, so sind es auch die übrigen, und zur Bestimmung des gleichschenkeligen Dreieckes braucht man nur einen Schenkel und die Grundlinie, oder eine Seite und einen Winkel.

3) Gleichseitige Dreiecke haben drei gleiche Winkel, und Dreiecke mit drei gleichen Winkeln sind gleichseitig. Denn sie sind in jeder Lage gleichschenkelig, und was oben nur von A und C dargethan ist, gilt auch hier von B mit A, oder mit C. In dem gleichseitigen Dreiecke ist jeder Winkel $\frac{2}{3}$R, und zur Bestimmung des gleichseitigen Dreieckes braucht man nur eine Seite.

§. 148. Im Dreiecke spannen größere Seiten größere Winkel. Fig. 10. 11.

In jedem Dreiecke liegt der größeren Seite auch der größere Winkel gegenüber und so umgekehrt, dem größeren Winkel die größere Seite.

Fig. 10.

Fig. 10. In dem Dreieck ABC sei AC größer als BC. Um nun zu beweisen, daß auch $\angle B > A$, denke man sich CD = CB, die Hülfslinie BD und das gleichschenkelige Dreieck BCD, worin m = n (§. 147. 2.).

Nun ist m, als äußerer Winkel, gleich den beiden innern entgegenliegenden A + r (§. 145. 3.) und daher größer, als der eine A; folglich ist auch der ihm gleiche Winkel n größer als A, und um so mehr ist n + r oder B größer als A. Da also der größeren Seite der größere Winkel gegenüber liegen muß: so kann nicht dem größeren Winkel zugleich auch eine kleinere Seite gegenüber liegen.

Hieraus folgt:

1) Daß in allen rechtwinkeligen und stumpfwinkeligen Dreiecken diejenige Seite die größte ist, welche dem rechten oder stumpfen Winkel gegenüber liegt (§. 145. 1.).

Fig. 11.

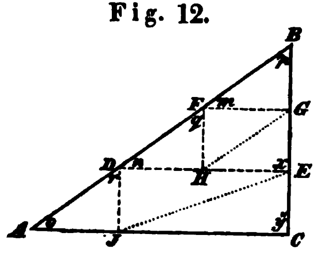
2) Fig. 11. Die von einem gegebenen Punkte A auf die Gerade BE gefällte Senkrechte AB ist die kürzeste aller möglichen Linien von A nach BE. Denn die andern aus A gehenden Linien AC, AD, AE bilden mit AB und der Grundlinie rechtwinkelige Dreiecke, worin sie als Hypotenusen alle größer sind, als die Kathete AB. Diese kürzeste Linie AB heißt der Abstand des Punktes A von der Linie BE.

Liegt A in einer Parallele zu BE, so ist AB eine kürzeste Zwischenlinie oder die Abstandslinie beider Parallelen. Denn ist AB zu BE senkrecht, so ist sie es auch zu AF (§. 143.), und dann ist sie die kürzeste Entfernung eines Punktes A der Linie AF von BE und eines Punktes B der Linie BE von AF.

§. 149. Verhältnißmäßigkeit der parallel geschnittenen Dreieckseiten. Fig. 12.

Durchschneidet man das Dreieck parallel zu einer der drei Seiten: so werden die beiden andern Seiten verhältnißmäßig getheilt.

Fig. 12.



In dem Dreiecke ABC denke man sich $BF = FD = DA = \frac{1}{3}AB$; ferner aus F und D die Linien FG und DE parallel mit AC, zugleich FH und DI parallel mit BC, dann noch zwei besondere Hülfslinien GH und EI.

Daraus ergiebt sich zuvörderst, daß die Linien BG, FH und DI gleich sind; denn

$$\begin{array}{l} BF = FD = DA, \text{ nach der Voraussetzung,} \\ \angle m = \angle n = \angle o \\ \angle p = \angle q = \angle r \end{array} \Big\} \text{ als Gegenwinkel je zweier Parallelen (§. 143.).}$$

$\triangle BFG = \triangle FDH = \triangle DAI$ (§. 146. 2.).

$BG = FH = DI$.

Weiter sind die Linien FH und GE gleich, denn

$HG = HG$, gemeinschaftlich,

$$\left.\begin{array}{l} \angle FHG = \angle HGE \\ \angle FGH = \angle GHE \end{array}\right\} \text{ Wechselwinkel (§. 143.).}$$

$\triangle FHG = \triangle EGH$ (§. 146. 2.)

$FH = GE$.

Aus denselben Gründen sind die Dreiecke DIE und CEI, mithin auch ihre gleichliegenden Seiten DI und EC gleich.

Ist nun $BG = FH = DI$ und $FH = GE$, $DI = EC$, so ist auch $BG = GE = EC = \frac{1}{3}BC$.

Was hier von drei Theilen erwiesen wurde, gilt von jeder andern Anzahl.

Hieraus folgt nun:

1) Es verhält sich nicht nur:

$BF : BG = BD : BE = BA : BC$; denn

$\frac{1}{3}BA : \frac{1}{3}BC = \frac{2}{3}BA : \frac{2}{3}BC = BA : BC$ (§. 61.);

sondern auch:

$BF : FA = BG : GC$; denn

$\frac{1}{3}BA : \frac{2}{3}BA = \frac{1}{3}BC : \frac{2}{3}BC$ (§. 61.);

und durch Verwechselung der mittlern Glieder:

$BF : BG = FA : GC$ (§. 62. 1.).

2) Wird DI als ein solcher Parallelschnitt angesehen, so verhält sich ebenfalls:

$AD : AI = DB : IC$,

und durch Versetzung der Verhältnisse:

$DB : IC = AD : AI$.

Da aber $IC = DE$ wegen Gleichheit der Dreiecke ICE und DEI, so ist auch:

$DB : DE = AD : AI$.

Wird nun zu diesem letztern Verhältnisse jenes erstere DB : IC addirt, so ist:

$$DB : DE = AD + DB : AI + IC = AB : AC \text{ (§. 62. 3.)}.$$

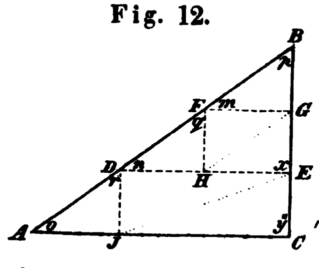
Auch ist aus demselben Grunde

$$BE : ED = BC : CA.$$

3) Wenn also zwei Seiten eines Dreieckes zur dritten parallel durchschnitten werden, so sind die abgeschnittenen Stücke und ihre Ganzen nicht allein unter sich, sondern auch mit den beiden Parallellinien proportionirt. Schneidet aber eine Linie zwei Dreieckseiten in proportionirte Stücke, so muß sie zur dritten Seite parallel sein.

§. 150. Ähnlichkeit zwischen dem Dreiecke und seinem Abschnitte. Fig. 12.

Fig. 12.



Jede gerade Linie, welche durch das Dreieck mit einer Seite parallel geht, schneidet ein, dem Ganzen ähnliches Stück ab.

Ist DE parallel mit AC, so sind in den Dreiecken BDE und BAC alle Seiten der Reihe nach proportionirt; denn

weil $BD : BE = BA : BC$ (§. 149. 1.),
so ist $BD : BA = BE : BC$ (§. 62. 1.);

und weil $BE : ED = BC : CA$ (§. 149. 2.),
so ist auch $BE : BC = ED : CA$ (§. 62. 1.).

Folglich $BD : BA = BE : BC = ED : CA$.

Zudem sind wegen des Parallelismus von DE und AC (§. 143.) alle Winkel der Reihe nach gleich, nämlich: $n = o$, $x = y$ und $p = p$.

Die Dreiecke BDE und BAC müssen also einander ähnlich sein; denn die Ähnlichkeit der Figuren beruht auf Verhältnißmäßigkeit der Seiten und Gleichheit der Winkel.

§. 151. Ähnlichkeit zwischen Dreiecken überhaupt.

Fig. 13.

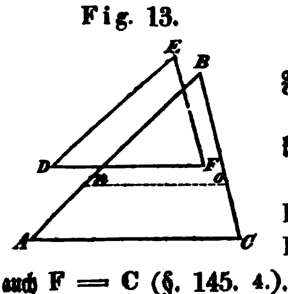


Fig. 13.

Dreiecke sind in folgenden 3 Fällen ähnlich:

1) Wenn je zwei ihrer Winkel sich wechselsweise gleichen.

In den beiden Dreiecken ABC und DEF sollen die gleichliegenden Winkel D und A, E und B gleich sein, also auch F = C (§. 145. 4.).

Man stelle sich das Dreieck DEF mit dem Winkel E in den Winkel B gelegt vor, und es falle D in n und F in o; dann ist:

$$\triangle \text{ Bno} = \triangle \text{ EDF};$$

daher: $\measuredangle$ n = $\measuredangle$ D = $\measuredangle$ A,
auch $\measuredangle$ o = $\measuredangle$ F = $\measuredangle$ C
und no parallel zu AC (§. 143. 1.).

Es muß also zufolge des vorigen Lehrsatzes das Dreieck Bno, mithin auch das ihm gleiche EDF, dem Dreiecke BAC ähnlich sein.

2) Wenn je zwei verhältnißmäßige Seiten gleiche Zwischenwinkel haben.

In den beiden Dreiecken ABC und DEF seien ED : EF = BA : BC und $\measuredangle$ E = $\measuredangle$ B.

Man stelle sich die Dreiecke wieder in einander vor, $\measuredangle$ E in $\measuredangle$ B, ED in BA und EF in BC, und das Dreieck Bno = EDF. Da nun der Voraussetzung nach ED : EF = BA : BC: so ist auch Bn : Bo = BA : BC; mithin no parallel AC (§. 149. 8.); folglich das Dreieck Bno, so wie das ihm gleiche EDF, ähnlich dem Dreiecke BAC.

3) Wenn alle drei Seiten verhältnißmäßig (proportional) sind.

In den beiden Dreiecken ABC und DEF sei ED : BA = EF : BC = DF : AC.

Man nehme hier Bn = ED und ziehe no parallel zu AC, so ist das Dreieck Bno ähnlich dem Dreiecke BAC, und nach §. 150:

Bn : BA = Bo : BC = no : AC, aber auch
ED : BA = EF : BC = DF : AC, Voraussetzung.

Weil nun hier die Vorderglieder Bn und ED der beiden ersten Verhältnisse gleich sind: so müssen es auch die der übrigen Verhältnisse sein, wegen Gleichheit der Hinterglieder; es ist also Bo = EF, no = DF und Bn = ED, mithin auch △ Bno = △ EDF. Letzteres muß daher, wie ersteres, dem Dreiecke ABC ähnlich sein.

3. Vier gerade Linien, Vierecke.

§. 152. Das Viereck.

Werden vier gerade Linien in vier besondern Durchschneidungspunkten mit einander verbunden, so erhält man ein Viereck, eine Figur von vier Seiten und eben so vielen Winkeln.

Die Vierecke werden nach der Lage ihrer Seiten eingetheilt: in Parallelogramme, worin alle Seiten parallel sind, in Trapeze, worin nur zwei Seiten parallel sind, auch Paralleltrapeze genannt, und in gemeine Vierecke oder Trapezoide.

Die Parallelogramme theilt man wieder ein nach den Seiten: in gleichseitige, welche lauter gleiche Seiten haben, und in längliche, worin das eine Seitenpaar länger ist; nach den Winkeln: in Rechtecke, worin alle Winkel rechte sind, und in schiefe Parallelogramme, mit lauter schiefen Winkeln. Das gleichseitige Rechteck heißt Quadrat, das längliche, Oblongum; das verschobene Quadrat wird Raute (Rhombus) und das verschobene Oblongum Rhomboid genannt.

Beim Parallelogramm heißt die Seite, von welcher aus die Entfernung der Gegenseite bestimmt wird, die Grundlinie und der Abstand der Grundlinie von der Gegenseite, die Höhe.

Das Trapez ist schiefwinkelig, oder rechtwinkelig. In letzterm stehen die Parallelseiten senkrecht auf einer der Nebenseiten, die dann gewöhnlich als Grundlinie angenommen wird. Eine Gerade aus einer Winkelspitze zu der schräg gegenüberliegenden andern heißt Diagonale oder Schräglinie. Öfters benennt man Vierecke nur mit zwei Buchstaben gegenüberliegender Ecken.

§. 153. Gesammtmaß der Winkel im Vierecke. Fig. 14.

Alle Winkel eines geradlinigen Viereckes gleichen zusammen 4 Rechten.

Fig. 14.

Jedes Viereck, z. B. AC, zerfällt mittels einer Diagonale BD in zwei Dreiecke ABD und BDC, deren Winkel zusammen die Winkel des Viereckes ausmachen. Nun hat jedes Dreieck zur Summe seiner Winkel 2 R (§. 145.); es haben also beide Dreiecke zusammen 4 R, und dies ist die beständige Summe aller Winkel im Vierecke.

Sind BC und AD parallel, wie im Parallelogramm und Trapez, so enthält jedes Paar der an einer Nebenseite liegenden Winkel A + B, oder C + D, das Maß von 2 R (§. 143.). Ist also einer davon ein Rechter, so muß es auch der andere sein. Da die innern Winkel eines Viereckes 4 R enthalten, so müssen die dazu gehörigen äußern 12 R betragen; denn die innern und äußern zusammen haben das Maß von 4 × 4 R (§. 141. 2.).

Bei den vier- und mehrseitigen Figuren können auch einwärtsgehende Winkel Statt finden, solche, die nach innen größer sind, als 2 R, was beim Dreiecke nicht möglich ist.

§. 154. Diagonale in dem Parallelogramm. Fig. 14.

Jedes Parallelogramm wird durch eine Diagonale in zwei gleiche Dreiecke getheilt.

Fig. 14.

Man denke sich irgend ein Parallelogramm AC mit der Diagonale BD. Darin ist

BD = BD, gemeinschaftlich,

$\angle m = \angle n$ }
$\angle q = \angle p$ } als Wechselwinkel (§. 143.).

$\triangle ABD = \triangle CDB$ (§. 146. 2.).

Hieraus folgt weiter:

1) In jedem Parallelogramm ist jedes durch eine Diagonale abgetheilte Dreieck die Hälfte des Parallelogramms.

2) In jedem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten und die schräg gegenüberliegenden Winkel gleich.

3) Parallelen zwischen Parallelen sind gleich. Also auch alle Abstandslinien zweier Parallelen, weil sie senkrecht auf diesen und somit unter sich parallel sind (§. 148. 2.)

4) Zwei Gerade AD und BC, welche zwei gleiche Parallelen AB und DC verbinden, sind gleich. Ist nämlich AB = DC, BD = BD, m = n, und daher das $\triangle ABD = \triangle CDB$: so ist auch AD = BC.

5) Eine Vergleichung der beiden Diagonalen im Parallelogramm ergiebt, daß dieselben im Rechtecke gleich, im schiefen Vierecke aber ungleich sind.

§. 155. Gleichheit zwischen Vierecken.

Unter den Vierecken findet sich völlige Gleichheit:

1) In allen Quadraten auf gleichen Seiten wegen der Seiten= und Winkelgleichheit in jedem.

2) Alle länglichen Rechtecke sind gleich, worin zwei an einander liegende Seiten wechselweise sich gleichen. Da in jedem die gegenüberliegenden Seiten eben so groß und die Winkel rechte sind, so müssen sich die Figuren unter dieser Bedingung decken.

3) Alle schiefen Parallelogramme sind gleich, wenn in ihnen je zwei an einander liegende Seiten und die Zwischenwinkel sich gleichen; denn in diesem Falle sind auch die übrigen Theile einander gleich.

4) Trapeze und gemeine Vierecke sind gleich, wenn sie aus gleichen gleichliegenden Dreiecken zusammengesetzt sind.

5) Man bestimmt das Quadrat durch eine einzige Seite; das längliche Rechteck durch zwei an einander liegende Seiten; die andern Parallelogramme durch zwei an einander liegende Seiten und den Zwischenwinkel; die Trapeze und überhaupt alle Vierecke auch nach Dreiecken.

§. 156. Ähnlichkeit zwischen Vierecken.

1) Alle Quadrate sind einander ähnlich; denn ihre Seiten haben ein und dasselbe Verhältniß zu einander und ihre Winkel sind gleich.

2) Zur Ähnlichkeit länglicher Rechtecke ist nur erforderlich, daß zwei an einander liegende Seiten proportionirt sind; weil sie eben auch lauter rechte Winkel haben und das andere Seitenpaar in demselben Verhältnisse steht.

3) Schiefe Parallelogramme sind ähnlich, wenn darin je zwei an einander liegende Seiten proportionirt und die Zwischenwinkel gleich sind; denn unter diesen Bedingungen müssen auch die übrigen Linien proportionirt und die gleichliegenden Winkel gleich sein.

4) Trapeze und alle andern Vierecke sind ähnlich, wenn sie sich durch Diagonalen in ähnliche gleichliegende Dreiecke zertheilen lassen.

4. Viel gerade Linien, Vielecke.

§. 157. Das Vieleck.

Fünf, sechs, sieben und mehr gerade Linien, in eben so viel besondern Durchschneidungspunkten mit einander verbun-

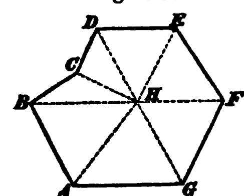
den, bilden das Fünfeck, Sechseck, Siebeneck u. s. w., welche alle unter dem Namen Vielecke oder Polygone begriffen werden.

Die Vielecke theilt man in regelmäßige und gemeine. An den erstern sind alle Seiten (Polygonseiten) und alle Winkel (Polygonwinkel) gleich. Auch in den Vielecken heißt die von einer Winkelspitze zur andern schräg hindurch gezogene Gerade eine Diagonale.

§. 158. Gesammtmaß der Winkel im Vielecke. Fig. 15.

Alle Winkel eines geradlinigen Vieleckes betragen zusammen zweimal so viel Rechte, als dasselbe Seiten hat, weniger 4R.

Fig. 15.



Man stelle sich in einem beliebigen Vielecke, etwa ABCDEFG, von einem innern Punkte H nach allen Umfangspunkten gerade Linien vor, so zerfällt dadurch das Vieleck in eben so viele Dreiecke, als es Seiten hat, hier in sieben. Die Winkel dieser Dreiecke enthalten zusammen alle Umfangswinkel des Vieleckes und noch die 4R (§. 141.) um ihren gemeinschaftlichen Berührungspunkt. Daher müssen alle Umfangswinkel des Vieleckes zusammen um 4R kleiner sein, als die Winkel aller Dreiecke zusammen, oder, was dasselbe ist: sie betragen zwei mal so viel Rechte, als das Vieleck Seiten hat, weniger 4R.

Das Siebeneck hat $7 \times 2R - 4R = 10R$.

Das Neuneck hat $9 \times 2R - 4R = 14R$.

Das n-Eck hat $n \times 2R - 4R = (n-2) \times 2R$.

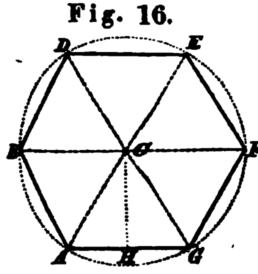
Betragen aber im n-Eck die innern Winkel $n \times 2R - 4R$, so müssen die Außenwinkel enthalten $n \times 4R$ weniger $n \times 2R - 4R$, nämlich

$$\begin{aligned} & n \times 4R - (n \times 2R - 4R) \\ = {} & n \times 4R - n \times 2R + 4R \\ = {} & n \times (4R - 2R) + 4R \\ = {} & n \times 2R + 4R. \end{aligned}$$

§. 159. Regelmäßiges Polygon. Fig. 16.

Das regelmäßige Polygon ist aus so vielen gleichen gleichschenkeligen Dreiecken zusammengesetzt, als es Seiten hat, und diese Dreiecke stoßen mit ihren Spitzen in einem gemeinschaftlichen Punkte zusammen.

Fig. 16.



Man denke sich in einem beliebigen regelmäßigen Polygon ABDEFG aus allen Eckpunkten A, B, D u. s. w. durch die Mitte aller Polygonwinkel gerade Linien nach dem Innern. Diese müssen irgendwo einander schneiden und Dreiecke bilden, weil die beiden an jeder Polygonseite AB, BD u. s. w. liegenden halben Polygonwinkel zusammen kleiner sind als 2R (§. 143. 1.).

Die daraus entstandenen Dreiecke ABC, BDC u. s. w. haben die gleichen Polygonseiten zu ihren Grundlinien und an diesen die Hälften der gleichen Polygonwinkel zu anliegenden Winkeln; sie sind daher gleich und gleichschenkelig (§. 146. 2. 147. 2.). Auch müssen ihre Spitzen wegen der gemeinschaftlichen gleichen Schenkel je zweier Dreiecke, nämlich AC = BC, BC = DC u. s. w., in einem einzigen Punkte, dem Mittelpunkte, zusammenfallen.

Hieraus folgt:

1) Alle Linien AC, BC . . . von den Eckpunkten nach dem Mittelpunkte des Polygons (in gewisser Beziehung Halbmesser genannt) und eben so auch alle Abstände der Polygonseiten von dem Mittelpunkte, wie CH . . ., sind gleich. Denn die Abstandslinie ist eine Senkrechte von C auf die Polygonseite, wie CH auf AG; sie theilt jedes Polygondreieck wieder in zwei gleiche Dreiecke, wie AHC und GHC u. s. w. (§. 147. 1.), die alle einander gleichen, und in diesen sind die Abstandslinien gleichliegende Seiten.

2) Alle Dreieckswinkel am Mittelpunkte, wie GCA, ACB, BCD u. s. w., ihre Hälften, wie ACH, HCG u. s w., ihre Zweifachen GCB, BCE u. s. w. sind unter sich gleich. Nicht minder ihre entgegenliegenden Seiten GA = AB = BD, auch Halbseiten GH = HA u. s. w., auch Doppelseiten GA + AB = BD + DE u. s. w.; weil sie zu gleichen Dreiecken, oder zu gleichen Polygonausschnitten gehören.

3) Unter allen Polygonen ist das Sechseck am regelmäßigsten gestaltet. Jedes seiner sechs Polygondreiecke hat zum Spitzenwinkel $C = \frac{4R}{6} = \frac{2}{3} R$; also enthalten die beiden Winkel an der Grundlinie $2R - \frac{2}{3} R = \frac{4}{3} R$ und jeder einzelne enthält $\frac{2}{3} R$. Die Polygondreiecke des Sechseckes sind demnach gleichwinkelig und gleichseitig (§. 147. 3.). Im regelmäßigen Sechsecke müssen also Halbmesser und Polygonseite gleich sein.

4) Je mehr ein Polygon Seiten hat, bei einem und demselben Halbmesser, um so kleiner wird jede Seite, um so näher kommt der Seitenabstand dem Halbmesser, um so stumpfer werden die Ecken und um so mehr rundet sich das Polygon ab zu einem Kreise.

§. 160. Gleichheit und Ähnlichkeit zwischen Vielecken. Fig. 17.

Wegen Gleichheit und Ähnlichkeit der Vielecke haben wir Folgendes zu bemerken.

1) Vielecke sind gleich, wenn sie sich durch Diagonalen in gleich viele Dreiecke zertheilen lassen, wovon jedes der einen Figur dem gleichliegenden der andern völlig gleich ist. Denn wenn die Theile in einer und derselben Ordnung gleich sind, so müssen es auch die Ganzen sein.

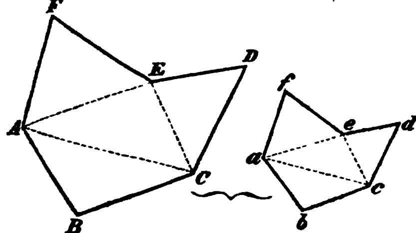
2) Regelmäßige Polygone sind schon gleich, wenn sie bei gleicher Seitenzahl ein gleiches Seiten- oder Linienpaar haben, und also aus lauter gegenseitig gleichen

Dreiecken bestehen. Auf ebendemselben Grunde beruht die Gleichheit gleichmäßiger Ausschnitte von gleichen Polygonen.

Durch die Anzahl der Seiten und durch die Größe einer Seite, oder eines Halbmessers, ist das regelmäßige Polygon genau bestimmt.

3) Fig. 17. Vielecke sind ähnlich, wenn sie sich in gleichviele Dreiecke zerlegen lassen, die einander der Reihe nach ähnlich sind.

Fig. 17.



So sind z. B. die Sechsecke abcdef und ABCDEF einander ähnlich, wenn die Dreiecke abc ∾ ABC, ace∾ACE, cde ∾ CDE und aef ∾ AEF und überdies alle übereinstimmig an einander liegen. Denn hieraus folgt die Gleichheit aller gleichliegenden Winkel a = A, b = B, c = C u. s. w., und die Proportionalität der gleichliegenden Diagonalen und Seiten, als ac : AC = ce : CE = ae : AE; ferner ab : AB = bc : BC = cd : CD = de : DE = ef : EF = fa : FA = (ab + bc + cd + de + ef + fa) : (AB + BC + CD + DE + EF + FA) (§. 62. 8.). Hieraus ergiebt sich noch: In allen ähnlichen Figuren sind die ganzen Umfänge den gleichliegenden Seiten und Diagonalen proportionirt.

4) Regelmäßige Polygone sind einander schon ähnlich, wenn sie gleichviele Seiten haben; denn dann sind die Seiten verhältnißmäßig und die Winkel gleich.

5) Gleichmäßige Ausschnitte ähnlicher Polygone sind eben auch ähnlich.

5. Krumme Linien, Kreise.

§. 161. Der Kreis. Fig. 16. 19.

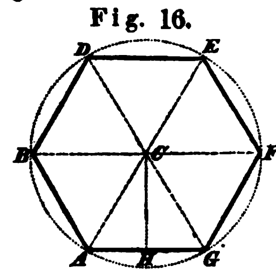
Unter allen krummen Linien finden wir die Kreisli-

nie am regelmäßigsten. Sie ist eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie, welche von einem gewissen Punkte, dem sogenannten Mittelpunkte, überall gleich weit absteht; man nennt sie Umfang, Umkreis, Peripherie.

Jede Gerade, die von dem Mittelpunkte zu dem Umfang geht, heißt Halbmesser, Radius, und zwei Halbmesser in gerader Linie bilden einen Durchmesser, Diameter, des Kreises. Die Halbmesser eines Kreises sind unter sich gleich, weil der Umfang von dem Mittelpunkte gleichweit absteht; also müssen auch die Durchmesser unter sich gleich sein. Diese gehen durch den Mittelpunkt.

Gerade Linien von einem Punkte des Umkreises zu dem andern, die nicht durch den Mittelpunkt gehen, nennt man Sehnen, und den Theil des Umkreises, den sie abschneiden, Bogen. Derjenige Theil der Kreisfläche, welcher durch die Sehne abgeschnitten wird, heißt Abschnitt, und der von zwei Halbmessern ausgeschnittene Theil, Ausschnitt des Kreises. Zwei Kreise mit gemeinschaftlichem Mittelpunkte heißen concentrisch.

Fig. 16.

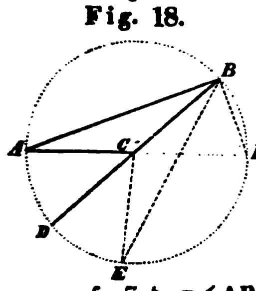


Da in dem regelmäßigen Polygone alle Eckpunkte eben so, wie die Kreislinie, gleichweit von ihrem Mittelpunkte abstehen (§. 159. 1.): so berühren sich in einem Polygone und einem Kreise, von gemeinschaftlichem Mittelpunkte C und gleichem Halbmesser CA, CB u. s. w., die Polygonecken und der Umkreis. In diesem Falle sagt man, das Polygon sei in den Kreis, oder der Kreis sei um das Polygon beschrieben. Der Kreis ist dagegen in das Polygon beschrieben, wenn derselbe die Polygonseiten von innen berührt und den Seitenabstand des Polygons CH zum Halbmesser hat.

Da im regelmäßigen Sechsecke die Seite so groß als der Halbmesser ist (§. 159. 8): so kann in jedem Umkreise der Halbmesser sechs mal als Sehne herum getragen werden.

§. 162. Winkel im Kreise. Fig. 18.

Fig. 18.



In jedem Kreise ist der Winkel am Umfange halb so groß, als der Winkel am Mittelpunkte, wenn beide mit ihren Schenkeln auf demselben Bogen stehen.

Ist der Winkel ABD ein Winkel am Umfange und der Winkel ACD der am Mittelpunkte auf gleichem Bogen AD:

so sind ∠ ABD + CAB = ∠ ACD (§. 145. 3.),
aber ∠ ABD = CAB (§. 147. 2.).

Folglich: ∠ ABD = $\frac{1}{2}$ ∠ ACD.
Eben so: ∠ DBE = $\frac{1}{2}$ ∠ DCE.

Zusammen: ∠ ABE = $\frac{1}{2}$ ∠ ACE.

Auch ist ∠ DBF = $\frac{1}{2}$ ∠ DCF.
Davon ∠ DBE = $\frac{1}{2}$ ∠ DCE.

Bleibt: ∠ EBF = $\frac{1}{2}$ ∠ ECF.

Es ist also:

∠ ABD = $\frac{1}{2}$ ∠ ACD
∠ DBE = $\frac{1}{2}$ ∠ DCE
∠ EBF = $\frac{1}{2}$ ∠ ECF

∠ ABD + DBE + EBF = $\frac{1}{2}$ ACD + $\frac{1}{2}$ DCE + $\frac{1}{2}$ ECF

∠ ABF = $\frac{1}{2}$(ACD + DCE + ECF)
= R.

Dies führt uns zu der nützlichen Folgerung: daß alle Winkel im Halbkreise, wie ABF, die mit ihrer Spitze den Umkreis und mit ihren Schenkeln beide Enden des Durchmessers berühren, Rechtwinkel sein müssen. Jeder enthält nämlich die Hälfte von allen Winkeln unterhalb der Geraden ACF, welche zusammen 2 R betragen (§. 141. 1.).

§. 163. Gleichheit und Ähnlichkeit der Kreise. Fig. 19.

Der Kreis ist als ein regelmäßiges Vieleck anzusehen. Man kann sich nämlich vorstellen, der Umfang bestehe

aus unzählig vielen kleinen, gleichen Seiten, und der ganze Kreis sei aus eben so viel schmalen, gleichen Polygondreieckchen zusammengesetzt, sei also ein Polygon von unzählig vielen Ecken. Es muß daher auch alles von dem regelmäßigen Polygon Erwiesene auf den Kreis angewendet werden können, nämlich:

1) Alle Halbmesser und Durchmesser eines Kreises sind unter sich gleich, wie in den Polygonen (§. 159. 1.).

2) In jedem Kreise haben gleiche Winkel am Mittelpunkte gleiche Bogen, und gleiche Bogen gleiche Mittelpunktwinkel. Denn sie gehören zu einer gleichen Anzahl gleicher Polygondreieckchen (§. 159. 2.).

3) Alle Ausschnitte desselben Kreises mit gleichen Mittelpunktwinkeln oder mit gleichen Bogen sind gleich, weil sie aus einer gleichen Anzahl gleicher Polygondreieckchen bestehen (§. 159. 2.).

4) Daher sind auch die vier rechtwinkeligen Ausschnitte am Mittelpunkte, die man Quadranten zu nennen pflegt, einander gleich und Viertel des Kreises.

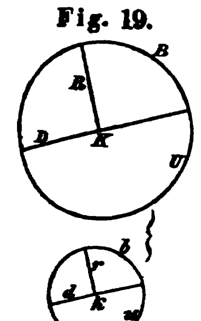
5) Da auf jeder Seite des Durchmessers zwei solcher Viertelkreise liegen: so muß auch der Durchmesser den Kreis in zwei Halbkreise theilen.

6) Kreise von gleichen Halbmessern, gleichen Durchmessern, oder gleichen Umfängen sind gleich. Jeder Kreis wird durch eine dieser Linien genau bestimmt.

7) In gleichen Kreisen haben gleiche Bogen auch gleiche Winkel am Mittelpunkte, und so umgekehrt.

8) Ausschnitte gleicher Kreise sind gleich, wenn sie gleiche Mittelpunktwinkel oder gleiche Bogen haben.

Fig. 19.



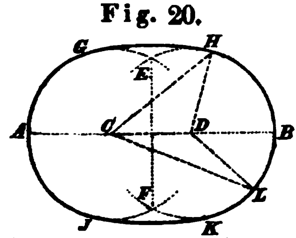
9) Alle Kreise sind, als Polygone von gleich vielen Seiten angesehen, einander ähnlich. Daher müssen nicht allein ihre Halbmesser, Durchmesser und Umfänge, sondern auch ihre Bogen, welche zu gleichen Mittelpunktwinkeln gehören, proportionirt sein. Nennt man in zwei Kreisen K und k die Halbmesser R und r, die Durchmesser D und d, die Umfänge U und u, die Bogen gleicher Mittelpunktwinkel B und b, so ist:

$$R : r = D : d = U : u = B : b.$$

§. 164. Andere krummen Linien. Fig. 20. 21.

Die übrigen krummen Linien sind von unendlicher Verschiedenheit; nur wenige krümmen sich nach solchen Gesetzen, daß sie einen Gegenstand allgemeiner Betrachtungen abgeben können, und diese werden in der Forstwirthschaft eigentlich nicht gebraucht.

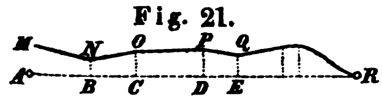
Fig. 20.



Zu einer Anwendung als bloße Figur eignete sich etwa die Ellipse Fig. 20. Diese ist ein Langkreis AKBG, worin die beiden als Halbmesser dienenden Linien CL und LD, oder CH und HD, welche aus irgend einem Umfangspunkte, wie L, H, nach den beiden bestimmten Durchmesserpunkten C und D gehen, zusammengenommen dem langen Durchmesser AB gleich sind.

Wir bemerken übrigens noch: die krummen Linien werden überhaupt dadurch bestimmt, daß man ihre Abstände von einer Geraden angiebt. Letztere nennt der Mathematiker Abscissenlinie und die Abstände Ordinaten. Wir gebrauchen dafür die Namen: Standlinie und Abstände, denken uns die vorkommende krumme Linie,

Fig. 21.



z. B. Fig. 21. MPR, aus kleinen Geraden MN, NO, OP u. s. w. zusammengesetzt

und bestimmen die dadurch zugleich mit angenommenen Eckpunkte N, O, P, Q u. s. w. von den Richtpunkten B, C, D, E der Standlinie AR aus, nach den besondern Längen AB, AC, AD durch die senkrechten Abstände oder Breiten BN, CO, DP u. s. w.

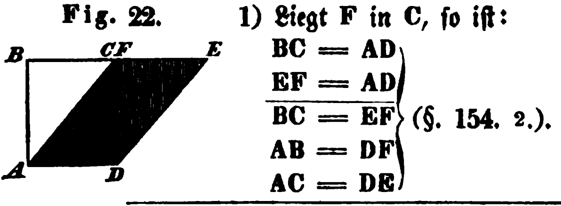
6. Größengleichheit verschiedener Figuren.

§. 165. Parallelogramme auf gleichem Grunde und in gleicher Höhe. Fig. 22. 23. 24.

Parallelogramme von gleichen Grundlinien und Höhen haben gleichen Flächeninhalt.

Man nehme zwei solcher Parallelogramme ABCD und AFED auf einer gemeinschaftlichen Grundlinie AD an: so befinden sich die Oberseiten wegen der gleichen Höhe in einer und derselben Parallele BE zur Grundlinie. F liegt nun entweder in C, oder in BC, oder außerhalb BC.

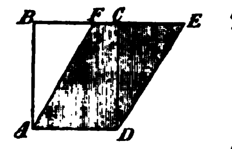
Fig. 22.



1) Liegt F in C, so ist:

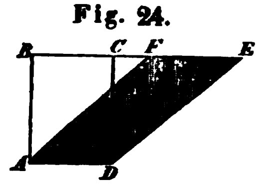
BC = AD
EF = AD
—————
BC = EF (§. 154. 2.).
AB = DF
AC = DE
—————
Mithin: △ ABC = △ DFE (§. 146. 3.).
Dazu △ ACD = △ AFD.
—————
Folglich Parallelogr. AC = Parallelogr. AE.

Fig. 23.



2) Liegt F in BC, so ist
wie oben BC = EF.
Davon FC = FC,
—————
bleibt: BF = EC.
Es ist aber auch AB = DC
und AF = DE (§. 154. 2.).
—————
Mithin: △ ABF = △ DCE (§. 146. 3.).
Hierzu Trapez AFCD = Trapez AFCD.
—————
Folglich: Prlgr. AC = Prlgr. AE.

Fig. 24.



3) Liegt F außer BC, so ist

wie oben BC = EF,

Dazu CF = CF,

giebt: BF = CE.

Nun ist auch AB = DC } (§. 154. 2.).
und AF = DE }

Mithin: △ ABF = △ DCE (§. 146. 3.).

Davon △ GCF = △ GCF,

bleibt: Trap. ABCG = Trap. DGFE.

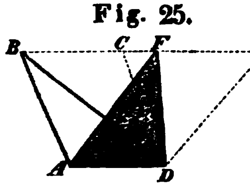
Dazu △ AGD = △ AGD.

Folglich: Prlgr. AC = Prlgr. AE.

§. 166. Dreiecke auf gleichem Grunde und in gleicher Höhe. Fig. 25.

Dreiecke von gleichen Grundlinien und gleichen Höhen haben gleichen Flächeninhalt.

Fig. 25.



Man denke sich zwei solcher Dreiecke ABD und AFD auf demselben Grunde AD; dann durch ihre Spitzen eine Gerade BF, die wegen der gleichen Dreieckshöhen zur Grundlinie gleichlaufend sein muß; endlich noch DC parallel zu AB und DE parallel zu AF: so ist

Parallelogr. ABCD = Parallelogr. AFED;
folglich auch $\frac{1}{2}$ Prlgr. ABCD = $\frac{1}{2}$ Prlgr. AFED,
oder △ABD = △ AFD (§. 154. 1.).

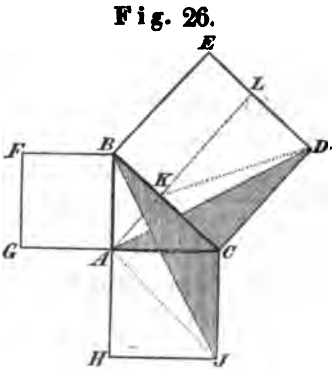
Demnach ist ein Dreieck auch halb so groß, als jedes andere Parallelogramm von ebenderselben Grundlinie und Höhe.

△ ABD = $\frac{1}{2}$ Prlgr. AC = $\frac{1}{2}$ Prlgr. AE.

§. 167. Quadrate auf den Seiten des rechtwinkeligen Dreieckes. (Pythagorischer Lehrsatz.) Fig. 26.

In jedem rechtwinkeligen Dreiecke ist das Quadrat der Hypothenuse so groß, als die beiden Quadrate der Katheten.

Fig. 26.



Man denke sich CE als das Quadrat der Hypothenuse, CH und BG als die Quadrate beider Katheten; ferner die Gerade AL parallel mit CD und BE, und einstweilen nur die beiden Hülfslinien AD und BJ: so ist

erstlich $\measuredangle$ DCB = $\measuredangle$ JCA = R.
Dazu: $\measuredangle$ ACB = $\measuredangle$ ACB,

giebt: $\measuredangle$ DCA = $\measuredangle$ JCB.
Da auch CD = CB } als Quadratseiten:
und CA = CJ }

so folgt: $\triangle$ DCA = $\triangle$ JCB (§. 146. 1.).
Aber $\triangle$ DCA = $\triangle$ DCK = $\frac{1}{2}$ Prlgr. CL } (§. 166.).
und $\triangle$ JCB = $\triangle$ JCA = $\frac{1}{2}$ Qudrt. CH }

Folglich: Prlgr. CL = Qudrt. CH.

Eben so läßt sich beweisen, daß Prlgr. BL = Qudrt. BG ist.

Beide Gleichungen addirt, giebt

CL + BL = CH + BG,
oder $BC^2 = CA^2 + AB^2$;
auch $BC^2 - CA^2 = AB^2$, oder $BC^2 - AB^2 = CA^2$.

Ein Dreieck, dessen Seiten sich verhalten wie 3, 4 und 5, ist also rechtwinkelig, weil $3^2 + 4^2 = 5^2$.

7. Flächeninhalt der Figuren.

§. 168. Flächeninhalt der Vier- u. Dreiecke. Fig. 27.

Jedes Rechteck enthält so viele Quadrateinheiten, als das Produkt aus der Längenzahl seines Grundes mit der Längenzahl seiner Seite oder Höhe beträgt.

Fig. 27.

Es sei AC ein Rechteck, dessen Flächeninhalt bestimmt werden soll, und ac ein zur Flächeneinheit dienendes Quadratchen. Dieses Flächenmaß ginge innerhalb des Rechteckes so viel mal auf die Grundlinie AD, als diese ad in sich enthält, und eine solche Anzahl AF fände in dem ganzen Rechtecke so viel mal Platz, als ab = ad = AE in der Höhe AB enthalten ist.

Mäße z. B. die Grundlinie AD 4 und die Seite AB 3 Längeneinheiten, so gingen in dem Rechtecke AC vier Quadrateinheiten drei mal über einander. Man sieht also ein, daß dessen Flächeninhalt $4 \times 3 = 12$ ist.

Daher muß die gesuchte Anzahl der im Rechtecke befindlichen Quadrateinheiten herauskommen, wenn man die Längenzahl der Grundlinie AD mit der Längenzahl der Seite AB, oder schlechthin, die Grundlinie mit der Höhe multiplizirt. Dadurch wird zugleich deutlich, was gemeint ist, wenn Linien mit Linien multiplizirt werden sollen.

Aus diesem folgt weiter:

1) Der Inhalt des Quadrates ist das Produkt seiner Seite mit sich selbst, weil die Höhe der Grundlinie gleich ist. Hätte eine Quadratseite 10 oder 12 zum Maße, so enthielte das Quadrat $10 \times 10 = 10^2 = 100$, oder $12 \times 12 = 12^2 = 144$ Flächeneinheiten. Der Inhalt des Quadrates ist also die Quadratzahl der Seite, und die Seite des Quadrates ist die Quadratwurzel aus dem gegebenen Inhalte. Deßhalb nennt man auch in der Rechenkunst die zweite Potenz Quadrat.

2) Das schiefe Parallelogramm besteht aus so vielen Flächeneinheiten, als das Produkt seiner Grundlinie mit der Höhe beträgt; denn es ist (§. 165.) so groß als ein Rechteck von derselben Grundlinie und Höhe. Hielte in Fig. 24. die Grundlinie AD 8 und die Höhe DC 11, so wäre der Inhalt von dem schiefen Parallelogramme AE sowohl, als von dem Rechtecke AC $= 8 \times 11 = 88$ Flächeneinheiten.

3) **Überhaupt wird der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms gefunden, wenn die Längenzahlen der Grundlinie und Höhe mit einander multiplizirt werden.** Bezeichnet man jene mit G und diese mit H und den Flächeninhalt mit F, so ist in jedem Parallelogramm F = G × H.

4) **Der Flächeninhalt des Dreieckes besteht aus halb so viel Flächeneinheiten, als das Produkt der Grundlinie mit der Höhe beträgt;** denn das Dreieck ist die Hälfte des Parallelogramms von derselben Grundlinie und Höhe (§. 166.). In jedem Dreiecke ist daher nach der vorigen Bezeichnung F = ½ (G × H).

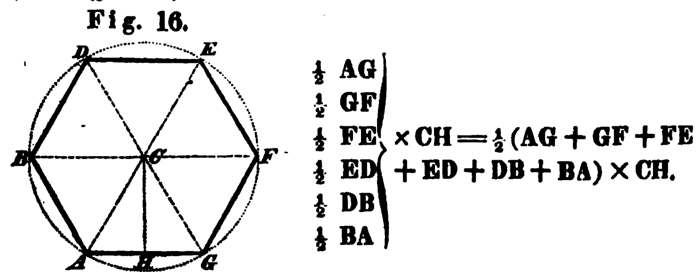
5) **Jede andere Figur enthält so viele Flächeneinheiten, als alle ihre durch Diagonalen abgetheilten Dreiecke oder andern Berechnungstheile zusammengenommen.**

§. 169. Flächeninhalt der Polygone. Fig. 16.

Jedes regelmäßige Polygon ist so groß als ein Dreieck, das dessen Umfang zur Grundlinie und dessen Mittelpunktabstand zur Höhe hat.

Von dem regulären Sechsecke ist der Inhalt nach den einzelnen Dreiecken, die alle gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben (§. 159.):

Fig. 16.



Nennen wir im Allgemeinen die Polygonseite s, die Anzahl der Seiten n und den Mittelpunktabstand r: so ist von jedem Polygon der Flächeninhalt

$$F = \frac{1}{2} (s \times n \times r).$$

Hieraus folgt:

1) Der Flächeninhalt eines Kreises ist eben auch dem eines Dreieckes gleich, das dessen Umfang zur Grundlinie und dessen Halbmesser zur Höhe hat (§. 163.). Bezeichnet man den Umfang mit u anstatt $s \times n$, den Halbmesser oder Mittelpunktabstand mit r: so ist von jedem Polygon und Kreise der Flächeninhalt

$$F = \tfrac{1}{2} (u \times r).$$

2) Jeder Polygon- und Kreisausschnitt ist so groß als ein Dreieck, das zur Grundlinie den entsprechenden Theil des Umfangs und zur Höhe den Mittelpunktabstand oder Halbmesser hat. Bezeichnet b in einem solchen Ausschnitte den Umfangtheil, so ist $F = \tfrac{1}{2} (b \times r)$.

8. Flächenverhältniß der Figuren.

§. 170. Flächenverhältniß zwischen Dreiecken.

Alle Dreiecke verhalten sich ihrer Fläche nach, wie die Produkte ihrer Grundlinien und Höhen. Bezeichnet man von zwei Dreiecken die Grundlinien mit G und g, die Höhen mit H und h, die Flächeninhalte mit F und f, dann ist:

$$\left.\begin{aligned} F &= \tfrac{1}{2}\, G \times H \\ f &= \tfrac{1}{2}\, g \times h \end{aligned}\right\} (\S.\ 168.\ 4.).$$

Daher $F : f = \tfrac{1}{2}\, G \times H : \tfrac{1}{2}\, g \times h$

und $F : f = G \times H : g \times h$ (§. 61.).

Hieraus folgt:

1) Zwei Dreiecke von gleichem Grunde verhalten sich wie ihre Höhen.

Ist nämlich $F : f = G \times H : g \times h$ und

nach der Voraussetzung $G = g$

so ist auch $F : f = H : h$ (§. 61.).

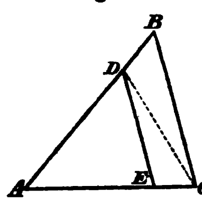
2) Bei gleichen Höhen verhalten sich die Dreiecke wie ihre Grundlinien. Ist nämlich $H = h$, so verhält sich auch

$$G \times H : g \times h = G : g.$$

3) Da die Dreiecke Hälften sind von Parallelogrammen, und die Ganzen sich verhalten, wie ihre Hälften: so finden alle diese Verhältnisse auch bei Parallelogrammen Statt.

§. 171. Flächenverhältniß zwischen ähnlichen Figurent Fig. 28. 29. 17.

Fig. 28.

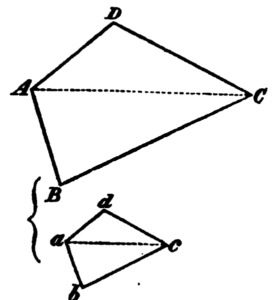


1) Ähnliche Dreiecke verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten. Man lege zwei ähnliche Dreiecke ABC und ADE zusammen und ziehe die Hülfslinie DC, so ist

$$\triangle ADE : \triangle ADC = AE : AC \text{ (§. 170. 2.).}$$
$$\triangle ADC : \triangle ABC = AE : AC \ (= AD : AB, \text{§. 149.}).$$

Folglich $\triangle ADE : \triangle ABC = AE^2 : AC^2$ (§. 62. 4. 2.)
$$= AD^2 : AB^2$$
$$= DE^2 : BC^2.$$

Fig. 29.

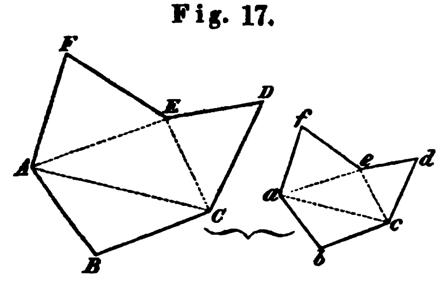


2) Ähnliche Vierecke verhalten sich, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten oder Diagonalen. In den beiden ähnlichen Vierecken ABCD und abcd verhält sich

$$\triangle ABC : \triangle abc = AC^2 : ac^2 = AB^2 : ab^2 \text{ u. s. w.}$$
$$\triangle ACD : \triangle acd = AC^2 : ac^2 = AD^2 : ad^2 \text{ u. s. w.,}$$

mithin $ABCD : abcd = AC^2 : ac^2 = AB^2 : ab^2$ u. s. w. (§. 62. 3.).

Fig. 17.



3) Eben so verhalten sich ähnliche Vielecke, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Linien. In den beiden ähnlichen Vielecken ABCDEF und abcdef ist nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} \triangle ABC : \triangle abc = AB^2 : ab^2 \\ \triangle CDE : \triangle cde = AB^2 : ab^2 \\ \triangle CEA : \triangle cea = AB^2 : ab^2 \\ \triangle EFA : \triangle efa = AB^2 : ab^2 \end{array}\right\} \text{wegen Proportionalität aller Seiten (§. 160. 8.).}$$

Mithin $ABCDEF : abcdef = AB^2 : ab^2 = BC^2 : bc^2$ u. s. w.

4) Kreise verhalten sich ihrer Fläche nach, wie die Quadrate ihrer Halbmesser, Durchmesser und Umfänge. Denn alle Kreise sind als ähnliche Vielecke von einer gleichen Anzahl Seiten anzusehen, und ihre Halbmesser, Durchmesser und Umfänge als gleichliegende Linien. Bezeichnen K und k zwei Kreise, R und r ihre Halbmesser, D und d ihre Durchmesser, U und u ihre Umfänge: so ist

$$K : k = R^2 : r^2 = D^2 : d^2 = U^2 : u^2.$$

5) Fig. 17. Gleichliegende Linien ähnlicher Figuren verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen, welche die Flächenverhältnisse der Figuren ausdrücken.

Ist $ABCDEF : abcdef = AB^2 : ab^2$, so
ist auch $\sqrt{ABCDEF} : \sqrt{abcdef} = AB : ab$.
Aus $K : k = D^2 : d^2 = U^2 : u^2$
folgt $\sqrt{K} : \sqrt{k} = D : d = U : u$.

II. Figurenzeichnung.

1. Linienzeichnung insbesondere.

§. 172. Linienmaße.

Die Linien- oder Rißzeichnung stellt gemessene Gegenstände, Grundstücke, Wege, Bauwerke u. dergl. in verjüngtem Maße dar. Zu diesen Darstellungen müssen wir zuvörderst das Linien- oder Längenmaß kennen.

Als Grundmaß zum Längenmessen dient der gemeine oder Werkfuß, dessen Größe gewöhnlich in Linien des alten pariser Fußmaßes bestimmt und der an sich wieder in 12 Zolle zu 12 Linien eingetheilt wird; daher auch die Bezeichnung zwölftheiliges oder Duodezimalmaß. —

Mehre Werkfuße zusammengenommen, gewöhnlich 10, 12 bis 16, bilden eine Ruthe; theilt man diese nach dem Dezimal-System, so erhält man das geometrische, auch zehntheilige oder Dezimalmaß, dessen Theile geometrische oder Dezimal-Fuße, Zolle heißen.

Der weimarische Werkfuß z. B. hat 125 par. Linien, die weimarische Ruthe aber 16 weimar. Werkfuße; also

$16 \times 125 = 2000$ par. Linien $= 1$ weimar. Ruthe,

$\frac{2000}{10} = 200$ „ „ $= 1$ „ geom. Fuß,

$\frac{200}{10} = 20$ „ „ $= 1$ „ „ Zoll.

Im Handel und Gewerbe geht man nicht gern von dem gemeinen oder Werkfuße ab, da die seiner Eintheilung zu Grunde liegende Zahl 12 leichter theilbar ist. Für geometrische Zwecke bedient man sich jedoch ausschließlich nur des geometrischen Maßes.

Man bezeichnet die Ruthen mit °, die Fuße mit ′, die Zolle mit ″, die Linien mit ‴ rechts oben an der zu benennenden Zahl; z. B. 3° 7′ 6″. Wenn übrigens, ohne Bemerkung des Maßes, in einer angegebenen Länge Ruthen mit genannt sind: so versteht man darunter geometrisches Maß, besonders wo von Grundstückmessungen die Rede ist. Kommen dagegen nur Fuße und

Zolle vor, und betrifft die Maßangabe Höhen, Tiefen, Körperausdehnungen und dergleichen: so ist auf Werkmaß zu schließen.

Je ausgedehnter die in der Rißzeichnung darzustellenden Gegenstände in ihrer Wirklichkeit sind, um so mehr müssen die natürlichen Maße verkleinert aufgetragen werden, und desto größer sind dann die unvermeidlichen Zeichnungsfehler (§. 137.). Um sich überhaupt der größten Genauigkeit in Anwendung der Linienmaße zu befleißigen, ist jeder Punkt und jede Linie so fein wie möglich darzustellen, stets die sicherste Verzeichnungsart zu wählen, aus dem Großen in das Kleine zu arbeiten und nur von entschieden richtigen Punkten weiter zu gehen, damit die an sich zwar unmerklichen, zusammen aber sehr beträchtlichen Abweichungen in den engsten Schranken bleiben. Überdies muß die Richtigkeit jeder vollführten Zeichnung so viel als möglich geprüft werden.

§. 173. Gerade Linien zu ziehen.

Gerade Linien zieht man am vollkantigen Lineale von Stahl oder von altem, hartem, ganz gerabspaltigem Holze. Die hölzernen Lineale sind öfter zu prüfen, von Zeit zu Zeit neu abzuziehen und wohl in Acht zu nehmen.

Ein richtiges Lineal muß folgende Prüfung bestehen: Man zieht auf einer völligen Ebene an der zu prüfenden ganzen Seite hin eine scharfe Linie, schlägt nun das Lineal über diese Linie und paßt dieselbe Seite wieder von drüben an. Findet sich hier nicht die geringste Abweichung, so ist die gebrauchte Seite richtig. Eben so wird die andere Seite geprüft. Ist ein richtiges Lineal bei der Hand, vielleicht ein gut zugerichtetes stählernes, denn hölzerne verziehen sich leicht: so kann man das zu prüfende nur gegen das Licht daran halten und zusehen, ob es an das richtige genau anschließt. Der Grund dieser Prüfung liegt in den Eigenschaften gerader und krummer Linien (§. 139.).

Zum Linienziehen selbst bedient man sich außer der Zirkelspitze, womit die sogenannten blinden Linien gerissen werden, des Bleistiftes, oder der Reißfeder. Die Bleistifte werden zum Ziehen einerseits bis an das Blei abgespalten, breit

geschnitten und weiter auf rauhem Papiere geschärft. Die Reißfeder muß gleich starke und gleich lange, gut zusammen passende Schnäbel haben, die des bessern Reinigens wegen mit einem Gewinde zum Öffnen versehen und vor Tinte in Acht zu nehmen sind. Ganz spitzig geschnittene Schreibfedern dienen wohl auch zum Linienziehen, aber ohne Sicherheit.

Das Ziehen richtiger, gerader Linien erfordert eine geübte, stete Hand. Das Lineal muß an die gegebenen Punkte fest anliegen, und zwar so, daß die Linie ganz genau die Mitte ihrer Richtpunkte schneidet; man zieht letztere aber nur bis vor die Endpunkte, um diese frei und sichtbar zu erhalten. Drei, vier, oder mehr Anhaltepunkte dienen zum sicherern Ziehen.

§. 174. Kreislinien zu ziehen.

Kreislinien werden in bekannter Weise mit dem Zirkel gezogen, der übrigens hauptsächlich zum Abgreifen der Längen dient. Man führt gewöhnlich Handzirkel und nur zu größern, genauern Arbeiten Stangenzirkel.

Am Handzirkel verlangt man ganz gleiche Schenkel mit geraden, runden Spitzen, weder zu stumpf, noch zu spitzig, ganz stete gehend und dicht an einander schließend; dazu noch eine Reißfeder und eine Bleistifthülse zum Einsetzen; daher der Name Stückzirkel.

Der Stangenzirkel ist am brauchbarsten, wenn die Spitzen und das etwa nöthige Einsetzzeug auch an einen langen, steten Stab befestigt werden können. Er wird hauptsächlich beim genauen Abgreifen größerer Längen gebraucht, wozu der Handzirkel nicht ausreicht und ohnehin wegen der unvermeidlich schiefen Stellung der Schenkel sich weniger eignet.

Andere Zirkel sind überflüssig, bis auf den Federzirkel zu genauern Eintheilungen.

§. 175. Senkrechte Linien zu ziehen. Fig. 30. 31.

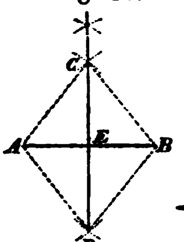
Senkrechte Linien errichtet und fällt man vermittelst des sogenannten Winkels, oder des Zirkels.

1) Der Winkel, ein rechtwinkeliges Dreieck von Holz, wird

gewöhnlich mit einem passenden Lineale zusammen gebraucht. Seine Seiten müssen wie beim Lineale völlig gerade und der rechte Winkel muß richtig sein. Um letzteren zu prüfen, legt man denselben an eine gerade Linie und zieht an dem aufrechten Schenkel hin die angenommene Senkrechte; alsdann schlägt man das Werkzeug um und paßt es auf der andern Seite in den Nebenwinkel. Füllt es diesen genau aus, so sind beide damit gemachten Nebenwinkel gleich und recht (§. 141.). Auch legt man den Winkel mit einem andern schon geprüften zusammen, setzt beide auf ein richtiges Lineal und sieht zu, ob er den eben gemachten Forderungen entspricht.

Hieraus ergiebt sich nun von selbst, wie mit Hülfe des Winkels eine Senkrechte gezogen wird. Man legt an die gegebene Linie ein Lineal, stellt den Winkel mit einer Kathete darauf und schiebt diesen bis an den in oder außer der Linie gegebenen Richtpunkt, durch welchen man nun die Senkrechte an der andern Kathete hinzieht. Dies ginge auch ohne Mitgebrauch des Lineales, aber beschwerlicher und weniger sicher.

Fig. 30.



2) Genauer ist die Auflösung vermittelst des Stangenzirkels. Mit beliebiger und gleicher Zirkelöffnung reißt man von beiden Endpunkten der gegebenen Linie AB oberhalb und unterhalb derselben Bogen und zieht durch beide Bogendurchschnitte C und D eine gerade Linie. Diese ist senkrecht auf AB und geht zugleich durch deren Mitte.

Wäre dazu der Punkt E in der Linie bestimmt gewesen, so hätte man A und B gleichweit von E annehmen und übrigens eben so verfahren müssen. Wäre aber von einem außerhalb der Linie gegebenen Punkte C eine Senkrechte auf die Linie zu fällen: so hätte man den Zirkel zuerst in C einzusetzen und CA = CB, alsdann von A und B aus AD = BD abzureißen, endlich die Senkrechte CD zu ziehen.

Die Richtigkeit dieser Auflösungen beruht auf der Gleichheit der Dreiecke und Winkel AEC und BEC. Es ist nämlich

Δ ACD = Δ BCD, weil AC = BC, AD = BD und DC = DC; daher auch ∡ACD = ∡BCD (§. 146. 3.). Nun ist in den Dreiecken AEC und BEC nicht allein ∡ACE = ∡BCE, sondern auch AC = BC und CE gemeinschaftlich. Daraus folgt: Δ AEC = Δ BEC (§. 146. 1.) und ∡AEC = ∡BEC = R, also CE senkrecht (§. 140.).

Fig. 31.

3) Soll etwa die Senkrechte am Rande des Papieres gezogen werden, z. B. aus A, so nimmt man über AD unweit A einen Punkt C willkührlich an, beschreibt mit CA aus C einen Halbkreis DAE, zieht vom Durchschnittspunkte D über C den Durchmesser DE und alsdann aus E die Senkrechte EA. Denn EAD ist ein Winkel im Halbkreise auf dem Durchmesser ED, also ein Rechter (§. 162.).

Ist die Senkrechte aus einem seitwärts gegebenen Punkte E auf AD zu fällen: so zieht man eine willkührlich schräge Linie ED, halbirt sie in C, beschreibt aus C mit CD den Halbkreis DAE und fällt endlich EA herab als Senkrechte.

Daß jenes Senkrechtziehen mit dem Winkel nur so weit genau ist, als dessen Seite reicht und dessen Ecke angepaßt werden kann, leuchtet von selbst ein. Beim Gebrauche des Zirkels könnte man mit größern Zirkelöffnungen für die verlangte Senkrechte noch weitere Versicherungspunkte bestimmen.

§. 176. Parallellinien zu ziehen. Fig. 32.

Parallellinien zieht man mit Lineal und Winkel, oder vermittelst aufgetragener Abstände.

1) Parallelziehen mit Lineal und Winkel: Man legt den Winkel mit einer Seite an die gegebene Linie, das Lineal an die andere Seite des Winkels, schiebt nun den Winkel an dem fest aufgedrückten Lineale leicht fort, bis zur bestimmten Stelle und zieht da die Gleichlaufende. Beide Linien haben dieselbe Neigung zur Linealseite, sie sind daher parallel (§. 143. 1.). Dabei müßte der Winkel eben kein rechter sein, und es könnte

auch die schiefe Seite desselben gebraucht werden. Beim Anlegen der Werkzeuge richtet man sich nach der Stelle, wohin die Parallele kommen soll. Reicht das Lineal nicht zu, so wird unterwegs auch dieses wieder am festgehaltenen Winkel fortgerückt.

Hierbei kann leicht ein Verrücken des Lineales oder des Winkels vorgehen, wenn man nicht geübt ist. Doch hat dieses sogenannte Parallelschieben bei geometrischen Zeichnungen große Vorzüge vor dem Gebrauche des eigentlichen Parallel- und des Anschlaglineales.

Fig. 32.

2) Parallelziehen nach Zirkelabmessungen: Auf die vorhandene Linie AB wird der gegebene Abstand wenigstens zwei mal getragen, indem man den einen Zirkelschenkel in die Linie setzt und mit dem andern an der Stelle, wohin die Parallele kommen soll, einen Bogen reißt, wie n, o, p. Durch die höchsten Punkte dieser Bogen zieht man nun die Linie CD, welche zu AB gleichlaufend sein muß.

Werden zu jeder Lineallänge drei oder mehr Abmessungen gerissen, so wird die Parallele um so genauer; denn das Lineal muß alle Bogen gleichmäßig berühren. Um hierbei unvermeidliche Mängel des Lineales unschädlicher zu machen, gebraucht man stets eine und dieselbe, vorher bezeichnete Linealseite und dies nach gleicher Richtung.

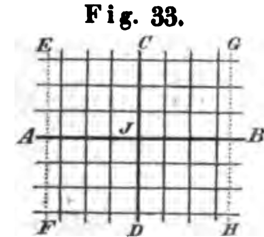
Errichtete man auf AB senkrechte Linien zu den Abständen, so würde die Auflösung eben so genau; denn daß eine ganz kleine Abweichung von dem senkrechten Stande dieser Hülfslinien keinen merklichen Fehler verursacht, ist aus der Zeichnung selbst ersichtlich, worin die gezogene Parallele ein beträchtliches Stück des Bogens deckt und ganz dieselbe Lage erhalten hätte, der Abstandspunkt mochte etwas weiter links oder rechts in dem bedeckten Bogenstücke liegen. Lange Parallelen zieht man jeden Falls am genauesten vermittelst des aufgetragenen Abstandes.

§. 177. Netzzeichnung. Fig. 33.

Netzlinien oder Parallelen, die sich in gleichen Abständen senkrecht durchschneiden, zeichnet man mittels Rahmen, oder Abmessungen. Beide Verfahren erfordern eine genaue Prüfung.

1) Man legt einen von Metall verfertigten dünnen Rahmen, worin die Endpunkte aller Netzlinien mit fein gebohrten Löchern gegeben sind, auf das Zeichenblatt und sticht durch alle Löcher die Punkte vor. Oder man theilt sich den Rahmen eines Reißbrettes eben so ein und zieht über das dazwischen eingespannte Papier alle Netzlinien von Punkt zu Punkt. Auch könnte man ein schon fertig gezogenes Netz auf das untergelegte Zeichenblatt abstechen.

Fig. 33.



2) Ein solches Netz mittels besonderer Abmessungen zu zeichnen, errichtet man in der Mitte des Zeichenblattes auf einer geraden Linie AB eine sehr genaue Senkrechte CD, wo möglich mit Hülfe eines weit geöffneten Stangenzirkels (§. 175. 2.), deßgleichen nahe am Papierrande auf A und B zwei blinde Senkrechte (§. 175. 1. oder 3.), die bloß zum Auftragen der Abstände dienen. Hiernächst faßt man einen mehrfachen Abstand in den Zirkel, trägt diesen von A, I und B aus aufwärts nach E, C und G, dann abwärts nach F, D und H, und zieht die dadurch bestimmten seitwärts gehenden Hauptparallelen mit immer gleicher Lage des Lineales. Dieselbe Zirkelöffnung trägt man nun wieder, von C, I und D aus, sowohl nach G, B und H, als nach E, A und F, und zieht die aufwärts gehenden Hauptlinien eben so. Nachmals trägt man die einfachen Abstände für die inneren Netzlinien hinein und führt auch diese aus. Wollte man sogleich die einfachen Abstände nach einander auftragen und auch nicht von innen nach außen arbeiten: so pflanzten sich die einzelnen unvermeidlichen Abweichungen zu beträchtlichen Fehlern fort.

3) Dieses Quadratnetz dient bei größern geo-

metrischen Arbeiten sowohl zum Auftragen und Berechnen der Figuren, als zum Bemessen des unvermeidlichen Papierverziehens. Daher muß dasselbe so genau wie möglich sein und auf folgende Weise geprüft werden: Man untersucht erst beliebige Quadratseiten an sich, ob sie das rechte Maß haben und gleich sind; eben so auch Diagonalen beider Richtungen; hiernach die Längen zusammengenommener Seiten und Diagonalen. Endlich zieht man über das Quadratnetz zwei kreuzende Hauptdiagonalen. Diese müssen alle auf ihrem Wege liegenden Eckpunkte genau durchschneiden und im Ganzen sowohl, als in den Theilen einander gleich sein.

§. 178. Theilung gerader Linien. Fig. 34.

Das Theilen gerader Linien geschieht entweder auf geometrischem Wege, oder durch wiederholte Versuche.

Fig. 34.

A D a 1 b 2 c 3 d 4 e 5 f 6 g 7 h 8 i 9 C B

1) Soll eine gerade Linie AB auf geometrischem Wege in gleiche Theile getheilt werden, z. B. in zehn: so legt man an A eine Hülfslinie AC in einem beliebigen, jedoch spitzigen Winkel, trägt auf diese von A aus einen willkührlich angenommenen Theil zehn mal auf, zieht alsdann vom letzten Theilpunkte C eine Gerade nach B und mit dieser von allen Theilpunkten a, b, c, d ... Parallelen herüber auf AB. Die Durchschneidungspunkte 1, 2, 3 .... sind nach §. 149. die verlangten Theilpunkte der Linie AB.

Zu größerer Versicherung gereicht es, wenn man noch eine Gerade BD aus B zu AC parallel legt und eben so wie AC theilt, dann alle Theilungen aus AC nicht nur zu CB und AD parallel, sondern auch in die auf BD vorgezeichneten Theilpunkte mit richtet.

Die Theile auf AC sind etwas größer anzunehmen, als die auf AB ausfallen, damit die Theilungslinie ziemlich im rechten Winkel durchschnitten wird. Dieses Verfahren erfordert besondere Vor-

sicht und ist dennoch zu genauen Eintheilungen nicht vorzüglich, wegen der dabei unvermeidlichen Zeichnungsfehler.

2) Gewöhnlich theilt man die Linien durch wiederholte Versuche. Man faßt die wahrscheinliche Größe des gesuchten Theiles in den Zirkel und trägt dieselbe auf der Linie hin. Am Ende zeigt sich ein Unterschied. Diesen theilt man nach dem bloßen Augenmaße und verändert den vorigen Versuchtheil danach. Jetzt trägt man den neuen Theil abermals auf der Linie hin, berichtigt ihn eben so nach Maßgabe des wieder gefundenen Unterschiedes und fährt so fort, bis die Theilung genau aufgeht.

Leichter und richtiger macht sich diese Theilung, wenn man die Linie anfänglich in größere Theile abtheilt, je nachdem die Anzahl der verlangten Theile eben theilbar ist. So könnte eine Länge zu 10 Theilen halbirt und dann auf beiden Hälften in 5 getheilt werden. Nimmt man an, daß beim Auftragen eines jeden einzelnen Theiles derselbe unvermeidliche Fehler wieder gemacht wird: so häufen sich diese Fehler um so mehr, je mehr Theile hinter einander aufgetragen werden. Eine vorläufige Abtheilung im Großen hält diese Abweichungen in gemessenen Schranken. Der Zirkel muß hierbei sehr gleichmäßig geführt und darf keinmal stärker eingedrückt werden, sonst fallen die Theile ungleich aus. Die obige geometrische Eintheilung kann oft als Vorarbeit zu dieser unmittelbaren Eintheilung dienen; oder man sucht mit Hülfe eines Maßstabes die beiläufige Größe des verlangten Theiles zum ersten Auftragen.

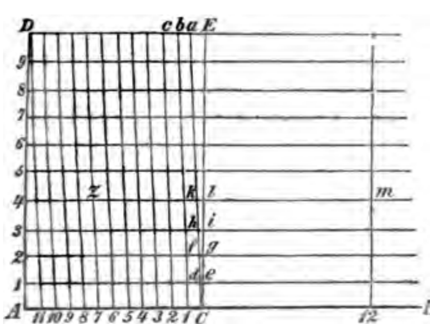
Die verrichtete Eintheilung irgend einer Linie wird geprüft, indem man gewisse Theile in den Zirkel faßt, diese Größe von Theilstrich zu Theilstrich fortträgt und dadurch die Übereinstimmung des Einzelnen und Mehrfachen zugleich untersucht.

§. 179. Einen Fußmaßstab zu fertigen. Fig. 35.

Zu ganz genauen Ausmessungen und Zeichnungen nach dem wahren Maße verfertigt man sich einen Maßstab vom landüblichen Werkfuße auf Metall, Holz oder Papier. Die gerade Grundlinie AB, von der Länge eines Fußes, wird bei Zwölftelmaß in 12 Zolle, der vordere Zoll AC wird wieder in



Fig. 35.



12 Linien getheilt. Um nun noch Zehntellinien zu bekommen, errichtet man auf jedem Theilpunkte der Zolle eine Senkrechte, trägt auf die beiden äußersten, von A und B aus, zehn gleiche Theile in willkührlicher Größe und verbindet diese Theilpunkte mit Geraden, die zu AB gleichlaufend sind. Hierauf theilt man DE wie AC in die 12 Linien und zieht die schrägen Linien Ca, 1b, 2c u. s. w., schreibt zwischen C und A und B die Zahlen der Linien und zwischen A und D die der Zehntellinien, so ist der Maßstab fertig. Zwischen C und B findet man ganze Zolle, deren Linienzahl von C aus unter jedem Theilstriche steht; zwischen C und A, ganze Linien; zwischen C und D, die Zehntellinien.

Begreiflich enthalten die Stücke der innern Längenlinien über CB ganze Zolle und zwischen C11 und aD ganze Linien; denn es sind Parallelen zwischen je zwei von denselben Maßen ausgehenden Parallelen, und in dem Dreiecke CEa befinden sich die vorn hinauf gezählten Linientheile. Da nämlich CE zehn gleiche Theile und Ea die Größe einer Linie enthält, so ist nach §. 149.: de $= \frac{1}{10}$, fg $= \frac{2}{10}$, hi $= \frac{3}{10}$ Linien u. s. w.; auch zl $=$ zk $+$ kl $= 7{,}4$ Linien.

Zum Messen auf diesem Maßstabe greift man die gegebene Länge mit dem Zirkel ab, setzt einen Schenkel desselben in derjenigen Zollabtheilung an, von welcher aus der andere die Linientheilung erreicht, und geht nun mit beiden Schenkeln von Längenlinie zu Längenlinie hinauf, bis der vordere einen Durchschneidungspunkt getroffen hat. War dies vielleicht bei m und z der Fall, so hielt die Länge in

ml = 1 Zoll oder 12 Linien,
zk = 7 Linien,
kl = $\frac{4}{10}$ Linien;
zusammen 1″ 7,4‴ oder 19,4‴.

Das Abgreifen verlangter Längen auf dem Maßstabe geschieht auf gleiche Weise. Im Besitze eines solchen Maßstabes von dem alten pariser Fuße kann man nach den bekannten Fußverhältnissen die Größe eines jeden Fußes abnehmen.

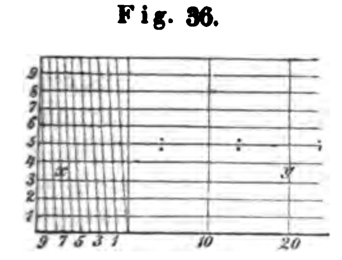
§. 180. Einen verjüngten oder geometrischen Maßstab zu zeichnen. Fig. 36.

Alle Grundmessungen werden verkleinert auf's Papier getragen mittels eines eben so verkleinerten oder verjüngten Maßstabes. Das Verhältniß desselben zu dem wahren Maße ist meistens vorgeschrieben, bei den Forstvermessungen gewöhnlich $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ der natürlichen Länge, oder die wahre Ruthe enthält 5000 bis 4000 verjüngte Ruthen.

Beim Verfertigen eines verjüngten Maßstabes berechnet man zuvörderst, wie viel der zum Grundmaße dienende Werkfuß solcher verjüngten Ruthen enthält, und sucht danach die Größe von 10 verjüngten Ruthen. Auf dem preußischen Forstkartenmaßstabe soll der Dezimalzoll (oder 0,01°) genau 50 verjüngte Ruthen enthalten; demnach:

0,01 wirkl. Ruthe = 50 verjüngte Ruthen,
oder 1 » » = 5000 » »
$\frac{1}{12}$° oder 1 preuß. Fuß = $\frac{5000}{12}$ = 416,66.. verj. Ruthen.
Da nun 3 preuß. Fuß. = 416,66×3 = 1250 verj. Ruthen,
und $\frac{1250}{5 \times 5 \times 5} = 10$: so braucht man die Länge von 3 preuß. oder rheinl. Fußen nur in 5 Theile, jeden dieser Theile wieder in 5 Theile und letztere je nochmals in 5 Theile zu theilen, um schließlich die Größe von 10 Ruthen für den verjüngten Maßstab zu erhalten. — Der weimarische Forstkartenmaßstab enthält $\frac{1}{4000}$ der natürlichen Länge; auf einen weimarischen Werkfuß gehen also $\frac{4000}{16}$ = 250 verjüngte Ruthen. Dessen Theilung in 5 × 5 ergiebt die Größe von 10 Ruthen, die auch 5 pariser Linien gleich ist.

Fig. 36.



Die Eintheilung des verjüngten Maßstabes muß dem geometrischen Maße entsprechen. Auf der angenommenen Grundlinie theilt man zuerst die Stücke zu je 10 Ruthen ab, dann das vordere in die 10 einzelnen Ruthen und macht darauf noch die bekannte Parallelzeichnung zum Abnehmen der Zehntelruthen oder Fuße. Der so weit fertige Maßstab wird zum leichten und sichern Gebrauche noch mit den Maßzahlen versehen; unten an den Ruthenzehnern mit 10, 20, 30 u. s. w.; unter den einzelnen Ruthen mit 1, 3, 5, 7, 9; vorn hinaufwärts mit den Fußzahlen 1, 2, 3 . . . . 9. Auch kann zur Sicherung des Gebrauches die mittlere Längenlinie mit Punkten kenntlicher gemacht werden.

Das Messen und Abnehmen der Längen auf einem solchen verjüngten Maßstabe ist nun leicht. Die Ruthenzehner stehen unter den Querlinien, die einzelnen Ruthen unter den Schräglinien, die Fuße vor den Längenlinien. Halbe Fuße, oder andere Theile der Fuße werden nach dem Augenmaße noch zwischen den entsprechenden Längenlinien abgenommen. Von y nach x sind z. B. 20 Ruthen und 7 Ruthen und $3\frac{1}{2}$ Fuß, zusammen 27' $3\frac{1}{2}$ Fuß. Findet sich eine Linie, die größer ist, als der Maßstab, oder die auf ein mal nicht mit dem Zirkel abgegriffen werden kann: so nimmt man eine gewisse Länge, vielleicht 50 oder 100 Ruthen ab, trägt diese so viel mal auf die Linie, als es geht, mißt das übrige, kleinere Stück noch besonders aus und zählt alles zusammen. Je größer das verjüngte Maß ist, desto mehr Raum erfordert die Zeichnung, um so genauer ist aber auch dessen Gebrauch. Zu kleineren Grundstücken nimmt man daher ein größeres Maß, bei Feldfluren etwa $\frac{1}{2000}$ und bei Gehöften etwa $\frac{1}{1000}$ der wahren Länge.

Selten geräth ein Maßstab ganz genau. Um so nothwendiger macht sich daher folgende Prüfung. Zuvörderst durchsieht man die Eintheilung. Zeigt sich da sichtbare Gleichheit in dem Abstande aller Parallelen mit Verhältnißmäßigkeit in den Linien-

theilen der beiden Nebendreieckchen: so nimmt man einen ganz feinen Zirkel und untersucht nun die Hauptheile und die einzelnen Ruthen, alsdann zwei-, drei- und mehrfache Abstände der Quer-, Schräg- und Längenlinien und der Diagonalpunkte, alles mit Hülfe eines Vergrößerungsglases. Ergiebt sich hier überall die genaueste Übereinstimmung in den Theilen, ist auch das Maßverhältniß selbst und die Zahlenbezeichnung richtig: so kann man den Maßstab als brauchbar annehmen.

§. 181. Noniuseinrichtung. Fig. 37.

Zu genauern Abmessungen mittels einer ganz einfach getheilten Linie (Scala) dient eine Vorrichtung, die von ihrem Erfinder Nonius heißt. Dieselbe besteht aus einem auf der Scala beweglich angebrachten Nebenmaße mit einer Eintheilung, die gewöhnlich $\frac{n+1}{n}$ der Maßeinheiten enthält.

Fig. 37.



Soll ein solcher Nonius zur Bestimmung von Zehnteln dienen, so müssen darauf 11 Einheiten der Scala zu 10 Theilen des Nonius gemacht werden, so daß jeder Theil $1\frac{1}{10}$ Einheiten enthält. Reicht nun etwa die zu messende Länge auf der Scala von a bis x, so schiebt man den Nonius mit seinem Anfangspunkte an x, zählt zuerst die vollen Einheiten unmittelbar auf der Scala ab, sieht dann, wo ein Noniusstrich mit einem Scalastrich zusammen trifft, und nimmt die dort auf dem Nonius stehende Zehntelzahl hinzu. Die Länge ax hielte 14,7 Maßeinheiten.

Diese Einrichtung läßt sich leicht erklären. Wir wollen die Maßeinheiten vorläufig Grade nennen. Hier sind 11 Grade zu 10 getheilt; jeder Noniustheil enthält sonach $1\frac{1}{10}$ Grad; mithin enthalten zwei $2\frac{2}{10}$; drei, $3\frac{3}{10}$ Grade u. s. w. Trifft nun der siebente Theilstrich mit einem der Scala zusammen, so beträgt das $7\frac{7}{10}$ Grade. Die Ganzen gab schon die Scala selbst, und man brauchte vom Nonius nur die 7 Gradtheile oder die Größe, welche auf der Scala über dem letztern Theilstrich hinaus noch

zu bestimmen war. — Wollte man Zwölftel haben, so müßten 13 Theile in 12 getheilt werden; zu Dreißigsteln, 31 in 30; zu Sechzigsteln, 61 in 60; zu Achteln, 9 in 8 u. s. w.

Man giebt auch dem Noniustheile wohl $\frac{n-1}{n}$ von der Maßeinheit, macht z. B. aus 9 Maßeinheiten 10 Theile und bringt den Nonius auf die andere Seite von x, so daß die Zahlen auch am Nonius vorwärts gelesen werden können, was nun leicht einzusehen ist.

Oft treffen beim Gebrauche des Nonius keine zwei Theilstriche zusammen, zumal wenn derselbe wenig Theile hat. Man nimmt dann den zunächst fallenden Theilstrich vom Nonius an und schätzt die Abweichung, oder läßt dieselbe ganz außer Acht nach Maßgabe des eben zu beobachtenden Genauigkeitsgrades. Die Noniusvorrichtung findet indeß auf Längenmaße weniger Anwendung, als auf Winkelwerkzeuge.

Zur Prüfung einer solchen Vorrichtung schiebt man den Nonius auf der Maßeintheilung fort und sieht zu, ob beide Endstriche immer zugleich auf zwei Theilstriche der Haupteintheilung treffen, und ob die innern Noniusstriche in jeder Lage eine gewisse verhältnißmäßige Stellung gegen die Maßtheile haben.

§. 182. Theilung der Kreislinie.

Auf dem Papiere theilt man den Kreis durch wiederholte Versuche. Wie auf der Geraden, so trägt man die angenommene Zirkelöffnung auf dem Bogen fort. Selten ist eine andere Eintheilung des Umkreises im Gebrauche, als die in 360 Grade. Diese wird folgendermaßen bewirkt:

Zuerst trägt man den Halbmesser sechs mal im Kreise herum; halbirt dann diese Sechstel und erhält $\frac{1}{3}$ R oder 30 Grade; halbirt diese wieder zu 15 Graden; theilt diese in 3 Theile, zu 5 Graden, welche endlich einzeln abgetheilt werden. Nach diesen Theilen des Kreises bestimmt man das Maß der Winkel.

2. Winkelzeichnung insbesondere.

§. 183. Winkelmaße.

Der geradlinige Winkel, mit dem wir uns beschäftigen, wird entweder unmittelbar durch Linienzeichnung bestimmt, oder nach dem Gradinhalte gemessen. Begreiflich muß ein und derselbe Winkel auf allen von seinem Scheitel aus beschriebenen Kreisbogen gleichviel Grade haben; nur fallen diese Bogengrade größer und genauer aus, je größer der Halbmesser des eingetheilten Kreisbogens ist. Man theilt jeden Grad noch in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden, und bezeichnet die Grade mit °, die Minuten mit ′ und die Sekunden mit ″, z. B. 73° 38′ 15″. Die unmittelbar, oder nach ihrem Gradinhalte gegebenen Winkel werden mittels des Transporteurs oder Zirkels, auch durch Parallelschieben von der Winkelscheibe oder von der Gradscheibe aufgetragen.

§. 184. Gebrauch des Transporteurs.

Soll mit dem allgemein bekannten Transporteur ein Winkel gemessen werden, so legt man dessen innere Seite an den einen rückwärts verlängerten Schenkel von außen so an, daß der Scheitelpunkt des Winkels genau unter den Mittelpunkt des Transporteurs kommt, und zählt die Grade bis an den andern Schenkel ab. — Auf ähnliche Weise zeichnet man einen gegebenen Winkel mit dem Transporteur. Es wird eine zum Schenkel angenommene Linie mit dem Scheitelpunkte versehen, der Transporteur daran gelegt, der gegebene Gradinhalt abgezählt und abgestochen, und danach aus dem Scheitelpunkte der andere Schenkel gezogen. — Hieraus ist auch zu entnehmen, wie ein Winkel mit dem Transporteur getheilt wird. Man theilt die gegebene Gradzahl durch Rechnung und zeichnet alsdann einen Winkel in der Größe des verlangten Theiles.

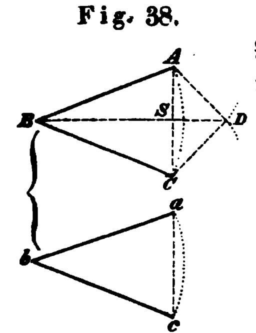
Zur genaueren Winkelzeichnung muß der Transporteur einen größeren Halbkreis haben und mit Nonius versehen sein; der kleine Transporteur, wie man ihn öfters in Reißzeugen findet, kann, weil er keine sichere Anlegung gestattet und seine Einthei-

lung nicht scharf genug ist, nur zu ungefähren Winkelzeichnungen und flüchtigen Überschlägen benutzt werden.

§. 185. Gebrauch des Zirkels zum Zeichnen, Theilen und Messen der Winkel. Fig. 38.

1) Der Winkel ABC soll abgezeichnet werden.

Fig. 38.



Man zieht an die Stelle, wohin die neue Winkelzeichnung kommen soll, eine Linie bc und giebt ihr den Scheitelpunkt b, beschreibt nun mit angemessener Zirkelöffnung, zuerst in dem gegebenen Winkel ABC, aus dem Scheitelpunkte B den Bogen CA und dann für den neuen Winkel aus b den gleichen Bogen ca; mißt hierauf die Sehne CA, trägt deren Länge auf den Bogen ca und zieht ba: so ist der Winkel abc = ABC; denn beide haben bei gleichen Halbmessern gleiche Sehnen, also auch gleiche Bogen zwischen sich (§. 163. 6. 7.).

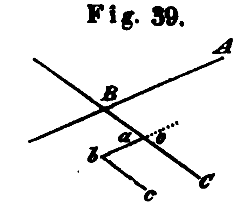
2) Soll der Winkel ABC getheilt werden, so macht man wieder BA = BC, beschreibt mit gleicher Zirkelöffnung von A und C über AC Bogen und zieht eine Linie vom Durchschneidungspunkte D zum Scheitelpunkte B. Diese theilt den Winkel ABC in zwei gleiche Theile; denn die beiden Dreiecke ABD und CBD sind gleich wegen der Seitengleichheit *).

§. 186. Winkel mit Parallelschieben abzuzeichnen. Fig. 39.

Wo das unmittelbare Abstechen oder Kopiren der Winkelzeichnung auf ein untergelegtes Blatt nicht statthaft ist, wie etwa beim Zusammensetzen gemessener Umfangswinkel, bedient man sich mit vielem Vortheile des Parallelschiebens. Wäre nämlich

*) Es giebt noch eine dritte Methode zum Messen, Auftragen und Theilen der Winkel, mittels der halben Sehne eines doppelt so großen Winkels, oder des sogenannten Sinus. Diese Aufgabe gehört indeß der Trigonometrie an und muß daher hier übergangen werden.

Fig. 39.



auf dem Zeichenblatte der Winkel schon gegeben, wenn auch nur durch die Richtung beider Schenkel, z. B. BA und BC, und derselbe Winkel sollte in b getragen werden: so zöge man ba parallel zu BA und bc parallel zu BC; dann würde der Winkel abc gleich dem Winkel ABC. Denn dächte man sich ba verlängert durch BC:

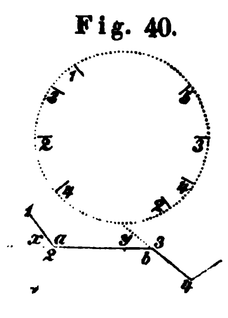
so wäre ∡ b = ∡ o und auch
∡ ABC = ∡ o, als Gegenwinkel (§. 143.).
Folglich ∡ b = ∡ ABC.

Das Parallelschieben ist besonders beim Auftragen größerer Forstvermessungen dadurch nützlich und sichernd, daß jeder neue Schenkel nicht nach dem letztern anliegenden allein, sondern nach dem ganzen Winkelverbande gerichtet wird.

§. 187. Winkel von der Winkelscheibe aufzutragen.
Fig. 40.

Mit dem Parallelschieben werden auch solche Winkel sicher und leicht aufgetragen, die man eben nicht völlig ausgezeichnet vor sich hat, wenn nur die Richtung ihrer Schenkel dies- und jenseit des Scheitelpunktes durch kurze Striche angegeben ist. Ein rundes Blatt, das mehre solche zusammengehörigen Winkel mit gemeinschaftlichem Scheitelpunkte und mit bestimmter Bezeichnung der Schenkelstriche enthält, wie Fig. 40., nennen wir Winkelscheibe.

Fig. 40.



Auf dieser zum Beispiel dienenden Winkelscheibe sind drei Winkel durch vier Schenkel bestimmt, nämlich: der Winkel a durch die Linien 1 zu 2 und 2 zu 3; der Winkel b durch die Linien 2 zu 3 und 3 zu 4 u. s. w. Sollen diese Winkel aufgetragen werden: so befestigt man die Winkelscheibe auf das Zeichenblatt, schiebt nach und nach alle Schenkel parallel ab, und setzt sie in der gegebenen

Länge und gehörigen Ordnung an einander, woraus die Winkelzeichnung 1 . . . 4 entsteht.

Aus der Zifferfolge muß die gegenseitige Lage der Schenkel bestimmt zu entnehmen sein, sonst würde man beim Auftragen in den Nebenwinkeln ungewiß und könnte leicht x statt a, oder y statt b annehmen und rückwärts auftragen. Bei richtiger Bezeichnung dürfen sehr viele solcher Winkel auf einer Winkelscheibe zusammen angegeben sein; man findet sie alle sicher heraus.

§. 188. Winkel von der Gradscheibe aufzutragen. Fig. 41.

Man kann auch Winkel, welche durch die Neigungsgrade ihrer Schenkel gegeben sind, mit Parallelschieben auftragen. Dazu gehört eine auf folgende Weise verfertigte Gradscheibe.

Fig. 41.

Auf ein gutes, wo möglich doppelt und gegenseitig zusammengepapptes, recht eben aufgespanntes Papier reißt man zuvörderst mit dem Stangenzirkel die äußerste, blinde Kreislinie, etwa von einem Fuße im Durchmesser, theilt diese mit dem eben gebrauchten Halbmesser in ihre sechs Haupttheile und zieht durch zwei dieser Theilpunkte und den Mittelpunkt eine Gerade, welche nachmals als Hauptdurchmesser dient. Demnächst reißt man die andere Kreislinie für die Gradstriche, ungefähr ½ Zoll weiter nach innen, und theilt diese eben auch von dem gemeinschaftlichen Durchmesser aus in ihre Sechstel. Jede vier übereinstimmigen Theilpunkte beider Kreise müssen mit dem Mittelpunkte in gerader Linie liegen. Diese beiden Kreislinien werden nunmehr nach §. 182. weiter in einzelne Grade getheilt, doch jede für sich, der Versicherung wegen. Außerdem werden noch eine dritte und vierte Kreislinie tiefer nach innen gezogen, um darauf die je fünften und zehnten Theilstriche abzusetzen. Hierauf steckt man genau in den Mittelpunkt eine ganz feine Nadel, legt daran das Lineal, so daß es jeden der vier Theilpunkte zugleich berührt, und zieht auf beiden Seiten die Gradstriche mit

aller möglichen Schärfe aus. Endlich wird an die je zehnten Theilstriche 10, 20, 30 . . . 360 und an die je fünften 5 geschrieben; auch werden wohl noch die halben Grade mit Punkten bezeichnet. Hiermit wäre die Gradscheibe zum gewöhnlichen Gebrauche fertig.

Um noch mehr Genauigkeit zu bekommen, theilt man den Abstand der beiden äußern Kreise in vier gleiche Theile, zieht noch drei rothe concentrische Kreislinien b, c, d durch die drei Theilpunkte und legt durch alle Gradbreiten rothe Schräglinien, welche auf den innern Kreisen die $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ Grade abtheilen. Die Achtel- oder Zwölftelgrade werden dazwischen nach dem Augenmaße genommen. Diese Eintheilung setzt freilich voraus, daß die Winkel am Mittelpunkte sich verhalten wie die Theile der Schräglinien, was jedoch nicht ganz der Fall ist. Verhielte sich nämlich die Länge der Gradstriche zum innern Theile des Halbmessers wie 1 : 11: so müßte ab = 0,244, ac = 0,488, ad = 0,733 von ae sein; bei dem Verhältnisse 1 : 6 aber: 0,24, 0,48, 0,72. Indessen gewährt obige Gleichtheilung hinlängliche Genauigkeit.

Diese Gradscheibe befestigt man beim Gebrauche auf das Zeichenblatt, bezeichnet überdies durch einige Nadelstiche die Lage derselben, im Falle sie sich unversehens ablösen sollte, und schiebt alsdann die nach ihren Graden angegebenen Schenkel mit Lineal und Winkel nach einander ab, wie von der Winkelscheibe. Dabei wird das Werkzeug jedes Mal durch den Mittelpunkt nach den beiderseitigen Gradstrichen angelegt, und jede Linie muß da hinaus gezogen werden, wohin die angegebene Gradziffer weiset.

3. Zeichnung ganzer Figuren.

§. 189. Das Figurenzeichnen.

Von der Behandlung einzelner Linien und Winkel gehen wir nun zum Zeichnen ganzer Figuren oder Umrisse über. Diese werden bald aus gegebenen Stücken neu entworfen oder aufgetragen, bald von einem schon vorhandenen Vorbilde in derselben Größe abgezeichnet oder kopirt, kleiner gezeichnet oder verjüngt, größer gezeichnet oder vergrößert.

Bei dem Auftragen, Abzeichnen und Umzeichnen kommt hauptsächlich die Neigung und Länge der Linien in Betracht. Erstere muß in der gezeichneten Figur jedes Mal wieder dieselbe sein, denn andere Winkel geben auch andere Gestalten; letztere muß durchgängig das gegebene Verhältniß haben.

Meist beschäftigen uns hier geradlinig Figuren, indem bei allen geometrischen Aufnahmen die vorkommenden Krümmungen in kurze gerade Linienstücke verwandelt werden. Zum Auftragen solcher Figuren hat man drei Hülfsmittel: bloße Linien zu Dreiecken verbunden; rechte Winkel zu Standlinien und Abständen; schiefe Winkel zum Umfang. Wegen der größern Schwierigkeit, schiefe Winkel richtig zu zeichnen, ist das letztere Verfahren am wenigsten genau.

§. 190. Dreiecke aufzutragen. Fig. 42.

Fig. 42.

1) Sind dazu die Längen der drei Seiten gegeben, so wird die eine, z. B. AC, als Grundlinie aufgetragen; dann wird mit den beiden andern von A und C aus der dritte Eckpunkt B mittels Bogenschnittes bestimmt; endlich werden AB und CB gezogen. Je schiefer der Bogenschnitt ist, um so weniger genau erscheint der Durchschneidungspunkt. Übrigens muß die Lage der Seiten unter sich bestimmt sein; denn für den dritten Punkt B giebt es vier verschiedene Stellen.

2) Sind von einem Dreiecke die Grundlinie AC, die Höhe BD und der Richtpunkt D zur Höhenlinie gegeben: so zieht man die Grundlinie AC und mißt darauf AD oder CD ab, errichtet in D eine Senkrechte von der gegebenen Höhe DB und zieht endlich aus B die beiden andern Seiten AB und BC. Fällt der Richtpunkt D außerhalb des Dreieckes, so muß die Grundlinie verlängert werden. Dies führt leicht zu Abweichungen und wird vermieden, wenn man die längste Seite zur Grundlinie annimmt.

3) Sind zu einem Dreiecke zwei Seiten und der Zwi-

schenwinkel gegeben, z. B. AC, AB und A: so trägt man zuerst die längere Seite AC als Grundlinie auf, setzt daran die andere Seite AB in der gegebenen Neigung A (§. 185.) und schließt das Dreieck mit BC. Wären zur Seite AC die beiden anliegenden Winkel A und C gegeben, so kämen an die aufgetragene Seite beide Winkel, und die Schenkel durchschnitten sich in B.

Die Fehler, welche bei diesen Dreieckzeichnungen vorgehen können, entspringen aus dem Abnehmen und Auftragen der Längen und aus der Winkelzeichnung. Je mehr sich das Dreieck dem gleichseitigen nähert, um so sicherer ist das erstere Verfahren; bei den stumpfwinkeligen, niedrigen Dreiecken hat das zweite Vorzüge; das Auftragen mittels der Winkel sucht man in allen Fällen so viel als möglich zu vermeiden.

§. 191. Vierecke aufzutragen.

1) Zu Rechtecken errichtet man auf den Endpunkten der gegebenen Grundlinie die Seitenlinien senkrecht und schließt diese mit der obern Seite; oder man setzt an die Grundlinie erst eine Seite und zieht zu beiden die gegenüberliegenden Seiten parallel oder gleichlang. Die Rechtecksform ergiebt sich aus der Gleichheit beider Diagonalen.

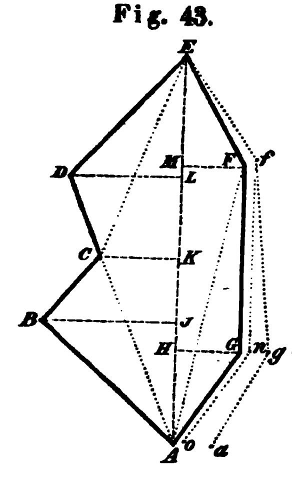
2) Zum schiefen Parallelogramm zeichnet man das erste Dreieck nach den dazu gegebenen Stücken und setzt das andere mittels paralleler oder gleicher Linien noch daran.

3) Hat ein Trapez zu den zwei Parallelen eine senkrechte Nebenseite: so nimmt man diese als Grundlinie, errichtet darauf die beiden Parallelen senkrecht und zieht zuletzt die schiefe Seite. Sind aber beide Nebenseiten schief zu den Parallelen, so wird dasselbe, wie das gemeine Viereck, aus seinen zwei Dreiecken zusammengesetzt.

§. 192. Gemeine Vielecke aufzutragen. Fig. 43. 15.

1) Mit Diagonalen: Man setzt die Figur aus ihren Dreiecken zusammen, z. B. Fig. 43. das Siebeneck ABCDEFG

Fig. 43.



aus AEC, ACB, CED, AEF und AFG. Um sich dabei mehr vor Zeichenfehlern zu sichern, fängt man mit der längsten Diagonale und den Mitteldreiecken an und arbeitet nach außen. Dennoch ist die Zusammensetzung vieler, zumal schiefer Dreiecke manchen unvermeidlichen Abweichungen unterworfen.

Hat das Vieleck mehr Rundung, wie Fig. 15. (§. 158.), so legt man wohl auch die Hülfsdreiecke mit den Spitzen im Innern zusammen und trägt eins nach dem andern dem Umfange entlang auf. Schließt hierbei das letzte Dreieck genau an den Anfang, so ist die Figur richtig aufgetragen. Dieser Schluß dient zur Probe.

2) Mit Senkrechten Fig. 43.: Man zieht eine Standlinie AE, errichtet von den darin bestimmten Richtpunkten H, J, K, L und M die Abstandslinien HG, JB, KC, LD und MF zu den Eckpunkten G, B, C, D und F und verbindet diese mit den Umfangslinien. Dabei muß man die Standlinie so legen, daß die Abstände nie zu lang werden, weil jeder durch Abweichung von dem senkrechten Stande verursachte Fehler mit der Länge des Abstandes zunimmt. Deßhalb prüft man zuletzt noch die Längen der Umfangslinien an sich. Öfters kann diese Trapezzeichnung mit Dreiecken vortheilhaft ergänzt werden.

3) Aus dem Umfange Fig. 43.: Man trägt mit der gegebenen Neigung Seite an Seite, bis der Umfang geschlossen ist. So wird z. B. an AB die Seite BC mit dem Winkel ABC gesetzt, an C die Seite CD mit dem Winkel BCD, an D die Seite DE und so fort, bis wieder zu A.

Wäre dieses Verfahren ganz fehlerfrei, so dürfte, von dem letztern Punkte G aus, die Seite GA ohne Weiteres gezogen werden. Allein es entstehen öfters Abweichungen, die sich mit forttragen und erst am Schlusse wahrnehmen lassen. Daher muß

man nicht nur den letztern Winkel FGA, sondern auch die letzte Seite GA noch für sich auftragen. Selten schließt bei einer Umfangszeichnung die Figur ganz vollkommen.

Diese Schlußmängel entspringen aus Unrichtigkeit der Längen und Winkel. Die Längenfehler sind weniger erheblich, als die Winkelfehler, im Fall diese die Fortsetzung der Figur ganz verdrehen können. Wäre z. B. in dem Winkel E um FEf gefehlt worden, und es würde auch in der Fortsetzung Efg = EFG, fga = FGA: so verdrehte dies doch den Seitenzug von E nach a durchgängig.

Dieses Verdrehen der Figur vermeidet man, wenn die Umfangslinien von einer befestigten Winkel- oder Gradscheibe parallel abgeschoben werden, weil dann die Fortsetzung nicht nach der fehlerhaften Neigung Ef, sondern nach dem ganzen Winkelverbande sich richtet und somit in n und o trifft, wobei der Fehler Ao = Gn = Ff wenigstens nicht fortwächst. Es können übrigens die entstandenen Fehler einander auch aufheben, und dadurch kann selbst ein Schluß zufällig erfolgen, ohne daß eben die Figur richtig ist.

§. 193. Regelmäßige Polygone zu zeichnen.

Man beschreibt mit dem gegebenen Halbmesser einen Kreis und theilt diesen in die bestimmte Anzahl der Polygonseiten, die alsdann von Theilpunkt zu Theilpunkt gezogen werden.

Beim Sechsecke ist, wie bekannt, der Halbmesser selbst die Polygonseite. Bei andern Vielecken könnte man sich das Eintheilen des Kreises durch vorläufige Zeichnung des Mittelpunktswinkels erleichtern. Derselbe ist nämlich

in dem Fünfeck $\frac{4R}{5} = 72°$,

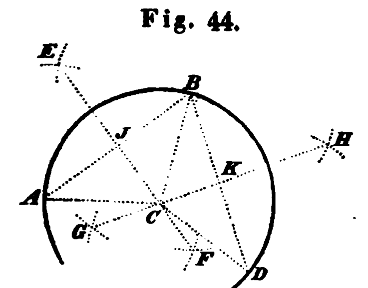
in dem Siebeneck $\frac{4R}{7} = 51° \; 25{,}7'$

u. s. w.

§. 194. Kreisfiguren zu zeichnen. Fig. 44.

Hier ist nur der einzige Fall noch zu erörtern, wenn drei Punkte A, B, D eines Umkreises ohne den Mittelpunkt gegeben

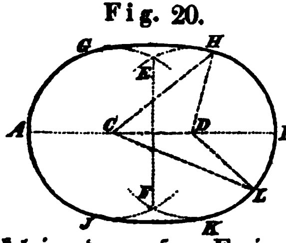
Fig. 44.



sind. Man denkt sich die beiden Sehnen AB und BD und verzeichnet durch deren Mitte, nach §. 175. 2., die Senkrechten EF und GH. Diese schneiden sich in dem Mittelpunkte C, aus welchem der Kreis mit CA = CB = CD beschrieben werden kann. Daß CA = CB = CD, folgt aus der Gleichheit der rechtwinkeligen Dreiecke CJA und CJB, so auch CKB und CKD. In jenen ist CA = CB und in diesen CB = CD (§. 175. 2.).

§. 195. Langkreise zu zeichnen. Fig. 20.

Fig. 20.

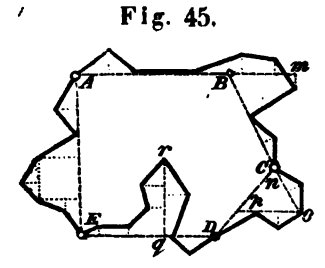


1) Man zieht eine Gerade AB als längeren Durchmesser, macht AC=BD und beschreibt damit aus C und D die beiden äußern Kreise, welche sich in E und F schneiden. Auf der Geraden EF, die senkrecht durch die Mitte von AB geht, setzt man nun den Zirkel in oder unfern F ein, öffnet denselben bis an die Höhe G des einen Kreises und erfüllt den Umkreis oben durch den Bogen GH. Dasselbe geschieht aus gleicher Stelle von oben herab durch den Bogen JK. — Je weiter man die Punkte C und D auseinanderlegt, um so länglicher wird die Ellipse und umgekehrt.

2) Ein anderes Verfahren ist ganz mechanisch und von der Ellipse abgeleitet. Man steckt in die auf dem längern Durchmesser angenommenen zwei Punkte C und D, die vorhin als Mittelpunkte gebraucht wurden, ganz feine Nadeln, schlägt darüber einen, in der Länge von 2 AD oder 2 CB zusammengebundenen Faden, hält in denselben einen Bleistift L und zieht mit diesem rund um C und D bei immer gleicher Anspannung die verlangte Ellipse LBHGAJK (§. 164.). Je näher C und D an A und B gelegt werden, um so schmaler wird auch hier die Ellipse.

§. 196. Andere vieleckige und krummlinige Figuren aufzutragen. Fig. 45.

Fig. 45.



Die vieleckigen und krummlinigen Umfänge, wie sie zumal bei Waldmessungen öfters vorkommen, werden vermittelst geradlinier Hülfsfiguren, z. B. ABCDE, aufgetragen, deren Seiten so nahe wie thunlich an dem Umfange liegen. Die Hülfsfigur wird erst zum richtigen Schlusse gebracht; dann werden von den Standlinien die Hauptpunkte der Krümmen durch Abmessungen bestimmt. Zu diesen Abmessungen gebraucht man die senkrechten Abstände (§. 164.) entweder von der Standlinie selbst, wie an AB, oder von einer Verlängerung derselben, wie Bm, oder von angesetzten Dreiecken, wie nop, oder von errichteten Senkrechten, wie qr, oder auch von angesetzten Rechtecken, Trapezen, schiefen Hülfslinien u. dgl. Solche Hülfslinien und Abstände aufzutragen, lehrt das Vorhergehende. Den Umfang zieht man gewöhnlich mit kleinen geraden Linien aus und rundet dabei, wo wirkliche Krümmen dargestellt werden müssen, die hervortretenden Ecken etwas ab.

§. 197. Figuren abzuzeichnen.

Die hier abgehandelten Verzeichnungen sind meistens nur beim Entwerfen noch nicht gezeichneter Figuren brauchbar. Sie könnten nun wohl zum Abzeichnen einfacher Figuren angewendet werden, zumal beim Mitgebrauche eines Quadratnetzes, das als Anhalt auf das Zeichenblatt, wie auf die Vorzeichnung gezogen würde. Beim eigentlichen Abzeichnen geometrischer Figuren bedient man sich indeß eines völlig handwerksmäßigen Mittels, das in der Ausübung weit sicherer und leichter ist.

Man legt das Papier mit der abzuzeichnenden Figur fest auf das Zeichenblatt, sticht mit einer ganz feinen, an einem Stiele befestigten Nadel (Kopirnadel) alle Punkte der Reihe nach durch und führt hierauf von Punkt zu Punkt die neue Zeichnung

aus. Dieses Verfahren (Kopiren) gewährt beim Abzeichnen viel mehr Genauigkeit, als das theilweise Zusammensetzen der Figur mit dem Zirkel, wobei in der Richtung und Länge der Linien mehr oder weniger gefehlt wird. Nur muß die Vorzeichnung platt, fest und unverrückt aufliegen, weßhalb man sie zweckmäßig mit handlichen Bleiplatten beschwert, die jedoch, um das Abschmutzen zu verhüten, mit Papier zu überziehen sind; ferner muß die Nadel fein, gerade und mit einem langen Stiele versehen sein, die Zeichentafel aber eine gleichmäßig weiche Holzmasse haben und jeder Punkt ganz genau und senkrecht abgestochen werden.

§. 198. Vom Umzeichnen der Figuren überhaupt. Fig. 46.

Das Zeichnen einer ähnlichen Figur bedingt gleiche Winkel und gleiches Seitenverhältniß. Dabei werden also nur die Längen verändert. Zum Auffinden der verhältnißmäßigen neuen Längen giebt es mehre Mittel.

1) Man hat Doppelzirkel mit rückwärts verlängerten Schenkeln, die sich oben und unten zu ihren Schenkellängen proportionirt öffnen, auch eigentliche Proportionalzirkel, für alle Verhältnisse brauchbar; aber beide sind nicht zu empfehlen.

Fig. 46.

A b b B c c C

2) Besser kann hierzu ein auf feines Holz, oder starkes Papier gezeichnetes rechtwinkeliges Reduktionsdreieck ABC gebraucht werden, dessen Hypothenuse AB und kürzere Kathete BC das Umzeichnungsverhältniß darstellen. In diesem sind alle, von AB auf AC gefällten Senkrechten, wie bc, dem anliegenden Stücke, wie Ab, proportional, nämlich AB : BC = Ab : bc (§. 149.). Nimmt man daher von der vorgegebenen Zeichnung eine Länge, trägt sie von A nach b, läßt den einen Schenkel des Zirkels in b stehen und faßt mit dem andern den Abstand des Punktes b von AC: so ist bc die gesuchte Proportionallinie. Solche leicht zu gebrauchenden Dreiecke erneuert man sich, wenn sie abgenutzt sind.

3) Auch könnte man die Längen mit Hülfe eines verjüng=

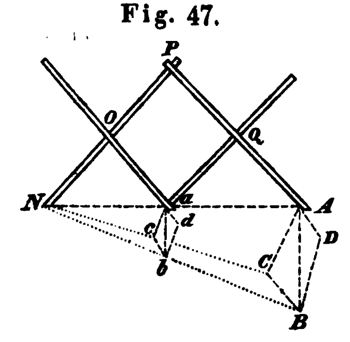
ten Maßstabes durch Rechnung verändern, oder auf einem andern, verhältnißmäßig kleinern, oder größern Maßstabe wieder abgreifen. Beides wäre freilich etwas beschwerlich, aber bei etwaiger Vergrößerung der Figur noch am ersten zu wählen. Die zur Umzeichnung gegebene Figur würde zerlegt durch Diagonalen oder Senkrechte. Dann würde ein Stück nach dem andern mittels eines dieser Verfahren in die neue Größe verwandelt und zu der Umzeichnung verwendet. Diese Verzeichnung ist jedoch mühsam und nur bei einfachen Figuren anwendbar.

§. 199. Zusammengesetzte Figuren umzuzeichnen.
Fig. 47.

Beim Umzeichnen mehr zusammengesetzter Figuren gebraucht man entweder das Quadratnetz, oder den Storchschnabel.

1) Mittels des Quadratnetzes: Zuerst wird über das Vorbild ein Quadratnetz gelegt, dessen Linienabstände so gewählt sind, daß alle Zeichnungen innerhalb eines jeden Quadrates leicht und richtig danach abgenommen werden können. Hierauf kommt über das Zeichenblatt ein ähnliches Quadratnetz in dem gegebenen Umzeichnungsverhältnisse. Nun trägt man die Zeichnung aus jedem Quadrate im Vorbilde herüber in das gleichliegende der Umzeichnung theils mit den bekannten Hülfsmitteln, theils nach dem bloßen Augenmaße. Dieses Verfahren erfordert eine genaue Netzzeichnung und ist nur da brauchbar, wo es auf größere Genauigkeit der Eckpunkte eben nicht ankommt; denn scharfe Ecken können dabei nicht gut bestimmt werden.

Fig. 47.



2) Mit dem Storchschnabel geht diese Größenveränderung geradliniger Figuren, wie die der Grundrisse, viel schneller, leichter und genauer von Statten. Der Storchschnabel besteht aus vier gleichen Holz- oder Messingstäben zu drei bis vier Fuß Länge, nach Figur 47. parallel zusammengesetzt, so daß NO : NP = Na : NA das

eben bestimmte Umzeichnungsverhältniß abgiebt. Daran ist NO = Oa = PQ und OP = aQ = QA, ferner NaA eine gerade Linie und △NOa ∼ △NPA (§. 150.).

In N dient ein Loch zur Befestigung am Rande des Zeichentisches. In a ist eine Kopirnadel; darunter kommt das Zeichenblatt. In A befindet sich ein Stift zum Führen des Storchschnabels auf der darunter befestigten Vorzeichnung. Diesen setzt man mit der einen Hand auf jeden Punkt des Vorbildes, z. B. A, B, C, und sticht zu gleicher Zeit mit der andern die entsprechenden Punkte a, b, c für die Kleinzeichnung, welche stückweise mit dem Bleistifte weiter entworfen und nachher abgenommen und ausgeführt wird.

Der geometrische Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen. Das Umzeichnungs-Verhältniß Na : NA findet in allen Lagen des Storchschnabels Statt. Denn kommt der Stift A weiter nach B, C oder D, so trifft die Nadel a gleichzeitig in b, c oder d, und es ist Na : NA = Nb : NB = Nc : NC u. s. w., woraus Na : NA = ab : AB = bc : BC = ca : CA, also die Ähnlichkeit beider Figuren folgt (§. 149. 151.).

Diese Verjüngung kann noch durch ein Quadratnetz versichert werden, welches man vorher auf das Vorbild zieht und hernach mit dem Storchschnabel durch alle Netzpunkte auf die Kleinzeichnung mit überträgt. Wenn dieses verjüngte Netz nachmals die Prüfung mit Lineal und Zirkel in allen Punkten aushält: so sind gewiß auch die eben so aufgetragenen Punkte der Figur selbst richtig. Soll die Zeichnung vergrößert werden, so kommt die Nadel in A und das Vorbild unter a.

Das Zeichnen ähnlicher Figuren ist viel mehr Fehlern unterworfen, als das der gleichen, weil man dabei alle Längen verändern muß. Große Genauigkeit können solche in einen andern Maßstab umgezeichneten Figuren nie erlangen; sie verlieren jedes Mal gegen die Vorzeichnung. Besonders tritt dieser Fall bei Vergrößerungen ein. Hier werden nicht allein die Fehler des Vorbildes, die im kleinen Maßstabe beinahe verschwunden waren, durch den größern Maßstab vergrößert aufgetragen, sondern es häufen sich auch die mit der Größe des Maßstabes wachsenden Umzeichnungsfehler.

§. 200. Sicherung der Zeichnung vor mancherlei Unrichtigkeiten.

Über das Zeichnen der Figuren wird noch nachträglich bemerkt: Man hat bei allen Aufgaben dasjenige Verfahren zu wählen, das am wenigsten fehlt, dabei aber am einfachsten und leichtesten ist. Längen lassen sich allezeit richtiger auftragen, als Winkel; wenige lange Linien richtiger, als viele kurze; rechte Winkel richtiger, als schiefe. Sehr viel kommt auf die Genauigkeit der Werkzeuge und die Übung im Handhaben derselben an.

Nächst dem muß aber auch das Zeichnungsblatt völlig eben und möglichst stete sein. Ist das Papier uneben, fleckweise kürzer und weiter, wie flüchtig zusammengehängte Bogen mit unbeschnittenem Rande: so kann darauf unmöglich eine richtige Zeichnung gemacht werden. Kein Papier hat eine stete gleichbleibende Ausdehnung; jedes verzieht sich bei Veränderung des Trockengrades, und zwar auf einem Flecke mehr als auf dem andern, so daß schon dadurch die Zeichnung beträchtlich unrichtig werden kann; am veränderlichsten ist aber das mit Leinwand unterzogene Papier.

Steter hält sich das Papier, wenn man es auf der Rückseite mit ganz dünnem Leimwasser oder mit geschlagenem Eiweiße tränkt und ganz gleichmäßig auf ein Reißbrett spannt, dann nach allmählichem Abtrocknen wieder abnimmt und längere Zeit in gewöhnlicher Zimmerwärme eben liegend aufbewahrt. Beim Zeichnen selbst ist darauf zu sehen, daß das Blatt nicht einseitig von der Sonne oder von der Ofenwärme berührt wird, noch weniger vom Fenster oder von der Wand her Feuchtigkeit anzieht.

Um später das ganz unvermeidliche Verziehen wenigstens bemessen zu können, versieht man die Blätter zu genauen Grundrissen vorher mit einer Netzzeichnung, und schreibt an diese zur Zeit des Auftragens die Abweichung jeder Quadratseite von der ihr eigentlich zukommenden Größe mit + oder —. Dadurch läßt sich zu allen Zeiten die ursprüngliche Größe jedes Theiles vom Grundrisse leicht wieder bestimmen. Es giebt kein besseres Sicherungsmittel gegen diesen Übelstand aller Papiere.

III. Figurenberechnung.

1. Ausrechnung der Fläche.

§. 201. Flächenmaße.

Als **Grundmaß** zur Bestimmung des Flächeninhaltes erwählte man das **Quadrat**, die einfachste und fügbarste aller Figuren. Zur Seite einer solchen Flächeneinheit dient die Längeneinheit. Man hat für die Fläche ebenfalls zweierlei Maße, geometrisches und Werkmaß.

In dem **geometrischen Maße** ist die **Quadratruthe** ein Quadrat, dessen Seite 10 geometrische Fuße mißt; sie besteht also aus 10 × 10 = 100 geometrischen **Quadratfußen** zu 100 **Quadratzollen**. Eine gewisse Anzahl Quadratruthen dient als **Morgen**, **Acker** u. s. w. zur eigentlichen Flächenmaßeinheit der Landmessungen.

Die geometrische Quadratruthe enthält auch, je nachdem die Längenruthe aus 12, 16, oder überhaupt aus n Werkfußen zusammengesetzt ist, 12 × 12 = 144, oder 16 × 16 = 256, oder n × n Quadrat-Werkfuße.

Der **Quadrat-Werkfuß** hat zur Seite 12 Werkzolle, besteht also aus 12 × 12 = 144 Quadrat-Werkzollen zu 144 Quadratlinien. Der Grund dieser Maßeintheilung ergiebt sich aus §. 168. 1.

Das geometrische Flächenmaß gewährt durch seine Eintheilung in Hundertel erhebliche Rechnungsvortheile. Man ist nicht nur bei allen Verwandlungen in niedere oder höhere Einheiten des Multiplizirens und Dividirens überhoben, indem man Zahlstellen paarweise hinzufügen oder abschneiden kann, sondern braucht auch nur einerlei Maßeinheit zu nennen, weil daraus jede andere sich unmittelbar ergiebt. So könnten z. B. 3567 Quadratfuß, durch Division mit 100, unmittelbar in 35 Quadratruthen, 67 Quadratfuß oder als 35,67 Quadratruthen ausgedrückt werden.

Die Flächenmaße nennt man, vorzüglich in der Anwendung, auch Flächenruthen, Flächenfuße u. s. w. und bezeichnet sie übrigens eben so, wie die Längenmaße, setzt aber zur Unterscheidung noch ein q oder □ hinzu. So bedeutet $35\ q^{\circ}\ 67\ q'$ oder $35{,}67\ q^{\circ}$ den obigen Flächeninhalt. 5158 Quadrat-Werkzolle sind $\frac{5158}{144}\ q' = 35\ q'\ 118\ q''$ Werkmaß.

Die von Grundstückmessungen herrührenden Flächenangaben, wobei gewöhnlich Morgen oder Acker, wenigstens Ruthen vorkommen, beziehen sich auf geometrisches Maß, und man drückt diese Flächenzahlen, zur Vermeidung etwaiger Irrung, in keiner kleinern Benennung, als in Ruthen aus. Die Flächenangaben von anderen Gegenständen, besonders von Bodenabwägungen und Bauwerken, beziehen sich meist auf Fuße und Zolle des Werkmaßes.

§. 202. Grundformen der Figuren.

Die Flächenausdehnung läßt sich nicht unmittelbar messen; denn das Auf- und Fortlegen eines Flächenmaßes wäre nicht nur schwierig und ungewiß, sondern in den meisten Fällen auch unthulich. Daher sucht man zum Behufe der Flächenmessung bloß Länge und Breite und berechnet danach die Größe der Fläche.

Doch kann diese Flächenmessung nach Länge und Breite nur bei den einfachen Grundformen der Figuren geschehen, nämlich beim Parallelogramm, Trapeze und Dreiecke, welche wir in dieser Beziehung Grundfiguren nennen. Die mehr zusammengesetzten, unregelmäßigen Figuren müssen vorher in solche Grundfiguren zerlegt und somit stückweise berechnet werden. Die Längen und Breiten dieser Berechnungsfiguren braucht man eben nicht allemal wirklich zu messen; öfters lassen sie sich aus andern bekannten Verhältnissen ermitteln. In der Zeichnung nimmt man sie gewöhnlich mit dem Zirkel und sucht ihr Maß auf dem verjüngten Maßstabe.

§. 203. Die Fläche des Rechteckes auszurechnen.

Man messe die Grundlinie, als Länge, und die Höhe, als Breite, drücke beide Ausdehnungen nach einerlei Längen-

maßeinheit aus und multiplizire diese Zahlen. Das Produkt giebt den Flächeninhalt in der gleichnamigen Flächenmaßeinheit (§. 168.).

1) Hätte die Grundlinie 35° und die Höhe 22°, so wäre der Flächeninhalt 35 × 22 = 770 q°. In preußischem Maße würde die Anzahl der Quadratruthen noch durch 180 dividirt, und man erhielte $\frac{770}{180}$ Mg. = 4 Mg. 50 q°; in weimarischem Maße dividirte man durch 140 und erhielte 5 Ar. 70 q°.

2) Hätte in einem Rechtecke die eine Seite 2° 7′, die andere 3°, so würden beide Faktoren mit gleicher Benennung angesetzt, nämlich: 27′ × 30′ = 810 q′ oder 8 q° 10 q′; im geometrischen Maße sind nämlich 100 q′ = 1 q°. Bei diesem Maße könnten die Faktoren eben sowohl in Ruthen ausgedrückt werden: 2,7° × 3° = 8,1 q°.

3) Enthielt die eine Rechteckseite 360 und die andere 150 Werkfuße, so wäre der Flächeninhalt 360 × 150 = 54000 q′ Werkmaß. Wären dies rheinländische Fuße, so könnte man sie durch 144 in preußische Quadratruthen verwandeln, weil eine solche 12 × 12 = 144 Quadrat-Werkfuße enthält. 54000 rheinl. q′ sind $\frac{54000}{144}$ = 375 q° = 2 Morgen 15 q° preußisch. Wären es dagegen weimarische Werkfuße, so verwandelte man sie durch 16 × 16 = 256 in $\frac{54000}{256}$ = 210,9 q = 1 Ar. 70,9 q° weimarisch.

4) Hielt in Werkmaß die eine Seite 2′ 8″ und die andere 2′: so wäre der Inhalt (beide Faktoren auf gleiche Benennung gebracht) 32″ × 24″ = 768 q″ oder $\frac{768}{144}$ q′ = 5 q′ 48 q″, weil der Quadrat-Werkfuß 144 q″ hat. Man könnte hier auch die 2′ 8″ in Fußen ausdrücken durch 2⅔′ und so die Rechnung abkürzen in 2⅔′ × 2′ = 5⅓ q′.

5) Bei dem Quadrate findet, wie bekannt, dasselbe Verfahren Statt, nur daß die Seiten gleich sind. Ein Quadrat, das 3′ 5″ oder 41″ Werkmaß zur Seite hat, enthält 41 × 41 = 1681 q″. Diese würden beim Werkmaße durch 144 verwandelt in $\frac{1681}{144}$ = 11,67 q′.

§. 204. Die Fläche des schiefen Parallelogramms auszurechnen.

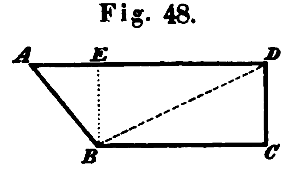
Die Fläche des schiefen Parallelogramms ergiebt sich, wenn man die Maße der Grundlinie und der Höhe multiplizirt (§. 168. 2.). Das Produkt ist der Inhalt in gleichnamigen Quadrateinheiten.

1) Hielte die Grundlinie 12° $7\frac{1}{2}$′ oder 12,75° und die Höhe 7° 9′ oder 7,9°: so wäre der Flächeninhalt 12,75° × 7,9° = 100,725 q° oder 100 q° 72 q′ 50 q″.

2) Hierbei ist zu beobachten, daß man wo möglich eine der längern Seiten zur Grundlinie annimmt und die Höhe mehr mitten in der Figur mißt. Die Höhenlinie selbst zieht man nicht, sondern setzt den Zirkel in der Oberlinie ein und öffnet denselben so weit, bis der andere Schenkel die Grundlinie mit dem Bogen bestreicht (§. 148. 2.).

§. 205. Die Fläche des Trapezes auszurechnen. Fig. 48.

Fig. 48.



Man multiplizirt von beiden Parallelen das arithmetische Mittel $\frac{AD+BC}{2}$ mit ihrem Abstande BE.

$$\text{Denn } \triangle ABD = \frac{AD}{2} \times BE \text{ (§. 168. 4.)},$$

$$\triangle BCD = \frac{BC}{2} \times BE;$$

$$\text{also Trap. } ABCD = \frac{AD+BC}{2} \times BE.$$

Wären AD und BC senkrecht zu DC, so diente die Seite DC selbst als Höhe oder Breite, und der Inhalt wäre $\frac{AD+BC}{2} \times DC$.

Mäße eine Parallele 35°, die andere 25° und ihr Abstand 16°, so enthielte das Trapez $\frac{35+25}{2} \times 16 = (35 + 25) \times \frac{16}{2}$ $= \frac{(35+25) \times 16}{2} = 480$ q°. Hieraus ist zugleich ersichtlich, daß eben sowohl der andere Faktor oder das Produkt halbirt werden dürfen.

§. 206. Die Fläche des Dreiecks auszurechnen.

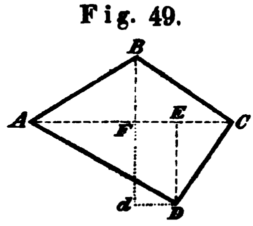
Man sucht das halbe Produkt der Grundlinie mit der Höhe (§. 168. 4.). Wäre die Grundlinie 50° und die Höhe 28°, so enthielte das Dreieck $\frac{50 \times 28}{2} = 700$ q°.

Das Halbiren kann schon bei einem von den Faktoren geschehen. Denn $\frac{50 \times 28}{2} = \frac{50}{2} \times 28 = 50 \times \frac{28}{2} = 700$. Die Theilbarkeit der Zahlen und die Leichtigkeit im Multipliciren entscheiden bei der Auswahl. Im anhaltenden Rechnen behält man jedoch lieber ein gleichförmiges Halbiren bei, um weniger zu irren.

Man nimmt in dem Dreiecke wo möglich die längste Seite zur Grundlinie an, setzt zum Höhenmessen den Zirkel in die gegenüberliegende Spitze ein und öffnet denselben so weit, daß der andere Schenkel die Grundlinie bestreicht.

§. 207. Die Fläche des gemeinen Viereckes auszurechnen. Fig. 49.

Fig. 49.



Man theilt das Viereck in zwei Dreiecke durch eine Diagonale AC, multiplizirt diese als gemeinschaftliche Grundlinie mit der Summe beider Dreieckhöhen BF + DE und halbirt das Produkt. Denn

$$\triangle ABC = \tfrac{1}{2}\, AC \times BF,$$
$$\triangle ADC = \tfrac{1}{2}\, AC \times DE.$$
$$\text{Viereck } ABCD = \tfrac{1}{2}\, AC \times (BF + DE).$$

Wäre AC = 39°, BF = 15° und DE = 17°, so enthielte das Viereck $\frac{39 \times (15+17)}{2} = \frac{39}{2} \times (15 + 17) = 39 \times \frac{15+17}{2} = 624$ q°.

Zieht man zu der Diagonale AC aus D oder B eine Parallele und verlängert die andere Höhenlinie bis an diese: so ist Bd = BF + DE, und man kann die beiden Dreieckhöhen an einem Stücke nehmen.

Noch bequemer ist es, erst die eine Höhe BF auf die gemeinschaftliche Grundlinie zu übertragen, daran die zweite Höhe DE zu setzen, und nun beide Höhen BF + DE gleich zusammen abzugreifen. — Man wählt daher für diese Berechnung auch gern die längste der beiden Diagonalen als gemeinsame Grundlinie.

Je näher die Richtpunkte E und F zusammen liegen, um so mehr gleichen sich diejenigen Höhenfehler aus, die von Unrichtigkeit der Diagonale herrühren. Können beide Höhen nicht innerhalb der Figur genommen werden, so thut man besser, jedes Dreieck mit besonderer Grundlinie einzeln auszurechnen.

§. 208. Die Fläche unregelmäßiger Vielecke auszurechnen.

Um den Flächeninhalt des unregelmäßigen Vielecks auszurechnen, theilt man dasselbe in geeignete **Grundfiguren**, sucht von jeder den Inhalt besonders und addirt dann alle Berechnungsstücke zusammen. Diese werden nummerirt, in der Rechnung wie in der Zeichnung.

1) Wird das Vieleck in Dreiecke zerlegt, so müssen die Diagonalen vortheilhaft angeordnet werden, daß keines davon zu schief und spitzig ausfällt, und daß so viel als thulich je zwei mit gemeinschaftlicher Grundlinie geeignet zusammen kommen.

2) Wird die Figur mittels senkrechter Linien in rechtwinkelige Dreiecke und Trapeze zerlegt: so braucht man vorzugsweise die Stücke der Längenlinie mit zur Berechnung. Hierbei führt man wohl den Maßstab gleich an den Vorderseiten von Lineal

und Winkel und nimmt damit beim Fortschieben die Längen der Berechnungslinien unmittelbar ab.

3) Ganz große Figuren, wie die Forstgrundrisse, rechnet man mit Hülfe des mehrerwähnten Quadratnetzes aus. Die vollen Quadrate werden nur abgezählt, ihr Inhalt ist bekannt; die Quadratstücke werden noch in weitere Grundfiguren zerlegt und theilweise ausgerechnet.

4) Hat man beim Auftragen des Grundrisses den damaligen Stand der Papierausdehnung an jeder Quadratseite bemerkt, so wird auch der Inhalt hiernach berichtigt. Gesetzt, es sollte jede Quadratseite 50°, das ganze Quadrat also 2500 q° messen, und es stände an einer Seite — $1\frac{1}{2}'$ und an der gegenüberliegenden — $2\frac{1}{2}'$, die beiden andern Seiten fänden sich aber unverändert: so wäre dieses Quadrat um ein Trapez von 50° lang, einerseits $1\frac{1}{2}$ Fuß und andrerseits $2\frac{1}{2}$ Fuß breit, zu klein, weßwegen $500' \times \frac{1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}}{2} = 10$ q° von dem vollen Quadratinhalte abgezogen werden müßten; für jeden beiderseits mangelnden Fuß 5 q°.

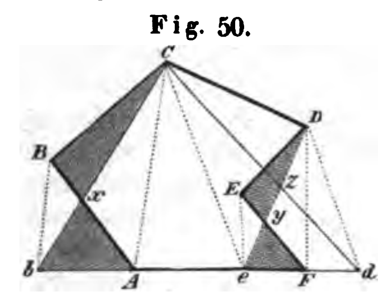
Wo die Seitenpaare zu groß waren, wird auf gleiche Weise hinzugelegt. Weicht auch das andere Seitenpaar ab, so nimmt man die Berichtigung eben so vor, gebraucht aber dabei die Nebenseiten unverkürzt, denn der Unterschied ist ganz unerheblich für die Rechnung. Stand z. B. an dem andern Seitenpaare — $1\frac{1}{2}'$ und — $\frac{1}{2}'$, so entgingen dem Quadrate dafür wieder $\frac{1\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{2} \times 500' = 5$ q°, und man erhielt für das Ganze: 2500 — 10 — 5 = 2485 p°.

§. 209. Vereinfachung der Figuren. Fig. 50.

Oft besteht der Umfang einer auszurechnenden Figur aus vielen kurzen Linien, was eine große Anzahl von Berechnungsfiguren nöthig macht. Um diese zu vermindern, sucht man die kleinen Ecken durch längere Linien auszugleichen, so daß die Figur vereinfacht wird, ihr Flächeninhalt aber unverändert bleibt. Diese Verwandlung geschieht nach dem bloßen Augenmaße oder durch Parallelschieben.

1) Die Verwandlung des Umfanges nach dem bloßen Augenmaße, indem man kleine Ecken und Krümmen durch gerade Linien ungefähr ausgleicht, ist mehr innerhalb der Figur brauchbar, wo der Inhalt einzelner Abtheilungen noch besonders ausgemittelt werden muß. Denn das Augenmaß bleibt immer sehr ungewiß.

Fig. 50.



2) Die Verwandlung des Umfanges durch Parallelschieben beruht auf Verlegung äußerer Dreiecke. Wir wollen zur Erläuterung des Verfahrens das Sechseck ABCDEF zu einem Dreiecke vereinfachen. Hierzu wird die Grundlinie AF auf beiden Seiten verlängert, dann wird CA und dazu parallel Bb entworfen, und nun die Linie Cb als erste Ausgleichungslinie gezogen, wegen CBA. Das Dreieck CBA ist nämlich gleich dem Dreiecke CbA, weil beide auf demselben Grunde zwischen Parallelen stehen, also auch gleiche Höhe haben (§. 166.).

Ist aber $\triangle CBA = \triangle CbA$,
und $\triangle CxA = \triangle CxA$,
so ist auch $\triangle CBx = \triangle Abx$;

es kann nun jenes abgenommen und dafür dieses angesetzt werden. Das gegebene Sechseck ist dadurch in ein gleichgroßes Fünfeck bCDEF verwandelt.

Man bringt nun auf der andern Seite die einwärts gehende Ecke E weg, schiebt nämlich DF parallel hinüber durch E zu e und zieht die Ausgleichungslinie De. Das Dreieck DEF ist gleich dem Dreiecke DeF und $DEy = Fey$. Dies für jenes vertauscht, macht das vorige Fünfeck nun zu einem gleichgroßen Vierecke bCDe.

Wollte man die Verwandlung noch weiter fortsetzen, so würde mit Ce die Parallele Dd und von C nach d die neue und letzte Ausgleichungslinie gezogen. Durch diese wäre das

Dreieck CDx abgeschnitten, gegen das gleich große edx, und das vorige Viereck endlich in ein gleich großes Dreieck bCd verwandelt worden.

Bei dieser Ausgleichung müssen eben nicht alle Hülfslinien ausgezogen werden. Mit etwas Übung kann man ihre Ausführung unterlassen und nur die Durchschnittspunkte bemerken. Doch ist dabei in verwickelten Grenzfiguren Behutsamkeit erforderlich, damit nicht schon gebrauchte Schnitte unrichtig wieder angenommen werden.

Die Verwandlung kann freilich beträchtlichen Abweichungen unterliegen und erfordert eine sehr fertige Hand. Doch finden sich bei der weitläufigen Ausrechnung aller sehr kleinen Stücke eben auch manche Abmessungs- und Rechnungsfehler ein, wenn nicht große Vorsicht angewendet wird.

§. 210. Noch einige Regeln zur Flächenberechnung.

Für die Ausmittelung des Flächeninhaltes gezeichneter Figuren ist hier Einiges nachträglich zu bemerken.

1) Dieses Geschäft erfordert erstlich sehr gute Werkzeuge. Ein unrichtiger Maßstab oder ein schlechter Zirkel würden die abgemessenen Längen unrichtig geben; eine krummes Lineal verursachte krumme Grundlinien und dadurch unrichtige Höhen. Auch müssen die Hülfslinien mitten auf ihre Bestimmungspunkte und recht scharf gezogen werden, entweder mit einem sehr scharfen Bleistifte oder mit der Zirkelspitze.

2) Was die Wahl der Grundfiguren betrifft: so geben genaue Quadratnetze, innerhalb deren rechtwinkelige Trapeze und Dreiecke als Berechnungsfiguren gebraucht werden, die schärfsten Resultate und gestatten die sicherste Prüfung für die Richtigkeit der Rechnung. Da diese Art der Flächenberechnung indeß meistens sehr viele Berechnungsfiguren nöthig macht und daher etwas umständlich ist, so behilft man sich auch wohl ohne Quadratnetz und ist dann in der Wahl der Berechnungsfiguren weniger gebunden.

Je kleiner übrigens die Berechnungsfiguren sind, um so öfter muß man Zirkel und Maßstab gebrauchen und rechnen, um so mehr Fehler schleichen sich daher mit ein. Die zu großen Be-

rechnungsstücke haben dagegen das Nachtheilige, daß zu ihrer Ausmessung Zirkel und Maßstab nicht zureichen, und daß überhaupt die Mängel der Werkzeuge und der Behandlung zwar nicht so viel, aber desto größere Fehler verursachen, welche sich weniger leicht heben.

3) Kann man wirklich gemessene Längen, z. B. Standlinien und Abstände, zur Flächenberechnung benutzen, so sind sie den auf dem Papiere erst abgegriffenen vorzuziehen; und setzt man rechtwinkelige Berechnungsfiguren auf eine Linie von bekannter Größe: so sind die davon zu Grundlinien gebrauchten Theile zusammen mit der ganzen Länge erst zu vergleichen.

4) Die Berechnung selbst muß mit größter Genauigkeit und daher in der Regel zweimal ausgeführt werden; zur Vermeidung von Irrungen benutzt man immer dieselbe Maßeinheit (gewöhnlich Ruthen mit Dezimalen), hält stets denselben Gang der Rechnung ein und führt in einem besondern Berechnungsbuche alle Rechnungen mit genauer Bezeichnung ihrer Stücke in übersichtlicher Ordnung durch.

5) Nach beendigter Ausrechnung der abgetheilten Flächenstücke muß der gefundene Inhalt noch geprüft werden; bediente man sich des Quadratnetzes, so müssen die einzelnen Berechnungsstücke eines Quadrates mit dessen Gesammtinhalt übereinstimmen; außerdem prüft man wenigstens vergleichend, wegen etwaiger größerer Fehler, den gefundenen Inhalt mit dem Augenmaße oder durch eine flüchtige Überschlagrechnung.

6) Zu solchen flüchtigen Ausmittelungen des Flächeninhaltes gebraucht man zuweilen das verjüngte Maßnetz, ein Quadratnetz von Fäden in Rahmen, oder auf Glas, dessen Quadrate einen bekannten Inhalt haben. Dieses dient, auf die Figur gelegt, zum Auszählen der Fläche, wo eben eine größere Schärfe nicht verlangt wird; es versteht sich, daß ein solches Netz nur für einen gewissen Maßstab unmittelbar passen kann, und daß die innerhalb der Quadrate vorkommenden Flächenstücke geschätzt werden müssen*).

*) Zur Erleichterung der Flächenberechnung hat man mancherlei Vorrichtungen, sogenannte Planimeter, erfunden. Unter diesen verdient besonders

§. 211. Die Fläche des Polygons auszurechnen. Fig. 51.

Um regelmäßige Vielecke auszurechnen, bedarf man keiner Zeichnung, eben weil sie regelmäßig sind. Man multiplizirt den Umfang mit dem Mittelpunktabstande und halbirt das Produkt (§. 169.).

Fig. 51.

Ist in diesem regelmäßigen Sechsecke die Seite AB = 1 Fuß und der Mittelpunktabstand CI = 0,866: so mißt der ganze Umfang 6 × 1 = 6′ und der Flächeninhalt ist $\frac{6 \times 0{,}866}{2}$ = 2,598 q′.

§. 212. Die Fläche des Kreises auszurechnen. Fig. 51.

Die Kreisfläche auszurechnen, multiplizire man den Umfang mit dem Halbmesser oder halben Durchmesser und halbire das Produkt; denn $F = \frac{1}{2} u \times r$ (§. 169. 1.). Hierzu gebrauchen wir jedoch den Halbmesser weniger, als den nehmbaren Durchmesser oder Umfang.

1) Um zuvörderst nach dem Durchmesser den Umfang, oder nach diesem jenen zu bestimmen, muß das zwischen beiden Statt findende, allgemeine Verhältniß bekannt sein, was unter andern auf folgende Weise berechnet wurde:

Man ging in einem Kreise zuerst von dem darin beschriebenen Sechsecke aus und nahm den Halbmesser CA Fig. 51. sowohl, als die ihm gleiche Sechseckseite AB zu 1 an, dachte sich aus dem Mittelpunkte durch die Mitte von AB eine Senkrechte CH (§. 147. 1.) und berechnete aus CA = 1, AI = $\frac{1}{2}$ die Kathete CI des rechtwinkeligen Dreieckes CAI nach der Gleichung $CA^2 - AI^2 = CI^2$ (§. 167.). Aus den dadurch bekannt gewordenen Größen AI = $\frac{1}{2}$ AB, IH = CH — CI suchte man

der sinnreiche, von Hansen verbesserte Wetli'sche Planimeter hervorgehoben zu werden. — Vergl. Die Planimeter von Dr. Bauernfeind. München 1853.

nun weiter von dem rechtwinkeligen Dreiecke AIH die Hypotenuse AH, nach $AI^2 + IH^2 = AH^2$, und erhielt somit die Seite des regelmäßigen Zwölfeckes in demselben Kreise.

Eben so suchte man weiter die Seiten und Umfänge des regelmäßigen Vierundzwanzigeckes, 48=Eckes, 96=Eckes, 192=Eckes ... und näherte sich auf diesem Wege dem Kreise so, daß man den Umfang eines letztern innern Polygons schon dem Kreise gleichsetzen durfte.

Damit begnügte man sich jedoch nicht, sondern berechnete für denselben Kreis, eben so fortschreitend, auch die Umfänge der äußern Polygone von gleicher Seitenzahl, bis endlich die beiden Umfänge eines letztern innern und eines letztern äußern Polygons bis auf hundert und mehr Dezimalen übereinstimmten.

Dadurch kam man auf ein Verhältniß des Halbmessers zum Umfang $r : u = 1 : 6{,}28318530$ ... oder des Durchmessers zum Umfang, $d : u = 1 : 3{,}14159265$ *) ... von der allerschärfsten Genauigkeit. Gewöhnlich brauchen wir davon nur das abgekürzte Verhältniß:

$$d : u = 1 : 3{,}14$$

und zur Begründung allgemeiner Faktoren für Formeln:

$$d : u = 1 : 3{,}1416.$$

Hiernach enthält der Umfang etwas mehr, als drei Durchmesser. Für ungefähre Bestimmungen dürfte derselbe gerade drei mal so groß angenommen werden. Nach diesen Verhältnissen kann man nun nicht allein aus dem gegebenen Durchmesser den Umfang, sondern auch aus dem gegebenen Umfange den Durchmesser für jeden Kreis finden, so genau es nur irgend erforderlich ist.

2) Wäre die Fläche eines Kreises auszurechnen nach dem gegebenen Durchmesser d, etwa von 18″: so suchte man zuvörderst den Umfang u durch folgenden Ansatz:

$$1 : 3{,}14 = 18 : u$$

und $u = 18 \times 3{,}14 = 56{,}52''$.

*) Diese Verhältnißzahl 3,1415 ... ist unter dem Namen der Ludolf'schen Zahl bekannt und wird in Formeln gewöhnlich allgemein mit π (pi) bezeichnet.

Nun ist bekanntlich die Kreisfläche =

$$\tfrac{1}{2}\,u \times r = u \times \tfrac{1}{2}\,r$$
$$= u \times \tfrac{1}{4}\,d \text{ (weil } \tfrac{1}{2}\,r = \tfrac{1}{4}\,d)$$
$$= u \times \frac{d}{4}$$
$$= \frac{u}{4} \times d$$
$$= \frac{u \times d}{4}.$$

Daraus folgt, daß die Kreisfläche eben auch hervorgeht, wenn man den Umfang mit $\frac{1}{4}$ Durchmesser, oder $\frac{1}{4}$ Umfang mit dem ganzen Durchmesser multiplizirt, oder von dem Produkte des Umfangs mit dem Durchmesser das Viertel nimmt. Hiernach gäbe $56{,}52 \times \frac{18}{4} = \frac{56{,}52}{4} \times 18 = \frac{56{,}52 \times 18}{4}$ die verlangte Kreisfläche, nämlich 254,34 q″ = 1 q′ 110,34 q″, oder beinahe 1,76 q′ in Werkmaß.

Wäre aber die Kreisfläche nach dem Umfange u, etwa zu 60″, auszurechnen: so suchte man dazu den Durchmesser mittels der Proportion 3,14 : 1 = 60 : d und fände $d = \frac{60}{3{,}14}$ = 19,1″. Aus diesem und dem Viertel des Umfanges erhielte man zur Kreisfläche $19{,}1 \times \frac{60}{4}$ = 286,5 q″ = 1,98 q′ = 1 q′ 142,5 q″ Werkmaß.

3) Um nicht erst aus dem Durchmesser den Umfang, oder aus dem Umfange den Durchmesser besonders suchen zu müssen, drückt man gleich den Umfang als ein Produkt des Durchmessers, oder den Durchmesser als ein Produkt des Umfanges aus. In Anwendung des genauern Kreisverhältnisses

$$1 : 3{,}1416 = d : u$$

ist der Umfang $u = 3{,}1416 \times d$;

und eben so ist nach $3{,}1416 : 1 = u : d$

der Durchmesser $d = \frac{1}{3{,}1416} \times u$.

Setzt man nun diese Werthe von u und d in den obigen Ausdruck für die Kreisfläche

$$k = \frac{1}{4} u \times d = \frac{1}{4} \times 3{,}1416 \times d \times d = 0{,}7854\ d^2;$$

$$k = \frac{1}{4} d \times u = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3{,}1416} \times u \times u = 0{,}07958\ u^2,$$

so ergiebt sich folgende Regel zum Ausrechnen der Kreisfläche: Man multiplizire die Zahl des Durchmessers mit sich selbst und dieses Quadrat wieder mit 0,7854, oder man multiplizire das Quadrat des Umfanges mit 0,07958.

Bei obigem Durchmesser von 18″ rechnet man nun 18 × 18 × 0,7854 und erhält zur Kreisfläche 254,46 q″. Bei obigem Umfange von 60″ erhält man durch 60 × 60 × 0,07958 zur Kreisfläche 286,48 q″. Der unerhebliche Unterschied in dem Ergebnisse beider Ausrechnungen rührt von der verschiedenen Genauigkeit im gebrauchten Kreisverhältnisse her. Zeigen auch die beiden letztern Formeln in den angeführten Fällen eben noch keine große Erleichterung: so werden wir ihren besondern Nutzen bei der Körperberechnung schon näher kennen lernen.

4) Gewöhnlich ist der Durchmesser oder Umfang in Zollen gegeben; will man also die Kreisfläche in Quadratfußen finden, so muß man noch mit 144 dividiren und erhält dann für obige Formeln

$$k = d^2 \times \frac{0{,}7854}{144} = d^2 \times 0{,}005451, \text{ annähernd } d^2 \times 0{,}0055,$$

$$k = u^2 \times \frac{0{,}07958}{144} = u^2 \times 0{,}0005526, \text{ annähernd } u^2 \times 0{,}00055.$$

Daraus läßt sich eine einfache, im Kopfe leicht auszuführende Regel ableiten, aus dem in Zollen gegebenen Durchmesser oder Umfang, die Kreisfläche in Quadratfußen zu finden.

Da nämlich

$$d^2 \cdot 0{,}0055 = d \cdot d \cdot \tfrac{55}{10000}$$
$$= d \cdot d \cdot \tfrac{5}{10} \cdot \tfrac{1}{10} \cdot \tfrac{11}{100}$$
$$= \frac{d \cdot \frac{1}{2} d}{10} \times \tfrac{11}{100},$$

und eben so $u^2 \cdot 0{,}00055 = \frac{u \times \frac{1}{2} u}{10} \times \frac{11}{1000}$:

so findet man die Kreisfläche, wenn man die Durchmesser- oder Umfangzolle mit ihrer Hälfte multiplizirt, eine Dezimale abschneidet und wegwirft, das Verbleibende mit 11 multiplizirt und vom

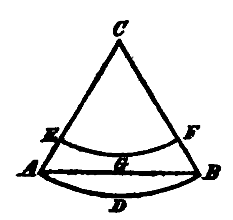
Produkte beim Gebrauch des Durchmessers zwei, beim Gebrauch des Umfangs aber drei Dezimalen abschneidet; z. B.

bei 18″ Durchmesser ist die Kreisfläche = 18 × 9 = 162 : 10 = 16,(2) × 11 = 176 : 100 = 1,76 q′, wie oben;

bei 60″ Umfang = 60 × 30 = 1800 : 10 = 180 × 11 = 1980 : 1000 = 1,98 q′, wie oben.

§. 213. Die Fläche von Kreisstücken auszurechnen. Fig. 52.

Fig. 52.



1) Ein Kreisring wird begrenzt von zwei in einander liegenden Kreisen; sein Inhalt ist also der Unterschied beider Kreisflächen K — k.

Nun ist $K = U^2 \times 0{,}07958 = D^2 \times 0{,}7854$.
Davon $k = u^2 \times 0{,}07958 = d^2 \times 0{,}7854$.

Bleibt $K - k = (U^2 - u^2) \times 0{,}07958 = (D^2 - d^2) \times 0{,}7854$.

Nach dieser Gleichung kann der Kreisring ausgerechnet werden, im Fall man nicht jeden Kreisinhalt besonders suchen und den kleinern von dem größern abziehen will.

Man könnte sich auch den Ring, welchen zwei Kreise in Mittelpunktgemeinschaft bilden, aus schmalen Trapezen zusammengesetzt vorstellen und deren Gesammtinhalt finden, wenn man die halbe Summe beider Parallelkreise mit ihrem Abstande multiplizirte, nach der Formel $\frac{U+u}{2} \times (R - r)$, welche voraussetzt, daß beide Umfänge und die Ringbreite bekannt sind.

2) Von einem Kreisausschnitte müssen zur Ausrechnung bekannt sein der Halbmesser r und der Bogen B. Der Inhalt ist $\frac{1}{2}$ (B × r) nach §. 169. 2.

Könnte der Bogen nicht unmittelbar gemessen werden, so berechnete man denselben nach dem Winkel am Mittelpunkte. Es ist nämlich 360° : ∠ ACB = U : Bg. ADB; denn

die Winkel am Mittelpunkte verhalten sich wie ihre Bogen (§. 163.).

Übrigens ergäben auch die Proportionen:

$$360^\circ : \angle ACB = K : x,$$

$$\text{oder } U : \quad ADB = K : x$$

den Flächeninhalt des Kreisausschnittes unmittelbar, wenn die Kreisfläche K bekannt wäre.

3) Der Ringausschnitt AEFBD ist, als Trapezzusammensetzung betrachtet,

$$= \frac{EGF + ADB}{2} \times AE.$$

4) Der Kreisabschnitt ABD wird zwar gefunden, wenn man von dem ganzen Kreisausschnitte ADBC das Dreieck ABC abzieht; meist können aber nur die Sehne AB, die Höhe GD und etwa der Bogen ADB unmittelbar gemessen werden, und hiernach ist die Ausrechnung von AC, ADBC und ABC viel zu umständlich für die gemeinen Messungen. Da ohnedies solche Abschnitte bei ihrem wirklichen Vorkommen selten ganz kreisförmig sind: so theilt man lieber ihre Fläche von der Sehne senkrecht in Grundfiguren und berechnet diese einzeln.

Bei weniger Genauigkeit reichte auch für die Fläche des Abschnittes das Produkt der Sehne AB mit der Höhe GD und mit 0,7 aus, zumal wenn die Höhe des Abschnittes nicht unter $\frac{1}{8}$ und nicht über $\frac{1}{3}$ der Sehne ist.

§. 214. Die Dreiecksfläche aus den drei Seiten zu berechnen.

Ein Dreieck unmittelbar aus seinen drei Seiten zu berechnen, dient folgende Formel, worin a, b und c die drei Seiten und S ihre Summe bezeichnen:

$$\sqrt{[\tfrac{1}{2} S \times (\tfrac{1}{2} S - a) \times (\tfrac{1}{2} S - b) \times (\tfrac{1}{2} S - c)]}.$$

In Worten: Man multiplizire die halbe Summe der drei Seiten mit ihrem Unterschiede von der einen Seite, dies wieder mit ihrem Unterschiede von der andern Seite, dies endlich mit ihrem Unterschiede von

der dritten Seite und ziehe aus dem letzten Produkte die Quadratwurzel; dieses giebt den Flächeninhalt des Dreieckes.

Hätte z. B. in einem Dreiecke $a = 5°$, $b = 5°$ und $c = 6°$, und wäre somit S die Summe der Seiten $= 16°$, $\frac{1}{2}S = 8°$, $\frac{1}{2}S - a = 3°$, $\frac{1}{2}S - b = 3°$ und $\frac{1}{2}S - c = 2°$: so betrüge der Inhalt

$$\sqrt{(8 \times 3 \times 3 \times 2)} = \sqrt{144} = 12\ q°.$$

Zu diesem Beispiele diente ein gleichschenkeliges Dreieck. Dessen Inhalt ließe sich aus der Grundlinie $= 6$ und aus der Höhe $= \sqrt{(5^2 - 3^2)}$ berechnen (nach §. 147. 1. und 167.), nämlich:

$$\sqrt{(5^2 - 3^2)} \times \frac{6}{2} = 12\ q°.$$

Dies dürfte wenigstens als Probe für obige Formel dienen, indem ein Beweis hier zu weit führen würde.

§. 215. Länge und Breite zu gegebenem Flächeninhalte.

Aus dem bekannten Flächeninhalte F jeder Grundfigur läßt sich ihre Länge, so wie ihre Breite wieder heraus rechnen.

1) In dem Quadrate ist jede Seite a die Quadratwurzel aus der Flächenzahl F; denn $F = a \times a$ und $\sqrt{F} = a$.

2) In jedem länglichen Rechtecke findet man die eine Seite a oder b, wenn man F durch die andere Seite dividirt; denn $F = a \times b$ und $\frac{F}{b} = a$, so wie $\frac{F}{a} = b$.

3) Für das schiefe Parallelogramm wird die Grundlinie g, so wie die Breite h gefunden, wenn man den Flächeninhalt durch eine oder die andere dividirt. $F = g \times h$, daher $\frac{F}{g} = h$ und $\frac{F}{h} = g$.

4) Aus dem Flächeninhalte eines Trapezes und den beiden Parallelen a und c läßt sich deren Abstand b berechnen.

$$F = \frac{a+c}{2} \times b, \text{ also } F : \frac{a+c}{2} = \frac{2F}{a+c} = b.$$

Auch findet man nach $\frac{F}{b} = \frac{a+c}{2}$ das arithmetische Mittel m beider Parallelen. Bezeichnet d deren Differenz, so ist die größere $a = m + \frac{1}{2}d$, die kleinere $c = m - \frac{1}{2}d$ und daher eine aus der andern bestimmbar.

5) Für das Dreieck findet man die Grundlinie g oder die Höhe h, wenn man den Flächeninhalt durch die Hälfte einer dieser Größen dividirt; denn $F = \frac{g \times h}{2} = \frac{1}{2}g \times h = g \times \frac{1}{2}h$, also

$$F : \frac{1}{2}g = \frac{2F}{g} = h, \text{ oder } F : \frac{1}{2}h = \frac{2F}{h} = g.$$

6) Aus der gegebenen Kreisfläche können Durchmesser und Umfang berechnet werden. Nach §. 212. 3. ist

$$K = 0{,}7854\ d^2 = 0{,}07958\ u^2,$$

$$\text{also ist } d = \sqrt{\frac{K}{0{,}7854}} \text{ und } u = \sqrt{\frac{K}{0{,}07958}}.$$

Dividirt man daher die Kreisfläche durch 0,7854 oder durch 0.07958 und zieht daraus die Quadratwurzel: so erhält man im erstern Falle den Durchmesser und im andern den Umfang.

§. 216. Umfänge gleich großer Figuren.

Unter allen Figuren von gleicher Fläche hat der Kreis den kleinsten Umfang, das Quadrat aber einen kleinern, als alle andern Vierecke und alle Dreiecke.

Um dieses zu beweisen, entwickeln wir zuerst für den Kreis $u^2 \times 0{,}07958$ und ein gleich großes Quadrat a^2 das beiderseitige Umfangsverhältniß:

$$\begin{aligned}
0{,}07958 \times u^2 &= a^2, \text{ Voraussetzung;} \\
\sqrt{0{,}07958} \times \sqrt{u^2} &= \sqrt{a^2}; \\
0{,}282 \times u &= a; \\
4 \times 0{,}282 \times u &= 4a; \\
1{,}128\ u &= 4a; \\
\hline
1\ u + 0{,}128\ u &= 4a.
\end{aligned}$$

Hieraus ergiebt sich, daß der Quadratumfang 4a um 0,128 u größer ist, als der Kreisumfang u.

Nun hält ein Rechteck mit der Grundlinie $a + n$ und der Höhe $a-n$, dessen Umfang also auch $4a$ ist, $(a+n) \times (a-n) = a^2-n^2$, folglich n^2 weniger als obiges Quadrat von eben so großem Umfange. Das gleich große längliche Rechteck hat daher wieder einen größeren Umfang, als das Quadrat.

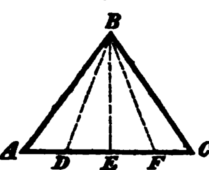
Übrigens ergiebt die fortgesetzte Untersuchung, daß bei gleicher Fläche: der Umfang des Rechtecks mit größerem Seitenunterschiede auch um so größer, der des schiefen Parallelogramms und Dreieckes mit ebenderselben Grundlinie aber noch größer ist.

2. Theilung der Figuren.

§. 217. Theilung der Grundfiguren. Fig. 53. 54. 55. 56.

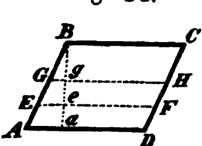
Alle Dreiecke und die Vierecke mit Parallelseiten, überhaupt die Grundfiguren, können unmittelbar in den Seiten getheilt werden.

Fig. 53.



1) Theilt man in einem Dreiecke ABC die Grundlinie und zieht von der Spitze B gerade Linien in die Theilpunkte D, E u. s. w.: so wird dadurch das Dreieck in demselben Verhältnisse getheilt, wie die Grundlinie. Denn alle diese Theile sind Dreiecke von einerlei Höhe; sie verhalten sich also wie ihre Grundlinien AD, DE u. s. w. (§. 170. 2.).

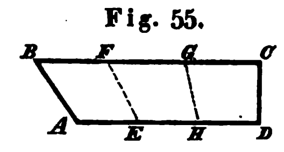
Fig. 54.



2) Theilt man zwei gegenüberliegende Seiten AB und DC eines Parallelogramms AC gleichmäßig und verbindet die entsprechenden Theilpunkte E und F, G und H mit Geraden: so wird dadurch das Parallelogramm in demselben Verhältnisse getheilt. Denn da AE = DF, EG = FH und GB = HC, auch AB und DC parallel sind, so müssen nicht minder AD, EF, GH und BC gleich und parallel sein (§. 154. 4.), und die dadurch gebil-

deten Parallelogramme sich verhalten wie ihre Höhen (§. 170. 8.) ae : eg : gB und diese wieder wie die besondern Seitentheile AE : EG : GB (§. 149.).

Fig. 55.



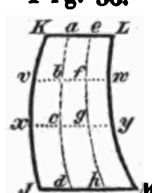
3) Theilt man die beiden Parallelen eines Trapezes ABCD nach gleichem Verhältnisse, und verbindet die entsprechenden Theilpunkte F und E, G und H mit Geraden: so wird dadurch das Trapez in demselben Verhältnisse getheilt.

Wäre z. B. BF $= \frac{1}{3}$BC und AE $= \frac{1}{3}$AD und die gemeinschaftliche Höhe h, so ist ABFE $= \frac{\frac{1}{3}BC + \frac{1}{3}AD}{2} \times h$. Nun ist ABCD $= \frac{BC + AD}{2} \times h$; es verhält sich also

$$
\begin{aligned}
ABFE : ABCD &= \frac{\frac{1}{3}BC + \frac{1}{3}AD}{2} \times h : \frac{BC + AD}{2} \times h \\
&= \tfrac{1}{3}BC + \tfrac{1}{3}AD \quad : BC + AD \\
&= \tfrac{1}{3}(BC + AD) \quad : BC + AD \\
&= \tfrac{1}{3} \quad : 1.
\end{aligned}
$$

Diese Auflösung findet auch Statt, wenn die Parallelen BC und AD gleichmäßig gekrümmt sind, wie die Bogen concentrischer Kreise.

Fig. 56.



4) Sind die Parallelen gerade und die schiefen Seiten krumm, wie in IKLM die Seiten IK und LM, so theilt man nicht nur die beiden Parallelen KL und IM, sondern auch mehre mit diesen parallel gelegte Querlinien vw, xy, und zieht alsdann die Theilungen abcd und efgh.

§. 218. Abtheilung eines Dreieckes, oder eines Parallelogramms. Fig. 57.

Will man eine gewisse Flächengröße von irgend einer Figur als Dreieck abschneiden und ist dazu eine

Fig. 57.

Grundlinie AD und an dieser auch eine Seite AB gegeben, so sucht man die Höhe des Dreieckes, nach §. 215. 5., durch $\frac{F}{\frac{1}{2}AD} = h$, faßt diese in den Zirkel, setzt denselben mit einer Spitze in der Seite AB fort, bis zu dem Punkte B, von welchem aus die andere Zirkelspitze mit ihrem Bogen den Grund AD bestreicht, und zieht endlich von diesem Punkte aus die Abschnittslinie BD.

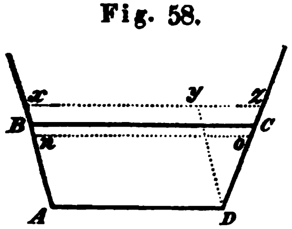
Man könnte auch den Abstand des Punktes D von AB, als Höhe h, messen und AB durch $\frac{F}{\frac{1}{2}h}$ als Grundlinie suchen und abtheilen.

Soll eine verlangte Fläche als Parallelogramm abgeschnitten werden: so sucht man nach §. 215. 3. zu der gegebenen Grundlinie AD des Parallelogramms Höhe, steckt diese von A und D senkrecht ab und zieht BC.

§. 219. Abtheilung eines Trapezes. Fig. 58.

Ist eine gewisse Fläche von irgend einer Figur als Trapez abzutheilen, und dazu die Grundlinie und die Neigung der beiden anliegenden Seiten gegeben, so schneidet man ein vorläufiges Trapez ab, nur ungefähr so groß, als der verlangte Theil, und berichtigt dasselbe noch vermittelst eines besondern Ausgleichungstrapezes.

Fig. 58.



Gesetzt, das über AD=20° abzutheilende Trapez sollte 250 q° groß werden: Man denke sich zuvörderst nach Maßgabe des verlangten Flächentheiles und der gegebenen Grundlinie in der Höhe des gleich großen Parallelogrammes, $\frac{250}{20} = 12{,}5°$, mit AD eine erste Parallele xz, welche ein Trapez abschneidet, das um Dyz zu groß, oder zu klein ausfällt, je nachdem xz größer, oder kleiner als AD ist. Diesen eingebildeten Anfangsschnitt berichtige man

nun der Abweichung Dyz gemäß zuvörderst bloß nach dem Augenmaße, etwa durch die Parallele no: so ergiebt sich ein vorläufiger Abschnitt AnoD.

Zur Berichtigung dieses vorläufig abgeschnittenen Trapezes AnoD wird dessen Höhe, etwa 9,8°, und die obere Länge no, etwa 29°, gemessen, der Inhalt, $\frac{20+29}{2} \times 9{,}8 = 240{,}1$ q°, berechnet und seine Differenz von dem verlangten Abschnitte 250 — 240,1 = 9,9 q° gesucht. Der gefundene, meist ganz kleine Mangel oder Überschuß ist dann noch von no aus, hier oberhalb in der Höhe $\frac{9{,}9}{29} = 0{,}34°$, als Parallelogramm, mittels BC weiter abzuschneiden. Die gesuchte ganze Höhe betrüge also 9,8 + 0,34 = 10,14°. Die abgetheilte Fläche könnte zur Probe, nachdem die Abschnittslinie BC gezogen, wieder im Ganzen berechnet und, wenn es nöthig erschiene, auch nochmals berichtigt werden.

Bei diesem Verfahren weicht das letztere, als Parallelogramm angenommene Ausgleichungstrapez nBCo um ein kleines Nebendreieckchen ab. Dieses fällt desto größer aus, je größer die Ausgleichungshöhe und der Unterschied beider Parallelen ist. Je mehr überhaupt die beiden Parallelen AD und BC sich gleichen, um so leichter trifft man die genauere Theilung. Die anderen Verfahrungsarten, mittels bloßer Rechnung oder Zeichnung, sind für den Gebrauch offenbar zu umständlich.

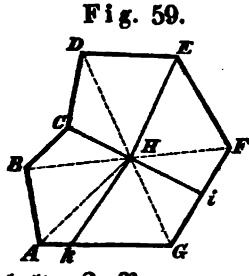
Sollte die Theilung mit einer gebrochenen oder krummen Linie gleichlaufen, wie in Fig. 56. (§. 217.) abcd mit Kvxl, so wäre leicht begreiflich Kvxl als die gegebene Grundlinie anzusehen und übrigens auf dieselbe Weise zu verfahren.

§. 220. Theilung vielseitiger Figuren. Fig. 59. 60. 61.

Zum Theilen gemeiner Vielecke bestimmt man vermittelst der entsprechend gelegten Berechnungsfiguren vorläufige Theile und berichtigt diese noch durch Ausgleichungsstücke, die gewöhnlich als Dreiecke, oder als Trapeze abgenommen, oder angesetzt werden. Die Theilung kann entweder zufällig, oder

gleichlaufend, oder nach bestimmter Neigung gerichtet sein.

Fig. 59.



1) Das Siebeneck ABEG soll mit zufällig geneigten Linien in vier gleiche Stücke getheilt werden, etwa von einem innerhalb der Figur befindlichen Punkte H aus. Man legt die Berechnungslinien von diesem gemeinschaftlichen Theilpunkte H zu den Umfangspunkten und sucht zuerst den Inhalt. Z. B.:

CHED	halte	356	q°,
EHF	»	250	»
FHG	»	242,5	»
GHA	»	263,3	»
AHCB	»	311,4	»
das Ganze	halte	1423,2	q°,
der vierte Theil	»	355,8	q°.

Ist nun CH der Anfang zur Theilung, so nimmt man CHED und vergleicht dessen Fläche mit der Größe eines Viertels. Hier findet sich zufällig der verlangte Inhalt mit dem unbedeutenden Übermaße von 0,2 q°. HE wird daher die zweite Abtheilung.

Das Dreieck EHF ist zu klein, und zwar um 355,8 — 250 = 105,8 q°. Diese müssen durch Hi noch hinzugetheilt werden, indem man nach §. 218. aus dem Inhalte und der Grundlinie oder Höhe des noch fehlenden Dreieckes den Theilpunkt i bestimmt.

Das von FHG übrige Stück hält 242,5 — 105,8 = 136,7 q°; dazu GHA mit 263,3 q°, giebt zusammen 400 q°, was um 44,2 q° zu groß ist und von AH aus durch das Dreieck AHk berichtigt werden muß.

Für den vierten Theil hat man nun noch das Dreieck AHk von 44,2 q° und das Viereck AHCB von 311,4 q°, zusammen 355,6 q°. Bleibt dem letzten Theile der richtige Inhalt, so kann die Theilung auch als richtig angenommen werden. Dies dient

zur Probe. Hier fehlten 0,2 q°, die der erste Theil zu viel bekommen hatte, und die noch an HC herüber getheilt werden könnten.

Fig. 60.

2) Soll die Figur AEFH mit den Parallelseiten EF und AH gleichlaufend in vier gleiche Stücke getheilt werden: so legt man alle Linien zur Berechnung in diese Parallelrichtung und erhält dadurch folgende Trapeze:

DEFn	zu	346,8	q°,
mDnG	»	86,2	»
CmGk	»	347,8	»
BCki	»	416,5	»
ABiH	»	291,2	»
Das Ganze enthält		1488	q°.
Das Viertel bekommt		372	q°.

Zu dem ersten Theile nimmt man nun vorläufig DEFn von 346,8 q° und theilt die daran fehlenden 25,2 q° an Dn von mDnG nach §. 219. als Trapez noch hinzu. Für den zweiten Theil hat man von mDnG den Rest und CmGk, zusammen 408,3 q°, also 36,3 q° zu viel, die an Ck von CmGk als Trapez herunter zu theilen sind. Dieses übrige Stück und BCki geben den dritten Theil, nachdem man das Zuviel von 80,8 q° an Bi davon genommen hat. Als vierter Theil bleiben die letztern 80,8 q° und ABiH von 291,2 q°, zusammen 372 q°, was zutrifft.

Fig. 61.

3) Wären zwei gegenüberliegende Seiten, wie AH und DE, einander zugeneigt, und sollten alle Theilungen die Zwischenneigung bekommen, so würde folgendes Verfahren am zweckmäßigsten sein:

Man verlängert AH und DE, bis sie sich in O durchschneiden, zieht nun von O aus nach Gutdünken die vorläufigen Theilungen, z. B. OC und OB, und berechnet die so gemachten Theile. Findet sich nun

einer davon viel zu groß, oder zu klein, so wird eine andere nähere Theilung aus O herübergezogen. Endlich wird der letzte kleine Unterschied durch ein Trapez gehoben.

Hielt z. B. ABDH, die in drei gleiche Stücke zu theilende Figur, 1671 q°, so müßte jedes Drittel 557 q° erhalten, und hätte man für den ersten vorläufig angenommenen Theil CDEF nur 424 q° gefunden: so fehlten daran noch 133 q°. Man zieht deßhalb aus O eine neue Linie Oi und berechnet iCFk zu 115 q°; es fehlten daher nur noch 18 q°, die nun an ik als Trapez hinzugetheilt werden können. Für den zweiten Theil verfahre man bei BG eben so. Zur Prüfung würde der letztere Theil noch ausgerechnet. Hierdurch werden alle Theile ziemlich ähnlich.

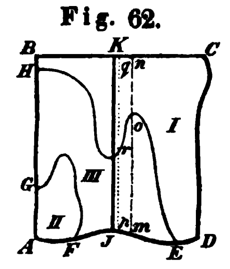
Sollte eine etwas anders gelegte Theilungslinie, z. B. mn, eben auch auf O gerichtet werden, so würde nur durch die Mitte p derselben aus O eine Gerade rq gezogen und diese dafür angenommen. Denn das Dreieck mqp ist dem Dreiecke nrp gleich zu setzen, wenn die beiden Seiten mq und nr kurz sind und ziemlich gleichlaufend. Eben so könnte man die letztern Seiten aller Ausgleichungstrapeze noch nach O einrichten. Meist ist jedoch diese Verbesserung überflüssig.

Das Theilen nach gegebenen Verhältnissen ist nicht schwerer. Hat man erst den ganzen Inhalt berechnet und wie viel der erste, zweite, dritte und jeder weitere Theil bekommen muß, so wird jedes der verlangten Stücke nach seinem verhältnißmäßigen Flächeninhalt eben so abgetheilt.

§. 221. Eine Fläche von verschiedenem Werthe zu theilen. Fig. 62.

Man drückt den Grundwerth vom Boden durch Zahlen aus. So könnte, z. B. Fig. 62. ABCD, die Bodengüte in BHEC = Iw, in HGE = IIIw und in GAF = IIw sein, oder die gleiche Flächeneinheit enthielt oben I, inmitten III und unten II Wertheinheiten, die man sich in der Figur als ein-, zwei- und dreifache Papierlagen denken könnte. Hier nimmt man eben auch vorläufige Theile an, rechnet aber den darin befindlichen Werthgehalt aus, und berichtigt dann diesen in Gemäßheit der Aufgabe.

Fig. 62.



Gesetzt, die Figur ABCD solle in zwei gleiche Werththeile getheilt werden, und zwar mittelst einer zu AB und CD ziemlich gleichlaufenden Theilung. Hierzu berechnete man erstlich die Fläche der besondern Werthabtheilungen und danach den gesammten Werthgehalt.

HEC	enthalte 2000 q°	zu Iw,	giebt	2000 w;
HGE	» 1600 »	» III »	»	4800 »
GAF	» 400 »	» II »	»	800 ».
Das Ganze =	4000 q° mit			7600 w.
Davon beträgt die Hälfte				3800 w.

Nun würde eine vorläufige Theilung mn ungefähr angenommen und der Werth von dem einen Theile mnCD ausgerechnet. Dieser enthalte

von HEC =	1450 q°	zu Iw,	giebt	1450 w;
» HGE =	550 »	» III »	»	1650 ».
			Zusammen	3100 w.
			Es fehlten daran also	700 w,

die nach BA noch hin genommen werden müßten.

Jetzt suchte man den Werth, welchen die vorläufige Theilung mn durchschneidet, oder vielmehr denjenigen, den ein ruthenbreiter Streifen an mn hin hat. Es messe no 20° und om 30°; sonach haben jene 20° bei ihrem einfachen Werthe $20 \times \mathrm{I} = 20$ w, und diese 30° bei ihrem dreifachen Werthe $30 \times \mathrm{III} = 90$ w, zusammen also $20 + 90 = 110$ w. Hiermit dividirte man die noch mangelnden 700 w; der Quotient $\frac{700}{110} = 6{,}36°$ ist die Breite eines vorläufig noch hinzuzutheilenden Ausgleichungstrapezes mnqp, dessen Seite pq nun gezogen würde.

In pq finde sich aber die Länge qr zu 26°, rp zu 24°, und also der ganze Werth von $26 \times \mathrm{I} + 24 \times \mathrm{III} = 98$ w. Danach enthielt das Ausgleichungstrapez mnqp nur $\frac{98 + 110}{2} \times 6{,}36 = 661{,}44$ an Werth, und es mangelten daran noch 700—

661,44 = 38,56 w. Zu dieser Ergänzung ist an pq eine Breite erforderlich von $\frac{38,56}{98} = 0,39^0$, welche endlich von p und q aus, oder mit obigen $9,36^0$ zusammen von m und n aus, als Abstand für die Theilung lK abgesteckt würde. Zur Prüfung berechnet man den Werthgehalt des übrigen Theiles.

Es kann nun nicht schwer fallen, auch andere und verwickeltere Aufgaben über die Theilung der Figuren von verschiedenem Werthe aufzulösen. Dieser Gegenstand der Meßkunst findet jedoch selten eine Anwendung, weil jedes einzelne Grundstück gewöhnlich nach seiner mittlern Bodengüte überhaupt geschätzt wird.

IV. Linienmessung.

1. Abstecken der Linien.

§. 222. Linien auf der Erdoberfläche.

Wir beschäftigten uns bisher bloß mit Linien und Figuren auf der ebenen Zeichenfläche. Im Freien kommt nun noch deren Lage oder Neigung zur Erde in Betracht. In dieser Hinsicht unterscheidet man:

1) Lothrechte oder vertikale Linien, d. i. solche, die wie die Halbmesser der Erdkugel nach deren Mittelpunkt gerichtet sind. Der mit einem Lothe beschwerte, freihängende Faden ist die Richtschnur der Lothlinie.

2) Wagrechte oder horizontale Linien; sie gehen von der lothrechten Linie senkrecht aus, sind daher gewissermaßen als äußere Polygonseite eines Erdkreises zu betrachten. Ein auf stehendem Wasser ausgespannter Faden würde die Horizontallinie vorstellen.

3) Schiefe Linien, die weder lothrecht, noch wagerecht liegen. Der am Bergabhange hinauf gespannte Faden stellt eine schiefe Linie dar.

4) Eben so giebt es lothrechte Ebenen oder Vertikal-Ebenen, wie die ebene Außenfläche eines Hauses; wagerechte Ebenen oder Horizontal-Ebenen, wie die ebene Oberfläche stillstehender Gewässer; schiefe Flächen, wie die Bergabhänge. In einer Vertikal-Ebene können lothrechte, wagerechte und schiefe Linien Statt finden; in einer Horizontal-Ebene, nur wagerechte Linien; in einer schiefen Fläche, wagerechte und schiefe Linien.

5) Diese Linien werden auf der ebenen Zeichenfläche als Grundriß, oder als Aufriß dargestellt. Der Grundriß ist die aufgetragene Figur von wagerecht gemessenen Grundstück-linien. Der Aufriß ist eine Figur aus lothrechten Ebenen.

6) Zur Ausmessung von Linien und Figuren der Erdfläche giebt es sehr verschiedene Mittel und Wege. In jedem Falle haben wir den Zweck der Messung wohl zu beachten, nach hinlänglicher Genauigkeit zu streben und dabei das leichteste und einfachste Verfahren zu wählen. Vornehmlich müssen wir überall die unvermeidlichen Abweichungen zu beschränken und die Richtigkeit der Ergebnisse zu prüfen suchen, nach denselben Grundsätzen, wie bei der Zeichnung.

§. 223. Linienbestimmung.

1) Die lothrechte Linie ist vorzugsweise nur bei Höhenbestimmungen Gegenstand der Messung, dient aber außerdem zur Begrenzung wagerechter Längen. Sie wird nach dem sogenannten Lothe bestimmt, einem freihängenden Faden mit Senkel, das, zur Ruhe gekommen, die Lothlinie angiebt. Der Gebrauch des Lothes ist leicht und findet nur bei windigem Wetter einige Hindernisse. Bei den Vermessungen müssen oft Stäbe lothrecht ausgesteckt werden; dies geschieht zwar in der Regel nach dem bloßen Augenmaße, sicherer jedoch mittels eines oben an den Stab gehaltenen Lothes.

2) Nach wagrechten Linien werden die bei Grundstücksmessungen vorkommenden Längen bestimmt, und ihre Lage für diesen Zweck gleichfalls fast immer nach dem Augenmaße beurtheilt.

Kommt es auf größere Genauigkeit an, wie etwa beim Nivelliren, oder bei wagerechter Aufstellung der Winkelwerkzeuge, so bedient man sich der Setzwagen und Libellen. — Die Setzwage ist ein an seinem Grunde abgeglichenes Dreieck mit einem an der Spitze befestigten Lothe, dessen Faden in wagerechter Stellung die Lothlinie decken muß. Man prüft und berichtigt dieselbe durch entgegengesetztes Aufstellen auf einer richtigen Linealseite. Ist diese eben wagerecht, so muß das Loth in beiden Stellungen die Lothlinie decken, außerdem auf beiden Seiten ganz gleiche Abweichung zeigen. Sie wird vorzüglich nur von Handwerkern gebraucht und ist für geometrische Zwecke weniger geeignet, als die sog. Libelle, ein dosen- oder röhrenförmiges, gläsernes Behälter, das mit Flüssigkeit bis auf einen kleinen Luftraum angefüllt ist, dessen Stelle den wagerechten Stand nach Richtlinien angiebt. Der gewöhnlich messingene Fuß solcher Libellen läßt eine berichtigende Stellung zu und wird ebenfalls durch entgegengesetztes Aufstellen geprüft.

3) Zum Abstecken gerader Linien im Freien dienen Absteck- oder Richtstäbe; sie müssen mit eisernen Spitzen versehen, gleichstark, gleichlang (meist 5 dc. Fuß l.) und ganz gerade sein. Damit man sie in größerer Entfernung deutlich erkenne, werden sie fußweis abwechselnd mit leuchtenden Farben (z. B. roth und weiß) angestrichen, auch wohl mit Fähnchen versehen. Solche Stäbe kommen gewöhnlich auf die entferntern Punkte. — Zur vorläufig dauerhafteren Bezeichnung der gemessenen Linien dienen kurze, fest eingeschlagene Pfähle.

§. 224. Eine gerade Linie im Freien abzustecken. Fig. 63.

Fig. 63.

A B C D E N

Man versieht sich mit mehren Richtstäben, steckt den ersten A in den Anfangspunkt und den zweiten B ein Stück davon in die gegebene Richtung AN. Dann geht man weiter und steckt nun, rückwärts sehend, die Stäbe C, D, E bis N so, daß jeder dem Auge die vorhergehenden Stäbe gerade deckt. Mangelt es an Stäben, so nimmt man die erstern nach und

nach weg, bezeichnet ihre Punkte mit Pfählen und gebraucht sie weiter.

Man bleibt auch wohl in dem Anfangspunkte A stehen und läßt von einem Gehülfen die Zwischenstäbe B, C, D, E u. s. w. nach rechts oder links gegebenen Winken in der ganzen Richtung AN einstecken; denn jenes, nur allein nach BA fortgesetzte Richten kann von dem hinter sich genommenen Punkte N leicht abweichen.

Hierbei müssen alle Stäbe lothrecht stehen, wenigstens dürfen sie aus der abzusteckenden lothrechten Ebene nicht weichen, also nicht seitwärts hängen. Eigentlich wären nur zwei ausgesteckte Stäbe erforderlich, um sich danach einzurichten; doch sichert eine größere Anzahl mehr vor Abweichungen. Entferntere Richtpunkte geben die Richtung genauer; zu dichte Stellung der Richtstäbe macht die Fortsetzung unsicher. Das Auge darf beim Einrichten dem Stabe nicht zu nahe kommen und muß von beiden Seiten des Stabes aus richten, weßhalb die Stäbe alle gleiche Stärke haben sollten. Den eben eingerichteten Stab prüft man im Weitergehen, selbst noch beim Richten des nächsten Punktes.

Man richtet gewöhnlich den Stab frei in der Hand hängend ein und steckt denselben auf der somit gefundenen Stelle fest, wozu Übung gehört. Gehen solche Linien am Berge hin, so senken sie sich leicht abwärts, je nachdem die Stäbe beim Einstoßen weichen. Fällt das Sonnenlicht seitwärts ein, so neigt sich die Linie leicht nach der beleuchteten Seite. Das beste Licht ist das gerade in dem Rücken einfallende. Bei großen Entfernungen bedient man sich mit Vortheil eines Fernrohres.

§. 225. Eine gerade Linie aus der Mitte abzustecken. Fig. 64. 65.

Fig. 64.

A B 1 C N
B
C

1) Ist eben kein brauchbarer Gehülfe zu haben, so steckt man selbst den Stab B zwischen A und N ungefähr ein, z. B. in 1, und dann auch den Stab C in die Richtung AB. Jetzt begiebt man sich wieder an B und sieht zu, wiefern C auch in der Linie BN steht, rückt nun B näher

an die Linie, etwa in 2, und steckt C abermals in die Richtung AB, visirt wieder von B über C nach N und fährt so fort, bis BC sowohl auf A, als auf N gerichtet ist.

Man könnte hierbei mit einem geraden Stabe vorarbeiten, den man wie die Versuchslinie BC legt und nach und nach so an- und einrückt, daß dessen beiderseitige Verlängerung in A und N trifft. Anstatt des Stabes wäre auch ein Lineal mit Absehen, oder ein bloßes Holzstück mit geradem Einschnitte zu gebrauchen.

Fig. 65.

2) Hat man bei diesem Einrichten einen Gehülfen, so geht es schneller. B stellt sich aus, etwa in 1, und richtet C in die Linie BN; C richtet nun wieder B in die Linie CA; B im 2. Stande richtet von neuem C nach N; so wird wechselsweise fortgefahren, bis CBA und BCN eins sind.

§. 226. Eine senkrechte Linie abzustecken. Fig. 66.

Fig. 66.

1) Nach dem bloßen Augenmaße: An dem Punkte b, wo die Senkrechte ausgehen soll, wird die Standlinie AB mit einem Stabe ae, oder der Meßkette belegt und dann ein Stab bc so angesetzt, daß dessen Nebenwinkel abc und ebc dem Augenmaße nach gleich sind. Dann giebt bc ungefähr die erforderliche Richtung.

2) Mit einem rechtwinkeligen Dreiecke: Man setzt ein Dreieck abc zusammen, dessen Seiten sich verhalten, wie 3 : 4 : 5, bringt die eine Kathete ab in die Standlinie und giebt nach der andern bc die verlangte senkrechte Richtung an (§. 167.).

3) Mit einem Kreuzmaße: Eine Halbkugel oder ein Brettstück mit senkrechten Kreuzschnitten wird in dem gegebenen Punkte aufgesteckt und mit dem einen Schnitte in die Standlinie gerichtet. Durch den andern Schnitt visirt man dann die verlangte Senkrechte ab. Anstatt des Kreuzmaßes bedient man

sich auch des Meßbrettes (§. 245.) oder des leichtern, viel genauern Winkelspiegels (§. 247.).

Fig. 31.

4) Auch kann man sich, zumal wo am Ende einer Linie eine Senkrechte errichtet werden soll, des §. 175. 3. angegebenen Verfahrens bedienen. Man nimmt beliebig über der Linie DA, etwa 2° von A entfernt, den Punkt C an, schneidet mit dem Halbmesser AC (vermittelst der Kette) von C aus die Linie AD bei D, steckt hier einen Stab auf, wendet sich nun nach E hin und visirt rückwärts mit demselben Halbmesser den Punkt E nach der Richtung CD ein. E steht dann senkrecht zu DA. — Weniger praktisch und nur bei hinlänglicher Freiheit anwendbar ist das §. 175. unter 2. angegebene Verfahren zum Abstecken rechter Winkel im Freien.

5) Liegt der gegebene Punkt D Fig. 66. außerhalb der Linie, so errichtet man auf dieser erst eine Senkrechte zur Probe und rückt damit fort bis zum Ziele. Hierbei ist der Winkelspiegel besonders brauchbar (§. 247.).

§. 227. Parallellinien abzustecken. Fig. 67.

Fig. 67.

Hierzu muß eine Linie AN und der Abstand gegeben sein. Diesen mißt man von AN rechtwinkelig ab, nicht allein aus A und N, sondern auch aus mehren Zwischenpunkten B, C, D, E; denn bei jeder dieser Abstandsmessungen wird etwas gefehlt, und je mehr Punkte der Parallele abgesteckt sind, um so mehr heben sich darin die kleinen Abweichungen.

1) Um einen Stellweg gleichbreit zu machen, wird erst die Mittellinie AN abgesteckt; von dieser werden beiderseits die halben Breiten Aa, Bb, Cc u. s. w. senkrecht abgemessen; endlich wird das Gestell nach den Seitenlinien ab, bc, cd u. s. w. aufgehauen oder bepflanzt.

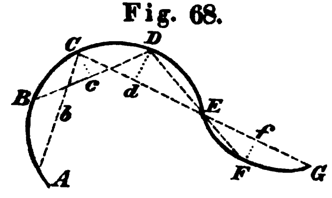
2) Trifft man beim Abstecken einer geraden Linie auf einen Baum, oder auf einen andern undurchsichtigen Gegen-

stand, der nicht weggeräumt werden darf: so steckt man von etlichen Richtpunkten, z. B. von A, B, C aus, eine Parallele abc ab, führt diese neben dem Hindernisse vorbei durch d, e, n und steckt nun von da, mit demselben Abstande, die Parallele DEN wieder hinüber, als gerade Fortsetzung von ABC. Hierbei muß man nur die Hülfslinie lang und die Abstände genau genug nehmen. Zwei Hülfslinien auf beiden Seiten gewähren mehr Sicherheit.

§. 228. Geordnete krumme Linien abzustecken. Fig. 68.

Kreise und Ellipsen werden im Freien ganz so verzeichnet, wie auf dem Papiere, nur daß man anstatt des Zirkels eine Hakenstange, Meßkette oder Meßschnur an den zum Mittelpunkte eingeschlagenen Pfahl anlegt und, im Fall der Platz noch bewachsen ist, mittels der gegebenen Halbmesser vorher die zur Aufräumung nöthigen Umfangspunkte bestimmt.

Fig. 68.



Andere Krümmen ordnet man vermittelst gleicher Sehnen und angemessener Bogenhöhen, was sich nur an Ort und Stelle bemessen läßt. Man steckt z. B. zu der Linie ABC . . . G zuerst die Stäbe A, B, C, D . . . in ungefährer Richtung gleichweit aus, geht nun von einem zum andern, visirt von jedem auf den dritten vor sich und bemißt den Abstand des mittlern, nämlich Bb von AC, Cc von BD, Dd von CE . . . So wird fortgerichtet, bis nicht nur alle Abstände Bb, Cc, Dd . . . verhältnißmäßig sind, sondern auch die Linie, bei einer gefälligen Krümmung, der Bodenform und den andern Erfordernissen entspricht. Gewöhnlich mißt man die Entfernung der Richtstäbe mit Schritten ab, beurtheilt die Abstände nach dem Augenmaße und führt endlich die Krümmen AB, BC, CD . . . . mit besonderen Absteckstäben noch näher aus.

Diese Aufgabe dient öfters zu einer geeignetern Verlegung der Waldwege, so wie bei Umgrenzung der Holzanlagen, zumal

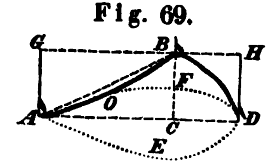
im Gebirge; sie gereicht ganz vorzüglich zur Ordnung und Verschönerung der Wälder.

2. Längenmessung.

§. 229. Entfernungen. Fig. 69.

1) Die Längenmessung hat es mit Bestimmung der geradlinigen Entfernung zweier Punkte zu thun. Diese kann nun sein: die wahre, die wagrechte, oder die lothrechte.

Fig. 69.



Denkt man sich durch die beiden Punkte A und B eine lothrechte Ebene GD gelegt und darin BC und AG lothrecht, AC und BG wagrecht: so ist AB die wahre, BG = AC die wagrechte und AG = BC die lothrechte Entfernung. Liegen die beiden Punkte wagrecht, so haben sie nur wagrechte Entfernung; liegen sie lothrecht, nur lothrechte *).

2) Der Erdboden ist selten so gleich, daß man ganz eigentlich gerade Linien darauf hinziehen und messen kann. Auf unebenem Terrain muß man daher uneigentlich gerade Linien zu Hülfe nehmen, die zwar auf- und abwärts gehen, aber weder rechts, noch links abweichen und also in der Vertikal-Ebene ihrer beiden Endpunkte bleiben. Die uneigentlich gerade Linie von A nach D geht in der Vertikal-Ebene GD über O und B, der auf- und absteigenden Entfernung nach.

3) Eben so sucht man bei allen Grundstückmessungen nur die wagrechte Entfernung in jener uneigentlich geraden Linie; denn eine andere Länge könnte im Grundrisse nicht zum Schlusse gebracht werden. Die wahre Länge der über die Höhe eines Hügels geführten Linie ABD würde z. B. niemals in den um den Fuß herum gemessenen, wagrechten Umfang AEDF einpas-

---

*) Man könnte auf unebenem Boden auch noch eine steigende und eine wegsame Entfernung unterscheiden, die indeß für geometrische Zwecke nicht weiter in Betracht kommen. Die steigende Entfernung wäre die in der Vertikal-Ebene auf der Bodenoberfläche hinziehende Linie, also zwischen A und D die Linie AOBD; die wegsame ist der bequemste Weg von einem Orte zum andern, der aber aus der Vertikal-Ebene GD weicht und seine eigene, wagrechte Länge hat.

sen, sondern immer zu lang ausfallen. Ohnehin ist der Ertragswerth von Berghängen nach der wagrechten Grundfläche richtiger zu bemessen.

4) Zur unmittelbaren Bemessung der geradlinigen Entfernungen, oder zum sogenannten Längenmessen dienen der **Fußstab**, die **Meßstange**, die **Meßkette** oder die **Meßschnur**.

§. 230. **Gebrauch des Fußstabes.** Fig. 70. 71.

Der **Fußstab**, zum Messen kurzer Abstände, ist von leichtem Holze dünn ausgespalten, von handlicher, meist halber Ruthen-Länge, in Dezimalfuße abgetheilt und an beiden Enden beschlagen. Auf **wagrechtem Boden** legt man diesen Fußstab an den Anfangspunkt der zu messenden Linie, richtet denselben ein und bezeichnet das Ende der ersten Länge, legt nun da wieder an, und fährt so fort, bis zum Ende der Linie, wo noch der Rest besonders ausgemessen und zur gefundenen Anzahl der Maßlängen gezählt wird. Der Feldmesser bedient sich auch einer an beiden Enden unterwärts mit senkrechten Spitzen versehenen Latte, die in der Mitte einen 3 Fuß hohen Griff hat.

Fig. 70.

Auf **abhängigem Bogen**, wie Fig. 70. AN, hält man den Fußstab wagrecht. Bei dieser sogenannten Staffelmessung wird an der freiliegenden Seite des Meßstabes ein zweiter, dünner Vorsetzstab lothrecht angestellt, so daß dessen Spitze den Endpunkt des Fußstabes auf dem Boden bezeichnet. Befindet sich die Spitze dieses Vorsetzstabes nicht vorn, sondern unter der Mitte: so fehlt man bei jeder Maßlänge um die halbe Stabstärke, was jedoch leicht berichtigt werden kann. Daß übrigens AB + CD = ab + bN = der wagrechten Entfernung von A zu N ist, folgt aus §. 154. 2.

Fig. 71.

Beim Abmessen mit dem Fußstabe werden vielerlei Fehler begangen. Manche Messer fassen denselben nach Fig. 71. in der Mitte an b, setzen das eine Ende auf a, senken den Stab etwas, ohne sich genug zu bücken, schla-

gen das obere Ende c auf d nieder und nehmen ad für die Länge des Meßstabes an; es ist aber $ad < ab + bd$, also auch kleiner als $ab + bc$. Andere fassen den Stab an einem Ende e, halten denselben beiläufig über den Anfangspunkt a und schlagen das andere Ende schief nieder auf d, was beinahe eben so fehlerhaft ist.

Der Gebrauch des Fußstabes gewährt überhaupt keine sonderliche Genauigkeit. Man verfehlt leicht die Richtung, bezeichnet die Maßgrenze nicht scharf genug und kann am Abhange nicht gut wagrecht messen. Zudem ist das öftere Bücken unbequem. Daher wendet man dieses Werkzeug nur bei ganz kurzen Abmessungen an.

§. 231. Gebrauch der Meßstange.

Die Meßstange dient öfter im Forste zur Aus- und Abmessung kleiner Stücke. Sie ist von ausgespaltenem Holze, gerade, steif, leicht, eine Ruthe lang und in Zehntelfuße getheilt. Man gebraucht dieses Längenwerkzeug wie den Fußstab. Auf der Ebene wird eine Maßlänge nach der andern angelegt; am Abhange wird die Meßstange wagrecht an einen Vorsetzstab gehalten.

Zu genauern Messungen ist die Meßstange an beiden Enden beschlagen und der Vorsetzstab an der Stellseite bis zum untern Ende gehörig abgeglichen. Dabei führt man noch eine Hängewage zum Stellen, auch wohl zwei Holzscheiben mit doppelten Spitzen, die in den Boden eingedrückt werden, um darauf das Ende der Meßstange genauer abzeichnen und wieder anlegen zu können. Eine solche Vorrichtung gestattet die größte Genauigkeit. Daher gebraucht der Forstvermesser an starken Bergabhängen vorzugsweise die Meßstange zur Staffelmessung, anstatt der Meßkette.

§. 232. Gebrauch der Meßkette.

Das gewöhnlichste Werkzeug zum Längenmessen ist die Meßkette, von starkem Drahte, bei größerem Ruthenmaße und im Gebirge nur vier Ruthen lang, sonst wohl fünf oder sechs. Je-

des Glied ist einen geometrischen Fuß lang und durch einen kleinen Ring abgesondert. Die halben Ruthen unterscheidet ein Ring von mittlerer Größe; die ganzen Ruthen werden von einem größern und länglichen Ringe mit Querriegel getrennt. Jeder Maßtheil reicht bis zur Mitte des Ringes. An den beiden Enden und in der Mitte sind größere Ringe zu den Kettenstäben.

Die beiden Kettenstäbe haben unten randförmige Halter, worauf sich der äußere Kettenring festlegt, dessen Mitte, als der Anfang des Kettenmaßes, dann gerade über der Spitze des Stabes befindlich ist. Dabei braucht man 5 bis 10 Zähler, starke Drahtstifte mit Öhren zum Anfassen und Tragen am Finger, des leichtern Auffindens wegen mit rothen Tuchstückchen versehen.

Eine Hängewage, womit die Kette wagrecht und der untere Kettenstab lothrecht gerichtet wird, kann aus zwei rechtwinkeligen Schenkeln bestehen, wovon der eine Haken hat zum Anhängen an die Kette und der andere die Lothlinie mit dem Lothe.

Beim Messen wird die Kette an zwei Kettenstäben von zwei Kettenziehern geführt. Der vordere nimmt die sämmtlichen Zähler und zieht die Kette aus; der hintere setzt seinen Stab in den Anfangspunkt der Linie und richtet den vordern entweder durch Worte, oder durch Zeichen mit der Hand, rechts oder links nach dem ausgesteckten Richtstabe. Der vordere Kettenzieher hält während des Richtens den Stab mit nicht ganz angezogener Kette in der rechten Hand lothrecht, steht auf der linken Seite der Linie und sieht über die Schulter weg nach dem hintern. Sobald eingerichtet ist, faßt er mit der linken Hand den Stab oben fest und greift mit der rechten an demselben hinunter, setzt die rechte Fußspitze auf die vorläufig eingerichtete Stelle des Kettenstabes, schnellt die Kette aufwärts und zieht sie dabei zum richtigen Wiedereinsetzen des Stabes scharf an. In diesen Endpunkt der Kettenlänge kommt ein Zähler und dann wird weiter gezogen. Der hintere Kettenzieher setzt in denselben Punkt genau wieder ein, hebt den Zähler auf und richtet von neuem. Am Ende zählt man die Kettenzüge nach den aufgehobenen Zählern zusammen und rechnet dazu noch das letztere Kettenstück.

Auf abhängigem Boden muß der untere Kettenzieher die Kette so weit am Stabe aufheben, daß sie wagrecht liegt, dabei aber seinen Kettenstab genau lothrecht stellen, beides mittels der Hängewage. An sehr starkem Abhange mißt man mit abgekürzter Kettenlänge, wozu im Innern der offene Ring bestimmt ist. Das beschwerliche Anziehen der Kette und die leicht vorkommende einseitige Niederneigung von der wagrechten Lage verursachen beträchtliche Längenabweichungen. Beim Anziehen hat der hintere Kettenzieher sich vorzusehen, daß sein Stab nicht von der Stelle gezogen wird, und erforderlichen Falls den Fuß vorzusetzen. Der vordere Kettenzieher kann öfters einen weiteren Richtpunkt in's Auge fassen und sich schon von selbst näher einrichten.

Der Gebrauch der Meßkette verbindet den Vortheil, daß das Messen schnell von Statten geht, nicht von dem Vermesser selbst verrichtet zu werden braucht, und die Kette sich weniger verzieht. Daher ist auch die Meßkette am vorzüglichsten, der Boden müßte denn zu abhängig sein.

Jede Kette leidet beim Gebrauche und muß daher von Zeit zu Zeit geprüft werden. Man spannt sie auf ganz ebenem Boden aus und legt eine gut eingetheilte, genaue Meßstange daran, oder man zeichnet auf einen Gang, auf eine Mauer, oder auf ein langes Zimmerholz die Länge der ganzen Kette mit allen ihren Theilen genau vor und zieht dann die Kette zu Zeiten darüber. Haben sich die Ringe verbogen, so ist leichter nachzuhelfen, als wenn sie fleckweise ausgelaufen sind. Krumme Fußtheile, entstehend von unvorsichtigen kurzen Wendungen mit der Kette, biegt man sogleich wieder gerade. Auch ist beständig darauf Acht zu geben, daß sich kein Gelenk verschlinge.

§. 233. Gebrauch der Meßschnur.

Die Meßschnur hat eine, der Kette gleiche Länge und Eintheilung, ist von Hanf gut gedreht und gegen die Nässe mit Öl und Wachs getränkt. An den Enden sind Ringe, und im Innern sind die Theile mittels Knoten oder eingebundener Bänder abgetheilt.

Obgleich die Meßschnur wegen ihrer Leichtigkeit einige Mängel der Kette nicht theilt, so verursacht sie doch durch ihre Veränderlichkeit die größten Abweichungen beim Messen. Schon ein ungleichmäßiges Anziehen giebt verschiedene Längen; im Trocknen dehnt sie sich immer mehr; naß geworden, geht sie auf der Stelle ein. Daher muß man sie beim Gebrauche oft untersuchen und gegen Feuchtigkeit bewahren, zu Hause aber ausgespannt halten in der richtigen Länge, in die sie durch geeignetes Ausdehnen oder Anfeuchten wieder zu bringen ist.

Das Messen mit der Meßschnur geschieht wie mit der Kette und ist am leichtesten, aber nur bei kleinen, weniger genauen Ausmessungen von Holzschlägen, Anbauflächen und dergleichen rathsam.

§. 234. Allgemeine Fehler beim Längenmessen. Fig. 72. 73.

Keine Längenmessung ist ganz frei von Fehlern. Diese müssen wir näher kennen, um die wirklich nachtheiligen zu vermeiden und der unerheblichen wegen nicht Zeit und Mühe zu verlieren. Von den besondern Mängeln der verschiedenen Längenwerkzeuge wurde schon gehandelt. Jetzt wären noch die allgemeinen Fehler zu betrachten.

1) Ein gewöhnlicher Fehler bei der Längenmessung entsteht aus Unrichtigkeit des Maßes; dieser wird um so größer, je mehr mal man das unrichtige Maß gebraucht.

2) Ein zweiter Fehler wird dadurch veranlaßt, daß man die Endpunkte der Maßlängen auf dem rauhen Boden weniger scharf abzeichnen kann. Hiergegen sichern die dünnsten Zähler nicht ganz; doch heben sich diese Abweichungen mehr oder weniger.

3) Ein dritter und größerer Fehler entsteht, wenn am Abhange der untere Stellstab nicht lothrecht gestellt und dadurch die Maßlänge zu kurz, oder zu lang abgezeichnet wird, was sich eben auch gegenseitig ausgleichen kann.

Fig. 72.

4) Wird das Längenmaß nicht ganz wagrecht gehoben, so entsteht Fig. 72. über demselben am untern Stellstabe ein rechtwinkeliges Dreieck, worin AC die Maßlänge, AE die wagrechte Lage und EC die Abweichung am Stellstabe ist, und von dem sich für eine Kettenlänge zu 4 Ruthen berechnen läßt, daß, wenn

EC = 1′ ist, so mißt AE nur 39,988′
= 2′ " " " " " 39,95′
= 3′ " " " " " 39,89′.

Wir sehen hieraus, daß, wenn die Kette sogar 2 bis 3 Dezimalfuß am Kettenstabe von der wagrechten Lage abweicht: so kann der begangene Längenfehler kaum $\frac{1}{10}$ Fuß erreichen. Diese Fehler heben sich übrigens nicht und verursachen eine größere Längenzahl, als die wirkliche. Daher können im Grundrisse die um einen Berg herum gemessenen Linien genau schließen, und die innerhalb über den Berg hin gemessenen leicht zu lang ausfallen.

Fig. 73.

5) Weicht der Meßzug von der geraden Linie etwas ab, z. B. Fig. 73. von A über D nach N, anstatt von A gerade nach N: so ist der Längenfehler weniger beträchtlich, als es scheint. Wäre AN 100 Fuß und die Abweichung

BD = 1 Fuß, so betrüge AD + DN 100,02′,
= 3 Fuß, " " " " " 100,18′,
= 5 Fuß, " " " " " 100,50′.

AD + DN gleichen übrigens dem Bogen ADN ziemlich. Wo freilich von einer solchen Linie aus noch Seitenabstände zu messen sind, da haben diese Abweichungen einen anderen und sehr nachtheiligen Einfluß.

§. 235. Ungefähre Längenbestimmung.

Zuweilen ist die Bestimmung einer Länge nach Schritten schon hinreichend. Hierzu übt man sich im gleichmäßigen Schreiten, wo möglich so, daß jeder Schritt in wagrechter Linie zwei Dezimalfußen, oder fünf einer Längenruthe gleich-

kommen, was nur durch öfteres Abschreiten zuvor gemessener Längen erlangt werden kann. Aus den abgeschrittenen Längen läßt sich dann leicht deren Ruthen= und Fußzahl berechnen.

Dabei ist indeß zu beachten, daß die Schritte bergauf und bergab, je nach der Böschung, kleiner ausfallen, als in der Ebene. Ungefähr mag man annehmen, daß die Anzahl Schritte

bei einer Böschung		bergauf	bergab
von 5°	mit	0,95	0,97
» 10°	»	0,88	0,92
» 15°	»	0,80	0,87
» 20°	»	0,72	0,75

multiplizirt werden müsse, um sie auf den Horizont zu reduziren, daß also z. B. bei einer Bergneigung von 10° 500 Schritte bergauf nur 500 × 0,88 = 440 und bergab nur 500 × 0,92 = 460 Schritte in der Horizontal-Ebene sein würden.

3. Winkelmessung.

§. 236. Winkel auf der Erdoberfläche.

Die von dem geradlinigen Winkel gebildete Winkelebene kann im Freien (§. 222.) eine lothrechte oder wagrechte sein; die lothrechten Winkel dienen zu Höhenmessungen, die wagrechten aber zu Grundmessungen *). Die zu messenden Grundstückwinkel bestimmt man bloß durch drei Punkte, den Scheitelpunkt und die beiden Schenkelpunkte. Letztere werden zum Behuf der Aufnahme noch mit Richtstäben bezeichnet.

Auf freiem Felde könnte man Winkel mit bloßen Längenwerkzeugen nach den Sehnen messen, theilen und abstecken, wie auf dem Papiere mit dem Zirkel (§. 185.). Dieses Verfahren ist jedoch unbehülflich und in der Holzung, wenigstens zu größeren Vermessungen, unthulich. Daher führen wir eigene Winkelwerkzeuge, wovon der Meßtisch, die Meßscheibe, die Boussole und das Meßbrettchen im Forste am anwendbarsten

*) Die Winkelebene könnte auch schiefgelegen sein, doch kommt solche für unsern Zweck nicht in Betracht.

sind. Die andern Gradwerkzeuge eignen sich alle nicht zum leichten, einfachen und sichern Verzeichnen der aufgenommenen Forstfiguren.

§. 237. Der Meßtisch.

Der Meßtisch dient zur unmittelbaren Aufnahme des Grundrisses an Ort und Stelle und besteht aus dem Gestelle, Tischblatte, Absehlineal und dem übrigen Zubehör.

1) Das Gestell muß leicht wagrecht gestellt werden können und dann, besonders für den Meßtisch, fest genug stehen. Es besteht gewöhnlich aus einer starken Platte, an welcher drei derbe bewegliche Beine angebracht sind und außerdem drei oder vier aufrechtstehende Schrauben zum Wagrechtstellen des obern Theiles, worauf man das Tischblatt drehen und befestigen kann.

Der Meßtisch erfordert das stärkste Gestell, weil darauf ausführlich gezeichnet wird. Zur Prüfung desselben schraubt oder stellt man die Beine fest an und untersucht, ob diese nicht nachgeben; dann bewirkt man die wagrechte Stellung, welche sanft gehen muß und nicht wanken darf.

2) Das Tischblatt ist von weichem, gleichdichtem, nach des Stammes Halbmesser ausgespaltenem Holze, gegen das Werfen mehrfach zusammen geleimt, ohne Rahmen. An der untern Fläche befindet sich wohl noch eine besondere Vorrichtung zum genauern Herbeischieben des Tischblattes über den Standpunkt, wenn dies in dem Gestelle selbst nicht bewirkbar ist. Die Oberfläche muß vollkommen eben sein, was sich ergiebt, wenn eine richtige Linealseite allerwärts darauf paßt. Weiter muß sich das aufgestellte Tischchen in gleicher Ebene drehen, und daher muß eine, bei wagrechter Stellung aufgesetzte Wasserwage, während des Umdrehens, sich unverändert verhalten. An der Feststellung darf übrigens kein Mangel sein.

3) Das sogenannte Diopterlineal hat gewöhnlich zwei ganz senkrecht stehende Absehen, eine mit dem durchgehenden Schlitze, die andere mit dem Haare, beide etwas höher, als die halbe Länge des Lineals, wenn dasselbe in Bergen gebraucht werden soll. Die rechte Seite vom Lineale muß vollkommen gerade und wo möglich parallel mit der Absehlinie sein. Zur Prü-

fung wird diese Seite nach §. 173. untersucht, dann das Lineal auf das wagrecht gestellte Tischchen aufgelegt und damit nach einem langen, frei hängenden Lothfaden visirt, den das Haar durch alle Punkte des Schlitzes decken muß. Man führt wohl auch eine Kippregel mit Fernrohr, was umständlicher und beschwerlicher, zu größern Entfernungen aber vorzüglicher ist.

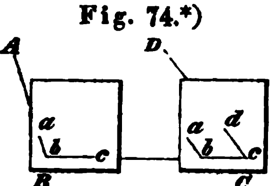
4) Außerdem erfordert der Meßtisch noch: Eine Wasser- oder Setzwage zum Wagrechtstellen; ein sog. Loth, um den Winkelpunkt auf dem Tische über den Standpunkt lothrecht zu stellen; die Orientirboussole, ein schmales, geradseitiges Kästchen mit einer Magnetnadel, die einige Grade Freiheit hat, zum versichernden Einrichten; eine Wachstuchdecke und einen Schirm gegen Regen und Sonne.

Zum Gebrauche wird das Tischchen mit ganz gleichem, feinem und festem Papiere überzogen, das man gegen die Feuchtigkeit und das Verziehen auf der untern Seite vorher mit geschlagenem Eiweiße netzt.

§. 238. Winkelaufnahme mit dem Meßtische. Fig. 74. 75. 76.

Um mit dem Meßtische Winkel aufzunehmen, stellt man denselben so auf, daß der entsprechende Scheitelpunkt der Zeichnung lothrecht über den Standpunkt kommt, und zugleich der vorher gezeichnete Schenkel genau in der Richtung seiner Linie liegt, bei übrigens wagrechter und fester Stellung, Fig. 74. Man bringt nämlich mittels des Lothes den Scheitelpunkt b über B, legt dann das Absehlineal an den schon gezeichneten Schenkel ba und richtet ba in BA. Ist Alles fest geschraubt, so legt man das Lineal links an b, dreht es in die Richtung BC und zieht rechts daran hin die Linie bc, alsdann ist abc der Winkel ABC. Die Länge der Linie wird auf dem ver-

Fig. 74.*)



*) Die Buchstaben B und C in Fig. 74. stehen nicht ganz richtig; sie müssen lothrecht unter b und c gedacht werden.

jüngten Maßstabe abgegriffen und aufgetragen. Nun bringt man das Werkzeug weiter mit c über C und cb in CB, visirt und längt die Linie cd ab u. s. f. Auf solche Art werden mehre Winkel mit ihren abgemessenen Schenkeln an einander gesetzt. Dabei visirt man durch die ganze Länge der Augenabsehe, um hier keinen Fehler zu begehen, zieht auch die Linie auf dem Tischchen möglich lang, oder erweitert ihre Richtung auf dem Rande zum sicherern Wiederanlegen.

Von dem Absehlineale gebraucht man nur eine Seite, gewöhnlich die rechte. Dadurch heben sich alle Fehler, die entstehen, wenn die Linealseite nicht in der Absehlinie liegt. Hätte

Fig. 75.

man z. B. in Fig. 75. zur Aufnahme des Winkels ABC ein Lineal mit schiefer Absehlinie und richtete sich damit, anstatt in BA, nach Ba ein, zeichnete mithin, anstatt der Richtung BC, die Richtung Bc: so würde ∠ aBc = ∠ ABC, denn die Abweichungen aBA und cBC sind gleich. Wäre die Linealseite mit der Absehlinie parallel und man gebrauchte diese

Fig. 76.

Seite zum Einrichten und Weiter-Visiren: so würde, wie in Fig. 76., der Winkel abc dem Winkel ABC gleich, weil die Schenkel parallel sind.

Eine große Unannehmlichkeit des Meßtisches ist das beschwerliche Beischieben des Zeichenpunktes über den Standpunkt. Daher begnügt man sich öfters wohl mit einer weniger genauen Aufstellung, woraus ein Fehler erwächst, dessen Größe von dieser Abweichung und von der Länge des Schenkels abhängt. Es giebt jedoch Hülfsmittel, jenes beschwerliche Beischieben ganz zu vermeiden. Man stellt nämlich das Werkzeug ohne Weiteres mit seiner Mitte über den Standpunkt und richtet die entworfene Linie vorläufig ein, mißt nun oben darauf, wie viel Zolle diese Linie seitwärts liegt, und läßt, nach rechts, oder links gegebenen, wie beim Ringelschießen gebräuchlichen Zählzeichen, den Richtstab um so viele Zolle rechts, oder links stecken. Wäre, in Fig. 76., B der Standpunkt und b der Zeichenpunkt, so müßte der Stab von A um bx

herüber in a kommen; ba müßte parallel mit BA und eben so bc parallel mit BC werden. Man könnte auch wohl Richttäfelchen von gewisser Breite führen und ungefähr so viel neben den Stab auf die halbe Tafel visiren, als die Abweichung beträgt.

Außerdem hat der Meßtisch für den Forstvermesser auch manche nicht unerheblichen Mängel. Das unmittelbare Auftragen im Walde erfordert nämlich zu viel Zeit, muß in zu gezwungener Stellung geschehen und strengt die Augen sehr an. Bei den andern Winkelwerkzeugen verrichtet man diese Arbeit im trocknen, hellen Zimmer auf dem geräumigen Tische, mehr sitzend, also bequemer, gelegener und genauer. Die Arbeit auf Papier ist im Freien zu sehr der Luftfeuchtigkeit unterworfen; öfters muß man unverrichteter Sache wieder nach Hause gehen, und endlich leidet die Zeichnung dennoch durch das Verziehen beim Abschneiden. Ein Mittel zum Messen des etwa verlangten Gradinhaltes, z. B. von Grenzwinkeln, gewährt der Meßtisch ebenfalls nicht.

Überdies gestattet die beschränkte Größe des Tischblattes nicht das ganze Auftragen eines größern Umfangs. Nimmt man auch ein Quadratnetz zu Hülfe und setzt die Meßzüge darauf ab: so veranlaßt dies wieder neue Mängel, und man ist keinesweges im Stande, auf einen recht sichern Schluß hinzuarbeiten. Daher dürfte der Meßtisch weniger zu den großen Umfangsmessungen im Walde passen, als auf das freie Feld, wo mit einmaligem Aufstellen rundherum viele Gegenstände leicht und sicher geschnitten werden können. Übrigens gewährt ein leichter Meßtisch im Forste zu kleinen Aus- und Abmessungen, welche sogleich an Ort und Stelle gefertigt werden müssen, ganz vorzügliche Dienste.

§. 239. Die Meßscheibe.

Die Meßscheibe unterscheidet sich von dem Meßtische dadurch, daß man stets aus dem Mittelpunkte nur die Richtung der Linien anzeichnet und zugleich nach Graden bestimmt.

Das Gestell dazu darf leichter sein, als am Meßtische. Die Scheibe selbst ist von Holz gut zusammengesetzt, oder von Messing, rund, am obern Rande mit einem in Grade eingetheilten Messingringe versehen, der zugleich das Papier hält; in der

Mitte befindet sich ein Kegel mit Schraubenmutter zu dem Absehlineale. Dieses ist auf der rechten Seite so ausgeschnitten, daß die Lineallinie in der Absehlinie liegt und die Mitte des Kegels und der Scheibe schneidet; an beiden Enden gehen Nonien von der Absehlinie aus. Die Absehen sind zu Messungen in Bergen etwas länger, als das halbe Lineal, und zum Vor- und Rückwärts-Visiren eingerichtet; jede hat nämlich Durchsichten und Haare zugleich. Die Kippregel ist auch hierbei beschwerlicher und nur zum Fernrohre erforderlich. Weiter braucht man noch eine Wasserwage, eine Orientirboussole und eine Decke gegen die Nässe. Die Scheibe selbst wird mit dünnem, festem, vorher mit geschlagenem Eiweiße genetztem Papiere überzogen.

Man prüft die Meßscheibe, nachdem man sich zuvor von der Brauchbarkeit des Gestelles überzeugt hat, beinahe wie den Meßtisch. Zuerst wird vermittelst eines Lineales die Ebenheit und durch eine aufgestellte Wasserwage die Horizontalbewegung der Oberfläche untersucht. Alsdann wird, bei wagrechter Stellung, das Lineal auf einen etwas entfernt davon angebrachten Lothfaden gerichtet und an der entgegengesetzten Seite ein anderer Lothfaden in dieselbe Absehlinie gehängt, was mit drei oben zusammengebundenen Stangen leicht thulich ist. Beide Lothfaden müssen durch alle Punkte der Absehen gänzlich geschnitten werden und mit den Absehen selbst in gerader Linie sein; eben so auch, wenn man die Absehen umdreht. Zieht man am Lineale, bevor dasselbe abgerückt wurde, eine Linie, so muß es in der umgedrehten Stellung genau wieder an diese schließen. Beim Festschrauben darf sich das Lineal nicht verziehen.

Die Richtigkeit der Gradeintheilung zu prüfen, führt man die Nonien darüber weg und untersucht, ob beide in allen Stellungen die Grade gleichmäßig bemessen und den Gradring ganz genau theilen. Auch könnte man das Maß eines ausgesteckten Probewinkels mehrfach in dem Kreise fortfassen, dann aus der Summe die Durchschnittsgröße suchen und diese mit den einzeln gefundenen Inhaltsgrößen vergleichen, wie hiernächst gezeigt werden wird.

§. 240. Winkelaufnahme mit der Meßscheibe.

Fig. 77.

Fig. 77. Um mit der Meßscheibe Winkel aufzunehmen, stellt man das Werkzeug gerade über den Scheitel- oder Standpunkt B wagrecht auf, wendet die Scheibe mit dem auf den Anfangschenkel ab festgestellten Lineale nach dem entsprechenden Richtpunkte A hin und befestigt sie in dieser Stellung, dreht nun das Lineal für sich nach dem anderen Richtpunkte C und schraubt es hier wieder fest. In dieser Richtung zieht man den zweiten Schenkel von b nach c und nimmt die Grade desselben ab. Gewöhnlich werden die Richtungen der Schenkel durch zwei kleine Striche nahe am Papierrande angezeichnet und mit der Bezeichnung der Standpunkte versehen. Eben so wird der Winkel in dem folgenden Punkte C aufgenommen. Man stellt nämlich das Werkzeug auf C, richtet es mit dem noch an b und c liegenden Lineale nach dem Standpunkte B fest ein, dreht dann das Lineal nach D und zieht die Striche c zu d u. s. w.

Beim versichernden Gebrauche der Orientirboussole, die im Laufe größerer Umfangsmessungen jede beträchtliche Verdrehung des Winkelverbandes zu erkennen giebt, richtet man gleich anfänglich den Nullpunkt vom Gradringe in die magnetische Nordlinie. Dann muß auf jedem Standpunkte die nach der letztern Standlinie rückwärts eingerichtete Scheibenstellung der zur Probe wieder angelegten Orientirboussole entsprechen.

Verlangt man die Größe eines Winkels ABC nach Graden, so wird die Scheibe auf den Scheitelpunkt B gestellt, mit dem Nullpunkte auf den einen Schenkel BA gerichtet und befestigt; hierauf dreht man das Lineal in den andern Schenkel BC und nimmt vorn am Gradringe die Winkelgrade ab. Wird nun abermals die Scheibe mit dem hier befestigten Lineale auf BA gerichtet und dann das Lineal wieder nach BC gedreht: so bekommt man den doppelten Winkel. Mittels dieser sogenannten Multiplikations-Methode läßt sich die Gradsumme des drei-, vier-

und mehrfachen Winkels zusammenfassen, von der die Durchschnittsgröße viel genauer ist.

Bei den gewöhnlichen Scheibenmessungen nimmt man nicht die besondern Winkelgrade, sondern nur die Neigungsgrade jeder Seite zu der in den Nullpunkt gerichteten Nordlinie. Daraus läßt sich aber der Winkelinhalt leicht berechnen. Hatte z. B. die Linie BA 175° 15′ und BC 308° 35′: so wäre der Winkel ABC = 308° 35′ — 175° 15′ = 133° 20′. Freilich muß dabei beachtet werden, von welcher Seite die Grade abgenommen sind, sonst bekommt man leicht den Nebenwinkel. Überhaupt hat man beim Gebrauche der Meßscheibe eine gewisse Gleichförmigkeit im Aufzeichnen zu beobachten, um nachmals die Lage der Schenkel sicher wieder bestimmen zu können. Das Lineal muß beim Weiter-Visiren allemal so genommen werden, daß die Absehlinie rechter Hand offen ist, und die Bezeichnungen müssen an beiden Richtstrichen in derselben Folge stehen, wie an den Standpunkten. Die Grade werden an der, dem Richtpunkte zugekehrten Seite abgenommen. Eben so richtet man auch das Werkzeug beim Wiederaufstellen.

§. 241. Winkelauftragen von der Meßscheibe.

Zum Auftragen der Scheibenmessung schneidet man die fertige Winkelscheibe los, befestigt dieselbe auf das Zeichenblatt und schiebt nach §. 187. die Linien der Folge nach ab und zusammen. Zeichnet man vorher auf das Innere der Winkelscheibe die Gradzehner vom Gradringe, so dient dies zum leichtern Auffinden der Linien, wenn die Grade jeder Linie im Vermessungsbuche bemerkt sind; wird zugleich jedes Strichelchen der Winkelscheibe vorher mit einem feinen Nadelstiche versehen, so läßt sich auch die Richtung sicherer abnehmen.

Hat man die Grade jeder Linie aufgeschrieben, so könnte wohl erst zu Hause die Winkelscheibe danach gemacht, oder, wie in §. 188. zu ersehen, gleich nach einer Gradscheibe aufgetragen werden.

Die Meßscheibe gestattet bei den Umfangsmessungen viel schnellere und leichtere Arbeit, als der Meßtisch; die Richtung der

Linien kann genauer und auf doppelte Art, durch Zeichnung und Gradeintheilung, bestimmt werden; die Messung ist weniger von der Witterung abhängig und gewährt durch den bei Grenzen öfters verlangten Gradinhalt ein Mittel mehr, die Schlußmängel zu berichtigen. Daher eignet sich dieses Werkzeug ganz besonders zu Forstvermessungen und ersetzt bei solcher Einrichtung die Stelle des gewöhnlichen Astrolabiums oder Theodolits vollkommen.

§. 242. Die Boussole.

Dieses Winkelwerkzeug bemißt die Abweichung jeder Standlinie vom magnetischen Meridian, d. h. von der Richtung der frei schwebenden Magnetnadel; letztere ist auf einem Stifte inmitten eines runden, mit Glas bedeckten Behältnisses aufgehängt und bewegt sich an einem Gradringe hin, worauf die Grade gewöhnlich links herum bis zu 360 fortlaufend gezählt sind. Ein Schieber dient dazu, die Nadel von außen hebend zu sperren. Außerhalb des Gehäuses, in der Richtung von 180 zu 360°, stehen auf einer linealförmigen Verlängerung der untern Platte zwei hohe Absehen, zum Rück- und Vorwärts-Visiren eingerichtet. Das Gestell dazu darf leicht sein, und an das ganze Werkzeug darf außer der Nadel kein Eisen kommen, während des Gebrauches nicht einmal in die Nähe.

Die Boussole wird auf folgende Art geprüft: Man untersucht zuerst die Stetigkeit des Gestelles, und ob die Boussole selbst die wagrecht gegebene Stellung beim Umdrehen behält; dann auch die Genauigkeit der Absehen vermittelst zweier Lothfaden, wie bei der Meßscheibe. Was die Nadel betrifft, so muß diese in fester, horizontaler Stellung der Boussole ganz wagrecht hängen; in allen Richtungen den Gradring genau theilen; mit Eisen aus ihrer Richtung gebracht, allmählich in gleichmäßig abnehmenden Schwingungen auf demselben Punkte wieder einspielen, auch nach zwei-, drei- und mehrmaligem Versuche; bei sanftem Umdrehen des Gehäuses nicht mit fortgehen und, wenn somit die Absehen verwendet in die erste Richtung kommen, mit ihrer Südseite genau den Gradpunkt wieder einnehmen, den vorher die Nordseite schnitt; endlich muß sie von der Sperrung ohne Schwanken sich

niederthun, und in das Gehäuse darf weder Wind noch Feuchtigkeit eindringen. Selten findet man eine Boussole, die solche Prüfung gänzlich besteht; öfters verliert auch die Nadel ihre magnetische Kraft mit der Zeit mehr oder weniger.

§. 243. Winkelaufnahme mit der Boussole.

Beim Messen mit der Boussole dreht sich der ganze Gradring mit der Absehlinie, und von der in Ruhe gekommenen Nadel wird die Richtung am Gradringe angegeben. Man stellt das Werkzeug über den Standpunkt wagrecht auf, visirt nach dem einen Richtpunkte, läßt die Nadel zur Ruhe kommen und bemerkt sich das Gradmaß an der Nordseite. Hierauf dreht man die Boussole nach dem andern Richtpunkte, visirt und nimmt hier wieder die von der Nordseite geschnittene Gradzahl ab. So wie die Stellung hierbei nicht wagrecht ist, hängt die Nadel seitwärts und zeigt unrichtig.

Um beim Auftragen auch ohne Handzeichnung gewiß zu sein, welche Richtung jede Linie von ihrem Anfangspunkte aus hat, nimmt man beständig eine gewisse Seite der Boussole voraus, gewöhnlich die mit dem Nullpunkte, und schreibt dann immer nur die Grade der Nordseite auf. Dazu muß aber die Bezeichnung der Linien im Vermessungsbuche genau passen. Z. B. 4 zu 3 bezeichnet, daß der Nullpunkt nach 3 zu gerichtet war. Die Boussole konnte ebensowohl auf 4, als auf 3 stehen. Es ist einleuchtend, daß man im Laufe der Umfangsmessung mit der Boussole den je zweiten Standpunkt überspringen kann. Dieses nennt man mit Springständen winkeln.

Was das Abnehmen der Grade betrifft, so müssen die kleinern Gradtheile unter $\frac{1}{2}$ freilich nach dem Augenmaße bestimmt werden. Es ist dabei am sichersten, nur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ anzusetzen und die weiter geschätzten Theile noch mit angehängtem + oder —, völlig oder kaum zureichend anzudeuten. Z. B.

$30\frac{1}{4}°$ = 30° 15′
$30\frac{1}{4}°$ + = 30° 20′
$30\frac{1}{2}°$ — = 30° 25′
$30\frac{1}{2}°$ = 30° 30′ u. s. w.

Die Vortheile dieser einfachern Bestimmung werden sich beim Gebrauche bewähren.

§. 244. Winkelauftragen von der Boussole.

Das Auftragen der Boussolenmessung geschieht am leichtesten und sichersten vermittelst der §. 188. beschriebenen Gradscheibe, worauf aber die Grade nach der entgegengesetzten Richtung gezählt sein müssen, also rechts herum, wenn die Zahlen auf der Boussole links herum gehen, weil an der Boussole der Gradring um die Nadel, auf der Gradscheibe aber das Lineal um den Gradkreis gedreht wird. Hat man bei der Messung den Nullpunkt immer vorn gehabt und die Grade stets an der Nordseite genommen: so ist beim Auftragen diejenige Seite vorn, wohin die zugehörige Zahl auf der Gradscheibe weis't.

Auch kann das Auftragen mit der Boussole selbst geschehen, welche zu diesem Zwecke auf ein Brettchen befestigt wird, dessen Längsseiten mit der Visirlinie, d. h. mit der Richtung von 180 zu 360°, parallel laufen. Bei großen Boussolen ist dies Verfahren unbehülflich, für kleinere aber, deren Nadeln bald zur Ruhe kommen, sehr rasch fördernd. — Endlich könnte man auch eine Winkelscheibe nach der Boussolen-Messung auf der Meßscheibe fertigen und danach auftragen.

Obgleich die Boussole zur Aufnahme einzelner Winkel und kleiner Figuren in großem Maßstabe, so wie zu Feldmessungen keinesweges genügen kann: so gewährt sie doch bei ausgedehnten Umfangsmessungen, die in kleinerm Maßstabe aufgetragen werden, unter sonst günstigen Umständen, die besten Schlüsse, weil die Richtung jeder Linie ganz für sich nach der allgemeinen Magnetlinie bestimmt wird, also ein fehlerhaftes Verdrehen ganzer Meßzüge (§. 192. 8.) nicht entstehen kann. Daher gebraucht man auch die Orientirboussole zur Versicherung bei dem Meßtische und der Scheibe; ja man richtet diese Werkzeuge ganz allein danach, wo eine Abirrung der Magnetnadel eben nicht zu besorgen ist, und winkelt dann gleichfalls mit Springständen.

Die leichte und schnelle, von feuchter Witterung weit weniger abhängige Arbeit mit der Boussole würde dieses Werkzeug

ohne Ausnahme zu dem vorzüglichsten für Forstvermessungen erheben, wenn der Magnetnadel nicht manche, selbst noch unbekannten Mängel und Schwächen beiwohnten, so daß dieselbe ihre guten Dienste öfters versagt. Sie wird nämlich im richtigen Einspielen durch nahe gebrachtes Eisen, durch Reiben des Glases, ja selbst vom Sonnenscheine gestört; sie wird unstet und träge bei anhaltendem Gebrauche, zumal in Gewitterluft; sie irrt auf gewissen eisenhaltigen Gebirgsarten, wie namentlich auf Basalt, Grünstein, eisenreichem Granit u. s. w., zumal an großen Bergmassen, beträchtlich ab. Auch ist zu berücksichtigen, daß im Laufe der Zeit die Abweichung der Magnetnadel vom geographischen Meridian (die Deklination) sich ändert, und daß jede Magnetnadel ihre eigene Abweichung hat.

Daher ist die Boussole nur in den Forsten der Ebene und des niedrigen Hügellandes bei gehöriger Vorsicht sicher zu gebrauchen, im Gebirge aber weniger zuverlässig. Hier verbindet man sie als Orientirboussole mit der Meßscheibe und findet dabei eine sehr gute Gelegenheit, ihren Mängeln mehr auf die Spur zu kommen.

§. 245. Das Meßbrettchen.

Dieses, einem jeden unterrichteten Forstmanne unentbehrliche Taschenwerkzeug dient bald zum Abstecken wagrechter und gegebener schiefer Linien und Winkel, bald zum Messen der Schläge, der Blößen und anderer kleinen Forststücke, bald zum Bestimmen der Bodenneigung, der Baumhöhen u. dgl. m. Ein gutes, trockenes Brettstück, ungefähr 5 bis 6 Zoll im Geviert und 1 Zoll stark, ist mit einer Messingtafel belegt; darauf befindet sich ein genaues Quadratnetz, dessen Außenseiten 20 gleiche Theile haben, die mit beiderseits übereinstimmigen Ziffern 10, 20, 30 u. s. w. bis 100 bezeichnet sind. Von derjenigen Quadratecke, wo die Zahlen beider Seiten ihren Anfang nehmen, ist ein Viertelkreis durch die zwei nächsten Ecken gerissen und in ganze und halbe Grade getheilt, welche mit den nöthigen Ziffern versehen sind. Durch jene Hauptecke geht ein Loch, worin vermittelst eines eingepaßten Zapfens entweder ein Lothfaden, oder ein klei-

nes Absehlineal mit Nonius befestigt wird, wie es eben der Gebrauch erfordert. An einer Nebenseite des Brettes dient ein Loch zum Unterbringen des Lothes. Auf der Rückseite befinden sich, etwa einen Zoll vom Rande ab, vier gerade, senkrecht auf die Brettfläche und parallel mit dem Quadratnetze gerichtete Sägeschnitte, bis über die Hälfte des Brettes eingesenkt; in der Mitte ist ein viereckiges Zapfenloch zum Befestigen des Meßbrettchens an oder auf einen Stellstab, was mit einem hölzernen, einerseits viereckigen, andrerseits runden Zapfen geschieht. Der Stellstab hat zwei Zapfenlöcher, eines oben für die horizontale und das andere seitwärts dicht darunter für die vertikale Aufstellung; durch die Achsen dieser Zapfenlöcher geht ein gemeinschaftlicher Spalt, welcher mit einer Klemmschraube gespannt werden kann. Dieser Stab dient zugleich als Zollstab und als Klaftermaß. Statt seiner kann man sich auch eines ganz leichten Stativs bedienen.

Zur Prüfung dieses Meßbrettchens wird zuvörderst das Quadratnetz (§. 177. 3.) untersucht und die Gradeintheilung durchgesehen, besonders, ob die Grade von beiden Seiten her gleichen Abstand haben zu dem Quadratnetze. Hierauf nimmt man das Werkzeug in's Freie, steckt es wagrecht auf und läßt nach allen vier Richtungen der Einschnitte Richtstäbe ausstecken. Hier müssen je zwei Parallelschnitte auf einen und denselben Stab hinweisen, so weit es ihr Abstand erlaubt; eben so muß auch das oben aufgesetzte Absehlineal, genau an die Außenseiten des Quadrates angelegt, die Stäbe vor- und rückwärts schneiden. Daraus ergiebt sich, daß die Einschnitte und die Netzlinien gleichlaufend sind. Dreht man nun das Werkzeug weiter auf jeden andern Richtstab, so müssen die Einschnitte und das Absehlineal alle vier Richtstäbe wieder rechtwinkelig treffen. Eben so werden alle andern, zum Abstecken von Rechtwinkeln dienenden Werkzeuge mittels der gleichen Nebenwinkel geprüft.

§. 246. Winkelaufnahme mit dem Meßbrettchen.

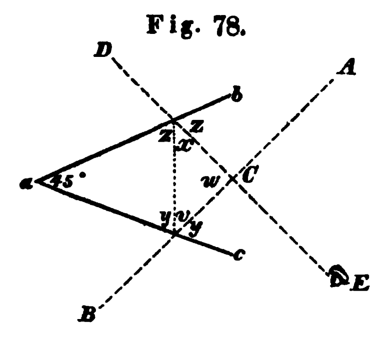
Der uns hier eben vorliegende Gebrauch des Meßbrettchens besteht im Messen wagrechter Winkel mit dem Viertelkreise, womit sich auch jeder größere Winkel durch seinen Nebenwinkel be-

stimmen läßt. Man steckt das Absehlineal auf, welches zum Rück- und Vorwärts-Visiren eingerichtet sein muß, setzt das Brettchen auf den lothrecht und fest in den Scheitelpunkt eingesteckten Stellstab, richtet dasselbe mit dem auf dem Nullpunkte liegenden Lineale nach dem einen Richtstabe und klemmt den Zapfen fest ein; nun dreht man das Lineal nach dem andern Richtstabe, versichert sich durch den untern Einschnitt, ob das Brettchen noch in der ersten Richtung steht, und nimmt alsdann die Grade des Winkels ab. Ist ein stumpfer Winkel zu messen, so kommt das Meßbrettchen in den Nebenwinkel. Die Summe der gefundenen Umfangswinkel prüft man nach §. 158.

Das Auftragen der nun nach ihrem Gradinhalte bekannten Winkel geschieht vermittelst eines großen Transporteurs (§. 184.), oder vermittelst der Sehnen (§. 185.), die sich auf dem Meßbrettchen auch unmittelbar abnehmen ließen. Bei etwas größern Figuren könnte man eine Gradscheibe gebrauchen, oder ein Winkelblatt auf der Meßscheibe dazu entwerfen. Es würde jedoch zu viel verlangt sein, wenn dieses einfache, zum täglichen Gebrauche des Forstwirthes geeignete Werkzeug auch zu größeren Vermessungen dienen sollte.

§. 247. Der Winkelspiegel *). Fig. 78.

Fig. 78.



Der Reichenbach'sche Winkelspiegel besteht im Wesentlichen aus zwei kleinen Planspiegeln, welche — einander zugekehrt — so verbunden sind, daß ihre Vertikal-Ebenen ab und ac einen Winkel von 45° bilden. Sie sind an zwei etwas größeren Messingplatten befestigt, welche unter den Spiegeln längli-

*) Obschon nicht zu den eigentlichen Winkelwerkzeugen gehörig, verdient dennoch der wegen seiner bequemen Führung beliebte und allgemein bekannte Winkelspiegel hier eine nähere Erwähnung.

che Einschnitte haben, übrigens oben und unten, des bessern Haltes wegen, mit gleichen horizontalen Messingplatten geschlossen sind, während die Vertikal-Seite bc offen bleibt. An der untern Horizontalplatte ist eine Handhabe angebracht und mittels einiger kleinen Schrauben lassen sich die beiden Spiegel entweder mehr nähern oder entfernen und dadurch das Instrument nöthigen Falls justiren.

Der Winkelspiegel wird vorzüglich gebraucht, um in einer geraden Linie AB (z. B. in einer Standlinie) den Punkt C zu finden, von welchem aus eine Senkrechte (z. B. die Abstandslinie) den außerhalb AB gelegenen Punkt D trifft. Zu dem Ende werden zwei Stäbe in A und D ausgesteckt, der Winkelspiegel aber wird beiläufig in der Gegend von C an der Handhabe möglichst senkrecht über die Linie AB gehalten, und zwar so, daß das Auge E des Beobachters durch die Öffnung unter dem Spiegel ab hindurch den Stab D unmittelbar sehen, zugleich aber auch auf dem darüber befindlichen Spiegel das Spiegelbild des Stabes A erblicken kann, welches letztere, zuerst auf dem Spiegel ac einfallend, von da nach dem Spiegel ab und von diesem in das Auge des Beobachters reflektirt wird. Der Beobachter rückt nun so lange in der Linie AB auf oder ab, bis das wirkliche Bild des Stabes D und das reflektirte des Stabes A in einer senkrechten Linie übereinander erscheinen, und er hat dann den Punkt C erreicht, über welchem D senkrecht auf AB steht. Denn

$\measuredangle y = \measuredangle y$ } (da der Lichtstrahl unter dem Einfalls-
$\measuredangle z = \measuredangle z$ } winkel wieder reflektirt wird);

ferner

$$\measuredangle z + \measuredangle y = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

folglich auch

$$2\measuredangle z + 2\measuredangle y = 135^\circ \times 2 = 270^\circ.$$

Da nun

$$2\measuredangle z + \measuredangle x + 2\measuredangle y + \measuredangle v = 360^\circ$$

und

$$2\measuredangle z + 2\measuredangle y = 270^\circ,$$

so muß

$$\measuredangle x + \measuredangle v = 90^\circ,$$

und da überdies auch

$$\measuredangle v + \measuredangle x + \measuredangle w = 180^\circ,$$

aber $\measuredangle v + \measuredangle x = 90^\circ,$

so muß $\measuredangle w = 90^\circ$

und folglich CD senkrecht zu AB sein.

§. 248. Allgemeine Fehler beim Winkelmessen.

Wegen der allgemeinen Fehler, welche bei der Winkelmessung vorkommen, wäre hier Folgendes zu bemerken:

1) Zuvörderst entspringen Winkelfehler aus der schiefen Stellung des Werkzeuges. Neigt sich die Winkelebene des Werkzeugs mit beiden Schenkeln gleichmäßig unter oder über die Horizontal-Ebene: so wird der Winkel kleiner. Ist diese Neigung ungleichmäßig, mit einem Schenkel höher und mit dem andern tiefer: so kann der Winkel größer ausfallen, je mehr die Abweichung beträgt. Trigonometrische Berechnungen ergeben, daß eine schiefe Stellung von 1° kaum 10″, von 2° kaum 36″, von 3° kaum 1′ 20″ und von 4° etwa 2½ Minuten gegen den wagrechten Winkel fehlt. Hiernach ist die nöthige Genauigkeit im Wagrechtstellen unserer Winkelmesser leicht erreichbar, indem schon eine mittelmäßige Wasserwage kaum um 10′ abweicht.

2) Bei den Winkelwerkzeugen, welche rückwärts eingerichtet und dann festgestellt werden, entsteht leicht ein Verdrehen, wenn die Stellung mit dem Umdrehen des Absehlineales nachgiebt. Dieses ist der gewöhnlichste und größte Fehler in Folge eines mangelhaften Gestelles, oder vernachlässigter Befestigung. Bei dem Meßtische kommt derselbe am leichtesten vor, weil darauf mehr außerhalb der Mitte gearbeitet werden muß. Bei der Meßscheibe sucht man ihn durch wechselweises Umdrehen des Lineales zu heben. Bei dem Meßbrettchen wird dieser Fehler durch die untern, versichernden Absehen vermieden. Bei der Boussole kann ein solcher gar nicht Statt finden; die Nadel behält ihre eigene unabhängige Richtung und macht somit auch das Verdrehen anderer Werkzeuge bemerklich. Überhaupt muß dieser Fehler

immer in mäßigen Grenzen bleiben, wenn das Gestell tüchtig und der Vermesser vorsichtig ist.

3) Die Excentricität oder das Abweichen des Kreisringes aus dem Mittelpunkte giebt sich in Vollkreisen leicht zu erkennen, wenn der Gradring von dem Absehlineale, oder von der Nadel nicht allerwärts gleich getheilt wird. Dieser Fehler ist bei den neueren Winkelmessern sehr selten. Übrigens entsteht auch bei dem Meßtische und der Scheibe ein ähnlicher Fehler, wenn die Linealseite von der Visirlinie abweicht; hier wird derselbe, wie schon bekannt, durch den Gebrauch einer einzigen Linealseite vermieden.

§. 249. Abstecken gegebener Winkel.

Das Abstecken bestimmter Winkel ist nun eine leicht zu lösende Aufgabe. Dazu hat man im Freien den Scheitelpunkt und eine zur Richtung dienende Linie als Schenkel, wo eben nicht nach der Magnetnadel gerichtet wird, auf dem Werkzeuge aber den Winkel entweder in Graden, oder vermittelst Zeichnung. Man stellt den Winkelmesser auf den Scheitelpunkt, richtet denselben nach der Bestimmung ein und visirt damit den verlangten andern Schenkel ab. Mit der Boussole geht das am kürzesten; diese wird sogleich nach den bestimmten Graden gerichtet.

4. Zusammengesetzte Linien aufzunehmen.

§. 250. Umfangs- und Grenzmessungen. Fig. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

Die bei allen Vermessungen am häufigsten vorkommende Aufnahme vieleckiger und krummer Linienzüge (Umfänge, Grenzen) geschieht durch Abmessung der Abstände von angenommenen Standlinien, welche letztere zu einfachen Hülfsfiguren verbunden werden (§. 196.).

Die Winkelpunkte der angenommenen Hülfsfigur oder mit anderen Worten die Standlinien bezeichnet man zunächst im Freien mit Standpfählen, welche mit Ziffern versehen sind.

Die gegenseitige Neigung der Standlinien wird nun durch geeignete Winkelmessung festgelegt; es werden hierauf von denselben die nöthigen Abmessungen rechts und links bewirkt und dabei schließlich auch die ganze Länge der Standlinien bestimmt. Die Ergebnisse dieser Messungen werden entweder in einer sauber und sorgfältig geführten Handzeichnung (Brouillon) aufgezeichnet oder, was vorzuziehen ist, in einem besondern Vermessungsbuche, etwa nach folgendem Schema, genau notirt:

Standpunkt. Nr.	Winkel.		Längen.			Abmessungen.
	Gr.	Mn.	Zähl.	+	Fuß.	
1—2.	174	8	III *)	10	130	bei 34′ bch. — b. 72′ l. ein, bis 93′ in d. Gr. — bei 93′ r. ab.
2—3.	171	37	III	36	156	b. 38′ l. 5′ Gzgr. — b. 52′ l. 11′ an d. Ecke, dann in d. Gr. fort, 27′ i. d. Ecke. — b. 87′ l. 14′ bch. u. 24′ an d. Ecke u. s. w.
3—4.	149	35	IV	8½	168½	b. 85′ l. eine Senkrechte ab ab; davon bei 30′ r. 13′. — b. 38′ l. 12′ r. 15′ — bei 84′ l. 25′ u. s. w.

Von jeder Standlinie wird im Vermessungsbuche die Bezeichnung, der Winkel, die Länge und die davon gemachte Abmessung niedergeschrieben. Die Standlinie bezeichnet man gleich vorn mit den Ziffern ihrer beiden Standpfähle, und zwar in derjenigen Folge, in welcher gemessen wird, damit weder über rechts und links, noch sonst ein Zweifel entstehe; ihren Winkel trägt man als Neigung zur Nordlinie, oder zu der vorliegenden Seite ein, und ihre Länge schreibt man sicherer auf

*) Die Kettenlänge ist hier zu 4 Ruthen angenommen; ein Zähler entspricht also 40 dc′ und III Zähler = 120 dc′.

in der gefundenen Anzahl ganzer Kettenzüge (nach Zählern) mit dem übrigen Kettenstücke. Dahinter kommen die von jeder Standlinie gemachten Abmessungen, wobei man alle gebrauchten Hülfspunkte mit kleinen Buchstaben andeutet, die einfachern Abmessungen bloß mit bestimmten und leichten Abkürzungen niederschreibt und nur von den verwickelteren eine Figur flüchtig beizeichnet. Um Irrungen in der Zahlenbedeutung zu vermeiden, drückt man alle Längengrößen in Fußen aus und schreibt die Ziffern der Standpunkte größer, als die der genommenen Maße. Die mancherlei Krümmen und Ecken der zu messenden Linien werden auf folgende Weise bestimmt:

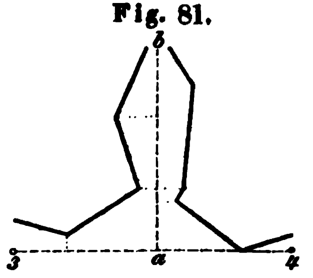
Fig. 79.

1) Mittels der Standlinie selbst, wo diese die Grenzlinie durchschneidet, in sie einfällt, oder von ihr ausfällt. Hier heißt es z. B. in dem Vermessungsbuche hinter der Bezeichnung 1 zu 2: bei 34′ bch. (durch die Grenze) — b. 72′ l. (links) ein, bis 93′ in der Gr. — b. 93′ r. (rechts) ab.

Fig. 80.

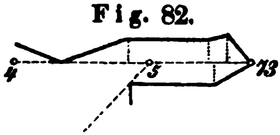
2) Gewöhnlich bestimmt man die Grenzpunkte von der Standlinie aus durch kurze Abstandsmessungen; die langen weichen, wie bekannt, leicht ab und verrücken den Grenzpunkt seitwärts. Hierbei ist die Länge der Standlinie bis zu dem Richtpunkte nebst dem Abstande aufzuzeichnen. Z. B. von 2 zu 3: b. 38′ l. 5′ Gzgr. (Grenzgraben). So einfach bleiben aber die Abstandsmessungen nicht immer. Es kann die Abstandslinie an eine Ecke treffen und in der Grenzlinie fortlaufen, bis in eine andere Ecke: b. 52′ l. 11′ an d. Ecke, alsdann in der Gr. fort, 27′ in der Ecke. Oder es kann die Abstandslinie die Grenze durchschneiden und jenseits eine Ecke treffen: b. 87′ l. 14′ bch. u. 24′ an d. Ecke. Weiterhin bestimmt man dann die innere Ecke. Auch kann die Abstandslinie eine Ecke treffen, dann in der Grenze bis zur andern Ecke fortlaufen und jenseits die Grenze nochmals durchschneiden: b. 134′ l. 6′ an d. Ecke, dann in d. Gr. fort, 16′ von d. Ecke ab und 23′ an d. Gr. — u. s. w.

Fig. 81.



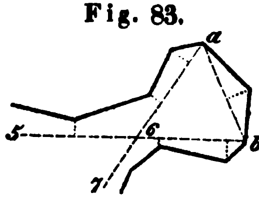
3) Bisweilen mißt man von einer Senkrechten aus wieder besondere Abstände. Z. B. von 3 zu 4: b. 85′ eine Senkrechte ab l. ab; davon: b. 30′ r. 13′ — b. 38′ l. 12′ r. 15′ — b. 84′ l. 25′ — b. 101′ r. 22′ — b. 132′ l. 3′ r. 3′ Ende u. Wgmt. (Wegmitte). Diese Hülfslinie muß aber genau gerichtet sein; es kann dazu auch ein schiefer Winkel dienen.

Fig. 82.



4) Öfters können die Standlinien über einen Standpunkt hinaus verlängert werden, z. B. von 4 zu 5: . . . D. vl. L. hinter 5: b. 35′ l. 16′ — b. 40′ r. 11′ — b. 46′ l. 18′ — b. 61′ Grst. (Grenzstein) N. 73.

Fig. 83.



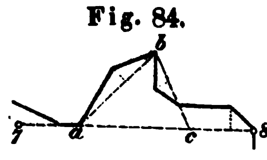
5) Eben so können zwei Standlinien verlängert und in diesen Verlängerungen wieder mit einer Nebenlinie verbunden werden. Z. B.

Von 5 zu 6: . . . D. vl. L. hinter 6: b. 13′ r. 7′ — b. 56′ r. 13′ — b. 67′ Gr. Ecke und b.

Von 6 zu 7: . . . D. vl. L. hinter 6: b. 29′ l. 6′ — b. 59′ l. 12′ — 73′ GrE. und a.

Von a zu b: 70′ — b. 39′ l. 15′.

Fig. 84.



6) Auch können an die Standlinie selbst Hülfsdreiecke gesetzt werden. Hier zeichnet man z. B. die Längen von 7 zu a und von 7 zu c, von ab und von bc auf. Die Abmessungen von solchen Nebenlinien sondert man in dem Vermessungsbuche ab, um sie nicht mit denen der Standlinie zu verwechseln. Auf gleiche Weise könnte auch ein rechtwinkeliges Trapez angesetzt werden.

Nicht selten krümmen sich die auszumessenden Linien so, daß

zu ihrer ganz genauen Bestimmung unzählige Abmessungen nöthig wären. In solchen Fällen gleicht man die Krümmen etwas aus, so weit es der erforderliche Genauigkeitsgrad und vornehmlich die Größe des Maßstabes gestatten.

5. Einige andere hierher gehörige Aufgaben.

§. 251. Eine gerade Linie durch Gehölz abzustecken, wenn mehre Richtpunkte dazu erforderlich sind. Fig. 85.

Fig. 85.

A B C D E F N

Soll z. B. eine Schlaglinie durchgesteckt werden, so tritt man auf den einen Endpunkt A und läßt auf dem andern N Zeichenrufe thun, um zuerst eine ungefähre Richtung zu bekommen. Nun stellt man die Gehülfen, etwa Holzhauer, dem erhaltenen Rufe nach bis an N, und zwar so, daß einem jeden die darauf folgenden zwei sichtbar sind. A muß nämlich B und C, B muß C und D, C muß D und E sehen u. s. w. Jetzt richtet A den Mann B in die Richtung AC, hierauf B den Mann C in BD, C den Mann D in CE, endlich E den Mann F in die Richtung EN. Während deß fängt dasselbe Richten von A aus wieder an, und dies wird so lange fortgesetzt, bis Alles in die Gerade AN eingerückt ist.

Wird mehr Genauigkeit erfordert, oder fehlt es an Leuten: so schafft man sich die nöthigen Stäbe bei, steckt diese eben so aus, geht selbst von Stab zu Stab und richtet den je nächsten Stab durch einen einzigen mit fortrückenden Gehülfen, bis Alles gerade ist.

§. 252. Eine gerade Linie durch Gehölz abzustecken vermittelst einer Probelinie. Fig. 86.

Fig. 86.

A b c d n B C D N

Von dem gegebenen Anfange A steckt man nach dem aus N erhaltenen Zeichenrufe in ungefährer Richtung ohne Weiteres gerade fort bis neben den Endpunkt N, mißt diese Probelinie An und

den senkrechten Abstand nN, schlägt auch von A aus in gewissen Entfernungen, etwa alle 10 Ruthen, in b, c, d . . . Pfähle. In dem dadurch aufgenommenen rechtwinkeligen Dreiecke AnN, in welchem die Katheten An und nN bekannt sind, können nun alle Senkrechten, die sich aus den bezeichneten Punkten b, c, d hinüber zu AN ziehen lassen, berechnet werden, als Parallelen mit nN (§. 149.). Es ist nämlich

$$An : nN = Ab : bB = AC : cC = Ad : dD \ldots;$$

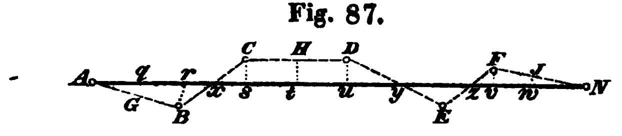
daher $bB = Ab \times \frac{nN}{An}$, $cC = Ac \times \frac{nN}{An}$, $dD = Ad \times \frac{nN}{An}$ u. s. w.

Wäre $nN = 1^0\,5'$ und $An = 60^0$ und $Ab = bc = cd = 10^0$: so wäre $bB = 100' \times \frac{15'}{600'} = 2\frac{1}{2}'$, $cC = 5'$, $dD = 7\frac{1}{2}$ u. s. w.

Diese Zwischenabstände mißt man nun von An aus b, c, d . . . senkrecht hinüber und bestimmt damit die innern Punkte B, C, D . . . der Graben AN, die danach weiter ausgeführt wird.

§. 253. Eine lange gerade Linie durch den Wald zu stecken vermittelst eines Meßzugs.

Fig. 87.



Man steckt von dem Anfange A zu dem Ende N durch die mehr offenen Stellen einen aus kürzern Standlinien zusammengesetzten Meßzug ABC . . . N, der die verlangte gerade Linie mehrmals trifft, mißt die Standlinien AB, BC, CD . . ., hierauf die Winkel ABC, BCD . . . und trägt das Ganze auf. In dem dadurch erhaltenen Grundrisse zieht man die Gerade von A nach N, nimmt mit Hülfe des gebrauchten verjüngten Maßstabes die Längen Bx, Dy, Ez und die von den Standlinien ausgehenden Abstände, wie Gq und Br, von AB, Cs, Ht und Du von CD, Fv und Iw von FN ab.

Mit diesen Maßen begiebt man sich wieder zur Stelle und steckt die Punkte x, y, z . . . q, r, s . . . nebst dem Anfangswinkel BAN aus. Dadurch ist die Richtung der verlangten Linie

von außen und innen gegeben. Nun nimmt man das Abstecken selbst vor und berichtigt die dabei erschienenen kleinen Abweichungen einzelner Punkte so gut als thulich, bis die Aufgabe dem Zwecke gemäß gelöst ist. Mit dem Meßtische läßt sich diese Arbeit gleich auf der Stelle vollführen.

§. 254. Gerade Linien im Forste abzustecken nach dem Grundrisse.

Zum Abstecken gerader Schlaglinien oder Stellwege in einem vermessenen Forste sind die beiden Endpunkte gegeben und gewöhnlich der Winkel, den die Linie mit einem Hauptgestelle, einer Stand- oder Grenzlinie macht. Man stellt den Winkelmesser sogleich auf den Anfangspunkt, giebt damit die Richtung an und steckt in derselben fort bis zu Ende. Trifft etwa die abgesteckte Linie den Endpunkt nicht sogleich: so ist nach Maßgabe der gefundenen Abweichung von vorn herein etwas beizurichten, oder die erste Linie nur als Probe zu gebrauchen, nach §. 252.; es müßte denn eine weniger gerade Linie eben genügen.

Hier und da durchschneidet wohl die abzusteckende Linie einen oder den andern schon festgelegten Meßzug, dann können die Durchschnittspunkte und selbst die Durchschnittswinkel auf den noch vorhandenen Standlinien im Voraus abgesteckt werden, um mehr Anhalt zu gewinnen.

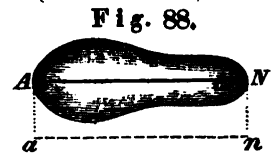
Ist die Linie nach Boussolen-Graden bestimmt, und man verlangt mehr Genauigkeit in der Richtung, als die Boussole an sich gewähren kann: so wird die mittels der Orientirboussole aufgestellte Meßscheibe gebraucht, von der sich die Gradtheile genauer abnehmen lassen. Doch ist die besondere Abweichung der vorhandenen Boussole zu berücksichtigen, im Falle dieselbe nicht so eben zur Vermessung gedient hat.

Sehr lange Linien sichert man gegen das allmähliche Abweichen durch den Mitgebrauch einer Boussole, nach der man die abgesteckte Richtung öfters prüft. Nicht selten wird die Linie im

Ganzen genauer, wenn man von Stück zu Stück die Fortsetzung nach der Boussole wieder von neuem richtet. Die dadurch entstehenden, sich wieder ausgleichenden unmerklichen Wendungen verschwinden beim Aushauen gänzlich, wogegen eine einzige durchgängige Krümme nachher erst recht sichtbar wird.

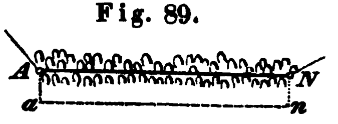
§. 255. Unzugängliche Entfernungen mittelbar zu bestimmen. Fig. 88. 89. 90. 91.

Fig. 88.



1) Ist eine übersehbare Länge AN auszumitteln, so steckt man aus A und N gleich lange Senkrechte Aa und Nn herüber auf eine meßbare Strecke und mißt nun an anstatt AN. Als gegenüberliegende Seiten eines Parallelogrammes sind beide Linien gleich.

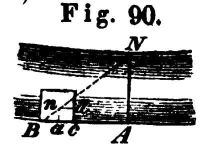
Fig. 89.



2) Geht die Linie AN in einem Waldsaume hin, wie öfters bei verwachsenen Forstgrenzen: so steckt man von A und N die gleichen Abstände Aa und Nn vorläufig herüber auf's Freie, so daß von a nach n gesehen und gemessen werden kann. Nun berichtigt man a und n, indem man mittels der Linie an die Abstände aA und nN genauer richtet und abgleicht. Dann wird an statt der gleichen Länge AN gemessen.

Trägt man denselben Abstand aA mehrmal von der Linie an hinein, so ergiebt sich auch die Grenzlinie AN, wofern noch ein Durchhieb gemacht werden sollte.

Fig. 90.



3) Die Breite AN einer unzugänglichen Fläche mit dem Meßbrettchen auszumitteln, setzt man an A eine Senkrechte AB und mißt sie ab, stellt das Brettchen auf B, richtet den einen Schnitt nach A und visirt mit dem Faden oder Lineale nach N. Nun zählt man auf der Seite Bc bis Ba so viele Maßeinheiten ab, als die Linie BA wirklich mißt, geht

von a rechtwinkelig hinein bis an die Visirlinie Bn und von da wieder heraus an die andere Seite; die dort an d stehende Zahl benennt die Entfernung AN in dem zur Einheit gebrauchten Maße. Denn Ban auf dem Meßbrettchen und BAN auf dem Boden sind ähnliche Dreiecke; Ba enthält die Zahlen des Maßes von BA und an, oder cd die von AN.

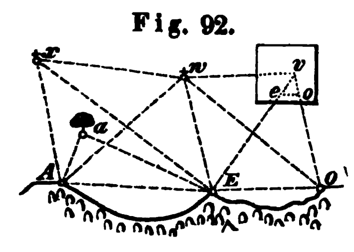
Fig. 91.

4) Ist die Linie AN weniger frei, so findet man wohl irgend einen Punkt B, aus welchem A und N zugänglich sind. Von demselben aus werden BA und BN so wie der Winkel ABN gemessen und aufgetragen, dann wird auf der Zeichnung die Länge von AN ermittelt.

Oder man steckt sogleich an Ort und Stelle ein dem Ganzen ähnliches Dreieck Ban mit zwei verhältnißmäßigen Seiten und gleichem Zwischenwinkel ab, mißt an und berechnet AN nach der Proportion Bn : BN = an : AN (§. 151.).

§. 256. Ein Dreiecknetz aufzunehmen in der Forstumgebung. Fig. 92.

Fig. 92.



Von je zwei freien Standpunkten des gemessenen Forstumfanges, z. B. A und E, visirt man nach den davor gelegenen aufzunehmenden Außenpunkten, wie a, w, x, und bestimmt dadurch die Dreiecke AEa, AEw, AEx. Hieraus ergeben sich in der Zeichnung die Punkte a, w, x. Weiter schneidet man von einem dritten, vierten . . . Umfangspunkte, z. B. O, nicht nur schon bestimmte Außenpunkte, wie w, zur Versicherung, sondern auch andere neue Gegenstände. Von den festgelegten Außenpunkten erweitert man dann die Dreieckaufnahme immer mehr, so daß alle ausgezeichneten Punkte der Forstumgebung, als Thurmspitzen, einzelne Gebäude, Bäume, Kreuzwege und dergleichen, von dem Forstumfange aus richtig verzeichnet werden können.

Das danach aufgetragene Netz wird nachmals auf einzelne Meßtischblätter vertheilt, zur nähern Aufnahme der dazwischen gelegenen Wohnplätze, Wege, Gewässer, Gehölze u. s. w.

Ist ein solches Netzstück auf dem Meßtischblatte mit der Nordlinie orientirt, so läßt sich an Ort und Stelle jeder beliebige Punkt, z. B. v, nachtragen. Über demselben stellt man das Tischchen in die Nordlinie gerichtet auf, also eo mit EO parallel, visirt von e nach E und zieht ev, eben so ov nach O und o. Der Durchschnittspunkt v ist der verlangte weitere Netzpunkt.

§. 257. Bestimmte Punkte, Linien und Figuren von neuem wieder fest zu legen. Fig. 93. 94.

Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Maße bekannt sind und an Ort und Stelle eine sichere Anbindung nicht mangelt.

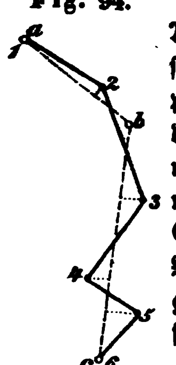
Fig. 93.

1) Ist durch einen wegzunehmenden Pfahl x der Punkt für einen Pflänzling oder einen Grenzstein gegeben: so zieht man mit einer Schnur zwei über x sich kreuzende Linien und bezeichnet ihre Richtung mit den Punkten a und b, c und d. Dann kann der Pfahl ausgehoben, das Loch gemacht und der Gegenstand, mittels der wieder angelegten Schnur, richtig in den Kreuzpunkt x gesetzt werden.

2) Sind im Walde gerade Stellwege verwachsen, oder bei neuen Anlagen wieder herzustellen: so sucht man auf ihrer größten übersehbaren Länge die Richtung der alten Mittellinie, verlängert diese nach beiden Enden und steckt davon die mangelnden Seitenlinien ab; doch muß zuvor die Mitte durchgängig berichtigt sein. Bisweilen finden sich seitwärts feste Punkte, deren Abstand von dem Grundrisse abgenommen und angemessen werden kann. Die Linienpflänzlinge rückt man übrigens noch so viel hinaus, als ihre einstige halbe Stammstärke beträgt.

3) Verlorne Punkte zu Schlägen und andern Abtheilungen sind wieder bestimmbar nach den nächsten Abtheilungssteinen, oder sonstigen festen Punkten. Von diesen aus steckt man die auf der Karte genommenen Richtungen und Entfernungen ab, so gut als eben thulich

Fig. 94.



4) Verlorne Grenzpunkte findet man wieder durch Abmessung der in der Grenzzeichnung nachgewiesenen Längen und Winkel. Wäre z. B. der Grenzpunkt Nr. 5. wieder aufzusuchen, so würde man die Grenzlinien von 6 zu 5 und von 4 zu 5 abmessen und etwa den Winkel bei 4 mit zu Hülfe nehmen. Eben so würde verfahren, wenn mehre Grenzpunkte an einander fehlten. Doch sollte die Wiederherstellung der Grenzen nie so lange ausgesetzt bleiben, daß inzwischen Grenzpunkte ganz spurlos verloren gehen könnten.

5) Sollen ganze Linienzüge neu wieder abgesteckt werden, etwa die Figur 1 . . . 6: so gebraucht man dazu Standlinien, wie ab und bc, die entweder von der Vermessung her im Grundrißentwurfe und im Vermessungsbuche noch zu finden oder auf dem Grundrisse von neuem anzunehmen sind. Diese steckt man nebst den Abständen von einem noch vorfindlichen festen Punkte bis wieder zu einem andern ab, wie von Nr. 1. zu Nr. 6. Dabei ist freilich ein ganz genaues Eintreffen nicht zu erwarten.

§. 258. Einen verloren gegangenen Maßstab wieder zu bestimmen.

Dies kann auf verschiedene Weise geschehen:

Erstes Verfahren. Man mißt eine auf der Karte festliegende und im Freien gut meßbare Linie mit einem beliebigen, z. B. dem landesüblichen Längenmaße genau aus, sie sei = 160°; und greift dann diese Linie auf der Karte ab, sie ergebe 4 Dezimalzoll des gebrauchten Längenmaßes. Es verhält sich demnach die wirkliche Länge zu der verjüngten auf der Karte wie

$$\begin{aligned} & 160^\circ : 4'' \\ = {} & 16000'' : 4'' \\ = {} & 4000 : 1 \end{aligned}$$

oder der verloren gegangene Maßstab war = $\frac{1}{4000}$. — Hätte man nun z. B. weimar. Maß, bei welchem 1 Dezimalzoll = $\frac{125 \times 16}{100}$ = 20 par. Linien (§. 172.), so wären

160° im Freien = 4 × 20 = 80 par. Linien auf der Karte,
oder 10° „ „ = $\frac{80}{16}$ = 5 „ „ „ „ „
und darnach könnte, mittels eines pariser Fußstabes, der neue Maßstab leicht angefertigt werden.

Zweites Verfahren. Man suche im Walde zwei auf der Karte deutlich bezeichnete Grenzpunkte und messe ihre Entfernung so genau als möglich mit dem gebräuchlichen Längenmaß; die Entfernung betrage 100°. Alsdann greife man auf dem Risse die correspondirende Länge auf einem beliebigen, z. B. dem gewöhnlich gebrauchten Maßstabe ab; sie ergebe 80°.

Demnach verhält sich:

$$100 : 80 = 10 : 8,$$

d. h. 8° des eben gebrauchten Maßstabes sind = 10° des verloren gegangenen alten Maßstabes.

Drittes Verfahren (aus der Fläche). Man berechne eine scharf begrenzte und nach ihrem Flächeninhalt bekannte Fläche mittels eines beliebigen Maßstabes. Ist nun z. B. die Fläche 100 Ar. groß, hätte aber die neue Berechnung einen Flächengehalt von 81 Ar. ergeben: so verhält sich (nach §. 171. 5.)

$$\sqrt{100} : \sqrt{81} = 10 : x$$
$$x = 9,$$

d. h. 9 Ruthen des bei der eben ausgeführten Berechnung gebrauchten Maßstabes sind = 10° des verloren gegangenen.

§. 259. Die Länge des bei einer früheren Messung gebrauchten, nicht mehr bekannten Dezimalfußes zu ermitteln.

Dies kann nur geschehen, wenn wenigstens der alte Maßstab noch vorhanden ist. Man mißt eine gerade Linie im Freien mit einem beliebigen, z. B. dem landesüblichen Lägenmaße; sie sei = 1334,5 dc'. Nun greife man dieselbe Linie auf dem noch vorhandenen alten Maßstabe ab; sie ergebe 1000'.

Es verhält sich also:

$$1000 : 1334{,}5 = 1 : x.$$
$$x = \frac{1334{,}5}{1000} = 1{,}3345,$$

d. h. 1,3345 des eben gebrauchten bekannten Dezimalfußes = 1 Dezimalfuß des früher gebrauchten, unbekannten.

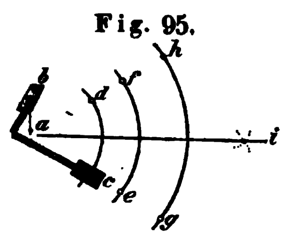
War nun z. B. der eben gebrauchte Dezimalfuß der weimarische = 200 par. Linien: so enthielt der verloren gegangene

$$200 \times 1{,}3345 = 266{,}9 \text{ par. Linien,}$$

oder mit anderen Woten: es wäre dies der preußische Dezimalfuß gewesen, denn dieser $= \frac{139{,}13 \times 12}{10} = 266{,}9$ par. Linien.

§. 260. Die Mittagslinie abzustecken. Fig. 95.

Fig. 95.



1) Erstes Verfahren: Auf einem ebenen freien Platze schlägt man einen Pfahl schräg ein und befestigt oben daran eine hinlänglich große Tafel. In diese kommt eine mit Blech wieder verschlossene Öffnung und durch dasselbe ein kleines kreisförmiges Loch b, in das man einen Lothfaden ba mit spitzigem Senkel zieht und danach dessen Lothpunkt a auf dem Boden bezeichnet.

Von diesem Punkte a aus werden mehre scharfe Kreisbogen, cd, ef, gh, beschrieben, und wo dann um die Mittagszeit, beim Fortrücken des Schattens, der durch das Loch b fallende Lichtstrahl einen Bogen trifft, wird der Punkt genau bezeichnet, einerseits am Vormittage, andrerseits am Nachmittage. Dann halbirt man auf der Stelle die von den beiderseitigen Punkten abgeschnittenen Bogen, macht auch wohl über g und h einen Halbirungsschnitt i. Die Gerade von i durch alle Theilpunkte zu a ist die gesuchte Mittagslinie, welche nun noch zu verlängern und mit festen Punkten zu bezeichnen ist.

Man kann hierzu Tags vorher erst proben und auf den Stellen, wo Punkte hinkommen, Pfähle oder Brettstückchen befestigen und sich dann die Punkte mit eingeschlagenen Stiften schärfer bezeichnen.

2) Zweites Verfahren: Auf einem Meßtische reißt man mehre concentrische Halbkreise, rückt ein Gestell mit einem ähnlichen Lichtloche senkrecht über den angenommenen Mittel-

punkt und verzeichnet übrigens Alles so auf dem Papiere, wie dort auf dem Boden.

3) Drittes Verfahren: Man visirt beim Eintritte der Abenddämmerung die Nordlinie unmittelbar nach dem Polarsterne ab, der sich etwa 50° über dem Horizonte, ziemlich in der Richtung der beiden Hinterräder vom großen Wagen, vor der Spitze des kleinen Wagens findet.

Jedes dieser geometrischen Verfahren ist wenigstens genügend, um die Abweichungen der Boussolen zu ermitteln und die Forstkarten zu orientiren.

6. Bodenabwägung.

§. 261. Wagrechte Bodenlinien abzustecken. Fig. 96. 97. 98.

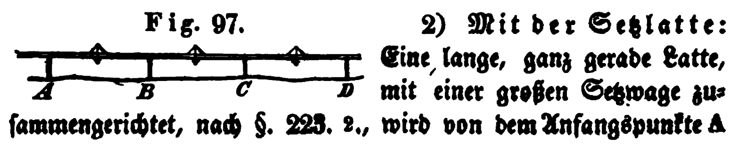
Oft hat man an Bergen zum Anlegen geeigneterer Wege, Saatstreifen u. dergl. wagrechte Linien auf dem Boden hinzuziehen. Dies geschieht:

Fig. 96.

A B

1) Mit dem Meßbrettchen: Man steckt dasselbe in dem gegebenen Anfangspunkte A so auf, daß der Lothfaden die äußere Quadratseite deckt, und richtet die Brettfläche erst ungefähr in die wagrecht fortlaufende Bodenlinie. Ein Gehülfe geht voraus mit dem Aussteckstabe, woran in der Höhe des aufgestellten Meßbrettchens ein Zeichen, etwa ein angebundenes Papier, oder ein angestecktes Täfelchen, ist, und setzt denselben dort ebenfalls ungefähr auf. Nun richtet man durch den wagrechten Schnitt des Meßbrettchens den Zeichenstab auf eine paßliche, mit dem Standpunkte gleich hoch gelegene Stelle B, wo nun ein Pfahl eingeschlagen und dann das Meßbrettchen wieder aufgesteckt wird. So setzt man die Arbeit fort bis zu Ende.

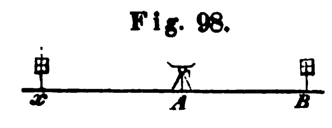
Fig. 97.



2) Mit der Setzlatte: Eine lange, ganz gerade Latte, mit einer großen Setzwage zusammengerichtet, nach §. 223. 2., wird von dem Anfangspunkte A

aus wagrecht aufgelegt bis zu B, und zwar auf eingeschlagene Pfähle von gleicher äußerer Höhe; eben so von B zu C, von C zu D u. s. w., wobei man den vordern Pfahl immer nach dem nächst hinteren richtet. Wird das Werkzeug bei jeder neuen Fortsetzung verwendet, so heben sich manche Fehler.

Fig. 98.

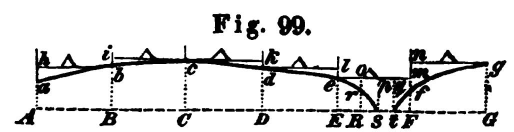


3) Mit dem Nivellirinstrumente: Das im folgenden Paragraphen näher beschriebene Nivellirinstrument wird über dem Anfangspunkte A genau wagrecht aufgestellt, an dem Nivellirstabe aber das Täfelchen in gleiche Höhe mit dem Absehen gebracht und vermittelst desselben die wagrechte Stelle B gesucht, welche man mit einem eingeschlagenen, oben abgeglichenen Pfahle, eben so wie den Anfangspunkt, bezeichnet.

§. 262. Den Fall des Bodens abzuwägen (Nivelliren). Fig. 99. 100.

Nivelliren heißt den Fall des Bodens abwägen, oder den relativen Höhenunterschied zweier Punkte bestimmen: eine Aufgabe, die bei Wegeanlagen, Entwässerungen u. s. w. vorliegt. Bei kleinerem Nivellement kurzer Strecken bedient man sich der Setzlatte, zu größeren, ausgedehnten Bodenabwägungen aber gebraucht man das Nivellirinstrument.

Fig. 99.



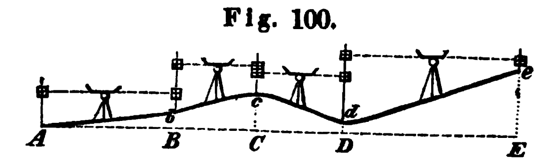
1) Mit der Setzlatte: Auf der abzuwägenden Linie hin schlägt man, nach der Länge der Setzlatte, Pfähle, wie a, b, c, d . . ., die alle gleich hoch über den Boden hervorragen, und untersucht alsdann, wie viel von je zwei Pfählen der eine niedriger steht, als der andere.

Man geht nämlich an a und b, legt auf den obern Pfahl b die Setzlatte mit dem einen Ende, stellt auf den andern a einen genauen Zollstab, hält daran das andere Ende der Setzlatte

in wagrechter Lage, was nach der aufgestellten Setzwage beurtheilt wird, und zählt nun die Zolle von a bis h ab. Eben so verfährt man zwischen b und c; hier ist c wieder um bi höher als b, oder um bi + ah höher als a. Zwischen c und d wird die Setzlatte auf c gelegt und der Fall dk gefunden; eben so auch el zwischen d und e; f liegt wieder um fm tiefer als e. Da der Boden auf dieser Station stückweise verschiedenen Fall hat, so mißt man noch besonders die Höhen or, ps, qt und bemerkt sich dabei die Längen eo, ep, eq. Weiter findet man den Pfahl g um fn höher als f. Hierbei werden ebenfalls die in dem Werkzeuge liegenden Fehler mehr gehoben, wenn man dasselbe in jeder neuen Aufstellung verwendet.

Man könnte auch zu dieser Messung einen Aufriß entwerfen vermittelst eines verjüngten Maßstabes, der aber Zwölfteleintheilung haben muß, wo mit solchem Maße gemessen wird. An der tiefsten Stelle fängt man an, hier an St, was etwa die Oberfläche eines fließenden Wassers sein könnte, und trägt auf eine allgemeine Grundlinie AG die Senkrechten Sp und tq, dann einerseits Rr = Sp — ro; Ee = Sp; Dd = Ee + el; Cc = Dd + dk; Bb = Cc — bi u. s. w. Diese Höhen sind alle bestimmt, und es ist nun leicht daraus zu berechnen, wie viel ein Punkt, z. B. a, b oder c . . . höher liegt als St.

Fig. 100.



2) Mit der Wasserwage oder einem Nivellirinstrumente: Die Wasserwage besteht aus einer blechernen, an beiden Enden aufwärts gekrümmten Röhre, an welcher beiderseits gläserne Hohl-Cylinder eingekittet sind. Die Röhre wird etwa bis zur Hälfte der Glascylinder mit (gefärbter) Flüssigkeit gefüllt und das ganze Instrument auf einem einfachen Stativ oder Stock aufgestellt. Nach dem Gesetz communicirender Röhren muß eine das Niveau der beiden Wasserflächen in den Glas-

röhren berührende Visirlinie mit der Horizontalen parallel gehen.— Die Wasserwagen sind bei windigem Wetter unsicher und wegen leichten Ausfließens der Flüssigkeit aus der Röhre unbequem. Die Glascylinder dürfen nicht zu eng sein, weil sonst die Wölbung der Wasseroberfläche störend einwirkt.

Das Nivellirinstrument ist eine größere Röhrenlibelle (§. 223.), die mit einem Fernrohre so verbunden wird, daß dessen Achse mit jener der Libelle parallel läuft. Sobald die Luftblase in der Libelle den höchsten Punkt erreicht, muß auch die Achse des Fernrohres in der Horizontalen liegen; zum genauen Abvisiren ist letzteres mit einem Kreuzfaden im Objektivglase versehen. Statt des Fernrohres bedient man sich auch wohl nur einfacher Dioptern mit Querfäden. Das ganze Instrument wird auf ein gewöhnliches Stativ gesetzt.

Zum Nivelliren gebraucht man außerdem zwei Nivellirlatten, die mit weißer Oelfarbe angestrichen und genau in Fuße und Zolle eingetheilt sind. An jeder Latte läßt sich eine viereckige blecherne oder hölzerne Tafel auf= und abschieben, deren vordere, dem Instrument zugekehrte Seite mit fernenden Farben so angestrichen ist, daß sich die Mittellinie genau abvisiren läßt. Dazu gehören noch zwei eiserne, mit Spitzen versehene Untersätze, die man auf den Boden steckt, um die Visirlatten darauf stellen zu können und so einen sicheren Anfangspunkt für die Höhenmessung zu haben.

Zur Prüfung des Nivellirinstruments werden zu beiden Seiten desselben die Täfelchen an den Nivellirstäben nach den Absehen in gleiche wagrechte Höhe gerichtet; wird nun die Wasserwage herumgewendet, so müssen deren Absehen beide Tafeln eben so wieder schneiden.

Beim Nivelliren kommt das Instrument jedes Mal zwischen die beiden Nivellirstäbe zu stehen und schneidet an diesen eine wagrechte Linie ab, welche durch die Tafeln fixirt wird; der Unterschied beider Tafelhöhen ist der zwischen beiden Punkten Statt findende Bodenfall.

Gesetzt, es sollte die Linie Ae abgewogen werden, so läßt man einen Stab in A aufsetzen und einen andern in b, nicht

weiter von A, als es der Abfall des Bogens und die Sicherheit des Abvisirens gestattet; die Entfernung betrage 80′. Zwischen beiden stellt man das Werkzeug auf, richtet es wagrecht, visirt nach dem Stabe in A und läßt die daran befindliche Tafel nach Maßgabe gegebener Zeichen in die Visir-Höhe rücken, solche feststellen, und die Höhe des Täfelchens über dem Boden ablesen oder abmessen; sie ergebe 50″. Dasselbe geschieht auch nach b; man finde 23″. Zur Versicherung kann man das Instrument verwenden und nochmals visiren. Der Unterschied beider Tafelhöhen = 50 — 23″ = 27″ ist die Erhöhung des Punktes b über A.

Der Stab von A wird nun in c aufgesetzt und die Wasserwage oder das Nivellirinstrument zwischen b und c u. s. f. bis zur letzten Station. Ueber die gefundenen Ergebnisse auf den einzelnen Stationspunkten wird ein genaues Manual geführt, welches etwa folgende Einrichtung haben kann:

Stations-Punkte.	Abgelesene Höhe.	Höhenunterschied.		Ganzer Höhen-Unterschied.	Entfernung der Stationen.	Ganze Entfernung.	Bemerkungen.
		Fall.	Steigung.				
	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Fuß.	Fuß.	
A	50	—	27	27	80	80	
b	23						
b	63	—	23	50	47	127	
c	40						
c	31	31		19	53	180	
d	62						
d	84	—	66	85	100	280	
e	18						
A—e	—	31	116	—	280	—	

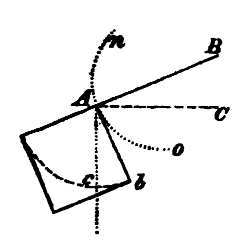
Das ganze Nivellement trägt man auch wohl nach einem verjüngten Maßstabe über einer Linie AE auf und bringt einen solchen Aufriß öfters unter dem Grundrisse des Nivellir-Zuges in anschaulicher Beziehung an.

Ist die beim Nivelliren gebrauchte Wasserwage nicht zu kurz,

oder stehen die Dioptern weit genug von einander, und ist das Werkzeug gehörig berichtiget: so kann man bei einer vorsichtigen Behandlung auch mit jenen einfacheren Instrumenten ziemlich genaue Ergebnisse bekommen, wenigstens so genau sie der Forstwirth nöthig hat. Wo freilich große Nivellements vorgenommen werden müssen, da sind nicht allein die genaueren, mit Fernröhren versehenen Werkzeuge erforderlich, sondern man muß auch manches Andere, namentlich die Abrundung der Erdoberfläche und die Strahlenbrechung berücksichtigen. Diese Arbeit liegt jedoch nicht im Bereiche der Forstgeschäfte.

§. 263. Die Bodenneigung oder Bergböschung zu messen. Fig. 101.

Fig. 101.



Der Abhangswinkel BAC liegt in einer lothrechten Ebene mit seinem untern Schenkel AC wagrecht und mit dem obern AB im höchsten Ansteigen des Bodens. Diese Böschungslinie AB ist übrigens senkrecht auf der in der Bergfläche durch A gehenden wagrechten Linie no.

Man steckt das Meßbrettchen in A auf und richtet dasselbe mit seiner obern Seite dem Abhange AB gleich, läßt nun das Loth in Ruhe kommen und zählt die Grade des dem Berge zugekehrten Bogens bc ab; dies ist das Maß der Böschung BAC.

Denn der $\angle BAb = \angle CAc = R$

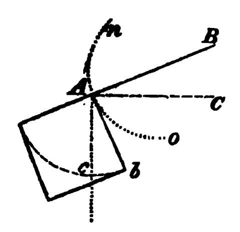
subtrah. $\angle CAb = \angle CAb$

$\angle BAC = \angle bAc.$

Der Abhang muß eben nicht unten an A, oder oben an B gemessen werden; man kann auch von einem seitwärts gelegenen Standpunkte die Oberseite des Meßbrettchens mit dem äußern Umrisse des Berges in gleiche Neigung richten. Übrigens haben auch viele Gradwerkzeuge eine Vorrichtung, sogenannte Kippregel, zum Messen lothrechter Winkel, wie BAC.

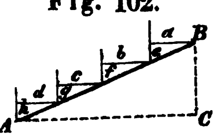
§. 264. Bestimmte schiefe Linien auf dem Boden hin abzustecken. Fig. 101. 102.

Fig. 101.



1) Man stellt zuerst das Meßbrettchen auf den Anfangspunkt A, mit seiner Fläche ungefähr in den Zug der Linie, so daß das Loth die gegebenen Grade des Ansteigens in cb abschneidet, und richtet damit den vorausgehenden Gehülfen in B ein, an dessen Ausstecktab ein gleich hohes Zeichen angebracht ist, wie beim Abstecken der wagrechten Linie. Alsdann kommt das Meßbrettchen auf den Punkt B zu stehen, und der Gehülfe rückt wieder ein Stück vor. So geht es fort bis zu Ende.

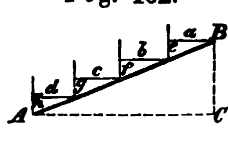
Fig. 102.



2) Beim Wegeabstecken ist gewöhnlich die Steigung zu einer gewissen wagrechten Länge gegeben, oder das Verhältniß h : d. Wäre dies z. B. $\frac{1}{2}$: 10, so würde die Steigung h = $\frac{1}{2}$ Fuß in A senkrecht aufgerichtet und von da die Länge d = 10 Fuß wagrecht hinüber auf den Boden gelegt und somit der Punkt g bestimmt; von hier eben so c u. s. w.

§. 265. Mittelbare Höhenmessung an Berghängen. Fig. 102.

Fig. 102.



Man mißt den Abhangswinkel BAC und die Abhangslinie BA und ermittelt dann in dem rechtwinkeligen Dreiecke BAC die Berghöhe CB durch Zeichnung. Sicherer ist noch die Berechnung auf trigonometrischem Wege.

Manche wollen auf solche Art auch die wagrechte Entfernung von A und B genauer finden, nämlich AC; aber selten ist man im Stande, die Bodenlinie AB wegen Unebenheit der Bo-

denfläche ganz gerade zu messen; auch hat die Messung des Elevations-Winkels ihre Schwierigkeit; es schleichen sich in der Berechnung Fehler ein, und man macht sich mehr Arbeit. Bei der gewiß richtigeren und leichtern Staffelmessung wäre außer AC = a + b + c + d auch BC = e + f + g + h leicht zu ermitteln.

V. Flächenmessung.

---

1. Ausmessung einzelner Forststücke.

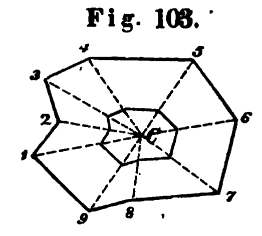
§. 266. Grundstückfläche.

Die wirkliche Bodenfläche ist selten wagrecht eben. Ein Verband geneigter Flächen kann aber mit seinen wahren Ausdehnungen eben so wenig unmittelbar zu einer Grundebene zusammengesetzt werden, als schiefe Linien zu einem Grundrisse. Daher bemißt man die Grundstücke auch nur nach ihrer wagrechten Grundfläche und giebt, wo es etwa zur nähern Bestimmung ihres Grundwerthes nöthig erscheint, die Neigung des Bodens noch besonders an.

Nur in wenigen Fällen ist es bei Forstgrundstücken thulich, die auszumessende Fläche gleich auf der Stelle in Dreiecke oder andere rechtwinkelige Grundfiguren zu zerlegen und den Flächengehalt nach wirklich gemessenen Linien ohne Weiteres auszurechnen. Gewöhnlich trägt man erst nach einer besonderen Umfangsmessung den Umriß auf Papier, und rechnet dann die Fläche des geschlossenen Grundrisses vermittelst des zum Auftragen gebrauchten, verjüngten Maßstabes aus. Man erhält so begreiflich nur den wagrechten Flächengehalt des Grundstückes, denn der Grundriß ist die wagrechte Figur und schließt zugleich die verjüngte Grundfläche ein.

§. 267. Ein Grundstück mittels schiefwinkeliger Dreiecke auszumessen. Fig. 103.

Fig. 103.



Bei diesem Verfahren theilt man mittels geeigneter Diagonalen die auszumessende Fläche in lauter Dreiecke, mißt deren Seiten und setzt daraus den Grundriß zusammen. Dies Verfahren kann also nur angewendet werden bei kleinen, übersehbaren und zugänglichen Flächen, wie Schlägen, Blößen und anderen offenen Forststücken. Zuerst umgeht man das Stück, gleicht davon die Grenzen so viel als thunlich aus und schlägt in die angenommenen Eckpunkte nummerirte Standpfähle, entwirft sich auch eine Handzeichnung und bestimmt alsbald die geeignetsten Diagonalen.

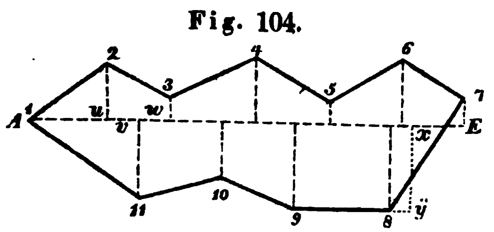
1) In schmalen Figuren wählt man durchgehende Diagonalen, mißt die Seiten aller dadurch abgetheilten Dreiecke und schreibt die Längen unmittelbar in den Handriß. Das Auftragen der Figur ist aus §. 192. bekannt.

2) In mehr abgerundeten Figuren, wie Fig. 103., legt man wohl die Dreiecke mit ihren Spitzen in einem innern Punkte C zusammen und verfährt übrigens auf gleiche Weise; hierbei ist jedoch die größte Genauigkeit erforderlich, sonst paßt das letztere Dreieck nicht recht ein.

Man stellt auch wohl auf den innern Punkt C einen Winkelmesser (der Meßtisch eignet sich dazu am besten), visirt nach allen Eckpunkten 1, 2, 3 . . . die Winkel an C ab, mißt die Diagonalen C1, C2, C3 . . ., trägt diese mit dem verjüngten Maßstabe auf und verbindet endlich die in der Zeichnung erhaltenen Eckpunkte 1, 2, 3 . . . mit ihren Umfangslinien. Ein Schluß muß hierbei immer erfolgen; etwaige Abweichungen lassen sich nur durch Nachmessung der Umfangslinien entdecken. Die Berechnung des Flächengehaltes geschieht entweder nach §. 206. und 207., wozu man im Grundrisse von jedem Dreiecke die Höhe noch abnimmt, oder nach §. 214. mittels der wirklich gemessenen Seiten.

§. 268. Ein Grundstück mittels rechtwinkeliger Grundfiguren auszumessen. Fig. 104.

Fig. 104.



Die auszumessende Fläche wird mittels einer Standlinie und rechtwinkeliger Abstände in lauter rechtwinkelige Grundfiguren zerlegt; sie muß also auch hier frei und übersehbar sein. Nach Festlegung der Umfangspunkte und Aufnahme eines Handrisses wird zunächst durch die ganze Länge der Figur eine gut gewählte Hauptstandlinie AE abgesteckt und gemessen. Dabei bemerkt man sich die Längen von A bis zu den Richtpunkten u, v, w u. s. w., von welchen die Senkrechten rechts oder links nach den Umfangspunkten ausgehen. Diese Richtpunkte sind am leichtesten mit dem Winkelspiegel, oder mit einem Kreuzmaß zu bestimmen (§. 226.). Nun werden noch die Abstände der Umfangspunkte u„2, v„11, w„3 u. s. w. gemessen. Die gefundenen Maße schreibt man sich in den entworfenen Handriß.

Es ist hierbei wieder zu erinnern, daß lange Abstände durch ihre Abweichungen beträchtliche Fehler veranlassen, und die Nachmessung der Umfangslinien dagegen sichert. Äußere Stücke der Figur könnten auch von Diagonalen aus mit kürzern Abständen angemessen werden. Zu der Hauptstandlinie diente selbst eine lange Seite der Figur, wie etwa die neue Anhiebslinie eines anzulegenden Schlages. Fänden sich Stellen, wo die Durchsicht nach dem Außenpunkte nicht frei wäre, z. B. nach Nr. 8.: so wählte man den Richtpunkt ungefähr, etwa in x, mäße senkrecht hinaus zu y und von da wieder senkrecht herüber auf den Eckpunkt. Um die hier gefundene Abweichung y„8 würde dann Ax berichtigt; xy wäre zugleich das Maß des gesuchten Abstandes.

Die ganze Figur ist aus rechtwinkeligen Trapezen und Dreiecken zusammengesetzt; ihr Flächengehalt kann daher ohne Weiteres nach den gemessenen Linien schon an Ort und Stelle ganz

leicht berechnet werden. Den Grundriß trüge man nach §. 192. auf. Im täglichen Forstbetriebe verdient dieses einfache Verfahren vor jedem andern den Vorzug.

Noch giebt es eine Aufgabe, aus den gemessenen Umfangswinkeln und Seiten eine Hauptstandlinie AE mit den Abständen u,,2, v,,11, w,,3 u. s. w. ohne alle Zeichnung polygonometrisch zu berechnen. Dies umständlichere und mühsamere Verfahren ist jedoch für bloß forstliche Zwecke von überflüssiger Genauigkeit.

§. 269. Ein Grundstück nach dem Umfange auszumessen. Fig. 105.

Dies Verfahren stützt sich auf die bereits §. 250. ausführlicher gezeigte Aufnahme zusammengesetzter Linien. Man umgeht das ganze Grundstück, bestimmt und bezeichnet die anzunehmenden Standpunkte der Hülfsfigur in oder nahe an dem Umfange, mißt dann die Standlinien mit ihren Winkeln und den etwaigen Abständen und trägt endlich die Figur nach §. 192. 8. und 196. auf. Soll diese nun richtig zum Schlusse gebracht werden, so muß man, um alle möglichen Fehler zu meiden, oder doch zu mindern, folgende Regeln beobachten:

1) In die etwa geführte Handzeichnung (Brouillon) oder in das Vermessungsbuch sind alle zu jeder Standlinie gehörigen Aufnahmen mit den etwa nöthigen Anmerkungen wohl geordnet, bestimmt und genau einzutragen (§. 250.).

2) Das Ausstecken der Standpunkte, das Linien- und Winkelmessen nimmt man bei größeren Umfangsmessungen getrennt vor, um auf jedes Geschäft die geeignete Zeit und ungetheilte Aufmerksamkeit verwenden zu können.

3) Die Standlinien dürfen nicht zu kurz sein, damit der Winkel nicht zu viele werden, nicht allzu lang, wegen der Unvollkommenheit unserer Winkelmesser, nicht zu ungleich, weil sich sonst die verschiedenen Abweichungen weniger ausgleichen können; sie müßten frei und gut meßbar sein und der sicherern und bequemern Abmessung wegen möglich nahe an der Grenze liegen. Zu den Standpunkten wählt man so viel als thulich Grenz-

punkte und Stellen, worauf der Winkelmesser frei und fest genug steht.

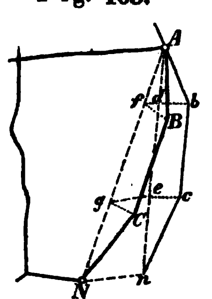
4) Bei der Linienmessung ist darauf zu sehen, daß an Berghängen recht sorgfältig gemessen, daß kein Zähler übersehen und im Zusammenzählen nicht gefehlt werde. Es ist daher sicherer, die Anzahl der Kettenlängen und das dazu gehörige, immer von dem Zähler aus zu zählende, letztere Kettenstück besonders aufzuzeichnen (§. 250.).

5) Bei dem Meßtische und der Meßscheibe sichert man sich durch den Mitgebrauch einer guten Orientirboussole vor dem Verdrehen des Winkelverbandes. Die Richtigkeit der Winkelaufnahme giebt sich bei beiden durch das Einpassen der Schlußlinie und bei den Gradwerkzeugen durch die sogenannte Winkelprobe, d. h. aus der Summe aller Umfangswinkel (§. 158.) schon so ziemlich zu erkennen. Eine kleine, für je einen Winkel durchschnittlich höchstens 2 Minuten betragende Abweichung der Winkelsumme kann unter alle Umfangswinkel gleich vertheilt werden. In der Regel winkelt man von einem geeigneten Anfangspunkte auf beiden Seiten hin zu dem gegenüber gelegenen, voraus bestimmten Schlußpunkte, vermeidet dabei zu ausgedehnte Umfangsmessungen und sucht auf gegenüberliegende Standpunkte Querlinien zu visiren, oder durchzumessen, um nähern Anhalt zu bekommen und die unvermeidlichen Fehler mehr in Schranken zu halten. Eben so wird auch die Figur aufgetragen.

6) Wenn beim Auftragen die Figur nicht schließt, so sucht und berichtigt man zuvörderst die etwaigen Fehler. Vorzüglich läßt sich aus der Stellung beider Schlußpunkte auf den Sitz einzelner Hauptfehler schließen. Läuft nämlich die zuletzt aufgetragene Standlinie mit den beiden Schlußpunkten parallel, oder trifft gar ihre Verlängerung in den einen Schlußpunkt, so liegt wahrscheinlich ein Längenfehler vor, und beträgt gar der Schlußmangel die ein= oder mehrmalige Kettenlänge, so ist in der letzten Stand= oder einer ihr ziemlich gleichlaufenden Linie wahrscheinlich ein Zählfehler, der sich meist schon durch Abschrei=

ten leicht entdecken läßt. Finden die angegebenen Fälle nicht Statt, so hat man mehr auf einen Winkelfehler zu schließen, der schon schwieriger aufzufinden ist, und noch weniger leicht lassen sich zwei etwa vorkommende Fehler entdecken, wenn man nicht vielleicht wegen des einen schon Muthmaßung hat. Nach dieser denkt man sich die wahrscheinliche Veränderung des Schlußpunktes und sucht hierzu den etwaigen Sitz des andern Fehlers. Meist wird man in diesen Fällen aber genöthigt sein, die aufgetragenen Längen und Winkel alle nach der Reihe zu prüfen, und wenn man da den Fehler nicht findet, die Messung selbst wieder durchzugehen. Hier zeigt sich nicht selten, daß die bergauf oder bergab gehenden Meßzüge im Ganzen zu lang ausgefallen sind, daß die Magnetnadel von ihrer Richtung abgeleitet worden ist, daß andere Verdrehungen des Winkelmessers Statt gefunden haben u. dergl. m.

Fig. 105.



7) Berichtigung der unvermeidlichen Schlußmängel. Hat man durch die Beseitigung der größern vermeidlichen Fehler die Schlußpunkte so ziemlich zusammengebracht: so darf dennoch mit der letztern Standlinie nicht ohne Weiteres geschlossen werden, sondern man vertheilt nun die gebliebene Abweichung auf alle Theile, durch die sie entstanden ist, jedoch so, daß keine Linie an sich merklich verändert wird. Dies geschieht nach der mit vergrößerter Abweichung dargestellten Figur 105. wie folgt: Wäre Nn der mangelhafte Schluß, N ein von der andern Seite schon festgelegter Schlußpunkt und der Zug bcn von A aus zu berichtigen: so zieht man die Diagonalen AN und An, die Eins sein sollten, fällt auf letztere die Senkrechten bd und ce, zieht dann zu nN die Parallelen eg und df, errichtet nun auf AN in f und g Senkrechte, macht fB = db, gC = ec und zieht endlich die berichtigten Linien AB, BC und CN. Auf solche Weise werden alle zweifelhaften Linien und Winkel von Abcn in ABCN ziemlich gleichmäßig verwandelt und der ganzen Figur angeschlossen. — Wäre die andere Seite der Figur ebenfalls unberichtigt, so nähme man den Schlußpunkt N in der

Mitte der Öffnung an und schlösse die Figur von beiden Seiten herein. Wie nach vollendetem Schlusse der Flächengehalt zu berechnen ist, ergiebt sich aus dem Vorhergehenden.

2. Abmessung bestimmter Flächen.

§. 270. Stückweise Abmessung verlangter Flächen.

Oft hat der Forstwirth Probe- oder Arbeit-Stücke von gewisser Größe ohne umständliche Messung abzustecken. Hierzu dienen die Grundfiguren, gewöhnlich das Rechteck, das rechtwinkelige Trapez und das Dreieck. Diese steckt man in derjenigen Länge und Breite ab, die der verlangte Flächengehalt eben erfordert. Nach Maßgabe der Umstände wird zuvörderst Platz und Umfang ungefähr ausgesucht und die Grundlinie als Länge angenommen; dann wird die Breite (nach §. 215.) durch Theilung der Fläche mit der Grundlinie berechnet und rechtwinkelig angesetzt, und endlich der Umfang nach den so erhaltenen Eckpunkten vollends geschlossen.

1) Zu dem Rechtecke steckt und mißt man in der Regel von der zuvor angenommenen Grundlinie beide Seitenlinien ab und zieht dann die Oberlinie von einem Endpunkte zum andern. Man könnte auch nur eine Seite abmessen und auf den Endpunkten von dieser und der Grundlinie zwei Senkrechte errichten, die sich im vierten Punkte schneiden müssen. Sollten 35 q° als Rechteck abgesteckt werden auf einer Grundlinie von 7°, so wäre die Breite $\frac{35}{7} = 5$°. Zur Prüfung mißt man wohl die letztere Seite nach. Oft ist es geeignet, lange, schmale Probestücke abzustecken; hier wird die Breite von der Längenlinie aus mehrmal abgemessen, wie etwa beim Anlegen von Stallungen.

2) Zum rechtwinkeligen Trapeze werden beide Parallel-Seiten auf die angenommene Grundlinie gesetzt und abgemessen. Die Länge der einen ist zu wählen, die der andern ergiebt sich nach der beiderseitigen Differenz von der Mittelbreite (§. 215. 4.). Wäre die Grundlinie 7°, die eine Parallel-Seite 6° und der verlangte Flächengehalt 35 q°: so betrüge die Mittelbreite $\frac{35}{7} = 5$°; mithin wäre die gewählte Parallel-Seite von

6° um 1° größer, die gesuchte müßte also um so viel kleiner werden, nämlich 5 — 1 = 4°. Zur Prüfung kann man vom Ende der kürzern Parallel-Seite senkrecht herüber die obere Länge messen; diese muß der Grundlinie gleich sein.

3) Zum Dreiecke errichtet man die Höhenlinie entweder vom Ende, oder vom Innern der angenommenen Grundlinie und steckt die Seitenlinien nach den drei Eckpunkten ab. Ein Dreieck von 10 q°, dessen Grundlinie 5° bekommt, erfordert $\frac{10}{5}$° × 2 = 4° Höhe. Zur Prüfung dient hier nur das Nachmessen der Grundlinie und Höhe.

4) Kann mit der einen Grundfigur die verlangte Fläche nicht ganz gefaßt werden, so setzt man noch eine zweite, dritte u. s. w. paßlich daran, bis das gesammte Stück die rechte Größe hat. Um die zusammengehörigen Längen- und Breitenzahlen nicht erst suchen zu müssen, merkt man sich geeignete Faktoren des Flächenmaßes, z. B. 14 × 10 für den weimarischen Acker, 9 × 10 für den halben preußischen Morgen; denn alle diese Größen werden nach den Faktoren des Rechtecks bemessen.

§. 271. Stückweise Vertheilung einer gegebenen Fläche in Parallel-Streifen.

Zuweilen ist ein Schlag, eine Kulturfläche, oder Blöße in kleine Stücke zu vertheilen. Dies geschieht ebenfalls nach Grundfiguren, am besten vermittelst gleich breit abgesteckter Parallel-Streifen. Man legt hierzu der gegebenen Figur entlang eine gerade Hauptstandlinie fest, setzt auf diese in gleichen, paßlichen Entfernungen, etwa alle 4, 5 bis 10 Ruthen, senkrechte Linien und mißt nun zwischen je zwei dieser Parallelen die verlangten Stücke ab, im Innern als Rechtecke, im Äußern als Trapeze und Dreiecke. Wegen der durchgängig gleichen Breite dieser Parallel-Streifen sind die Längen der abzutheilenden Stücke für Ganze und Theile der Flächeneinheit leicht zu bestimmen. Wäre z. B. die Grundbreite 5°, so brauchte man an Länge 4½° zu 22½ q° oder ⅛ Mg., 9° zu 45 q° oder ¼ Mg., 18° zu 90 q° oder ½ Mg. u. s. w. Nur

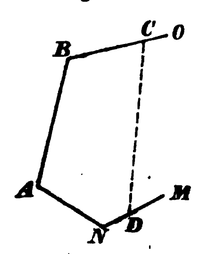
die äußersten Stücke am Umfange haben eine zufällige Größe und werden deßhalb in einzelnen Ruthen verrechnet.

Am Berghange wird die Hauptstandlinie wagrecht gelegt und bei jeder beträchtlichen Wendung gebrochen, so daß die davon ausgehenden Senkrechten ziemlich in die Böschung zu liegen kommen. Die in jeder Wendung sich einschiebenden Dreiecke sind rechtwinkelig, daher leicht zu behandeln. Ist die zu vertheilende Fläche breit, so legt man mehre Hauptstandlinien parallel neben einander. Mit solchen Neben-Parallelen läßt sich auch die Breite der schon abgesteckten Streifen prüfen.

Diese gar einfache und leichte Flächenvertheilung wendet man vorzüglich an, wo der Boden stückweise in Arbeit oder in Nutzung gegeben wird. Läßt man diese Scheidelinien beim Anbaue als Waldraine in angemessener Breite offen: so dienen sie bei Vertheilung des Holzsamens oder der Pflänzlinge, bei Bestimmung nöthiger Nachbesserung, beim Pflanzenausheben und Durchforsten, beim Jagen, bei Waldbrand u. s. w. zu mannigfach nützlichem Gebrauche.

§. 272. Abmessung der Hiebs- und anderer Forstflächentheile. Fig. 106.

Fig. 106.



Hierzu ist entweder ein brauchbarer Forstgrundriß vorhanden, oder nicht. Werden in dem Forstgrundrisse die fortschreitenden Schlaghauungen nachgetragen, so findet man darin den Anhieb AB und die beiden Anwände AM und BO des schlagbaren Ortes. Dann theilt man sich die erforderliche Schlagfläche nach §. 220. auf der Zeichnung durch CD ab, nimmt die Längen BC einerseits und AN und ND andrerseits von dem Grundrisse, begiebt sich an Ort und Stelle, bestimmt danach die Punkte C und D und steckt die neue Anhiebslinie CD durch. Es ist dabei Sorge zu tragen, daß die Schlagpunkte, wie A und B, sogleich fest bezeichnet und genau erhalten werden, sonst befindet man sich über kurz oder lang mit dem Anhiebe im Forste auf einer ganz anderen Stelle, als auf dem Grundrisse. Feste

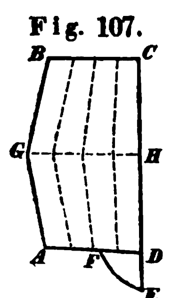
Punkte in der Anwand selbst und Abmessungen von der entgegengesetzten Seite her sichern hiergegen.

Wo man zur Schlagabmessung einen brauchbaren Forstgrundriß nicht vorfindet und der Holzbestand dicht ist, muß an dem Anhiebe ein zureichendes Bestandesstück, etwa MNABO, von den drei offenen Seiten aufgenommen und die Schlagfläche ABCD zuerst in der aufgetragenen Figur, dann an Ort und Stelle davon abgemessen werden. Der Meßtisch eignet sich hierzu am besten. Ist man einmal an einer solchen Messung, so nimmt man gleich den Bestand für mehre Schläge auf.

Im lichten, durchsichtigen Holze und zu schmalen Schlägen gebraucht man auch das Meßbrettchen und mißt die Schlagfläche vermittelst rechtwinkeliger Grundfiguren ohne Weiteres ab, jedoch so, daß der neue Anhieb wieder gerade wird. Die forstwirthschaftliche Figur und Folge der Schlagflächen ist nicht Gegenstand der Forstmathematik.

§. 273. Theilung der Hiebs- und anderer Forstbetriebsfiguren. Fig. 107.

Fig. 107.



Hat man einen Holzschlag unter die Holzhauer verhältnißmäßig zu theilen, so ist es eben nicht nöthig, zuvor die Figur aufzunehmen und in derselben die Theilung zu entwerfen. Gewöhnlich haben die Schlagflächen zwei ziemlich parallel laufende Seiten, wie BC und AD, oder es ist durch Abschneidung äußerer Ecken eine theilbare Grundfigur leicht herzustellen. Davon theilt man nur die vorher gemessenen Parallel-Seiten. Sollten aber die Nebenseiten BA und CD nicht gerade, oder sehr lang sein, so steckt man noch Mittellinien, wie GH, quer durch und theilt diese in gleichem Verhältnisse. Hierauf werden auch die anfänglich abgeschnittenen, äußeren Ecken, wie FDE, für sich vertheilt, oder als Theile des Ganzen mit eingerechnet. Endlich steckt man die Theilungen durch.

Wie übrigens eine gemessene Fläche von gleichem, oder von ungleichem Werthe genau zu theilen ist, lehren die §§. 220. und

221., und es wird nun nicht schwer fallen, die auf dem Grundrisse entworfenen Theile auch auf dem Grundstücke abzustecken, wenn man die Standpunkte noch auffinden kann. Nur müssen die Theilpunkte wo möglich nach den aus der Rechnung wirklich hervorgegangenen Breiten abgemessen werden, weil die mit dem Zirkel wieder abgegriffenen weniger genau sind.

§. 274. Die Reihenform der Waldpflanzung. Fig. 108.

Fig. 108.

Die Reihenpflanzung stellt die Pflänzlinge in eigene gleichlaufende Reihen; ihre Grundfigur ist ein längliches Rechteck abcd, von dem Reihenabstande ab und der Pflanzweite ad begrenzt. Auf jeden Pflänzling kommt ein solches Rechteck, eigentlich vwxy, als Standraum. Dieser wird gewöhnlich in Werkfußen bestimmt.

1) Nennt man den Reihenabstand a und die Entfernung der Pflanzen in den Reihen e, so ist also der Standraum des einzelnen Pflänzlings $= a \times e$. Wird außerdem die zu bepflanzende Fläche mit F und die gesammte Pflanzenzahl mit St bezeichnet, so ist

$$F = a \,.\, e \,.\, St.$$

Folglich $$St = \frac{F}{a \,.\, e};$$

$$a \,.\, e = \frac{F}{St.};$$

$$a = \frac{F}{St \,.\, e} \text{ und}$$

$$e = \frac{F}{St \,.\, a}.$$

2) Nach dem Reihenabstande, etwa zu 8′, und der Pflanzweite, etwa zu 2′, kann hiernach der Standraum und die auf das Flächenmaß erforderliche Anzahl von Pflänzlingen leicht berechnet werden. Das Produkt des Abstandes mit der Pflanzweite giebt den Flächenantheil eines jeden Pflänzlings, nämlich $8 \times 2 = 16$ q′, und mit diesem wird der Inhalt der Flächenmaßeinheit an Werkfußen dividirt. Da die weimarische Quadratruthe

16×16 q′ und also der Acker zu 140 q°, $16 \times 16 \times 140 = 35840$ q′ Werkmaß enthält: so gingen bei dieser Stellung auf den Acker $\frac{35840}{16} = 2240$ Pflänzlinge.

3) Ist die Pflanzenzahl, der Reihenabstand und die Pflanzweite gegeben, so giebt deren Produkt den erforderlichen Pflanzraum. 1000 Pflänzlinge, in den Reihen 3′ entfernt stehend mit 10′ Reihenabstand, bedürfen $1000 \times 3 \times 10 = 30000$ q′ $= 117$ q° 48 q′ weim.

4) Ist dagegen die Anzahl der auf den Acker kommenden Pflänzlinge bestimmt, etwa 1000, und man soll den Standraum eines jeden ermitteln: so wird die Flächenzahl des Ackers durch die Pflanzenzahl dividirt, nämlich: $\frac{35840}{1000} = 35{,}84$ q′, wofür 36 q′ angenommen werden kann, zu welcher Fläche die Seiten 9×4 oder $10 \times 3{,}6$ oder 12×3 oder 18×2 paßten.

5) Wäre zugleich das Seitenverhältniß bestimmt, z. B. 1:4, so könnten, aus diesem und aus dem Standraume 36, die beiden Seiten mittels einer Gleichung gesucht werden. Nennt man nämlich die kürzere Seite (die Pflanzweite) x, so ist die längere (der Reihenabstand) 4x, also

$$4x \times x \text{ oder } 4x^2 = 36$$
$$x^2 = \tfrac{36}{4} = 9$$
$$x = \sqrt{9} = 3$$
$$\text{und } 4x = 4 \times 3 = 12.$$

§. 275. Eine Reihenpflanzung abzustecken. Fig. 109.

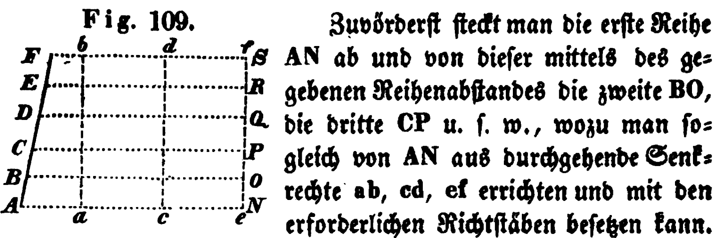


Fig. 109.

Zuvörderst steckt man die erste Reihe AN ab und von dieser mittels des gegebenen Reihenabstandes die zweite BO, die dritte CP u. s. w., wozu man sogleich von AN aus durchgehende Senkrechte ab, cd, ef errichten und mit den erforderlichen Richtstäben besetzen kann. Die so ausgesteckten ersten Richtstäbe jeder Reihe werden unter sich wieder berichtigt und bleiben stehen, bis die Linie bepflanzt ist.

Von der abgeglichenen Vorderseite der Pflanzung, z. B.

von AF ausgehend, mißt man nun auf jeder Linie die Pflanzweiten ab, wobei eine dazu abgetheilte Schnur wohl dienlich ist. Die Pflanzpunkte werden vorläufig mit Pfählchen bezeichnet.

§. 276. Die Geviertform der Waldpflanzung (Quadratpflanzung). Fig. 110.

Fig. 110.

Die Quadratpflanzung stellt je vier Pflänzlinge in ein Quadrat; ihre Grundfigur ist abcd, auf deren vier Ecken Pflänzlinge stehen, wovon jedem die Fläche eines solchen Quadrates, eigentlich vwxy, als Standraum zukommt. Bei diesem Pflanzverbande ist die Pflanzweite zugleich der Abstand je zweier Pflanzlinien. Die Fläche des Standraumes kann bei der Geviertstellung leicht berechnet werden; sie ist das Quadrat des Abstandes ab. Nennt man die Pflanzenentfernung e und behält sonst die §. 274. 1. gebrauchten Bezeichnungen bei: so ist der Standraum des einzelnen Pflänzlings $= e^2$ und folglich

$$F = e^2 . St.$$

$$St = \frac{F}{e^2}$$

$$e = \sqrt{\frac{F}{St}}.$$

1) Bei 6′ Abstand (Entfernung) kommt auf jeden Pflänzling $6 \times 6 = 36$ q′; auf den preußischen Morgen von $12 \times 12 \times 180 = 25920$ q′ Werkmaß gehen also $\frac{25920}{36} = 720$ Pflänzlinge.

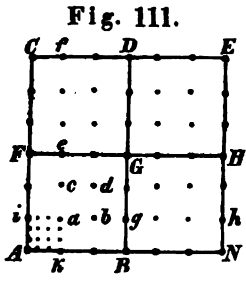
2) Wäre die Pflanzenzahl $= 1000$ und die Entfernung $= 8'$ gegeben, so ist der erforderliche Pflanzraum $8^2 \times 1000 = 64000$ q′ $= 2$ Morg. 84 q° 64 q′ pr.

3) Sucht man endlich zur gegebenen Pflanzenzahl und Fläche, auf den pr. Morgen etwa $= 400$ Stück, den Abstand: so berechnet man erst den Standraum des einzelnen Pflänzlings durch $\frac{25920}{400} = 64{,}8$ q′ und findet daraus die Entfernung mittels Ausziehung der Quadratwurzel, nämlich $\sqrt{64{,}8} = 8{,}05$, kürzer 8 Fuß.

Die Waldbaulehre handelt von einer eignen **Fünfpflanzung** und setzt mitten in die Geviertform noch einen fünften Pflänzling. Man darf aber nur diese vermeintlichen fünften Punkte durch Diagonalen in ein anderes Quadratnetz ziehen: so tritt die Geviertstellung ganz unverkenntlich hervor und die mehrjährige Täuschung verschwindet. Ein eigentlicher Fünfverband, nämlich eine lückenlose Zusammensetzung von regelmäßigen Fünfecken, ist ja unmöglich!

§. 277. Eine Quadratpflanzung abzustecken. Fig. 111.

Fig. 111.



Man nimmt eine gewisse Anzahl der gegebenen Pflanzweiten zusammen, so viel eben auf das vorhandene Längenmaß gehen, trägt diese Länge Ak auf die vordere, ganz gerade Pflanzlinie AN von Anfang bis zu Ende, steckt nun von den beiden Außenpunkten A und N, so wie von einem mittleren Theilpunkte B, senkrechte Linien über den Pflanzplatz und trägt auch auf diese jene Länge Ak.

Eben so theilt man GF und GH, DC und DE und versichert sich zugleich, daß diese Linien, bei richtiger Länge, auch gerade und zu BD senkrecht sind; wo nicht, so muß diese Hauptfigur noch berichtigt werden.

Hierauf steckt man die inneren Punkte a, b, c, d u. s. w. des so vorgerichteten Hauptnetzes nach den beiderseits zu findenden Richtungen ab; a liegt nämlich im Durchschnitte der Linien hg und fe und wird noch versichert von k über e und f, so wie von i über g und h. Ist das Hauptnetz fertig, so müssen alle Punkte sowohl in die Netzrichtungen, als in die Diagonal-Richtungen passen, und es darf kein Stab aus seinen Linien weichen.

Endlich werden noch in den so erhaltenen Hauptquadraten die Pflanzpunkte abgesteckt. Man theilt hierzu zwei gegenüberliegende Seiten, wie Ai und ka, in ihre Pflanzabstände, spannt die Pflanzschnur nach und nach von den Theilpunkten auf Ai zu

den gleichliegenden auf ka und bezeichnet alle Pflanzpunkte dazwischen mit Pfählchen. Diese sind in jedem Hauptquadrate ebenfalls zu versichern, daß sie nach allen Seiten gehörig in Linie stehen.

Öfters ist es nicht thulich, die Hauptfigur sogleich bis an das Ende des Pflanzplatzes zu legen. Wie man dann ein solches Netz noch erweitert, ergiebt sich nun von selbst. Auf ungleichem Boden müssen die Abmessungen alle wagerecht gemacht werden. Dies verursacht manche Schwierigkeit. Genauer, als die dehnbare Pflanzschnur, ist eine Meßkette, oder eine Meßstange. — Man steckt wohl auch, von Linie zu Linie fortrückend, einen Pflanzpunkt nach dem andern ab, mittels eines aus vier Lattenstücken zusammengesetzten Quadrates, dessen Seite der Pflanzweite gleich ist. Dies ist jedoch nur bei geringerem Abstande anwendbar.

§. 278. Die Gedrittform der Waldpflanzung (Verbandpflanzung). Fig. 112.

Fig. 112.

Die Verbandpflanzung stellt je drei Pflänzlinge gleich weit von einander; deren Grundfigur ist also das gleichseitige Dreieck abd, auf dessen drei Ecken Pflänzlinge stehen, wovon jedem die Fläche eines gleichseitigen, zu ⅔ R verschobenen Viereckes abcd, oder eigentlich vwxy, als Standraum zukommt.

In dem gleichseitigen Dreiecke abd steht die Höhenlinie be senkrecht auf der Mitte von ad (§. 147.); also ist

$$be^2 = ab^2 - (\tfrac{1}{2}\, ad)^2 \quad (§.\ 167.)$$

und $be = \sqrt{[ad^2 - (\tfrac{1}{2}\, ad)^2]}$ (denn $ab = ad$).

Wird nun $ad = 1$ angenommen, so ist

$$be = \sqrt{[1 - (\tfrac{1}{2})^2]}$$
$$= \sqrt{(1 - \tfrac{1}{4})}$$
$$= \sqrt{\tfrac{3}{4}} = 0{,}866 \quad (§.\ 47.).$$

Es verhält sich also in dem Vierecke der Verbandpflanzung die Grundlinie ad zu der Höhe be wie 1 : 0,866 und in demselben

Verhältniß steht folglich auch der Standraum bei gleicher Entfernung. Bei 6′ Pflanzenentfernung ist der Standraum
für die Quadratpflanzung $= 6 \times 6 = 6^2 = 36$ q′,
für die Verbandpflanzung $= 6 \times 6 \times 0{,}866 = 6^2 \times 0{,}866 = 36 \times 0{,}866$
$= 31{,}176$ q′.
Es ergiebt sich daraus, daß man zur Berechnung des Standraumes (des verschobenen Vierecks) für die Verbandpflanzung nur das Quadrat der Pflanzweite mit 0,866 zu multipliziren habe. Daraus folgt dann (nach §. 276.) weiter für die Verbandpflanzung:

$$F = e^2 \,.\, 0{,}866 \,.\, St$$

$$St = \frac{F}{e^2 \,.\, 0{,}866}$$

$$e = \sqrt{\frac{F}{St \,.\, 0{,}866}}.$$

1) Ist die Pflanzweite für eine Verbandpflanzung gegeben, etwa zu 6′, und es soll die auf den preußischen Morgen erforderliche Pflanzenzahl berechnet werden: so dividirt man mit dem Standraume $6 \times 6 \times 0.866$ in das fragliche Flächenmaß, nämlich:

$$\frac{25920}{6 \times 6 \times 0{,}866} = \frac{25920}{6 \times 6} : 0{,}866 = 720 : 0{,}866 = 831 \text{ Stück.}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß man die Pflanzenzahl der Quadratpflanzung in gleicher Pflanzweite nur durch 0,866 zu dividiren brauche. Bei gleichen Pflanzweiten verhält sich also die Pflanzenzahl der Quadratpflanzung zur Pflanzenzahl der Verbandpflanzung wie $1 : \frac{1}{0{,}866} = 1 : 1{,}155$. Daher kann man auch zur Auflösung dieser Aufgabe die gefundene Pflanzenzahl der Quadratpflanzung mit 1,155 multipliziren, was leichter ist. Z. B. die 720 Stück (§. 276.) mit 1,155 multiplizirt, gäbe 831 Stück.

2) Die Stammzahl ergiebt sich bei gegebenem Flächenraum z. B. 1 weim. Ar. = 35840 q′ und der Pflanzweite, etwa 5 Fuß aus:

$$\frac{35840}{5^2 \times 0{,}866} = 1655.$$

3) Die Pflanzweite endlich findet man bei gegebenem Flächenraume z. B. 1 preuß. Morgen = 25920 q′ und bekannter Pflanzenzahl, etwa 720 nach

$$\sqrt{\frac{25920}{720 \,.\, 0{,}866}} = 6{,}45'.$$

Einfacher noch läßt sich die Pflanzweite folgendermaßen finden: Man sucht das Seitenverhältniß eines Quadrates und eines verschobenen (Verband)-Vierecks von gleicher Fläche; nehmen wir die Seite des Quadrats zu 1 an und die des gleich großen verschobenen (Verband-) Vierecks zu x, so ist der Inhalt von jenem = 1 × 1 und von diesem = x × x × 0,866, und

$$1 \times 1 = x^2 \times 0{,}866$$

$$\frac{1}{0{,}866} = x^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{0{,}866}} = x = 1{,}075.$$

Es verhält sich also die Seite des Quadrates zur Seite des gleich großen verschobenen (Verband-) Viereckes wie 1 : 1,075. Daher multiplizirt man den gefundenen Abstand der Quadratstellung auf gleichem Standraume nur mit 1,075.

Sollen auf einen preußischen Morgen 720 Pflänzlinge in Verbandform gesetzt werden, so erhält jeder zu seinem Raume $\frac{25920}{720}$ = 36 q′; davon ist die Quadratseite 6′ und die gesuchte Verbandweite 6 × 1,075 = 6,45′, wie oben.

Zur Probe könnte man hiervon den Standraum suchen, 6,45 × 6,45 × 0,866, und damit in das Flächenmaß dividiren; dann kommt $\frac{25920}{6{,}45 \times 6{,}45 \times 0{,}866} = 720$, die gegebene Pflanzenzahl wieder heraus.

Die Formeln für die Verbandpflanzung sind demnach:

$$F = e^2 \,.\, 0{,}0866 \,.\, St;$$

$$St = \sqrt{\frac{F}{e^2 \,.\, 0{,}866}} \text{ oder } \sqrt{\frac{F}{e^2}} \times 1{,}155;$$

$$e = \sqrt{\frac{F}{St \,.\, 0{,}866}} \text{ oder } \sqrt{\frac{F}{St}} \times 1{,}075.$$

§. 279. Eine Verbandpflanzung abzustecken. Fig. 113.

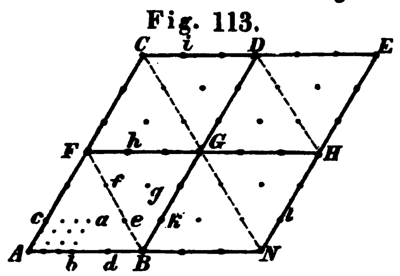


Fig. 113.

Man theilt die angenommene vordere Pflanzlinie ebenfalls mit einer gewissen Anzahl der gegebenen Pflanzweiten und errichtet zuerst von A und einem geeigneten Theilpunkte B ein großes gleichseitiges Dreieck ABF. Dazu können an A und B kleine gleichseitige Hülfsdreiecke Abc und Bde gelegt und davon die Seiten Ac und Be verlängert werden, bis sie in F sich schneiden. AF und BF sind zu messen, erforderlichen Falls zu berichtigen und wie AB einzutheilen. Hieran setzt man nun auf gleiche Weise die Dreiecke BFG, BNG, NGH, FGC, GCD u. s. w., deren Richtigkeit sich durch die einpassende Richtung aller Eckpunkte bestätigt.

Die innern Punkte des so vorgerichteten Hauptnetzes bestimmt man durch Einvisiren ganz wie zu der Quadratpflanzung; nämlich a kommt in den Durchschnittspunkt von hi und kl und wird von b und c aus versichert. Die Punkte auf den abgesteckten Diagonalen, wie e und f, sind überdies schon abgemessen. In dem fertigen Hauptnetze müssen alle Punkte in alle Richtungen passen, keiner darf aus seinen Linien weichen.

Endlich werden die einzelnen Pflanzpunkte wie bei der Quadratpflanzung abgesteckt, nur mit dem Unterschiede, daß die Pflanzschnur zwischen den Parallelen nicht senkrecht fortrückt, sondern nach einem Winkel von 60°. Beim Abstecken der großen Dreiecke könnte ein Winkel-Instrument anstatt der ersten kleinen Hülfsdreiecke gebraucht werden. Zum einzelnen Abstecken der Pflanzpunkte mit geringer Entfernung diente auch ein gleichseitiges Dreieck, oder das gleichseitige, zu 60° verschobene Viereck des Gebrittverbandes; doch ist letzteres minder bequem.

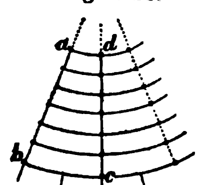
Sollen größere Stämme in größere Entfernung gepflanzt werden, so nimmt man ganz gerade und gleich starke Baumpfähle,

steckt mit diesen alle Pflanzpunkte genau ab, läßt um jeden den Umkreis des Pflanzloches erst vorreißen, steckt nachmals die Pfähle wieder in die Mitte der aufgegrabenen Pflanzlöcher und richtet dieselben von neuem nach, wozu die Hauptrichtpfähle noch stehen bleiben; endlich pflanzt man die Stämme alle an einerlei Seite der Pfähle ein, so daß sie für sich ebenfalls in völliger Ordnung stehen. Bei kleinen Pflänzlingen wird das Loch rund um den Punkt vorgehackt und der Pflänzling mitten in dasselbe an die Stelle des weggenommenen Pfählchens gepflanzt.

§. 280. Die Strahlenform zur Waldpflanzung. Fig. 114.

Die Strahlenpflanzung stellt die Pflänzlinge in Reihen, die alle von einem gemeinschaftlichen Strahlpunkte aus gerichtet sind und je zwischen einem größten Strahlenabstande eintreten; ihre Grundfigur ist der Ausschnitt eines Kreisringes, den man jedoch als Trapez annehmen kann. Diese Trapeze sind von gleicher Breite, aber von verschiedener Länge, mithin auch von verschiedener Fläche. Der äußere Reihenabstand bc ist in allen Fällen doppelt so groß, als der innere ad.

Fig. 114.



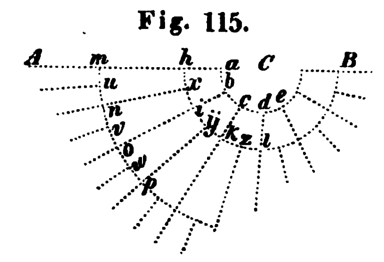
Die mittlere Standraumfläche wird bei dieser Stellung gefunden, wenn man die Gesammtfläche einer solchen Trapez-Reihe abcd durch die Anzahl der in ab befindlichen Pflanzweiten dividirt. Wenn ad $= 6'$, bc $= 12'$ und ab $= 24'$, mithin abcd $= \frac{6+12}{2} \times 24 = 216$ q′ ist, und auf ab 12 Pflanzweiten zu 2′ gehen: so kommen auf jeden Pflänzling im Durchschnitte $\frac{216}{12} = 18$ q′.

Soll die Pflanzweite innerhalb der Reihe nach einem gegebenen durchschnittlichen Standraume von etwa 24 q′ berechnet werden: so dividirt man mit letzterem in die Fläche der Trapez-Reihe abcd, hier 216 q′, und findet, in $\frac{216}{24} = 9$, die Anzahl der Pflanzweiten; durch diese theilt man die Länge ab von 24 Fuß, was $\frac{24}{9} = 2\frac{2}{3}'$ zur Pflanzweite giebt. Hierbei wäre ungefähr der innere, kleinere Standraum $2\frac{2}{3} \times 6 = 16$ und der

äußere, größere 2⅔ × 12 = 32 q′. Diese Verschiedenheit könnte einst zu recht nützlichen Erfahrungen über die zweckmäßigere Stellung der Holzanlagen führen.

§. 281. Eine Strahlenpflanzung abzustecken. Fig. 115.

Fig. 115.



Man nimmt einen Punkt C zur Mitte des Sternes an, reißt von diesem mit dem gegebenen Halbmesser Ca den Umkreis zum offen bleibenden Rundplatze, theilt diesen Umfang in die gegebenen vorderen Reihenabstände ab, bc, cd . . . und bezeichnet jeden Theilpunkt a, b, c, d . . . als Anfang der ersten Strahlen.

Hierauf reißt man mit 2 Ca oder Ch von C aus einen weiteren Kreis und verlängert Ca, Cb, Cc . . . bis in denselben zu h, i, k . . ., mißt nun die Sehnen hi, ik, kl . . ., berichtigt die etwaigen Abweichungen noch zeitig und halbirt diese Bogen in x, y, z . . . Dies giebt die Anfangspunkte der zweiten Strahlen mit dem vordern Abstande hx = ab.

Weiter müßte man mit 2 Ch = Cm aus C einen dritten Kreis abreißen, was aber nunmehr wegen der unbehülflichern Halbmessergröße nicht wohl anginge. Daher setzt man alle die angefangenen Strahlen in der Richtung Ch, Cx, Ci, Cy, Ck... fort, giebt jeder dieser Fortsetzungen Ch oder hm zur Länge und bekommt dadurch die Kreispunkte m, n, o, p . . . in gleichen Abständen = 2 ab. Deren Mitte u, v, w . . . ist wieder der Anfang neuer Zwischenstrahlen.

Der vierte Strahlenanfang träte bei 2 Cm ein. Hier müßte man die Geraden von m, u, n, v, o . . . um Cm fortsetzen und dort wieder die Abstände theilen. So ginge das Abstecken fort bis zu Ende.

Leicht begreiflich ist ab : hi = Ca : Ch; soll hi zweimal so groß werden als ab, so muß auch Ch = 2 Ca sein. Weiter

ist $hx : mn = Ch : Cm$ und $mn = 2\ hx$; folglich $Cm = 2\ Ch$ und $hm = Ch$.

Der eben gebrauchte Halbmesser muß also allemal zu der Stelle führen, wo wieder neue Strahlen einfallen. Die Strahlen werden daher von Stück zu Stück mehr gleichlaufend.

Bepflanzt man die Strahlen dicht, so macht sich diese Anlage, zumal auf der Ebene und von einer gerabstämmigen Holzart ausnehmend gut. Von dem Mittelpunkte aus durchsieht man man dann das ganze Dickicht, wenn der vordere Strahlenabstand nicht zu eng ist. Die Strahlen selbst können dabei so dicht bepflanzt werden, daß an Holzertrag nichts verloren geht. Zur Mitte paßte ein Ruheplatz, oder Jagdschirm, eine Wildfütterung, oder Salzlecke, auch wohl ein seltener Baum. Auf einem Wildwechsel würde diese Strahlenpflanzung den Jagdfreund ganz besonders erfreuen. Soll ein breiterer Geradweg über den Rundplatz geführt werden, so läßt sich nur der halbe Stern mit ACB gut anbringen, sonst könnten nicht an beide Seiten des Weges volle Baumreihen zu stehen kommen.

VI. Forstvermessung.

---

1. Eigentliche Forstvermessung.

§. 282. Gegenstände der Forstvermessung.

Der Forstvermesser hat vorzüglich aufzunehmen:

1) Die Grenzen des Forstgrundeigenthums und der über Grund und Boden sich ausdehnenden Forstgerechtsamen und Forstdienstbarkeiten, mit allen durch Steine, Säulen, Bäume, Hügel, oder Gruben bezeichneten Grenzpunkten und allen nach Hecken, Steinwällen oder Gräben, Rainen, Wegen, Wasserrissen, Flüssen, oder Bergkanten bestimmten Grenzlinien.

2) Alle andern festen Linien und Punkte innerhalb des Forstes, die entweder zu öffentlichem Gebrauche, oder zu forstlichen Zwecken, oder zu geometrischem Anhalte dienen, als: schmale

Trift=, Holz=, Fuß= und Stellwege; scharf eingeschnittene Schluchten, Wasserrisse und Bäche; scharfe Bergkanten und Felsspitzen, Quellen, Salzlecken, ausgezeichnete Steine, Bäume, etwaige Bauwerke u. dgl.

3) Die Standortsverschiedenheiten, so weit diese durch die äußere Bodengestalt (Bergrücken, Abhänge, Thäler, Schluchten u. s. w.), oder die innere Bodenbeschaffenheit (auffallende Verschiedenheit in der Bodengüte, Sumpf, Steinfeld u. s. w.) entschieden hervortreten, hauptsächlich zum Behufe der künftigen Ortsabtheilung *).

4) Die Holzbestandesverschiedenheiten, nach Holz= und Betriebsart, Alter, Wuchs und Schluß, nebst den Räumden und Blößen über einer bestimmten Größe, zur Bestandesabtheilung **).

5) Die Nebengrundstücke des Forstes, als: Gehöfte und Gärten, Äcker und Wiesen, offene Huten und Triften, Holzlager= und Kohlplätze, breite Wege, Stein= und Mergelbrüche, Thon= und Lehmgruben, Teich= und andere Wasserflächen, so wie allen andern zur Holzzucht nicht geeigneten Boden, wie Felsen, Sümpfe u. s. w.

6) In den Forstumgebungen: An der Forstgrenze hin, die ausgezeichneten festen Punkte und Linien mit den ablaufenden Flurgrenzen. Weiter, die Abfahr= und Triftwege, die nächsten Wohnorte mit ihren Fluren und Gehölzen, wenigstens im Bereiche des Jagdrevieres (?).

Am genauesten sind die Grenzen und festen Wirthschaftslinien nebst den Anhaltpunkten zu vermessen; weniger genau brauchen die Verschiedenheiten der Lage und des Bodens, des Holzbestandes und der sonstigen Benutzungsart aufgenommen zu werden; von der Umgegend des Forstgrundes ist eine bildliche Darstellung schon hinreichend.

---

*) Die Standortsverschiedenheiten fallen meist mit den, äußerlich mehr hervortretenden, Bestandesverschiedenheiten mehr oder weniger zusammen.

**) Die Grundsätze im Speziellen, nach welchen der Forstgeometer die so wichtige Bestandesabtheilung zu bilden hat, lehrt die Forstbetriebseinrichtung.

§. 283. Werkzeuge und Hülfsmittel.

Zum Abstecken und Messen der Linien und Winkel im Forste und zum Auftragen und Zeichnen der Forstkarten braucht der Forstvermesser mancherlei Werkzeuge und Mittel, als:

1) Etwa sechs gute Richtstäbe, um damit längere Standlinien vorzurichten, auch später die Abtheilungen abzustecken.

2) Zwei wohl abgeglichene Meßketten mit Zubehör, um immer eine ganz brauchbare vorräthig zu haben; dabei eine Meßstange zum wagerechten Messen sehr steiler Linien und einen Fußstab.

3) Ein gutes Winkelwerkzeug mit Zubehör. In Bergforsten ist die Meßscheibe und in Landforsten die Boussole vorzüglich. Daneben kann ein leichter Meßtisch oder eine kleine Boussole zu den Zwischenaufnahmen gebraucht werden.

4) Geeignetes Papier, Lineal und Winkel, Maßstab, Zirkel und sonstigen Zeichenbedarf, eine ebene, hinlänglich große Tafel und ein helles Zimmer, zum Auftragen der Messung.

Zwei tüchtige Kettenzieher und noch ein dritter Handarbeiter dienen zum Aufräumen und Abstecken der Standlinien, zum Einschlagen der Standpfähle, zum Längenmessen, zum Tragen und Aufstellen der Winkelwerkzeuge, zum Ausstecken der Richtstäbe u. s. w.

§. 284. Vermessungsplan.

In Ermangelung einer vorhandenen Karte nimmt sich der Vermesser zuvörderst eine flüchtige Handzeichnung von dem ganzen Forste auf, zur Entwerfung des Vermessungsplanes, der im Allgemeinen folgender Ordnung unterliegt:

Alle Meßverrichtungen müssen in der Regel von der Mitte des Forstes ausgehen und von Stück zu Stück nach außen fortschreiten. Zur Grundlage der ganzen Vermessung sind geeignete Hauptmeßzüge durch den ganzen Forst zu legen und mit Nebenmeßzügen netzförmig zu verbinden. Diese Netzzüge müssen auf gut meßbaren, hinlänglich offenen Strecken (Hauptwegen, Wiesengründen, Bergrücken u. s. w.) hingehen und wo möglich schon

der künftigen Abtheilung entsprechen. In Berg- und Hügelforsten sind gerade durchgehende Linien hierzu weniger genau und anwendbar, als gebrochene Linien auf gleichem Boden. In der Ebene können wohl, zumal durch lichten Wald, lange kreuzende Hülfslinien zu einer solchen Grundlage gebraucht werden, so weit man im Stande ist, sie ganz gerade abzustecken. Dieses Netz wird nach außen durch die Grenzzüge geschlossen und durchgängig mittels der Zwischenmessung ausgefüllt. Die Hauptfiguren desselben dürfen nicht zu schief ausfallen; ihre Größe muß der Forstausdehnung, der Bodengestalt und dem Genauigkeitsgrade entsprechen.

Gebraucht man ein Winkelwerkzeug, das rückwärts eingerichtet wird, wobei, wie aus §. 248. 2. bekannt, jeder Winkelfehler den ganzen weitern Meßzug verdreht: so ist voraus zu bestimmen, in welcher Folge und Verbindung das Messen und Auftragen dieses Netzes von innen nach außen vorgenommen und wohin jeder Schluß gebracht werden müsse.

Endlich wählt man auch zur Verbindung der abgesondert gelegenen Forststücke geeignete Meßzüge und bestimmt sich die Mittel und Wege zur Aufnahme etwaiger anderer Vermessungs-Gegenstände, welche außerhalb des Forstzusammenhanges liegen.

§. 285. Festlegung der Meßzüge (das Stationiren).

Die Meßzüge werden in derselben Folge festgelegt, wie nachher das Messen und Auftragen vor sich gehen soll. Ist ein erster Standpunkt bestimmt, so steckt man einen Richtstab darauf, geht in die Gegend des zweiten und wählt nun diesen, sogleich mit Hinsicht auf Zweckmäßigkeit für den dritten, vierten u. s. w., und läßt zugleich die Standlinie aufräumen. Dabei sucht man den Meßzug so zu legen, daß alle Anmessungen leicht und zweckmäßig geschehen können, vermeidet auch, so viel als thulich, seine Standpunkte auf gangbaren Wegen, oder fremden Grundstücken zu nehmen.

In jeden Standpunkt kommt ein Pfahl, so tief, daß er Niemandem anstößig wird. Derselbe erhält oben am Kopfe eine

kleine Platte mit der Standnummer, welche dahin weisen muß, wohin die Nummerfolge weiter geht. Die nächste Nummer schreibt man schon voraus bei dem letztern Standpunkte an den vorräthigen Pfahl; überdies sichert man den Punkt noch durch ein vorher gemachtes Loch, oder durch einen um denselben in den Boden eingehackten Kreis, oder durch zwei im Pfahlpunkt sich kreuzende Gräbchen, und durch eine an den nächsten Stamm angebrachte, nach dem Standpunkte hinweisende Platte mit der Nummer und der Entfernung in Fußen.

In den Hauptmeßzügen, die man als Hauptgrundlinien am genauesten mißt, bekommen die Standpunkte zur Auszeichnung römische Ziffern. In den weiter zur Netzverbindung dienenden Nebenmeßzügen gebraucht man gemeine Ziffern und setzt deren Nummerfolge nach den Hauptforsttheilen ab. Die Standpunkte zu den Zwischenmessungen werden mit kleinen lateinischen Buchstaben bezeichnet und gewöhnlich erst bei der Linienmessung bestimmt.

§. 286. Linienmessung.

Man mißt die Längen der Stand- und Seitenlinien wo möglich in derjenigen Folge und Verbindung, wie sie aufgetragen werden müssen, schon um diese Linien in dem Vermessungsbuche nach der Reihe wieder zu finden. In der Regel gebraucht man dazu die Meßkette. Alle, zur Hauptgrundlage des Ganzen dienenden Meßzüge werden mit mehr Genauigkeit und doppelt gemessen; die darin vorkommenden steileren Linien mißt man zu anderer Zeit mit der Meßstange nochmals nach. Von den Standlinien aus werden, wie bekannt, die wirklichen Waldlinien, die Grenz- und festen Anhaltpunkte angemessen.

Die Bestandesverschiedenheiten, Schläge, Blößen, Wiesen, Äcker und dergleichen Grundstücke nimmt man nach ihrer wirklichen Figur auf. Für die ziemlich gleich breiten Wege und Flüsse bestimmt man nur die Mittellinie nebst der Mittelbreite. Abgelegene Waldstücke mißt man für sich und bringt sie durch besondere Meßzüge mit dem Hauptkörper in Verbindung.

Die gemessenen Linien sind bestimmt und genau in das

Vermessungsbuch zu tragen (n. §. 250.). In die vordere Spalte kommt die Bezeichnung, die nächste bleibt noch offen für die Winkel, in die dritte werden die Längen gesetzt und dann folgen die gemachten Abmessungen, theils schriftlich, theils durch Handzeichnung dargestellt, mit den etwaigen Anmerkungen wegen Grundstücksart, Holzbestand, Unterbenennungen u. dergl. Jede Blattseite wird mit dem Namen des Waldortes überschrieben.

§. 287. Winkelmessung.

Wenn die Richtung jeder einzelnen Linie nicht unmittelbar nach der Magnetnadel bestimmt wird, sondern hauptsächlich nach der vorliegenden Standlinie: so ist die Winkelmessung durchaus in derselben Folge vorzunehmen, in der man nachmals aufträgt. Man winkelt nämlich, sowohl mit der Meßscheibe, als mit dem Meßtische, allemal von innen heraus, gegen die Schlußpunkte hin, zuerst den längsten Hauptmeßzug, von diesem aus die Kreuzlinien und an diese wieder die Schlußlinie. Dabei sollte man nie den Schlußpunkt des eben zu messenden Umfanges in den Rücken nehmen, wenn gleich dadurch mancher Rückweg nöthig wird. Die Aufnahme jeder neuen Winkelreihe muß von einem schon vorher aufgenommenen, richtigen Punkte wieder ausgehen; wo man einen mangelhaften Winkelschluß bekommt, wird von derselben Stelle nicht weiter, sondern von einem andern richtigen Punkte wieder darauf hin gearbeitet.

In den Hauptmeßzügen wird die Orientirboussole auf jedem Standpunkte angelegt und die Winkelaufnahme so viel als nur möglich vor dem Verdrehen gesichert. In den Nebenmeßzügen hält man sich mit dem Gebrauche der Orientirboussole weniger auf; die Zwischenfiguren winkelt man lieber mit Springständen. Wird der Grundriß nach einem kleinen Maßstabe aufgetragen, befindet man sich zugleich im Besitze einer zuverlässigen Orientirboussole und auf einem Terrain, worauf die Magnetnadel nicht abirrt: so können selbst die Hauptwinkel mit Springständen gemessen werden. Doch wäre es in diesem Falle besser, die Boussole allein zu führen.

1) Beim Gebrauche der Meßscheibe sucht man auf ein Scheibenblatt so viel Winkel als möglich zu bringen, wenigstens die von einem Hauptheile des Forstes alle zusammen, weil das Wechseln der Scheibenblätter im Auftragen leicht etwas Verschiebung der Figur zur Folge haben kann. Ein solcher Haupttheil muß einen ziemlich geraden und nicht zu langen Abschnitt haben, der wo möglich ein Hauptmeßzug ist. Dieser Linienzug sollte eigentlich auf dem neuen Scheibenblatte zu der anstoßenden Partie wieder mit aufgenommen werden; doch kann man denselben zu Hause mittels des Gradringes nachtragen, oder beide Scheibenblätter neben einander auf das Grundrißblatt heften.

Die Strichelchen, womit die Linien bezeichnet werden, sind ganz kurz und scharf zu ziehen und mit den Standnummern zu versehen; die Winkelgrade werden immer an einem und demselben Ende des Lineales abgezählt. Vor dem Abnehmen des Scheibenblattes werden über dasselbe genau von 0 nach 180° und von 90 nach 270° Kreuzlinien gezogen zur Richtung in die Netzlinien des Grundrißblattes.

2) Da das Meßtischblatt für eine ausgedehnte Forstfläche nicht genug Raum verstattet, so trägt der Forstvermesser bloß abgebrochene Meßzüge darauf und setzt diese mittels eines genauen Quadratnetzes in gehörige Verbindung. Von diesem Netze wird eine Seite zur magnetischen Nordlinie angenommen und zur Anlegung der Orientirboussole ausschließlich gebraucht.

Man legt den ersten Punkt nahe an den Rand, trägt die Linie hineinwärts, und setzt den angefangenen Meßzug mit seinen Nebenlinien fort, so weit es die Größe des Tischblattes von dort ab eben gestattet; dann bricht man ab und fängt die Fortsetzung mit dem letztern Standpunkte auf der Gegenseite wieder an. Dazu wird die Quadratstelle des verlassenen Punktes genau abgemessen und andrerseits in einem geeigneten Anfangsquadrate eben so wieder genommen. Zu jedem Standpunkte wird die Nummer geschrieben; die Randpunkte, wo ein Meßzug abgebrochen und wieder angefangen ist, werden übereinstimmend mit großen Buchstaben bezeichnet, damit man die Fortsetzung leichter auffinden kann.

Hierbei entstehen freilich sehr verwickelte Linienzeichnungen. Um daher eine deutliche Übersicht seiner Messung zu haben, führt man ein Blatt mit verjüngtem Quadratnetze bei sich und zeichnet darauf jeden Meßzug unabgebrochen sogleich von dem Meßtische ab. Eine solche Beizeichnung wächst immer mehr an bis zur Vollendung und leistet nachher beim Auftragen des Grundrisses als Vorbild gute Dienste. Die von den Standlinien aus genommenen Abstände trägt man nicht sogleich auf den Meßtisch, sondern sammelt sie wie gewöhnlich erst im Vermessungsbuche, bis die Meßzüge alle zum Schlusse gebracht sind.

Kommen auch nur abgebrochene Figuren auf den Meßtisch, so kann man doch die Richtigkeit des Schlusses einer jeden Figur sogleich mit Hülfe des Quadratnetzes beurtheilen. *Die zusammengehörigen Schlußpunkte müssen nämlich in den beiderseitigen Quadraten gleiche Abstände von den Netzlinien haben.* Dabei wird freilich vorausgesetzt, daß, außer der Messung selbst, auch die Netzzeichnung vollkommen richtig sei, und man jeden neuen Anfangspunkt genau wieder in seine Quadratstelle gelegt habe, was jedoch Alles sehr zweifelhaft ist.

3) Beim Gebrauche der Boussole kehrt man sich an keine gegebene Folge, überspringt auch den je zweiten Standpunkt und nimmt nur die Grade, wie bekannt, so ab, daß bei keinem Linienzuge im Auftragen ein Zweifel bleibt.

§. 288. *Außenmessung.*

Zunächst müssen alle festen Anhaltpunkte in, oder dicht an den Grenzen, als: Denkmale, ausgezeichnete Bäume, Quellen, Mauer- oder Zaunecken, Kreuzwege, Wegweiser u. dergl., angemessen werden.

Eben so hat man nicht nur von den äußern Standpunkten, sondern auch von den, nach entlegenen Forsttheilen gemessenen Verbindungslinien ausgezeichnete Punkte der Umgegend, Kirchthürme, Häuser, Mühlen, Bäume u. dergl., durch dahin gerichtete Winkelschnitte zu bestimmen (§. 256.).

Weiter müssen die Grenzen der äußern Jagd-, Fischerei-

und sonstigen Grundberechtigungen, erforderlichen Falles auch äußere Hauptwege, Flüsse und andere ausgezeichneten Linien ihrem Laufe nach aufgenommen werden, um ein vollständiges Netz der darzustellenden Umgegend zu bekommen. Je weniger diese Aufnahmen geometrischen Zweck haben, um so weniger Genauigkeit ist dabei erforderlich. Zu bloßen bildlichen Darstellungen mögen die Längen nur abgeschritten werden.

§. 289. Nachmessung der Grenzlinien.

Wo die Forstgrenzen mit Steinen, oder andern festen Punkten bezeichnet sind, die man bloß von den Standlinien aus angemessen hat, da müssen die Längen aller Grenzlinien, von einem Grenzpunkte zum andern, noch besonders nachgemessen werden, theils um sich wegen der Grenzmessung selbst mehr zu versichern, theils auch, um für spätere Grenzberichtigungen die Entfernung von Punkt zu Punkt genau anzugeben.

Gewöhnlich finden sich die Grenzlinien aufgehauen und ohne Weiteres meßbar. Wo dies an Waldsäumen nicht der Fall ist und die Aufräumung eben nicht geschehen konnte, wird die Länge der Grenzlinie alsbald auf dem Freien hin mittels einer Parallele gemessen, nach §. 255. 2. Übrigens ist allerwärts die anstoßende Grundstücksart zu vermerken und jeder in der Nähe befindliche feste Anhaltspunkt mit aufzunehmen. Diese besondere Grenzmessung trägt man im Vermessungsbuche nach und beschließt damit die eigentlichen Meßgeschäfte im Freien.

§. 290. Entwurf des Grundrisses.

Bei dem zu Forstvermessungen gebräuchlichen Maßstabe von $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ würde der im Ganzen aufgetragene Forstgrundriß zu groß und unbehülflich. Wo daher das Zusammentragen des Ganzen nicht durchaus erforderlich ist, wie etwa zur Absteckung gerade durchgehender Stellwege, da trägt man den Grundrißentwurf in großen Haupttheilen auf einzelne Blätter. Das Grundrißpapier muß stark, dicht, gut vorbereitet und mit genauem Quadratnetze versehen sein.

Die etwas schwierige Anordnung der Figur auf das leere Zeichenblatt richtet sich nach der aufgenommenen Handzeichnung, so wie nach der nun leicht zu ermittelnden Länge und Breite des aufzutragenden Forsttheiles. Das Winkelblatt, sowohl von der Meßscheibe, als von der Boussole, ist mit seinen Kreuzlinien ganz genau auf zwei Netzlinien zu befestigen, weil diese der magnetischen Nordlinie entsprechen müssen. Die Meßtischblätter werden dagegen mittels der Netzzeichnung frei aufgepaßt und stückweise durchkopirt.

Der Grundrißentwurf muß, gestützt auf die mit größerer Genauigkeit gemessenen Hauptmeßzüge, aus seiner Mitte heraus gearbeitet werden, so daß die unvermeidlichen Schlußmängel alle in die Außentheile kommen und auf keiner Stelle zusammenfallen können. Jeder Grundzug der neu anzusetzenden Partie ist möglichst fehlerfrei zu halten und auf die unvollkommen ausgefallenen Schlüsse ist von mehren Seiten beizuarbeiten, um den fehlerhaften Zug zu entdecken.

Wo der Entwurf über das Blatt hinaus fällt, wird ein neues Stück mit fortsetzender Netzzeichnung genau angestoßen. Der zum nächsten, abgesonderten Haupttheile mit gehörige Meßzug, wozu man gern eine bleibende Hauptlinie wählt, wird auf dem andern Blatte als Wiederanfang ganz in dieselben Quadratstellen getragen, aber durchaus so, daß beide Grundrißabschnitte nicht nur mit ihrer Figur, sondern auch mit ihren Netzlinien vollkommen an einander passen.

Die Aufnahmen der Forstumgebungen von größerer Ausdehnung werden nach dem halben Grundrißmaßstabe zusammengetragen. Man verjüngt auf ein großes Blatt mit einer dem Grundrisse entsprechenden Quadratzeichnung die Außengrenzen des Grundrisses und legt von diesen aus die gemessenen Außenlinien nebst den geschnittenen Außenpunkten in Grund, so daß das dadurch entstehende topographische Netz blattweise abgezeichnet und an Ort und Stelle weiter ausgefüllt werden kann.

Endlich führt man in dem Grundrißentwurfe alle wirklichen Gegenstände der Vermessung mit schwarzer Federzeichnung aus, nämlich: die festen Grenz- und anderen Punkte mit-

tels ihrer Zeichen und Nummern; die unveränderlichen Waldlinien, wie Grenzen, Wege, Gewässer und Anwände von Nebengrundstücken, ausgezogen; die veränderlichen Bestandesabtheilungen punktirt. Alles, was zu den bloßen Hülfslinien gehört, unterscheidet man dagegen durch hellblaue oder rothe Zeichnung. Die Wege und Bestandesabtheilungen, welche zum Behufe der Ortsabtheilung noch etwas verlegt werden könnten, bleiben einstweilen in Blei; so auch die Benennungen und andern Ortsbezeichnungen.

§. 291. Flächenberechnung.

Zur genauen Flächenberechnung dient das schon vorgerichtete Quadratnetz ganz wesentlich. Jedes Quadrat wird bestimmt nach den obenan mit Buchstaben und voran mit Ziffern bezeichneten Reihen, und in seinem Flächengehalte berichtigt nach der beim Auftragen mit + oder — angeschriebenen Seitenabweichung (§. 200. 208.). Mit dieser Berichtigung muß die gefundene Summe aller einzeln berechneten Theile des Quadrates übereinstimmen. Bei Außenquadraten wird zur Versicherung das Ergänzungsstück mit ausgerechnet.

Das Flächenberechnungsbuch enthält auf jeder Seite obenan den Namen des Forstortes, dann Spalten für die Art und Bezeichnung, die Grundlinie, die Höhe und den Inhalt der Berechnungsfiguren, hinten noch einen breitern Raum zu den Rechnungen. Von jedem Netzquadrate setzt man zuerst die Bezeichnung und berichtigte Größe an, dann alle dazu gehörigen Theile, und zwar jeden mit seinen Grundfiguren, deren Inhalt nebenan ausgerechnet wird. Den berichtigten Inhalt jedes Quadrates und jedes darin abgesonderten Theiles schreibt man in den Grundriß und hebt nachher die Flächen der Quadrattheile wieder aus zur Bildung des Flächengehaltes der vorläufig abgetheilten Wirthschaftsfiguren, welcher in das Vermessungs-Register getragen und summirt wird. Der so zusammengetragene Flächengehalt aller Abtheilungen muß mit dem Inhalte aller Quadrate übereinstimmen, wenn in der Flächenausrechnung und Zusammenstellung kein Fehler ist. Hat man sich des genauen Quadratnetzes nicht

zur Flächenberechnung bedient, und ist also die eben angedeutete Prüfung nicht ausführbar, so ist eine wenigstens flüchtige Nachrechnung, am besten mit einem Planimeter (§. 210.), unerläßlich, um sich vor groben Irrthümern zu schützen.

Findet später eine Ortsabtheilung Statt, so verschiebt man die Flächenberechnung, bis jene vollführt ist, und sollte dabei der ungefähre Flächengehalt zur Frage kommen, so wird derselbe flüchtig ausgezählt. Nur bei fester Schlageintheilung muß die Fläche in voraus genau berechnet werden, und dann wählt man zu den vorläufig anzunehmenden Abtheilungen vorzugsweise bleibende Linien und legt die Berechnungslinien den künftigen Schlaglinien gemäß.

2. Forstflächentheilung.

§. 292. Von der Forstflächentheilung überhaupt.

Jeder Forst wird in ein wohl geordnetes Fachwerk getheilt mittels einer bloßen Ortsabtheilung, oder einer selbstständigen Schlageintheilung.

Die Ortsabtheilung dient, als ein feststehendes, die Raumtheile begrenzendes Wirthschaftsnetz, hauptsächlich zu geordneten Schranken der Hiebs- und Bestandesfolgen; ihre Theile, die eben nicht gleich sein müssen, heißen Forstorte, Jagen, Bezirke, oder überhaupt Ortsabtheilungen. Innerhalb dieser Wirthschaftsfiguren finden sich, nach Art und Zustand des eben vorhandenen Holzbestandes, mehr oder weniger zeitliche Bestandesabtheilungen. Mehre Ortsabtheilungen werden gewöhnlich zu einem Betriebs- oder Waldverbande, auch wohl zu einem Aufsichtsbezirke, überhaupt zu einer Revierabtheilung vereinigt.

Die Schlageintheilung soll die jährlichen oder periodischen Schritte des Waldangriffes aller Zeiten begrenzen, dabei die Abnutzung planmäßig vertheilen und die künftige Bestandesordnung sicherer begründen. Sie nimmt und verbindet von den Ortsabtheilungen so viel Forstfläche zu einem Ganzen, als ein unausgesetzter, gleichartiger Betrieb erfordert, und theilt dieses

Betriebsganze auf alle Jahre der Umtriebszeit, entweder bloß in dem Betriebsplane entworfen, oder in dem Forste ausgeführt. Ein solcher Betriebsverband muß nicht eben einen zusammenhängenden Waldkörper bilden; seine Schläge können gar wohl in mehren Revierabtheilungen umher liegen.

Die Ortsabtheilung ist eine parallele, oder gebrochene; die Schlageintheilung ist beweglich, oder fest.

§. 293. Parallele Ortsabtheilung für die Ebene.

Alle Abtheilungslinien gehen gerade und rechtwinkelig durch den ganzen Forst und bilden Rechtecke von gegebener Größe, bis auf die zufälligen Außenstücke. Diese Art der Ortsabtheilung paßt nur für die mehr ebenen Landforste, wo die Hiebsfolge geradeswegs fortgehen kann. Hier ist sie Regel, und ihre Richtung wird hauptsächlich nach dem herrschenden Windstriche bestimmt. Die Ausführung ist leicht. Man legt durch die Mitte des Grundrißentwurfs das erste Hauptgestell, auf dieses rechtwinkelig das erste Quergestell, und entwirft dann von beiden Kreuzlinien aus mittels der gegebenen Abstände das ganze Abtheilungsnetz (n. §. 177.). Alle diese Linien steckt man im Forste mit Hülfe der bis dahin sorgfältig zu erhaltenden Standpunkte ab und läßt sie nachher als Gestelle durchhauen. Ist diese Abtheilung im Freien fertig, hat man auch die dabei etwa gefundenen Abweichungen in dem Grundrisse berichtigt: so wird nun die Fläche der dadurch entstandenen Forststücke auf dem Grundrißentwurfe berechnet und zur Forsteinrichtung weiter verwendet.

§. 294. Gebrochene Ortsabtheilung für Berge.

In den Bergforsten, wo der Windstrich, die Holzfällung und Abfahrt sich nach den Thaleinhängen richten, kann auch die Hiebsfolge nicht geradeswegs über Berg und Thal gehen; die Ortsabtheilung muß hier der Bodengestalt angepaßt, also mehr schief und gemischtlinig werden.

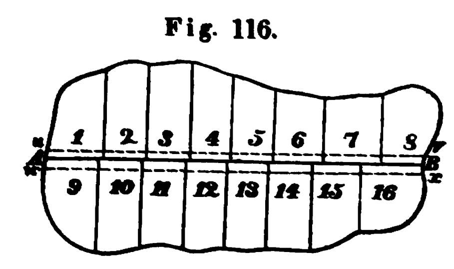
Zuvörderst nimmt man die offenen Thäler, diese natürlichen Scheidewände der Hiebsfiguren, zur Abtheilung an. Dann theilt

man von diesen aus den Bergschluchten und scharfen Bergkanten entlang, um weitere sichere Hiebsanwände zu gewinnen. Endlich legt man durch die noch vorfindlichen ausgebreitetern Bergflächen, so viel als thulich gerade, nach dem örtlichen Windstriche gerichtete und mit jenen natürlichen Scheidelinien verbundene Haupt- und Quergestelle. Jedoch müssen in jeder Bergpartie die Ortsabtheilungen eben auch reihenweise so vor- und nebeneinander liegen, daß jede Hiebsfolge von Anfang bis zu Ende mit ziemlich gleichen Anwänden rechtläufig fortsetzen kann.

Diese Abtheilung nach der Bodengestalt läßt sich schon bei der Vermessung in voraus entwerfen. Zur nähern Bestimmung ist jedoch eine Aufnahme der Bergabhänge und der sonstigen Beziehungen nöthig. Sie wird auf dem Grundrißentwurfe nicht eher ausgeführt, bis ihre Anlage im Freien fertig ist, weil zuweilen Örtlichkeiten benutzt werden müssen, die sich erst beim Abstecken finden, als wegsamere Stellen, Wasserrisse u. s. w. Solche Bergabtheilungen können nicht gleich groß ausfallen; doch giebt es dabei auch keine unverhältnißmäßig kleinen Außenstücke. Auf die Kreuzpunkte setzt man Steine, oder andere feste Zeichen, um allezeit einen geometrischen Anhalt zu haben.

§. 295. Schlageintheilung. Fig. 116.

Fig. 116.



Die Schlageintheilung ist eine **bewegliche**, oder eine **feste**. Bei der erstern bestimmt man die Größe und Folge der Schläge jedes angenommenen Betriebsverbandes bloß in dem Betriebsplane, zu Maß und Ziel des Angriffs; die Schlagflächen werden erst im Laufe der Zeit von den festen Ortsabtheilungen abgemessen. Bei der festen Schlageintheilung werden die Schläge im Forste selbst bleibend abgetheilt, entweder nach der **bloßen Fläche**, oder nach der **Ertragsfähigkeit des Standortes**

bemessen. Diese Schlagabtheilungen begrenzen die Abtriebsfläche von jedem Jahre, oder von je zwei, drei oder mehr Jahren, oder von ganzen Perioden.

Eine solche Eintheilung wird vorher auf dem Grundrisse ganz geometrisch entworfen nach der gegebenen Größe, Folge und Figur der Schläge. Gewöhnlich legt man durch die Revierabtheilung eine Hauptlinie, wie AB, und setzt auf derselben rechts und links die Schläge mit senkrechten Schlaglinien ab. Damit aber kein Schlag getheilt auf beide Seiten zu liegen komme, zieht man zu einer vorläufig angenommenen Hauptscheidelinie AB zwei Parallelen uv und wx und setzt an diese rechts und links die weitern Berechnungslinien. Dann verlegt man AB zwischen uv und wx nach Maßgabe des gefundenen Flächeninhaltes so, daß beide Seiten ganze Schläge umfassen, und theilt diese nun einzeln ab.

Wäre die einzutheilende Fläche schon bekannt, so müßte man dennoch eine neue Berechnung vornehmen, im Fall die früher gebrauchten Berechnungslinien der Theilung nicht entsprechen. Führt diese neue Berechnung zu einem etwas anderen Flächenergebnisse, so vertheilt man die Abweichung mit auf alle Schläge, setzt aber hernach die ursprüngliche Schlagfläche wieder an.

Müssen dann im Freien auf einer Linie, wie AB, Schlagpunkte abgesteckt werden, so darf das nicht bloß nach der im Grundrisse abgegriffenen Entfernung geschehen, sondern man mißt diese Linie erst im Ganzen, vergleicht die auf dem Grundrisse genommene Länge mit der wirklich gemessenen und berichtigt in diesem Verhältnisse die abzumessenden Entfernungen der Schlagpunkte. Auf solche Weise wird die unvermeidliche Längenabweichung in das Ganze vertheilt.

Wo Viehweide Statt findet, muß man die Schlageintheilung und Folge so ordnen, daß die Hauptlinie mit dem Schlagwechsel auf die Trift stößt, etwa bei A, und daß nun von hier aus die Schläge immer einerseits hutbar, andrerseits schonbar sind, wie aus der Nummerfolge zu ersehen. Diese in's Kleine gehende feste Schlageintheilung macht eine weitere Ortsabtheilung über-

flüssig, ohne welche dagegen die bewegliche Schlageintheilung ein sicher gehandhabt werden kann.

3. Forstkartenzeichnung.

§. 296. Von den Forstkarten überhaupt.

Die Abbildung der Forste hat zwei ganz verschiedene Zwecke, nämlich geometrischen Gebrauch und bloße Übersicht; beide lassen sich nicht vereinbaren. Die sogenannten Risse dienen zum geometrischen Gebrauch und enthalten hauptsächlich die äußere und innere Figur der Forstfläche. Die eigentlichen Karten oder Plane dienen zur Übersicht; sie stellen die Beschaffenheit und den Zustand des Forstes mehr bildlich dar. Bei dem Forstbetriebe wendet man fünferlei Karten an.

Der Grundriß enthält die aufgemessenen Linien und Punkte des Forstes und dient zu allen Zeiten bei Abmessung der Schlag-, Kultur- und andern Betriebsflächen, beim Ermitteln veränderter Altersklassen-Verhältnisse, bei neuen Theilungen, überhaupt bei allen geometrischen Forstverrichtungen.

Der Grenzriß ist die besondere Zeichnung aller Eigenthumsgrenzen des Forstes zum Gebrauche bei den Grenzbegängen und Grenzberichtigungen, wo der große Forstgrundriß nicht mitgeführt werden kann.

Die Bestandskarte stellt den eben vorgefundenen Waldbestand, überhaupt das im Forste Vorhandene mit dem darüber entworfenen Hauungsplane dar.

Die Betriebskarte giebt eine gedrängte Übersicht vom ganzen Forste mit den eingerichteten Betriebsarten und der zu erstrebenden Bestandsvollkommenheit, nebst dem äußern Jagdreviere (?) und allen mit dem Betrieb in näherer Beziehung stehenden Umgebungen.

In Planen werden größere Forstbereiche abgebildet, besondere Ansichten zu vorgeschlagenen Unternehmungen gegeben u. dergl. m. Bodenkarten haben keinen forstwirthschaftlichen Werth; das von dem Boden zur forstlichen Übersicht Erforderliche, die Gestalt, gehört in die eigentlichen Forstkarten.

Die Kartenzeichnung geht von dem allgemeinen Grundsatze aus, alle Gegenstände wo möglich so darzustellen, wie sie dem in gewisser Höhe darüber befindlichen Auge erscheinen. Vorzüglich sucht man Beleuchtung, Form und Farbe der Gegenstände nachzubilden, und wo Abweichungen nöthig sind, muß die Bezeichnung der Natur entsprechen und dabei ein leichtes Merkmal haben.

Von oben erscheint der bloße Erdboden auf der Ebene am deutlichsten und hellsten, mit zunehmender Neigung immer undeutlicher und dunkler; daher bezeichnet man den Bodenabhang um so dunkler, je abschüssiger derselbe ist. Im Sonnenlichte haben erhöhte Gegenstände äußern, vertiefte innern Schatten; dies bestimmt den Zeichner, Licht und Schatten anzubringen, wo dadurch die Darstellung gewinnt. Das Licht denkt man sich von der linken Seite einfallend ohne weitere Berücksichtigung des wirklichen Sonnenstandes. Hohe Körper bieten dem Auge mehr Schatten dar; daher hält man Wälder, Wohnplätze, Baumgärten dunkler, als Wiesen und Felder; Hochwald dunkler, als Niederwald.

Alle Grundstücksarten werden bis zu ihrer Umgrenzung ausgefüllt, wie sie sich dem Auge im Ganzen darstellen. Einzelne Körper und Gewächse, als Grenzzeichen, Bäume, Grashalme u. dergl., können weder nach ihrer verhältnißmäßigen Größe, noch in allen Fällen nach der Ansicht von oben gezeichnet werden. Hier erlaubt man sich eine mäßige Vergrößerung, selbst eine aufrechte Stellung.

Wichtigere Gegenstände werden mehr hervorgehoben; wenig oder gar nicht sichtbare, z. B. Verschiedenheiten von Waldgattungen, Betriebsarten, Grundbesitz u. s. w., werden mehr willkührlich bezeichnet. Die gewählte Bezeichnung muß nur angemessen, bestimmt und leicht sein, auch, wie schon gesagt, ein von dem Gegenstande hergenommenes, eigenes Merkmal haben. Übrigens muß man sich bemühen, jede Karte, besonders für den Nichtzeichner, in allen Stücken recht anschaulich, brauchbar und im Ganzen auch gefällig darzustellen.

§. 297. Aufnahme der forstlichen Gegenstände.

Zur weitern Aufnahme der forstlichen Gegenstände verjüngt man den Grundrißentwurf mit allen Stand-, Grenz- und andern festen Punkten und Grundlinien stückweise auf die Hälfte, begiebt sich hierauf mit diesen kleinern Aufnahmeblättern von Ort zu Ort und zeichnet ein, was durch die Messung noch nicht zu Papier gebracht worden ist.

1) Zuerst die Bodengestalt. Hierzu legt man die obern und untern Absätze der verschiedenen Berghänge in Grund, entwirft dazwischen, besonders bei kurzen Wendungen der Abhänge, oder bei starkem Abfalle der Bergschluchten, wagrechte Bodenlinien und zeichnet nachmals senkrecht auf diese von oben herab weitläufige Böschungsstriche. Ist diese Anlage fertig, so werden die Zeichen für die gemessenen oder geschätzten Böschungsgrade noch darauf gesetzt.

Zu dieser ersten Terrainaufnahme kann man sich etwa der nebenstehenden Scala (Fig. 140.) bedienen; man zeichnet nämlich die Neigungen von 1 bis 5° mit punktirten, die von 6 bis 10° mit ausgezogenen Böschungslinien, ohne weitere Abzeichen; die von 11 bis 15° noch mit einzelnen und die von 16 bis 20° mit paarweisen Punkten; die von 21 bis 25° mit einzelnen und die von 26 bis 30° mit paarweisen Querstricheln; die von 31 bis 35° mit einfachen und von 36 bis 40° mit doppelten Querstrichen; die von 41 bis 45° mit einfachen und von 46 bis 50° mit doppelten, schräg gekreuzten Strichen. Die Abhänge über 50°, die meist felsig sind, bekommen ganz kurze gekreuzte Bogenstriche, an den Felsstellen in eins zusammenlaufend.

Diese mit Bleistift leicht ausführbaren, von der ersten Böschungsanlage unabhängigen Zeichen haben bestimmtere und deutlichere Unterscheidung und sind während der Aufnahme leichter anzubringen und zu berichtigen, als alle sonst gebräuchlichen; sie mögen übrigens nur zum Entwurfe gebraucht werden.

2) Zugleich zeichnet man die noch nicht aufgenommenen Grenzen, Wege und Gewässer folgendergestalt:

Die Grenzen im Entwurfe vorläufig mit Strich- oder Rundpunkten. Die Straßen mit doppelten Seitenlinien, Gräben vorstellend; die Marktwege mit zwei einfach gezogenen Seitenlinien; die Dorf-, Holz- und Feldwege mit einem starken Federstriche und die Fußwege einfach punktirt. Bäche mit einer schwächern oder stärkern geschlängelten Linie; Flüsse mit beiden Ufern und diesen entlang laufenden Wasserstrichen; Teiche und Seen mit wagrechten Wasserstrichen.

3) Nächst dem geht es an die Zeichnung des Gewächsstandes. Für den Waldbestand des eigentlichen Forstgrundes bedarf es keiner besonderen Bezeichnung, da sich dieser aus dem Vermessungsregister ergiebt. Dagegen deutet man den Gewächsstand der Räumden, Nebengrundstücke und des Außengrundes etwa in folgender Weise an:

a) Einzelne Bäume, nach dem Kronenumrisse unterschieden:

Eichen — bogig rundlich;

Buchen, Ahorne, Eschen, Ulmen — scharf kreisförmig;

Birken und weiches Laubholz — scharf länglich;

Nadelholz — spitzig;

Obstbäume — bogig breit;

Kopfholz — astig ohne Kronenumriß.

b) Holzung, die Gattung mit der besondern Kronenform bezeichnend:

Hochwald: dichte und große, aber schaftlose Kronen;

Mittelwald: weniger dichte, große und kleine schaftlose Kronen mit paarweisen Büschen;

Niederwald: dünn und paarweise stehende Büsche, Ausschläge vorstellend;

Plänterwald: Bäume von verschiedener Größe mit unbedeckten Schäften, dazwischen einzelne Büsche, dünner gestellt.

c) Länderei:

Obstgärten: mit reihenweisen Obstbäumen;

Weingelände: mit reihenweisen Weinstöcken;

Grabgärten: beetweise, leicht und eng gestrichelt, im Größern mit regelmäßiger Anlage;

Äcker: unausgezeichnet, oder mit weit gestellten, felderweise gleichlaufenden Punktstricheln;

Wiesen: paarweise Punkte mit dem untern Kartenrande gleichlaufend:

d) *Wüstung*:

Hutrasen: kleine Punktreihen, ebenfalls mit dem untern Rande gleichlaufend;

Heide: aufrechte Strichelchen in solchen Reihen;

Sumpfgewächse: deßgleichen und mit überhängenden Halmen;

Sumpf: abgebrochene wagrechte Wasserstriche zwischen Sumpfgewächsen;

Trift: Rasenzeichnung, aber dem Triftwege entlang, die Viehtritte mit bezeichnend;

Nackter Boden: zerstreute Punkte, die durch geschlängelte Steinzeichnung in Felsen übergehen.

4) *Bauwerke* werden in den Aufnahmeblättern dargestellt nach ihrem Grund- oder Aufrisse mit den sonst gebräuchlichen Zeichen.

Wo die Aufnahme mit Bleistiftzeichnung nicht scharf genug oder durch mehrmalige Abänderung undeutlich wird, gebraucht man gleich an Ort und Stelle Tinte und Feder. Das Übrige zeichnet man zu Hause erst fertig, jedoch ohne Verzug.

§. 298. *Grundrißzeichnung*.

Der Reingrundriß wird von dem Grundrißentwurfe unmittelbar kopirt, zu $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ des wirklichen Maßes, und kommt auf Blätter von der größten Papierform, an die nöthigen Falles nur in der Länge etwas angesetzt werden dürfte. Das Aufkleben auf Leinwand ist durchaus unstatthaft, weil dies die Unstätigkeit des Papieres noch bedeutend vermehrt. Die Vertheilung der Grundrißfigur auf die Grundrißblätter wird mehr nach dem Raume bemessen, als nach den Hauptabtheilungen im Forste; nur darf keine Ortsabtheilung getrennt werden. Abgesondert ge-

legene Stücke rückt man zusammen in gleiche Nordrichtung und versieht dann jedes mit eigener Umfassung.

Die Zeichnungen aller Blätter sind ziemlich gleich zu richten; Norden oben, oder der Sitz des Försters unten; wenigstens nicht mit dem Kopfe einander entgegen stehend. Beim Kopiren legt man, für mehre Abzeichnungen, alle Blätter zugleich unter und sticht die Stücke genau nach ihrer Nummerfolge ab.

Wegen der Zeichnung selbst ist zu beobachten *):

1) Die Grundeigenthumsgrenzen werden schwarz ausgezogen, wo sie noch unbestimmt oder streitig sind, vorläufig nur punktirt, und erhalten nach außen eine schmale mennigrothe unverwaschene Pinsellinie. Alle Grenzmale bekommen einen zinnoberrothen Umriß; Grenzsteine, viereckig mit karminrother, Grenzhügel, rund mit grüner, und Grenzgruben, länglich mit grauer Ausfüllung. Die Ziffern der Grenzzeichen schreibt man zinnoberroth ohne Nr.

Außerhalb der Grenze werden die anstoßenden Wege, Gewässer, Grundstücksarten u. s. w. wie in den Aufnahmeblättern gezeichnet, nur ganz leicht und blaßgrau mit dem Pinsel etwas beschattet; auch werden die Namen der anstoßenden Gemarkungen, Berge, Thäler, Gewässer u. s. w. beigeschrieben. Wo die Zeichnung eines Grundrißblattes abgesetzt ist, führt man die Abtheilungslinien noch etwas fort, ohne sie zu schließen, und schreibt die anstoßenden Namen und Nummern an.

2) Das Innere des Grundrisses darf man des leichten Verziehens wegen durchaus nicht mit Farbe anlegen. Die Linien der Ortsabtheilungen werden ausgezogen und mit gelbem Pinselstriche versehen; die der Bestandesabtheilungen werden gestrichelt, wenn sie mit Wegen oder andern bleibenden Bodenlinien zusammenfallen, außerdem nur punktirt. Wegelinien werden braun, Wasserlinien hellblau, und fällt eine oder die andere mit

---

*) Die hier und weiter gegebenen Vorschriften für die Kartenzeichnung beziehen sich auf die bei der Großherzogl. Sächsischen Forstvermessung gebräuchlichen Formen. Sie haben sich durch langjährigen Gebrauch bewährt und sind daher zu empfehlen. Die Farbenwahl ist begreiflich eine willkührliche.

einer schwarzen Abtheilungs- oder Grenzlinie zusammen, so wird sie dicht daran gelegt auf die dem unterscheidenden Pinselstriche entgegengesetzte Seite. Breite Wege und Flüsse, die man mit eignem Flächengehalte aufführt, erhalten auch schwarze Einfassungslinien, als eigene Abtheilungen, und bleiben dann weiß, wie aller Forstgrund.

In jede Ortsabtheilung wird der Namen mit größerer Schrift, die Nummer mit größeren und der gesammte Flächengehalt mit schwächeren Ziffern geschrieben. In jede Bestandesabtheilung kommt die Nummer mit dem zugehörigen Buchstaben- und Flächengehalt nebst der etwaigen Unterbenennung. Die Nummern der Ortsabtheilungen laufen durch den ganzen Forst, so viel als thulich der Hiebsfolge gemäß; die Buchstaben der Bestandesabtheilungen fangen in jeder Ortsabtheilung wieder von a an, gehen aber auch der Hiebsfolge nach. Die zu den Schlageintheilungen gehörigen Schlaglinien, Schlagnummern, Schlagflächen und Schlagsteine werden zinnoberroth eingetragen, deßgleichen auch die Ortsabtheilungssteine.

In das Innere des Grundrisses darf keine Linie kommen, die nicht geometrisch aufgenommen ist.

3) Die Grundrißblätter werden nummerirt. Das erste Blatt bekommt den Titel und den Maßstab, zudem die Nachweisung der auf jedem Blatte befindlichen Forstorte. Auf alle Blätter wird der Namen des Forstes und die Blattnummer oben rechts gesetzt, die magnetische Nordlinie nebst ihrer zeitlichen Abweichung über die Mitte gezogen und an die vier Seiten ein genauer Fuß gezeichnet theils zu etwaigen Nachmessungen, theils um das weitere Verziehen des Papieres danach beurtheilen zu können. Diese Scala ist aber aufzustechen, ehe noch die kopirten Blätter auseinander genommen werden, und zwar von einem und demselben Muster. Dazu könnte man auf jede der vier Seiten das im Entwurfsrisse eben Statt gehabte Verhältniß des Papierstandes zur ursprünglichen Figuren-Ausdehnung schreiben.

Kommen die Grundrißblätter leicht zusammengerollt in eine Kapsel, so müssen sie gleiche Höhe haben; in einer Mappe aufbewahrt, auch gleiche Länge. Letzteres ist vorzuziehen.

§. 299. Grenzrißzeichnung.

Die Grenzrisse werden blattweise von dem Grundrißentwurfe in abgebrochenen Stücken auf die je rechte Seite gewöhnlicher Bogenform kopirt, so daß, der Forstgrund links, der Außengrund rechts liegend, die Folge von unten nach oben geht und auf dem nächsten Blatte wieder fortsetzt.

Die Zeichnung stellt den ganzen Grenzzug dar mit allen seinen Biegungen, Winkeln, Malen und deren Nummern, den Wegen, Bächen und besondern Anhaltspunkten nebst den Umgebungen und den nöthigen Ortsbezeichnungen, ganz wie im Reingrundrisse. Sie giebt überdies noch die Länge jeder Grenzlinie in Kettenfußen an, schwarz auf die Mitte derselben geschrieben, oder vermittelst eines Pfeiles darauf bezogen.

Jedes Grenzstück wird mit seiner eigenen Nordlinie versehen und durch Großbuchstaben mit der Fortsetzung in Verbindung gebracht. Auf jedem Blatte wird überschriftlich die Gemarkung und Gegend genannt von dem dargestellten Grenzstücke zum leichtern Auffinden.

Das Ganze kommt in einen derben Band mit Titelblatt, worauf ein völlig ausgeführter Maßstab nicht fehlen darf.

§. 300. Zeichnung der Bestandskarte.

Die Bestandskarte kommt wo möglich auf ein Blatt, ihr Maßstab ist die Hälfte (bei großen Forsten auch wohl ein Viertel) von dem des Grundrisses, etwa $\frac{1}{10000}$ bis $\frac{1}{8000}$. Die äußern und innern Umrisse zu dieser Karte nimmt man vermittelst des Storchschnabels von dem Grundrißentwurfe und zeichnet alle diese Linien wie in dem Reingrundrisse, nur stärker hervortretend.

Die Berggehänge werden von den Aufnahmeblättern nur flüchtig mit dem Pinsel, oder mit Blei eingetragen. Zur weiteren Ausfüllung des ganzen Forstgrundes wird Farbe genommen, nämlich: für den vollen Holzbestand voller Farbenton und für alle Räumden und Blößen, deßgleichen für den Nichtholzboden, farbige Federzeichnung auf weißem Grunde.

Jede Holzgattung bekommt eine unterscheidende Farbe. Eichen, gelb; Buchen, braun; Ahorne, Eschen, Ulmen, zinnoberroth; Birken, karminroth; Erlen, blaugrün; Linden, Aspen, Weiden, Haseln u. dergl., gelbgrün; Fichten und Tannen, grüngrau; Kiefern und Lärchen, grau.

Für die bemerkenswerthen Zwischenbestände wird das Verhältnißmäßige ausgespart und mit der eignen Farbe angelegt. Die verschiedenen Altersklassen der Waldbestände erhalten mit höherem Alter auch immer stärkeren Farbenton. Vorkommendes Oberholz wird mit den schon angegebenen Baumkronen farbig dargestellt, groß oder klein, dicht oder zerstreut, nach Maßgabe von Größe und Stellung.

Einzeln stehende Bäume werden farbig mit Schäften gezeichnet, Waldblößen mit grünen Rasenpunkten, oder Heidestrichelen. Von den Forstnebengrundstücken: die Gärten grün; die Äcker braun; die Wiesen grün; die Wege braun; Sümpfe und Gewässer blau gestrichelt; Alles mit der schon bekannten Federzeichnung.

Die Inschrift ist wie auf dem Grundrisse, nur ohne Flächenzahlen. Der entworfene Hauungsplan wird mit zinnoberrothen Linien eingezeichnet, und zwar: die noch zu eröffnenden Loshiebe punktirt; der beabsichtigte Anhiebstand eines jeden Zeitabschnittes einfach gezogen; der Angriffstand zu Anfang des zweiten Umtriebs doppelt gezogen. Dabei werden die Hauungsperioden mit römischen Ziffern angegeben, woran ein Pfeil die Hiebsfolge anzeigt.

Außerhalb des Forstgrundes ist weiter nichts zu zeichnen, als die nächsten Triften, Wege und Wohnplätze, die Mittagslinie, der herrschende Sturmstrich und etwa eine Zeichenerklärung.

§. 301. Zeichnung der Betriebskarte.

Der Maßstab ist in der Regel ein Viertel (selten und nur bei sehr großen Revieren ein Achtel) von dem des Grundrisses, also etwa $\frac{1}{20000}$ bis $\frac{1}{16000}$, und die Umrisse werden vermittelst des Storchschnabels von dem Grundrißentwurfe entnommen. Meist können die abgelegenen Forststücke und das äu=

here Jagdrevier lagerecht mit angezeichnet werden. Nur bei zu großer Ausdehnung rückt man die einzelnen Stücke an den Hauptkörper mit gleicher Nordrichtung näher an und stellt auf demselben Blatte das Ganze in einem kleinen Plane zusammen dar.

Die Bergzeichnung wird grau mit dem Pinsel ausgeführt, weil sie sonst die Liniendarstellungen undeutlich machte. Man legt die Pinselstriche in die Böschungslinie und drückt durch ihre Schwärze die Stärke der Böschung aus, kreuzt auch wohl die abschüssigsten Partien.

Der zu vollem Holzbestande bestimmte Waldgrund wird mit Farbe übertragen, welche hier nun die eingerichtete Betriebsart bezeichnet, nämlich:

Hochwald von Eichen gelb, von Buchen braun, von Fichten grünlichgrau und von Kiefern grau; Alles wie die Farbe der Hauptholzarten. Gemischter Hochwald, gewöhnlich von Eichen, Birken, Buchen, Kiefern und Lärchen, graugrün.

Mittel- und Niederwald von Eichen, Birken u. dergl. gelbgrün; von Buchen mittelgrün; von Erlen, Pappeln, Weiden u. dergl. blaugrün.

Wo Oberholz gehalten werden soll, wie im Mittelwalde, zeichnet man farbige Baumkronen ein. Wo ein bleibender Zwischenbetrieb von Bedeutung mit eingeordnet ist, bekommt dessen Fläche ihre eigene Farbe, wenn auch eben keine Absonderung durch Linien Statt findet.

Den zu erstrebenden normalen Waldzustand stellt man durch die verschiedene Stärke des Farbentons dar. Die Bestandesflächen der ersten Zukunftsperiode nach eingetretener Bestandesordnung erhalten den dunkelsten und die der letzteren den lichtesten Farbenton. Die verschiedenen Übergänge von einem zum andern werden nur mit Bleilinien entworfen.

Aller andere Waldgrund und Forstnebengrund, der zu Plänterbetrieb oder Einzelholzzucht, oder zu Forst-

Nebennutzungen bestimmt ist, wird farbig mit der Feder überzeichnet und mit dem Pinsel etwas nachgearbeitet, wie in der Bestandskarte.

Der ganze Außengrund bleibt, bis auf die Grenzen, farblos. Man zeichnet ihn wie in den Aufnahmeblättern und so weit hinaus, als es zur Übersicht der nächsten Absatzbelegenheit und der äußern Jagdbezirke eben erforderlich ist.

Die verschiedenerlei Grenzen erhalten folgende Auszeichnung:

Landesgrenzen: Eine von Rund- und Strichpunkten zusammengesetzte, starke Linie, auf der äußeren Seite mit einem Karminband. Kreisgrenzen mit violettem, Amtsgrenzen mit hellblauem, Forstreviergrenzen mit grünem Pinselstriche an einer gestrichelten Linie. Bei allen die Farbenbänder etwas breit und verwaschen.

Forstgrundeigenthum: an die ausgezogene Linie ein schmaler mennigrother Pinselstrich.

Jagdgrenze: an die gestrichelte Linie bei hoher Jagd eine grüne, bei Niederjagd eine gelbe, bei voller Jagd eine grüne und gelbe Pinsellinie, ganz schmal angelegt und, wie die Grenze vom Forstgrunde, unverwaschen.

An alle Grenzen kommen die Farbenstriche auswärts, und wo die Grenze zweifelhaft oder streitig ist, werden Feder- und Pinselzug nur punktweise aufgetragen. Die wichtigere Grenzbezeichnung nimmt immer die minder wichtige mit in sich auf.

Übrigens bekommt diese Karte nächst dem Titel einen einfachen Maßstab, eine Mittagslinie, mit Sonne und Mond ganz leicht bezeichnet, eine Sturmlinie, mit blauem geschlängelten Pfeile und eine Zeichenerklärung.

Muß die Verbindung der verschiedenen Forsttheile in einem kleinern Plane dargestellt werden, so kann dieser nur die Hauptgegenstände enthalten, wie eine topographische Karte. Auf solche Weise fertigt man wohl auch Plane von ganzen Oberforsten.

§. 302. Übung im Kartenzeichnen.

Ohne Karten ist weder ein richtiger, planmäßiger Waldbetrieb, noch eine rechte Wahrung der Forstgrenzen möglich. Der Gebrauch von Karten wird aber nur Demjenigen geläufig, der sich im Kartenzeichnen geübt hat. Daher sollte jeder Forstmann, nicht nur zum Anfertigen, sondern auch zum Gebrauchen der erforderlichen Karten, das Kartenzeichnen, wenn auch nur einigermaßen, lernen und üben.

1) Zeichenbedarf: Zum Kartenzeichnen schafft man sich die besten Mittel an: Papier, das wenig schmutzt, die Farben nicht zu schnell, aber gleichmäßig annimmt und festhält, auch hinlänglich feine Federzeichnung gestattet; zarte Bleistifte, die weder zu hart noch zu weich sind; ausgesuchte Federn und gute, in der Spitze dicht zusammenschließende Pinsel von verschiedenerlei Größe; etliche Stücke feine Tuschfarben und zur Federzeichnung besonders festhaltende, schwarze Tusche.

2) Bleiarbeit: Der Bleistift wird zum Zeichnen spitzig geschnitten und auf rauhem Papiere geschärft. Das Entwerfen der Linienzeichnung wird oben angefangen und geschieht strichweise, als wollte man viele kleine Striche zu einem Ganzen an einander hängen. Dabei muß unter der Hand immer ein reines Papier liegen.

Fehlerhaft gemachte Züge streicht man einstweilen durch, oder wischt sie weg und entwirft anders. Überflüssiges Entwerfen und Wiederauswischen ist zu vermeiden; daher giebt man viele Züge bloß mit einzelnen Punkten an und zeichnet die Signaturen gar nicht vor.

Alle innere Bleizeichnung muß vor dem Farbenauftragen weggewischt werden, wofern man sie eben nicht bleibend erhalten will, weil Nässe die Bleilinien bindet. Man entwirft nicht Alles auf einmal, sondern führt vorzügliche Gegenstände erst weiter aus.

3) Federarbeit: Gute Federkiele erkennt man an der Reinheit und Härte und an der reifen abgestoßenen Spitze; sie

werden zum Zeichnen in reichlichem Vorrathe scharf geschnitten, neuerlich auch durch Stahlfedern mehr oder minder ersetzt. Die Feder wird mittels eines Tuschpinsels gefüllt und jedes Mal geprobt, ehe man sie auf der Zeichnung wieder gebraucht. Zu feineren Zügen führt man sie mit der scharfen Seite und setzt behutsam Strich an Strich in Eins zusammen. Die Breite der Linien muß immer verhältnißmäßig sein und für gleiche Gegenstände gleich. Starke Linien und Striche werden zwar mit der vollen Feder aufgetragen, aber, nachdem sie trocken sind, so lange mit der scharfen Seite ausgearbeitet, bis sie gehörige Breite und Reinheit haben. Wo Farbenflächen mit stark genäßtem Pinsel angelegt werden, ist die Federzeichnung später zu machen; wo dicke Farbe aufgetragen wird, früher. Schwärze und Reinheit der Federzeichnung erhöht die Schönheit der Karte.

Die Kartenschrift erfordert besondere Auswahl und Schönheit. Keine Mängel entdeckt das Auge des Beurtheilers leichter, als die der Schrift. Man gebraucht nach der Wichtigkeit und Größe des zu benennenden Gegenstandes lateinische Druckschrift und englische Handschrift, größer und kleiner, stehend und liegend, voller oder dünner, gesperrter oder gedrängter, und vermeidet dabei jede überflüssige Zugverlängerung, sowohl bei Buchstaben, als bei Ziffern. Gleich wichtige Gegenstände erhalten durchgängig gleiche Schriftart und Größe.

Für jede schriftliche Bezeichnung muß ein angemessener Platz gewählt werden. Die Namen von größeren Flächen kommen mitten in dieselben; die von kleinen vollgezeichneten Gegenständen dicht daneben, ohne daß eine Verwechselung vorgehen kann, wo möglich rechts. Wo es angeht, wählt man dazu weniger bedeckte Stellen, nimmt gleich bei der Auszeichnung Rücksicht auf die Schrift und spart besondere Räume einstweilen für sie aus, damit die Schriftzüge frei und rein bleiben. Unnöthige Wörter sind zu vermeiden, noch mehr aber Schreibfehler.

Jede Schrift muß entweder mit dem unteren Kartenrande, oder mit der zu benennenden Linie gleichlaufen; nie darf sie mit dem Kopfe nach unten gekehrt sein. Zur Anlage der Schrift

zieht man sich Parallelen und entwirft die Schriftzüge wohl mit feinem Bleistifte. Die Schrift selbst wird mehr gezeichnet als geschrieben und denen auf gut gestochenen Karten so viel als thulich nachgeahmt.

4) Pinselarbeit: Die Pinsel führt man paarweise an einem Stiele und sengt vorher die einzeln hervorstehenden Haare von der angefeuchteten Spitze ab. Größere Pinsel fassen mehr Farbe und sind daher vorzüglicher. Zum Farbeanreiben nimmt man ein ganz glattes Geschirr mit etwas reinem weichen Wasser und führt das Farbenstück ganz leicht. Zum Mischen reibt man jede Farbe besonders und nimmt dann mit dem Pinsel das Erforderliche zusammen. Angeriebene Farbe hält sich nicht lange rein. Beim Füllen des Pinsels rührt man die Farbe um, streicht das Überflüssige am Rande wieder ab und probt zum Farbenanlegen den Pinsel vorher erst auf Papier. Der andere Pinsel bleibt immer rein und angefeuchtet.

Zur Bergzeichnung mit dem Pinsel entwirft man zuvörderst die Absätze der Berggehänge mit wagrechten Bodenlinien und einzelnen, senkrecht von diesen ausgehenden Böschungsstrichen. Nach dieser Richtung werden nun die Pinselstriche in gleichmäßiger Breite und Entfernung angelegt. Diese anfänglich etwas blaß gehaltene Anlage wird weiter hin mehrmal überarbeitet und überall, nach einem dazu gemachten Musterblatte, in den, der Stärke jeder Böschung angemessenen Schatten gesetzt. Auf solche Art treten die Bergzeichnungen nach ihren Böschungsgraden beschattet, natürlich und schön hervor, ohne den andern Darstellungen zu schaden.

Soll eine ganze Fläche mit Farbe übertragen werden, so legt man mit dem hinlänglich gefüllten Pinsel zuerst an die geradeste, schmalste Seite einen Querstrich und führt von diesem die Farbe mit kurzen Pinselstrichen so schnell wie möglich hereinwärts in die Fläche, seitwärts immer etwas voraus, bis zu Ende. Auf eine schon etwas getrocknete Farbenfläche darf der Pinsel nicht wieder zurückkommen, und wo eben angelegt wird, darf kein Farbenrand trocknen, bevor man denselben fortsetzt. Deßhalb sucht man jede Stelle gleichmäßig mit Farbe zu übertragen und nach vorn mehr

Nässe zu halten, die aber zuletzt aufgehen muß. Ist dies eben nicht der Fall, so zieht man hier die überflüssige Farbe mit dem Wasserpinsel ab, mit dem man auch die etwa überfahrnen Flecke zeitig abwäscht.

Übrigens müssen die Umgebungen einer anzulegenden Fläche ganz trocken sein, sonst fließt die Farbe hinüber. Ist zu besorgen, daß der Farbenton nicht gleichmäßig ausfällt, so überträgt man die Fläche vorher erst einmal ganz dünn. Die Farbenzeichnungen zu Grenzen, Wegen, Baumkronen u. dergl. werden mit stärkerer Farbe und weniger angefülltem Pinsel gemacht. Unter allen aufgetragenen Farben muß ein mildes Verhältniß herrschen, und die wichtigeren Gegenstände müssen gradweise hervortreten.

5) Einübung: Die beste Vorübung zum Kartenzeichnen ist langsames, mehr zeichnendes Schreiben der Kartenschriften. Hat man hierin einige Fertigkeit, so geht es an das Linienziehen mit Bleistift und Reißfeder und an das freie Linienzeichnen, was Alles am Grundrisse gut eingeübt werden kann. Hiernächst werden die einfachen Federzeichnungen der Bäume, Wiesen, Äcker, Gärten und Wüstungen zuerst einzeln und dann partienweise vorgenommen, wovon es zur Zeichnung der Wege, Grenzen, Gewässer, Wohnungen u. dergl. übergeht; immer erst einzeln und dann in Verbindung mit andern Gegenständen, zuerst im großen Maßstabe und dann im kleinen.

Demnächst lernt man auch das Farbenanlegen mit dem Pinsel, zuerst in Flächen mit geraden und dann mit winkeligen Umrissen, zuerst in einer Farbe und dann mit mehren Farben neben einander und in verschiedenem Tone, zuerst ohne Bäume und dann mit Bäumen. Nun kann man zur eigentlichen Pinselzeichnung übergehen und das Bergzeichnen fleißig üben. Hat man hierbei stets nach Genauigkeit und Sauberkeit getrachtet und die Handschrift mehr ausgebildet, so können nun erst vollständige Kartenzeichnungen vorgenommen werden.

§. 303. Verfahren beim Kartenzeichnen.

1) Vorrichtung: Zu geometrischen Zeichnungen wählt man ganz plattes, altes, völlig ausgetrocknetes, gleichmäßig dichtes und

starkes Papier. Dieses hält sich am stetesten. Müssen Blätter zusammengestoßen werden, so schneidet man die mehr ausgedehnten Ränder ab, reibt die beiden Enden auf der Klebseite mit Bimsstein dünner, spannt sie unter Papierhalter und heftet das obere Blatt mit Mundleim so wenig naß als möglich auf. Nach erfolgter Bindung wendet man das Papier um und leimt den andern Blattrand eben so an. Sind auf beide Blätter Quadratnetze gezogen, so steckt man sie vorher mit Heftnadeln in den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkten genau zusammen und verfährt auf gleiche Weise; dann paßt Netz an Netz.

Zur Planzeichnung nimmt man das geeignete Papier ohne alle weitere Vorbereitung, wählt nur fehlerfreie Bogen aus, die sich gegen das Licht gehalten leicht zu erkennen geben. Bei feinern Arbeiten wird das Zeichenblatt, sobald der erste Entwurf darauf kopirt ist, ganz in Papier geschlagen; dann schneidet man da, wo eben gezeichnet werden soll, eine Öffnung in die Decke und verschließt diese nachher wieder mit untergeschobenem Papiere.

2) Entwurf: Für neue Kartenzeichnungen, zumal von einiger Ausdehnung, macht man sich vorher einen flüchtigen Entwurf, um danach alle Anordnungen zweckmäßig treffen zu können. Die Figur muß auf das Zeichenblatt paßlich gelegt werden' daß auch für Titel, Maßstab und Zeichenerklärung der angemessene Raum bleibe. Die Richtung nach oben ist nicht gleichgültig. Gewöhnlich soll die Nordseite oben hin kommen; dies paßt aber nicht zur Schattenzeichnung. Besser wäre daher die Vorschrift: Norden rechts und Westen oben. Dabei gingen auch die Hiebsfolgen mehr nach oben. Der Forstwirth findet sich am besten in seine Karte, wenn diejenige Seite, von welcher er den Forst gewöhnlich besucht, unten liegt.

3) Folge der Arbeiten: Zuvörderst wird mit Blei entworfen, was zur weitern Bearbeitung eben nöthig ist, nämlich die Züge der Grenzen, Abtheilungen, Wege und die sonstigen Farbenumrisse. Alsdann legt man den Farbengrund an und fertigt die Bergzeichnung. Nun werden erst jene Linien, die sich

Nässe zu halten, die aber zuletzt aufgehen muß. Ist di
nicht der Fall, so zieht man hier die überflüssige Farbe
Wasserpinsel ab, mit dem man auch die etwa überfahrn
zeitig abwäscht.

Übrigens müssen die Umgebungen einer anzulegen
ganz trocken sein, sonst fließt die Farbe hinüber. J
gen, daß der Farbenton nicht gleichmäßig ausfällt,
man die Fläche vorher erst einmal ganz dünn. Die
nungen zu Grenzen, Wegen, Baumkronen u. derg
stärkerer Farbe und weniger angefülltem Pinsel g
allen aufgetragenen Farben muß ein mildes Verh
und die wichtigeren Gegenstände müssen gradweis

5) Einübung: Die beste Vorübung zu
ist langsames, mehr zeichnendes Schreiben de
Hat man hierin einige Fertigkeit, so geht es a
mit Bleistift und Reißfeder und an das freie
Alles am Grundrisse gut eingeübt werden ka
den die einfachen Federzeichnungen der Bäu ... zur
Gärten und Wüstungen zuerst einzeln un ... führt
vorgenommen, wovon es zur Zeichnung der ... zu-
wässer, Wohnungen u. dergl. übergeht; i
dann in Verbindung mit andern Gegenstä ... ausradirt;
Maßstabe und dann im kleinen. ... oder an

Demnächst lernt man auch das Farb ... igen, etwas
sel, zuerst in Flächen mit geraden und ... Das Pa-
rissen, zuerst in einer Farbe und dann ... mmi nach glei-
einander und in verschiedenem Tone, ... läßt sich dann
dann mit Bäumen. Nun kann man ... oder mit einem
nung übergehen und das Bergzeichn ... Stand setzen. Die
hierbei stets nach Genauigkeit und ... vollkommenheiten der
Handschrift mehr ausgebildet, so ... ngen, und man braucht
Kartenzeichnungen vorgenommen we ... Arbeit eben nicht gleich

§. 303. Verfahren bei ... ung der Fehler wird die

1) Vorrichtung: Zu geom ... mel abgeputzt. Dabei sind
ganz plattes, altes, völlig ausgetr

…nß=

…l=
…der
…sge=
…lassen
…was zu
Abtrock=
Zur leich=
…eine gleiche
…ß das Ganze
…n kann.

unter dem nassen Pinsel nicht gehalten hätten, mit der Feder ausgezeichnet.

Hierauf beschreibt man das Innere der Karte, ehe die passenden Stellen dazu mit weitern Zeichnungen verdeckt werden. Dann folgen alle übrigen Federzeichnungen, schwarze und farbige, und endlich noch die starken Pinselzeichnungen. Bei Wegen, Flüssen u. dergl. wird die mit der Feder aufzutragende Farbe stärker genommen. Endlich zeichnet man im Äußern die Nordlinie, den Maßstab, den Titel und die Zeichenerklärung. Von letzterer sind die Rahmen früher zu entwerfen, damit die gebrauchten Farben sogleich mit angelegt werden können.

4) Zeichenfehler: Beim Kartenzeichnen muß man die größte Genauigkeit beobachten. Nie darf ein Fehler in der Karte gelassen werden. Hat man sich mit der Feder verzogen, oder mit dem Pinsel, und kann der fehlerhafte Flecken nicht auf frischer That mit dem Wasserpinsel abgewaschen werden: so muß derselbe stehen bleiben, bis zum Abputzen der Karte; denn das alsbaldige Radiren hat öfters weitere Unannehmlichkeiten zur Folge. Damit aber keiner dieser Fehler übersehen werde, führt man ein Verzeichniß darüber und berichtigt sie nachmals zusammen.

Jeder Flecken wird auf einer geeigneten Unterlage ausradirt; ist er breit, mit einer runden, ist er aber strichförmig, oder an einem bleibenden Striche befindlich, mit einer spitzigen, etwas dicken, scharfen, ganz leicht zu führenden Radirklinge. Das Papier darf dabei nicht aufgekratzt und muß mit Gummi nach gleicher Seite abgerieben werden. Die wunde Stelle läßt sich dann mit einer ganz scharfen, wenig gefüllten Feder, oder mit einem schwach angefeuchteten Farbenpinsel wieder in Stand setzen. Die dadurch hier und da entstehenden kleinen Unvollkommenheiten der Zeichnung verlieren sich in dem fertigen Ganzen, und man braucht wegen anfänglich gemachter Versehen die Arbeit eben nicht gleich zu verwerfen.

5) Fertigung: Nach Berichtigung der Fehler wird die Karte mit Gummi oder trockner Semmel abgeputzt. Dabei sind

die lichteren Farbenstellen mehr zu schonen, die zu dunkel aus=gefallenen Stellen aber stärker anzugreifen. Dann sind die vier Randlinien rechtwinkelig zu ziehen und danach die Seiten zu be=schneiden.

Karten, die bloß zur Übersicht dienen, denen also ein Ver=ziehen weniger schadet, zieht man der Dauer wegen nach vollen=deter Zeichnung auf Leinwand. Hierzu wird die Rückseite der Zeichnung mit Kleister überstrichen, auf die vorher straff ausge=spannte, trockne Leinwand von einer Seite herein niedergelassen und während deß von innen heraus aufgedrückt; ohne etwas zu beschmutzen, oder zu verwischen, alsdann nach erfolgter Abtrock=nung abgenommen, beschnitten und zusammengerollt. Zur leich=tern Führung wird die Zeichnung wohl auch in kleine gleiche Rechtecke geschnitten und stückweise aufgezogen, so daß das Ganze hernach in Taschenform zusammengeschlagen werden kann.

Dritte Abtheilung.

Forstliche Stereometrie.

§. 304. Körpermeßkunst.

Die Körpermeßkunst hat zu ihrem Gegenstande die Ausdehnung der Körper; sie erklärt die Eigenschaften dieser Ausdehnung überhaupt und lehrt, wie die vorkommenden Körperräume nach gewissen Formen ausgemessen und sonst bestimmt werden.

§. 305. Körperraum.

Stellt man sich eine Auf- oder Niederbewegung der Fläche vor, so bekommt man den Begriff von einem Körperraume. Dieser hat drei Ausdehnungen, nämlich Länge und Breite, welche die Fläche schon hatte, und Höhe oder Tiefe, welche durch die Bewegung der Fläche noch erzeugt wurde. Die Grenzen des Körpers sind Flächen; sie heißen Grund- und Seitenflächen und bilden gegenseitig Kanten und Ecken. Die Höhe wird senkrecht vom Grunde genommen.

§. 306. Körpermessung.

Die Messung der Körperräume ist nur mittelbar möglich nach den eben meßbaren äußern Ausdehnungen. Diese sind jedoch öfters so unregelmäßig, oder doch so schwierig und unsicher zu nehmen, daß eine eigentliche Ausmessung gar nicht Statt finden kann. In solchen Fällen bleibt kein anderes Mittel übrig, als die Körperräume nach wahrscheinlichen Gründen ungefähr zu bestimmen, oder zu schätzen. Bei jeder Körperinhaltermittelung hat man den erforderlichen Genauigkeitsgrad wohl zu beachten und sich gegen die unvermeidlichen Abweichungen, so wie gegen die vermeidlichen Fehler genügend zu sichern.

§. 307. Eintheilung der Körpermeßkunst.

Wir betrachten in der forstwirthschaftlichen Körpermeßkunst zuvörderst die allgemeinen Größenverhältnisse der stereometrischen Hülfskörper an bloßen Darstellungen, leiten davon die Berechnung derselben ab und wenden diese Grundkenntnisse zur Messung forstlicher Körper an, so weit es die Forstbenutzung zunächst erfordert. Die forstliche Stereometrie zerfällt demnach in drei Abtheilungen, nämlich in die Betrachtung, Berechnung und Messung der Körper.

I. Körperbetrachtung.

---

1. Größengleichheit verschiedener Körperformen.

§. 308. Forstliche Hülfskörper.

Bei dem Forstwesen kommen nur die säulenförmigen Körper, nämlich die Voll- und Spitzsäulen in Anwendung.

1) Die Vollsäulen oder prismatischen Körper haben in ihrer ganzen Höhe gleiche Stärke; ihr Raum könnte entstehen, wenn die ebene Grundfläche sich in immer gleicher Lage gerade aufwärts bewegte; in dieser Form ist stets die obere Grundfläche der untern gleich.

An dem eigentlichen Prisma oder der Ecksäule ist die Grundfläche eine geradlinige Figur, die mit jeder ihrer Seiten ein Parallelogramm als Seitenfläche begründet, und wonach das Prisma drei-, vier- oder vielseitig genannt wird.

Hat das Prisma ein Parallelogramm zur Grundfläche, so heißt es noch besonders Parallelepipedum, Langwürfel; gewöhnlich ist dasselbe rechteckig. Sind die Grund- und Seitenflächen Quadrate, so wird der Körper Kubus oder Würfel genannt. Dieser hat wegen nothwendiger Gleichheit aller seiner Quadratseiten auch gleiche Länge, Breite und Höhe.

An dem Cylinder oder der Walze ist die Grundfläche

ein Kreis, der in oben gedachter Aufbewegung mit dem Umfange die krumme Seitenfläche und mit dem Mittelpunkte die Achse durchlief.

2) Die Spitzsäulen oder Pyramiden endigen sich oben in einer Spitze, von der jede Gerade, die zum Umfange der Grundfläche geht, ganz in der Seitenfläche liegt. Die eigentliche Pyramide hat eine geradlinige Grundfläche und dreieckige Seitenflächen. An dem Kegel ist die Grundfläche ein Kreis, die Seitenfläche also krumm, und die Achse geht von der Spitze zur Mitte der Grundfläche.

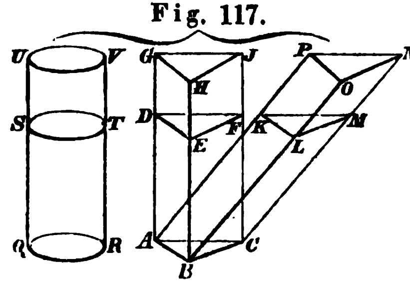
3) Alle säulenförmigen Körper können mit Ausnahme des Würfels auch schief auf ihrem Grunde stehen; doch kommen sie meistens senkrecht in Betracht. Im senkrechten Cylinder und Kegel steht die Achse senkrecht auf der Grundfläche und ist zugleich die Höhe.

4) Zur Bestimmung des Körperinhaltes wählte man den Kubus, den einfachsten und fügbarsten Körperraum, der auch durch Zahlen am bequemsten ausgedrückt werden kann. Man denkt sich zur Einheit des Längenmaßes einen Würfel und nimmt denselben als Körpereinheit an.

§. 309. Gleichheit der Vollsäulen. Fig. 117.

1) In jeder Vollsäule sind alle mit dem Grunde parallel gelegten Querschnitte unter sich und den beiden Grundflächen gleich. Denn diese Querschnitte und die obere Grundfläche waren einmal, bei der oben gedachten Entstehung der Vollsäule, die untere Grundfläche selbst. Z. B. ABC bildete DEF wie GHJ; eben so ist QR = ST = UV u. s. w.

Fig. 117.

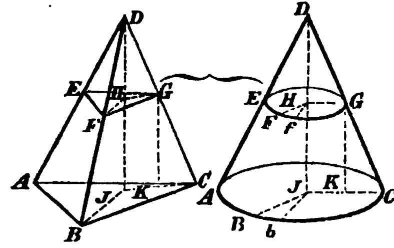


2) Alle Vollsäulen von gleich großer Grundfläche und gleicher Höhe sind gleich groß. Denn da

alle, mit dem Grunde parallel gelegten Querschnitte DEF, KLM, ST unter sich und den Grundflächen gleich sind, so müssen auch, wegen der gleichen Höhe, die ganzen Körperräume ABJ, ABN, QRU gleich groß sein. Diese Gleichheit findet Statt, die Vollsäulen mögen senkrecht, oder schief sein, eine geradlinige Figur, oder einen Kreis zur Grundfläche haben.

§. 310. Gleichheit der Spitzsäulen. Fig. 118.

Fig. 118.



1) **Jeder durch eine Spitzsäule mit dem Grunde parallel geführte Querschnitt ist der Grundfläche ähnlich.**

In der dreiseitigen Pyramide ABCD sei EFG parallel mit ABC und mithin jede Seitenfläche parallel zu ihrer Grundlinie durchschnitten;

daher DE : DA = DF : DB = DG : DC } (§. 149. 3.);
also EF : AB = FG : BC = EG : AC }

folglich : △ EFG ∼ △ ABC (§. 151. 3.).

Daß dieses für alle mehrseitigen Pyramiden und für den Kegel gilt, ist leicht einzusehen. Denn auch der Kegel ACD kann durch Längenschnitte, wie DJB, DJb, von der Spitze zur Grundfläche in dreiseitige Pyramiden zerlegt werden, und in diesen sind alle Querschnittdreiecke, wie FHf, zusammen allen Grundflächendreiecken, wie BJb, zusammen ähnlich.

2) **In jeder Spitzsäule verhalten sich die mit dem Grunde parallel geführten Querschnitte und die Grundfläche zu einander wie die Quadrate der zugehörigen Seitenkanten oder Höhen.**

Denn FG : BC = DG : DC = DH : DJ (§. 149. 3.),
und $FG^2 : BC^2 = DG^2 : DC^2 = DH^2 : DJ^2$ (§. 62. 5.),

also: $\triangle EFG : \triangle ABC = DG^2 : DC^2 = DH^2 : DJ^2$ (§. 171. 1.).

3) **Spitzsäulen auf gleich großen Grundflächen und in gleicher Höhe sind gleich groß.**

Man führe z. B. durch die Pyramide und durch den Kegel ABCD in gleicher Höhe JH mit dem Grunde parallele Querschnitte, wie EFG: so sind diese Schnitte gleich groß, weil sie ein und dasselbe Verhältniß zu den gleichen Grundflächen haben, nämlich $DJ^2 : DH^2 = ABC : EFG$. Sind aber in zwei, oder mehren Spitzsäulen alle gleich hohen Querschnitte oder Stärken einander gleich, so können ihre Körperräume nicht ungleich sein.

§. 311. Die Spitzsäule ist ⅓ der Vollsäule.
Fig. 119.

1) **Jedes dreiseitige Prisma läßt sich in drei gleich große Pyramiden zerlegen.**

Fig. 119.

Von dem dreiseitigen Prisma ABCE theilt zuvörderst der Diagonalschnitt ABD eine Pyramide ABDC ab, welche die Grundfläche ABC und die Höhe des Prisma hat.

Von dem Körper ABDEF theilt hiernächst der Diagonalschnitt EDB eine zweite Pyramide EDBF ab, welche ebenfalls die Grundfläche DEF und die Höhe des Prisma hat, also der erstern gleich ist.

Die nun noch übrige dritte Pyramide ABED, mit der Grundfläche ABE und der Spitze D, ist der vorigen Pyramide EDBF gleich; denn beide haben (nun von der Seite betrachtet) gleiche Grundflächen ABE und BEF (§. 154. 1.) und gleiche Höhe, weil sie auch mit den Spitzen in D zusammenliegen.

2) Von diesen drei gleich großen Pyramiden hat je eine mit dem Prisma gleiche Grundfläche und Höhe, folglich ist auch **jede dreiseitige Pyramide der dritte Theil eines dreiseitigen Prisma von derselben Grundfläche und Höhe.**

3) Da jede Spitzsäule, selbst der Kegel, von der Spitze aus **in dreiseitige Pyramiden zerfällt werden kann**, und jede der dritte Theil des zugehörigen Prisma ist: so müssen auch alle diese Pyramiden zusammen der dritte Theil sein, von allen gleich hohen Prismen zusammen, auf derselben Grundfläche. **Es ist**

daher jede Spitzsäule der dritte Theil einer Vollsäule von gleich großer Grundfläche und Höhe.

2. Körperinhalt der Säulenformen.

§. 312. Körperinhalt ganzer Vollsäulen und Spitzsäulen. Fig. 120.

Das rechtwinkelige Parallelepipedum besteht aus so vielen Kubikeinheiten, als das Produkt der Grundflächenzahl mit der Höhenzahl beträgt.

Fig. 120.

Es sei ABCD ein rechtwinkeliges Parallelepipedum und abcd ein zur Körpereinheit dienender kleiner Kubus. Man denke sich zuerst die Grundfläche AC mit solchen kleinen Kubikmaßen völlig besetzt. Davon würden hier so viele Raum finden, als das Produkt beider Seiten AB × BC ausdrückt, oder, was gleichviel ist, als die Grundfläche gleichnamige Quadratmaße enthält. Diese erste Schicht von Kubikmaßen nähme den Raum ABCE ein, und zur Ausfüllung des ganzen Körperraumes würden so viel solcher Schichten erforderlich sein, als AD das Längenmaß in sich enthält.

Wäre die Grundfläche 4′ lang und 3′ breit, so würden auf derselben 4 × 3 = 12 Kubikfuß stehen können; betrüge nun die Höhe 6′, so gingen in das ganze Parallelepipedum jene 12 Kubikfuße sechsmal über einander, und der ganze Raum desselben enthielte 12 × 6 = 72 Kubikfuße.

Man muß also hier die gesuchte Zahl des Kubikinhaltes finden, wenn man die Zahl der Grundfläche mit der Höhenzahl, oder schlechthin die Grundfläche mit der Höhe multiplizirt. Daraus wird zugleich deutlich, was es heißt, eine Fläche mit einer Linie multipliziren.

Für andere Säulenformen ergiebt sich hiernach:

1) Der Inhalt des Würfels geht hervor, wenn man dessen Seite in die dritte Potenz erhebt; denn derselbe hat ein Quadrat zur Grundfläche und zugleich die Quadratseite zur Höhe. Ein Würfel, dessen Seite 10, oder 12 Längeneinheiten mißt, enthält $10^3 = 1000$, oder $12^3 = 1728$ Kubik-

einheiten. Die unbekannte Seite eines Würfels findet man dagegen in der Kubikwurzel aus dem gegebenen Würfelinhalte. Daher die Benennungen Kubikzahl und Kubikwurzel.

2) Jede Vollsäule, das Prisma sowohl, als die Walze, sie mag senkrecht, oder schief sein, besteht aus so vielen Kubikeinheiten, als das Produkt der Grundfläche mit der Höhe beträgt. Denn jede ist so groß, als ein rechtwinkeliges Parallelepipedum von derselben Grundfläche und Höhe (§. 309. 2.). Bezeichnet man im Allgemeinen die Grundfläche mit G und die Höhe mit H, so ist der Inhalt jeder Vollsäule $= G \times H$.

3) Jede Spitzsäule, die Pyramide sowohl, als der Kegel, besteht aus einem Drittel der Kubikeinheiten von dem Produkte der Grundfläche mit der Höhe (§. 311.); ihr Inhalt ist daher im Allgemeinen $\frac{G \times H}{3}$.

§. 313. Körperinhalt besonderer Säulenstücke. Fig. 121. 122. 123.

Von den säulenförmigen Körpern haben wir noch einige Stücke besonders zu betrachten.

Fig. 121. 1) Die schräg abgeschnittene Walze, z. B. PQRS, hat zum Inhalte das Produkt der Grundfläche mit der Mittelhöhe $mn = \frac{PR + QS}{2}$. Denn denkt man sich durch die Mitte der schrägen Abschnittsfläche eine wagrechte Querfläche, so ergänzt das oben darüber abgefallene Stück den darunter befindlichen leeren Raum.

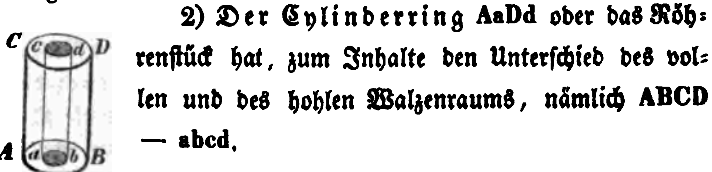


Fig. 122.

2) Der Cylinderring AaDd oder das Röhrenstück hat, zum Inhalte den Unterschied des vollen und des hohlen Walzenraums, nämlich ABCD — abcd.

Fig. 123.

3) Die abgestumpfte Spitzsäule ABCD entsteht, wenn die Spitze parallel mit der Grundfläche abgeschnitten wird. Der Inhalt des abgestumpften Stückes ist der Unterschied von dem Ganzen und der abgeschnittenen Spitze, nämlich ABE — CDE.

3. Körperverhältniß der Säulenformen.

§. 314. Körperverhältniß der Säulenformen überhaupt.

Die Vollsäulen verhalten sich wie die Produkte aus ihren Grundflächen und Höhen.

Man bezeichne von zwei Vollsäulen den Inhalt mit M und m, die Grundfläche mit G und g, die Höhe mit H und h, dann ist

$$\left.\begin{array}{l} M = G \times H \\ m = g \times h \end{array}\right\} \text{nach §. 312. 2.}$$

Folglich $M : m = G \times H : g \times h$.

Hieraus folgt weiter:

1) Zwei Vollsäulen von gleicher Grundfläche verhalten sich wie ihre Höhen.

Ist $M : m = G \times H : g \times h$
und $G = g$ (nach der Voraussetzung),
so ist auch $M : m = H : h$ (§. 62. 2.).

2) Bei gleichen Höhen verhalten sich die Vollsäulen wie ihre Grundflächen, und sind diese ähnlich, auch wie die Quadrate gleichliegender Seiten der Grundflächen.

Ist nämlich wie oben $M : m = G \times H : g \times h$
und $H = h$
so ist auch $M : m = G : g$,

und wenn D und d gleichliegende Linien ähnlicher Grundflächen bezeichnen, auch . . . . . . $M : m = D^2 : d^2$ (§. 171.).

3) **Zwei Walzen m und M von gleicher Höhe verhalten sich daher, wie die Quadrate ihrer Durchmesser d und D, oder Umfänge u und U; nämlich:**

$$u^2 : U^2 = m : M.$$

Daraus ergiebt sich auch nach §. 62. 3.

$$u^2 : U^2 - u^2 = m : M - m,$$

ein Verhältniß der Zuwachsberechnung.

4) **Alle Spitzsäulen verhalten sich, als die Drittel der Vollsäulen, eben auch wie diese, nämlich wie die Produkte aus ihren Grundflächen und Höhen, oder, bei gleichen Grundflächen, wie die Höhen, und, bei gleichen Höhen, wie die Grundflächen.**

§. 315. Körperverhältniß ähnlicher Säulen. Fig. 124.

Ähnliche Vollsäulen verhalten sich wie die Würfel gleichliegender Linien.

Zur Ähnlichkeit zweier Körper gehört, daß an beiden die Grund- und Seitenflächen ähnliche Figuren sind, wobei alle gleichliegenden Seiten und andern Linien gleiche Neigung und einerlei Verhältniß haben.

Fig. 124.

Stellen ABCD und abcd zwei ähnliche Vollsäulen vor, so verhalten sie sich, ihrem Inhalte nach, wie $G \times H : g \times h$ (§. 314.). Nun ist wegen der Ähnlichkeit beider Grundflächen und der Proportionalität aller Seiten und Linien:

$$G : g = AC^2 : ac^2 \text{ (§. 171.)},$$
$$H : h = AC : ac.$$

Mithin $G \times H : g \times h = AC^3 : ac^3 = H^3 : h^3$ (§. 62. 4.)

Hieraus folgt:

1) **Ähnliche Prismen verhalten sich wie die Würfel ihrer Höhen oder gleichliegenden Seiten.**

2) **Ähnliche Walzen verhalten sich wie die Würfel ihrer Durchmesser, Umfänge, Höhen u. s. w.** Be-

zeichnet man die Walzen mit m und M, die Umfänge mit u und U, so ist

$$u^3 : U^3 = m : M,$$

und für die Zuwachsberechnung (n. §. 62. 3.)

$$u^3 : U^3 - u^3 = m : M - m.$$

3) Auch müssen sich ähnliche Pyramiden und ähnliche Kegel verhalten, wie die Würfel ihrer gleichliegenden Linien.

II. Körperberechnung.

---

1. Ausrechnung des Körperinhaltes.

§. 316. Körpermaß.

Das Grundmaß der forstlichen Körper ist der Körperfuß, auch Kubikfuß genannt, ein Würfel von einfußiger Länge, Breite und Höhe. Gewöhnlich bestimmt man den Körperinhalt nach Werkmaß.

Der Körperfuß im Werkmaße ist ein Würfel, dessen Seite 12 Längenzolle, dessen Grundfläche 12 × 12 = 144 Quadratzolle und dessen ganzer Raum 12 × 12 × 12 = 1728 Kubikzolle enthält. Eben so besteht jeder Körperzoll dieses Maßes aus 1728 Körperlinien. Bei Zehntelmaß hat die Körperruthe 10^3 = 1000 Körperfuß, dieser 1000 Körperzoll u. s. w. Die Körperruthe enthält auch, je nachdem die Längenruthe zusammengesetzt ist aus 12, 16 oder n Werkfußen, 12^3, 16^3, überhaupt n^3 Körperfuß. Diese Eintheilung folgt aus §. 312. 1.

Zwar gewährte das zehntheilige Körpermaß erhebliche Rechnungsvortheile; indessen erleichtert man sich den Gebrauch des für den Verkehr viel geeignetern, zwölftheiligen Werkmaßes durch Tafeln, oder durch Formeln, worin alle Faktoren von 12 in voraus gehoben sind.

Das Körpermaß bezeichnet man übrigens eben so, wie das Längenmaß; nur kommt zur Unterscheidung noch ein c hinzu.

53155 Körperzolle im Zwölftelmaße sind 30 c′ 1315 c″. Wo bei einer Körpergröße die Art des Maßes nicht angegeben ist, versteht man immer Werkmaß darunter.

§. 317. Körperausrechnung überhaupt.

Die rohen, mehr natürlichen Körper, besonders die vom Holzwuchse, sind keineswegs ganz stereometrisch geformt; doch fällt es nicht schwer, ihren Körperinhalt näherungsweise so genau zu bestimmen, als es die wirthschaftlichen Zwecke nur irgend erfordern.

Da man zur Ausmittelung des Körperinhaltes in den innern Körperraum eine paßliche Körpereinheit nicht einsetzen kann, wie wir es uns oben vorstellten: so muß der Inhalt nach äußern Ausdehnungen, meist nach der Grundfläche und Höhe, ausgerechnet werden. Bei allen säulenförmigen Körpern nehmen wir in der Berechnung die mittlere Länge als Höhe und den durch die Längenlinie des Körpers senkrecht gelegten, vollen Querschnitt als Grundfläche an. Bisweilen ist auch die Körperoberfläche mit auszurechnen.

Zur Ausrechnung der Holzkörpergehalte wird gewöhnlich die Stärke in Zollen und die Länge in Fußen ausgedrückt.

§. 318. Berechnung des Prisma.

Der Körperinhalt des Prisma wird ausgerechnet, wenn man die Grundflächenzahl mit der gleichbenannten Höhenzahl multiplizirt; das Produkt ist der Inhalt in gleichbenannten Körpereinheiten (§. 312. 2.).

1) Ein Parallelepipedum oder Balkenstück habe zur Grundfläche ein Rechteck von 18 und 14 Zoll in den Seiten und zur Höhe 24 Fuß.

Der Körperinhalt ist im Werkmaße: $\frac{18 \times 14}{144} \times 24 = 42$ c′.

Denn die Grundfläche enthält $18 \times 14 = 252$ q″; diese durch 144 in Quadratfuße verwandelt, um sie mit der Höhenzahl in gleiche Benennung zu bringen, giebt $\frac{252}{144} = 1{,}75$ q′. Eben so viel Kubikfuße gehen nun in jede fußhohe Schicht; also enthielt

das ganze Stück 1,75 × 24 = 42 c'. Dasselbe müßte herauskommen, wenn man nicht anfänglich, sondern zuletzt durch 144 dividirte; denn $\frac{18 \times 14}{144} \times 24 = \frac{18 \times 14 \times 24}{144} = 42$.

Wäre die Höhe in Zollen gegeben, so multiplizirte man sogleich damit, ohne erst durch 144 zu dividiren. Das Produkt ergäbe Kubikzolle, die durch $12^3 = 1728$ in Kubikfuße verwandelt werden könnten.

2) Bei Prismen mit regelmäßig vieleckiger Grundfläche braucht man den Umfang, den dazu gehörigen Mittelpunktabstand und die Höhe.

Die Grundfläche sei ein regelmäßiges Sechseck mit dem Umfange von 72 Zoll, das zum Mittelpunktabstande 10,4 Zoll hat, und die Höhe betrage 25 Fuß: so ist der Körperinhalt im Werkmaße

$$\frac{\frac{1}{2}\,(72 \times 10{,}4)}{144} \times 25 = \frac{36 \times 10{,}4 \times 25}{144} = 65 \text{ c}'.$$

3) Ist die Grundfläche ein Dreieck, oder eine mehrseitige unregelmäßige Figur: so müßte sie mittels geeigneter Hülfslinien ausgerechnet und dann mit der Höhenzahl multiplizirt werden.

4) Die Oberfläche des obigen 24' oder 24 × 12 = 288'' langen Balkenstückes besteht aus den

zwei Grundflächen zu 2 × (18 × 14) = 504 q'',
zwei Seitenflächen zu 2 × (18 × 288) = 10368 q'',
zwei Seitenflächen zu 2 × (14 × 288) = 8064 q''

und enthält im Ganzen . . . . 18936 q''.

Man sieht leicht ein, daß die Seitenflächen auch zusammen ausgerechnet werden konnten, wenn man ihre gesammten Grundlinien, nämlich den Umfang der Grundfläche = (18 × 2) + (14 × 2) = 64'' mit der in Zollen ausgedrückten Höhe = 288'' multiplizirte, also 64 × 288 = 18432 q''.

§. 319. Walzenberechnung.

Der Körperinhalt von der Walze wird gefunden, wenn man den Inhalt der Grundfläche mit der Höhe in gleichbenannten Zahlen multiplizirt.

Die Grundfläche ist hier immer ein, die Achse senkrecht durchschneidender Kreis, zu dessen Ausrechnung wir den Umfang oder den Durchmesser gebrauchen; als Höhe nimmt man die der Achse gleiche Seite.

1) Mißt eine Walze im Durchmesser 18 Zoll und in der Höhe 25 Fuß, so hat dieselbe zum Inhalte, nach Werkmaß gerechnet:

$$(18 \times 3{,}14 \times \tfrac{18}{4} : 144) \times 25 = 44\ c'.$$

Denn die Grundfläche ist (n. §. 212. 2.) $18 \times 3{,}14 \times \frac{18}{4} : 144 = 1{,}76\ q'$; dies nun mit der Höhenzahl 25 multiplizirt, giebt $1{,}76 \times 25 = 44\ c'$.

Eine andere Walze von 60 Zoll Umfang und 30 Fuß Höhe hätte zur Grundfläche (n. §. 212. 2.) $1{,}989\ q'$ und zum Inhalte $1{,}989 \times 30 = 59{,}67\ c'$.

2) Diese Ausrechnung des Walzeninhaltes wird dadurch abgekürzt, daß man die beständig darin vorkommenden Faktoren in einen einzigen Ausdruck zusammenfaßt, nach den (§. 212. 3.) zur Kreisberechnung gebrauchten Formeln:

$$K = 0{,}7854\ D^2 = 0{,}07958\ U^2.$$

Bezeichnen wir die Grundfläche mit G statt K, die Höhe mit H und den Inhalt mit M, so ist:

$$M \text{ oder } G \times H = 0{,}7854\ D^2 \times H = 0{,}07958\ U^2 \times H,$$

und man müßte das Quadrat des Durchmessers mit der Höhe und mit 0,7854, oder das Quadrat des Umfangs mit der Höhe und mit 0,07958 multipliziren, wenn die gemessenen Längen in gleich benannten Zahlen ausgedrückt sind.

Da man jedoch die Körper gewöhnlich mit Zwölftelmaß mißt und, wie schon bekannt (vgl. §. 212. 4.), den Durchmesser oder Umfang in Zollen, die Höhe aber in Fußen ansetzt: so muß in diesem Falle die Zahl der Grundfläche erst durch 144 dividirt werden, oder man muß diese Division obiger Formel gleich mit einverleiben, und dann ist:

$$M = \frac{0{,}7854}{144}\ D^2 \times H = \frac{0{,}07958}{144}\ U^2 \times H, \text{ oder}$$

$$M = 0{,}0054541\ D^2 \times H = 0{,}0005526\ U^2 \times H.$$

Um also die Körperfuße einer jeden Walze zu finden, deren

Durchmesser= oder Umfangstärke in Werkzollen und deren Höhe in Werkfußen gegeben ist: multiplizire man des Durchmessers Quadrat mit 0,0054541, oder des Umfangs Quadrat mit 0,0005526 und in jedem Falle noch mit der Höhenzahl.

Obige Walze von 18 Zoll im Durchmesser und 25 Fuß in der Höhe enthielt hiernach: $18^2 \times 25 \times 0{,}0054541 = 44{,}17$ c′.

Die andere von 60″ U und 30′ H hätte $60^2 \times 30 \times 0{,}0005526 = 59{,}68$ c′.

Der kleine Unterschied zwischen diesen und den obigen Ergebnissen rührt von verschiedener Genauigkeit des eben angenommenen Kreisverhältnisses her.

3) Die letztere Ausrechnung des Walzeninhaltes kann noch mehr abgekürzt werden. Man könnte zuerst für die beiden beständigen Faktoren 0,0054541 und 0,0005526 nur 0,0055 und 0,00055 gebrauchen, wodurch beide Rechnungen mehr Übereinstimmung bekämen. Damit rechnete man die letztern Fälle, wie folgt:

18 = D	60 = U
18	60
144	3600
18	30 = H
324	108000
25 = H	55
1620	540000
648	540
8100	59,4.... c′.
55	
40500	
405	
44,55.. c′.	

Diese neuen Faktoren 55 sind aber nicht ganz genau, obschon sie die, dem Gebrauche des Durchmessers und Umfangs eigenen Abweichungen einigermaßen heben. Ihre Produkte können jedoch berichtigt werden, wenn man beim erstern das Zuviel

wieder hinwegnimmt und beim andern das Zuwenig noch hinzulegt.

a) Bei dem ersten Faktor, für die Ausrechnung nach dem Durchmesser, schnitt man hinten 541 ab und gab dafür der letztern Stelle 1 mehr. Dadurch ist die hintere 5 in dem neuen Faktor um 0,459 ihrer Einheit, also etwa um 0,1 ihres ganzen Werthes zu groß geworden *). Deßhalb muß auch ihr Produkttheil um 0,1 zu groß ausfallen. Dieses kann aber leicht berichtigt werden, wenn man den zehnten Theil davon wieder abzieht.

Vorhin war 4,05 das Produkt der hintern 5, ein Zehntel davon ist 0,405. Man dürfte also nur denselben Produkttheil um eine Stelle weiter rechts darunter setzen und abziehen. Dies brauchte jedoch erst an dem Hauptprodukte zu geschehen, wie folgende berichtigte Stelle aus jener Rechnung zeigt:

```
                 8100
                   55
                 ------
                 405..
                405
               --------
               44,5500.
Davon abgezogen 0,405, wegen der Berichtigung.
      Bleibt:  44,145 c', als berichtigter Inhalt.
```

b) Bei dem andern Faktor, für die Ausrechnung nach dem Umfange, schnitt man die hintere 26 ab; dadurch fehlt der letztern 5 etwa 0,25 ihrer Einheit, also ein halbes Zehntel ihres ganzen Werthes **). Deßhalb ist der Produkttheil von ihr um ein halbes Zehntel zu klein. Um denselben zu berichtigen, müßte man das Fehlende dazu legen.

---

*) Da man nämlich dem Faktor 0,0001 = $\frac{1}{10000}$ zugelegt und ihn nur um 0,0000541 = $\frac{541}{10000000}$ vermindert hat, so ist er überhaupt um $\frac{459}{10000000}$ oder nahe $\frac{5}{1000000}$, d. h. $\frac{1}{10}$ von $\frac{5}{10000}$ oder 0,1 von 0,0005 zu groß.

**) Der Faktor ist hier um 0,0000026 oder nahe 0,0000025 vermindert; von 0,00005 ist $\frac{1}{10}$ = 0,000005, und folglich beträgt die Minderung des Faktors überhaupt ein halbes Zehntel von 0,00005.

Oben war 5,40 . . . dies Produkt der hintern 5. Das halbe Zehntel desselben wird gefunden, wenn man das Komma eine Stelle vorrückt und von dieser Zahl die Hälfte nimmt; es ist 0,27. Man dürfte also zur Berichtigung jenes Produkttheiles nur die Hälfte seiner Zahlen um eine Stelle weiter rechts darunter setzen und hinzuzählen. Dies könnte auch erst, wie in dem folgenden Ansatze, am Hauptprodukte geschehen.

```
  108000
    55
 540000
  540
 59,40.
```

Dazu addirt 0,27, wegen der Berichtigung.
Giebt: 59,67 c′, als berichtigten Inhalt.

c) Noch mehr wird diese Rechnung abgekürzt, wenn man das besondere Multipliziren mit 5 ganz vermeidet und dafür bloß den Multiplikanden nach Hinzusetzung einer Null halbirt; denn $5 = \frac{10}{2}$ und $108 \times 5 = \frac{108 \times 10}{2} = \frac{1080}{2} = 540.$

Verrichtete man diese Multiplikation mit $\frac{10}{2}$ gleich anfänglich an einem geeigneten Faktor, so ergäbe schon die Multiplikation der genommenen Walzenmaße jenen Produkttheil einer 5, hier 540. Diese Zahl wäre dann, als Produkttheil der andern 5, um eine Stelle fortgerückt, noch unterzusetzen und zu addiren.

Die obige Rechnung mittels des Umfangs würde sich hiernach auf folgende Weise vereinfachen lassen:

```
  60 Umfang.
  300, wegen der Multiplikation mit 10/2
 18000
   30 Höhe
 540000
  540000
   27000 Berichtigung.
 59,67 c′ Inhalt.
```

Man erhielt hier in 540000 unmittelbar das Produkt der einen 5, setzte das der andern 5 um eine Stelle weiter rechts, als wäre von vorn multiplizirt worden, und nahm nun die Berichtigung nach dem untern Produkte der hintern 5 vor.

Die obige Rechnung mit dem Durchmesser gestaltet sich hiernach:

18 Durchmesser.
90, wegen der Multiplikation mit $\frac{10}{2}$
1620
25 Höhe.
8100
324
40500
40500
44,5500
405 Berichtigung.
44,145 c′ Inhalt.

Die anfänglich durch das Multipliziren mit $\frac{10}{2}$ hinzukommende Null braucht man übrigens gar nicht beizubehalten, wenn am Endprodukte eine Stelle weniger abgeschnitten wird. Auch in der weiteren Rechnung mag man die hintern Nullen vernachlässigen, weil aus den Maßen der Walze schon zu entnehmen ist, welche Zahlstellen ganze Kubikfuße bedeuten.

Dies giebt uns für die Ausrechnung des Walzeninhaltes mit Werkmaß, in Fällen, wo man eben keine Tafeln zur Hand hat, folgende Regel:

Man nehme des Durchmessers oder des Umfangs Zollzahl zweimal, dazu der Länge Fußzahl einmal, und multiplizire diese drei Faktoren, nachdem der schicklichste davon halbirt worden ist. Das dadurch erhaltene Produkt setze man nochmals, eine Stelle weiter rechts gerückt, unter, zähle so beide zusammen und schneide von der Summe beim Gebrauche des Durchmessers drei, und bei dem des Umfangs vier Stellen

rechts ab. Diese Zahl giebt den Inhalt in Körperfußen schon ziemlich genau. — Will man denselben genauer haben, so muß die vorletzte Zahl (der schon einmal fortgesetzte Produkttheil) noch um eine Stelle rechts gerückt, beim Durchmesser ganz abgezogen, beim Umfange aber halb hinzu gezählt werden.

4) Die Oberfläche der senkrechten Walze besteht aus den zwei gleichen kreisförmigen Grundflächen und der Seitenfläche, welche abgerollt ein Parallelogramm ist, das den Umfang und die Höhe der Walze zum Maße hat.

An einer Walze von 60 Zoll oder 5 Fuß Umfang und 30 Fuß Höhe enthält die Oberfläche:

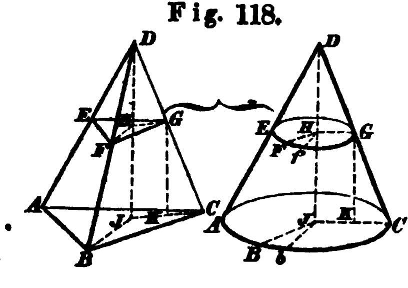
in den beiden Grundflächen:	$1,989 \times 2 =$	$3,978$ q′,
in der Seitenfläche:	$5 \times 30 =$	150 q′.
Zusammen:		$153,978$ q′.

§. 320. Berechnung der Pyramide. Fig. 118.

Der Körperinhalt der Pyramide wird ausgerechnet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplizirt und von dem Produkte ein Drittel nimmt (§. 312. 3.).

1) Hätte eine Pyramide zur Grundfläche ein Quadrat von $16 \times 16''$ und zur Höhe 60′, so enthielt sie $\frac{16 \times 16}{144} \times \frac{60}{3} =$ 35,55 c′. Die Grundfläche ist nämlich $16 \times 16 = 256$ q″; diese müßte durch 144 in $\frac{256}{144} = 1,77$ q′ verwandelt und noch mit einem Drittel der Höhe, nämlich mit $\frac{60}{3} = 20'$ multiplizirt werden, was obigen Inhalt giebt.

Fig. 118.



2) Wäre eine Pyramide mit der Grundfläche parallel abgestumpft, so hätte man zur Inhaltsberechnung zuvörderst die Höhe HD der abgeschnittenen Spitze zu suchen.

Es sei CID ein senkrechter Längenschnitt, darin DI und GK senkrecht zu IC und HG, so verhält sich, weil △CID ∾ △ CKG ∾ △GHD:

$$\frac{CK : GH = KG : HD \ (§. 149.)}{\text{oder } CI - GH : GH = IH : HD.}$$

Es sei auch der Schnitt BID senkrecht, und somit das △FHG ∾ dem △BIC (§. 310.), so verhält sich weiter

$$\frac{CI - GH : GH = CB - GF : GF;}{\text{folglich ist: } CB - GF : GF = IH : HD.}$$

Nach dieser Proportion ergiebt sich das abgeschnittene Höhenstück HD. Nun sucht man die ganze Höhe ID = IH + HD, berechnet dann, wie schon bekannt, die ganze Pyramide, hierauf die abgeschnittene Spitze und zieht diese von dem Ganzen ab (§. 313. 3.).

3) Die Oberfläche der Pyramide besteht aus der Grundfläche und aus so vielen Seitendreiecken, als der Grund Seiten hat. An der abgestumpften Pyramide sind die Seitenflächen Trapeze. Meist finden sich die Seitenkanten, die Höhen der Seitenflächen und die Pyramidenhöhe nicht erheblich von einander verschieden.

§. 321. Kegelberechnung.

Um den Körperinhalt des Kegels auszurechnen, muß man die Grundfläche mit der Höhe multipliziren und das Produkt ebenfalls durch 3 theilen (§. 312. 3.).

1) Man berechnet den Inhalt des Kegels am bequemsten wie den der Walze und theilt dabei nicht erst das Produkt, sondern anfänglich gleich einen der Faktoren, sofern einer davon durch 3 theilbar ist. Die Berichtigung bleibt übrigens dieselbe.

Hätte z. B. ein Kegel, A, 24″ D und 30′ H; ein anderer, B, 84″ U und 20′ H:

A.	B.
$24 = D$	$84 = U$
$12 = \frac{D}{2}$	$14 = \frac{U}{2 \times 3}$
48	336
24	84
288	1176
$10 = \frac{H}{3}$	$20 = H$
2880	23520
2880	23520
31,680	+ 1176 Berichtigung
— 288 Berichtigung	25,9896 c'.
31,392 c'.	

Wer hiernach nicht rechnen will, der kann den weitläufigern Weg einschlagen und zuerst (n. §. 212 od. 319. 1.) die Grundfläche ausrechnen, die dafür gefundenen Quadratzolle in Fuße verwandeln, dann mit der Höhe multipliziren und endlich durch 3 dividiren.

2) Die Inhaltsberechnung des abgestumpften Kegels kann auch, wie die der abgestumpften Pyramide, mit vier besondern Ansätzen gemacht werden. Man sucht zuerst das fehlende Höhenstück h, hierauf den Inhalt der fehlenden Kegelspitze, alsdann den ganzen Kegelinhalt und zieht endlich von diesem die Spitze ab.

Hierbei können unmittelbar gemessen werden: die Durchmesser D und d oder die Umfänge U und u beider Grundflächen und die Höhe H — h des abgestumpften Kegels. Zur Auffindung des abgeschnittenen Höhenstückes h braucht man ganz dieselben Verhältnisse wieder, wie bei der Pyramide, nämlich:

$$D - d : d \text{ oder } U - u : u = H - h : h;$$

mit Worten: Es verhält sich der Unterschied des untern und obern Durchmessers zum obern Durchmesser, oder der Unterschied des untern und obern Umfangs zum obern Umfang, wie die Höhe des abgestumpften Kegels zu dem fehlenden Höhenstücke.

Wir wollen z. B. annehmen, ein abgestumpfter Kegel habe zum untern Umfang 84″ und zum obern 21″ und sei 15′ hoch. Hier wird zuerst die Höhe h der abgeschnittenen Spitze gesucht nach der Proportion:

$$84 - 21 : 21 = 15 : h \text{ und } h = \frac{21 \times 15}{84-21} = 5'.$$

Die ganze Kegelhöhe H ist somit 15 + 5 = 20′.

Nun rechnen wir von der fehlenden Spitze und von dem ganzen Kegel den Inhalt nach unserer Regel aus. Die Spitze hat 21″ U und 5′ h:

$$
\begin{array}{r l}
21 & = U \\
7 & = \frac{U}{3} \\
\hline
147 & \\
5 & = h \\
\hline
735; & \text{dies halbirt} \\
\hline
367{,}5 & \\
367 & \\
+\ 18 & \text{Berichtigung.} \\
\hline
0{,}406 & c'.
\end{array}
$$

Der ganze Kegel von 84″ U 20′ H hält: 25,989 c′.
Die fehlende Spitze hält: 0,406 c′.
Mithin bleibt für das untere Stück: 25,583 c′.

3) Obgleich diese Ausrechnung des abgestumpften Kegels eben nicht schwer ist, so hat man sich doch vielfältig mit einem leichtern, aber unrichtigen Verfahren zu behelfen gesucht. Man hat nämlich aus den beiden Durchmesser- oder Umfangstärken das Mittel genommen und hiernach eine gleich hohe Walze berechnet, wie folgt:

Oberer Umfang 21″.
Unterer Umfang 84″.
Mittelumfang $\frac{105}{2}$ = 52,5″.

Eine Walze von diesem Mittelumfang und 15′ Höhe hält 22,84 c′ und ist gegen den oben gefundenen, richtigen Inhalt des abgestumpften Kegels um 25,58 — 22,84 = 2,74 c′ zu klein.

Der Fehler dieses Verfahrens steht in gewissem Verhältnisse

mit den Ausdehnungen des Kegels und kann berichtigt werden. An dem wirklichen Inhalte fehlt nämlich, aus hier zu übergehenden Gründen, ein Kegel, dessen Durchmesser oder Umfang der halbe Unterschied des untern und obern Durchmessers oder Umfangs und dessen Höhe die des abgekürzten Kegels ist. Diesen Berichtigungskegel, der für das vorige Beispiel zum Umfange $\frac{84-21}{2} = 31{,}5''$ und zur Höhe 15′ hat, könnte man zur Probe ausrechnen; dessen Inhalt 2,74 c′ ergänzt genau die fragliche Walze. Hieraus folgt noch eine andere Regel zur Inhaltsberechnung des abgestumpften Kegels:

Zu dem Inhalte einer Walze von derselben mittlern Stärke und derselben Höhe addire man noch den Inhalt eines Kegels, dessen Durchmesser oder Umfang der halbe Unterschied beider Durchmesser oder Umfänge und dessen Höhe die Höhe des abgekürzten Kegels ist.

4) Die Oberfläche des senkrechten Kegels besteht aus der Grundfläche und einer krummen Seitenfläche, die abgerollt einem Kreisausschnitte gleicht, dessen Bogen der Umfang und dessen Halbmesser die Seite des Kegels ist. An dem abgekürzten Kegel ist die krumme Oberfläche der Ausschnitt eines Kreisringes. Selten findet sich die Seite des Kegels von der eigentlichen Höhe erheblich verschieden.

§. 322. Kugelberechnung.

Die Kugel wird nie ein Gegenstand der forstlichen Meßkunst; wir berühren daher ihre Ausrechnung nur wegen ihres merkwürdigen Verhältnisses zu der Walze und dem Kegel. Der Kugelraum wird gedacht als eine Zusammensetzung unzählig kleiner Pyramiden, die alle mit ihren Spitzen im Mittelpunkte der Kugel vereint liegen, deren Grundflächen zusammengenommen die Kugeloberfläche ausmachen und deren Höhe der Kugelhalbmesser ist. Die Oberfläche der Kugel gleicht aber dem vierfachen größten Kugelkreise.

Um also eine Kugel auszurechnen, sucht man nach ihrem Durchmesser die Fläche des größten Kreises, nimmt diesen vier mal, als die Kugeloberfläche oder gesammte Grundfläche der gedachten Pyramiden, die den Kugelhalbmesser zur Höhe haben, und multiplizirt diese Grundfläche mit dem Drittel vom Halbmesser, oder dem Sechstel des Kugeldurchmessers.

Bezeichnen wir den Kugeldurchmesser mit D, so ist der Kugelinhalt

$$0{,}7854 \times D^2 \times 4 \times \frac{D}{6} = 0{,}7854 \times D^3 \times \tfrac{2}{3}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem Inhalte der Walze von einerlei Durchmesser und Höhe, worin also D anstatt H gesetzt werden kann, nämlich:

$$0{,}7854 \times D^2 \times D = 0{,}7854 \times D^3;$$

deßgleichen noch mit dem Inhalte eines solchen Kegels,

$$0{,}7854 \times D^2 \times \tfrac{1}{3}D = 0{,}7854 \times D^3 \times \tfrac{1}{3}:$$

so finden wir in diesen allgemeinen Inhaltszahlen das Verhältniß von Walze, Kugel und Kegel $= 1 : \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$, und ersehen daraus, **daß bei einerlei Durchmesser und Höhe die Kugel $\frac{2}{3}$ und der Kegel $\frac{1}{3}$ von der Walze enthält.**

§. 323. Berechnungen mittels ähnlicher Körper.

Aus dem Seitenverhältnisse zweier ähnlicher Körper und dem Inhalte des einen kann der Inhalt des andern gefunden werden.

Beide verhalten sich wie die Würfel ihrer gleichliegenden Linien (§. 315.). Bezeichnen z. B. m und M zwei ähnliche Walzen, u und U ihre Umfänge, dann ist

$$u^3 : U^3 = m : M.$$

Setzen wir nun von m den Umfang 60″, die Höhe 75′, also den Inhalt 149,17 c′, und von M den Umfang 64″, so ist

$$60^3 : 64^3 = 149{,}17 : M \text{ und}$$

$$M = \frac{149{,}17 \times 64^3}{60^3} = 181 \text{ c}'.$$

Dasselbe kommt auch heraus, wenn man für die größere Walze M die verhältnißmäßige Höhe nach 60 : 64 = 75 : H sucht (diese ist 80′) und dann den Inhalt wie gewöhnlich ausrechnet.

Da sich ferner verhält

$$u^3 : U^3 - u^3 = m : M - m \text{ (§. 62. 3.)},$$

so könnte hiernach auch der Unterschied M — m gefunden werden. Aus dem Ansatze

$$60^3 : 64^3 - 60^3 = 149{,}17 : M - m$$

würde hervorgehen

$$M - m = \frac{64^3 - 60^3}{60^3} \times 149{,}17 = 32 \text{ c}'.$$

Eine sehr nutzbare Anwendung hiervon macht die Zuwachsberechnung.

2. Theilung der Säulenformen.

§. 324. Theilung der Vollsäulen. Fig. 125.

Die Theilung forstlicher Prismen- und Walzenkörper geschieht durch Querschnitte und Längenschnitte. Jene treffen die Achse oder Längenlinie senkrecht, diese sind gleichlaufend mit derselben.

1) Theilung durch Querschnitte: Man theilt nur die Länge der Bestimmung gemäß und legt in jeden Theilpunkt einen Querschnitt. Denn die gleich starken Säulenstücke verhalten sich wie ihre Höhen oder Längen (§. 314. 1.).

Um von einer Vollsäule ein Längenstück abzuschneiden, dessen Inhalt bestimmt ist, dividirt man den verlangten Inhalt durch die Grundfläche und findet so die Länge des abzuschneidenden Stückes. Denn das Stück M ist gleich G × H (§. 312. 2.); also $\frac{M}{G} = H$. Eben so wäre, nach $\frac{M}{H} = G$, zu Inhalt und Höhe einer Vollsäule die Grundfläche zu finden.

Fig. 125.

2) Die Theilung durch Längenschnitte, eine beim Zerschneiden der Säge- und Baubloche vorkommende Aufgabe, wird auf der Grundfläche vorgezeichnet, meist rechteckig. Öftees ist die Grundfläche, wie bei den scharfkantig beschlagenen Bau- und Nutzstücken, schon ein Rechteck, oder es wird zuvor in derselben ein Hauptrechteck verzeichnet, von dessen Seiten aus man die weitere Theilung vornimmt.

Ist die Grundfläche ein Kreis, so muß man bestimmen können, was für Rechtecke darin Statt finden. Setzt man an den Halbmesser BC als Hypotenuse ein rechtwinkeliges Dreieck ABC, so sind dessen Katheten die Hälften beider Seiten eines in den Kreis zu beschreibenden Rechteckes. Denn $AB = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}DE$ und $AC = BG = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}FE$.

Die beiden Katheten BA und AC hängen immer von einander ab; wie die eine abnimmt, wird die andere größer. Keine kann so groß werden, als der Halbmesser, sonst verschwindet die andere. Sind beide gleich, so ist das von ihnen bestimmte Rechteck BDEF ein im Kreise beschriebenes Quadrat.

Da übrigens $BC^2 = CA^2 + AB^2$ und $BC^2 - AB^2 = CA^2$, so ist bei bekanntem Halbmesser immer eine Seite durch die andere gegeben. Hielte der Halbmesser BC 5″ und sollte die Seite AB 4″ bekommen, so fände man die dritte AC durch den Ansatz:

$$AC^2 = 5^2 - 4^2 \text{ (§. 167.) und}$$
$$AC = \sqrt{(25 - 16)} = \sqrt{9} = 3''.$$

Das dadurch bestimmte Rechteck BDEF in einem Kreise von 5″ Halbmesser oder 10″ Durchmesser hätte zu seinen Seiten 2 × 4 und 2 × 3 oder 8″ und 6″.

Wäre in demselben Kreise AB = AC und BC = 10, also $AB^2 + AC^2 = 10^2$, so wäre auch

$$\frac{AB^2 + AC^2}{2} = AB^2 = \frac{10^2}{2} = 50 \text{ und}$$

$$AB = \sqrt{50} = 7{,}071.$$

Es verhält sich also der Halbmesser zu der halben, oder der Durchmesser zu der ganzen Seite des in den Kreis beschriebenen Quadrates, wie 10 : 7,071 oder 1 : 0,7071, und der Umfang, wie 3,14 : 0,7071 oder wie 1 : 0,225.

Diese Betrachtungen könnten noch weiter fortgesetzt werden, auch über die in dem Kreisabschnitte möglichen Rechtecke, wie mnop; sie führen aber nicht zu einem praktischen Zwecke, denn bei solchen Theilungen, wie beim Schneiden der Blockhölzer, hilft man sich besser mit unmittelbarer Vorzeichnung. Überhaupt ist hierbei mehr ein zweckmäßiges Verwenden der eben unter die Hand kommenden Stirnfläche erforderlich, als ein scharfes Rechnen.

Auf Taf. 124. findet man zum Holzbeschlage für jeden Durchmesser und Umfang die scharfkantige und die gebräuchlichste rundkantige Geviertstärke. Hiernach behält also ein Baustück von 16″ Durchmesser oder beiläufig 50″ Umfang beim scharfkantigen Beschlage 11,8 und beim rundkantigen Beschlage 12,8″ Geviertstärke.

Die Zahlen in der letzten Spalte für den rundkantigen Beschlag geben zugleich die Breite des am meisten gebräuchlichen scharfkantigen Ablangbeschlages mit dem Seitenverhältniß 4 : 3. Ein Stamm von 20″ Durchmesser hat also beim scharfkantigen Ablangbeschlag 16″ zur breiten und $\frac{3}{4} \times 16 = 12''$ zur schmalen Seite.

§. 325. Theilung der Spitzsäulen.

Das Theilen der Spitzsäulen in bestimmte Theile ist wegen ihrer ungleichen Stärke weniger leicht, als das der Vollsäulen, kommt übrigens auch in der Praxis nur wenig vor.

Die Theilung derselben mit Querschnitten könnte auf ähnliche Art bewerkstelligt werden, wie das Theilen der Flä-

chen von verschiedenem Werthe, durch Proben und Näherung (§. 221.).

Die Theilung der Spitzsäulen mit Längenschnitten, von der Spitze aus nach vorgezeichneten Grundflächentheilen, gäbe wieder Spitzsäulen und hätte keinen Nutzen. Soll aber die Spitzsäule in Parallelepipeden getheilt werden, so muß man sie zuvor abstumpfen, alsdann auf dem obern Schnitte, wie bei den Vollsäulen, die Theilung vorzeichnen und danach die Längenschnitte durchführen. Dann fallen rund herum Außenstücke ab, die oben scharf auslaufen; diese könnte man nochmals abstumpfen und aus ihnen wieder Parallelepipeden schneiden u. s. w.

Zu solchen Theilungen nach der Länge eignet sich überhaupt das Parallelepipedum am vortheilhaftesten. Den meisten Abfall haben dagegen die kegelförmigen Spitzsäulen.

III. Körpermessung.

---

1. Ausmessung der Erdarbeiten.

§. 326. Gräben und Gruben. Fig. 126.

Fig. 126.

1) Häge- und Entwässerungsgräben sind vierseitige Prismen, der Haltbarkeit wegen oben weiter als unten. Ihr Querschnitt gleicht gewöhnlich einem Trapeze ABCD mit der Tiefe tf, und dann ist bei der Länge L ihr Körperraum $= \frac{AB + CD}{2} \times tf \times L$ (§. 205. 318.). Wäre die obere Weite $3\frac{1}{2}'$, die untere $2\frac{1}{2}'$, die Tiefe $3'$ und die Länge eine Ruthe zu $16'$: so hielte das Grabenstück $\frac{3\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}}{2} \times 3 \times 16 = 144$ c'.

Zieht der Graben an einem Abhange hin, so wird die vordere Wand etwas niedriger, als die hintere, wie im Querschnitte abCD. Hier nimmt man aus der Mitte von ab die mittlere Tiefe tf lothrecht und die obere Weite BtA wagrecht, was hinlänglich genau ist. Bei bergabziehenden Gräben wird die Länge wagrecht und die Tiefe lothrecht gemessen, wofern die Länge mit dem Grundrisse übereinstimmen muß.

2) Gruben zum Aufbewahren von Eicheln, zu Brunnenanlagen u. s. w. werden mit immer gleicher Grundfläche senkrecht eingetrieben und daher berechnet wie ein Prisma oder eine Walze (§. 318. 319.).

§. 327. Dämme, Hügel und Füllungen. Fig. 127.

Fig. 127.

1) Dämme sind aufgebaute, liegende Prismen. Gewöhnlich ist die Sohle wagrecht, die Stirn aber platt, oder gewölbt. Am abgeplatteten Damme bildet der Querschnitt ein Trapez ACDB. Wird dessen obere Breite CD wagrecht verlängert nach g und h bis zu den Lothrechten auf A und B, so gleicht gh der untern Breite, $\frac{CD + gh}{2}$ der mittlern Breite und Ag, oder Bh, der Höhe.

Ist der Damm gewölbt, so errichtet man im Querschnitte auf A und B lothrechte Stäbe, zieht über die Höhe des Dammes eine Schnur gh wagrecht und legt zuvörderst das Rechteck AghB fest. Dann theilt man den Dammbogen in kurze, ziemlich gerade Stücke AE, EC, CD u. s. w., fällt von gh Lothrechte auf die Theilpunkte, mißt die äußeren Hülfsfiguren AgiE, EiC u. s. w. aus und zieht ihren gesammten Inhalt von dem Rechtecke AghB ab. Der übrig bleibende Querschnitt AECDFB ist, wie vorhin, mit der Länge zu multipliziren.

2) Von einem aufgesetzten Hügel oder auch Meiler, dessen Sohle kreisrund ist, bestimmt man auf dieselbe Weise den

Achsenschnitt AECDFB, theilt sich von diesem aus den ganzen Körper mit parallelen Querschnitten in abgestumpfte Kegel, wie AEFB, und berechnet jeden davon, nach §. 321. 3., als Walze von dem je mittlern Durchmesser, ohne sich auf die weitere Berichtigung einzulassen.

3) Der Raum auszufüllender Vertiefungen wird mit lothrecht aufgestellten Stäben in parallelepipedische Stücke getheilt und hiernach stückweise ausgemessen. Man steckt hierzu am füglichsten ein Quadratnetz ab (§. 277.). Bei Ausmessung von Torflagern wird unter jedem Netzpunkte die Mächtigkeit mit dem Erdbohrer gesucht.

§. 328. Bergwege. Fig. 128.

Fig. 128.

An Berggehängen sind öfters lange Wegstrecken auszugraben und zu ebenen. Hier ist von dem Querschnitte ABC des abzutragenden Raumes die Breite der Ebenung auf festem Grunde BC und die anzulegende Abböschung nach dem Winkel ACD oder ACB gegeben. Man steckt zuerst der Länge nach am Berge hin die Richtpunkte B ab, wo möglich in gleicher Entfernung, und bestimmt dann von Stück zu Stück, nach Maßgabe der eben vorfindlichen Bergböschung ABC, mittels einer zu der gegebenen Breite BC und Abböschung BCA voraus entworfenen kleinen Tafel, die von B aus unmittelbar abzumessende Außenbreite BA und die dazu gehörige Querfläche ABC.

Gewöhnlich wird von B aus wag- und senkrecht hinein gearbeitet bis an C und dann erst von dem Rande so viel abgenommen, daß die bestimmte Abböschung BCA zu Stande kommt. Den auszugrabenden Erdraum ergeben von jedem Stücke die beiderseitigen Querschnitte und die besondere Länge. Mit der Füllung würde der Rand BE aufgetragen. Gewöhnlich baut sich BE zu $\frac{2}{3}$ von BC haltbar auf. Nach einem solchen Verhältnisse wäre die innere Anlage BC bestimmbar, wenn die ganze Breite CE gegeben ist.

2. Ausmessung der Holzstücke.

§. 329. Werkzeuge.

Zur Ausmessung des gefällten Holzes braucht man gewöhnlich:

1) Den Zollstab, ein in Zolle und Fuße getheiltes Richtscheit mit einem kurzen Schenkel am Anfange der Eintheilung zum sichrern Anlegen.

2) Die Baumkluppe. Dies bekannte Werkzeug zum Messen des Durchmessers besteht aus einem etwa 4′ langen Zollstabe, der an dem einen Ende mit einem rechtwinkelig befestigten Arme versehen ist, während ein zweiter Arm sich am Zollstabe hin- und herschieben läßt; letzterer muß mit dem feststehenden Arme stets parallel sein.

In neuerer Zeit benutzt man auch öfters die Fleischmann'sche Kluppe, welche aus zwei Zollstäben von je 2 Fuß Länge besteht, deren jeder an einem Ende mit einem feststehenden Arme versehen ist. Der eine Zollstab trägt vom Arme aus die Eintheilung von 1 bis 24″, der andere von 25 bis 48″; beide Zollstäbe lassen sich mittels einer genau gearbeiteten Nuth verbinden und ergänzen sich somit bis zu Durchmessern von 48 Zoll.

3) Das Klaftermaß, ein wohlbeschlagener Holzstab von der Klafterlänge, einerseits mit Fuß- und Zolleintheilung und andrerseits mit den ständigen Längen aller im Forste gebräuchlichen Holzmaße.

4) Das Spannmaß (Meßband), zehn Fuß lang, von festem Bande, einerseits in Fuße und Zolle getheilt, andrerseits in Theile von $3\frac{1}{7}$ Zoll, um die Durchmesserzahl vermittelst des Umfanges abnehmen zu können, wohl auch, zur alsbaldigen Ausrechnung des Walzeninhaltes, an jedem Umfangstriche mit den Zahlen der Kreisfläche versehen. Das Meßband wird mit einem Stammreißer zusammen gebraucht und ist seiner Unstätigkeit wegen öfters am Klaftermaße zu prüfen.

§. 330. Grundform der rohen Holzkörper.

Fig. 129.

Fig. 129.

Die natürliche Gestalt der Baumtheile nähert sich mehr oder weniger der runden Säulenform, zeigt sich jedoch nach dem Gipfelende zu mehr und mehr anlaufend. Rundung und Anlauf finden sich um so ungleicher, je mehr eben die ausgehenden Äste und Wurzeln dem Körper an Masse entzogen oder aufgebaut haben. Der durch die Achse gelegte Querschnitt AB, FC . . . . ist ein Kreis mit mehr oder weniger Abweichung. Der von einem Querschnitte zum andern gelegte Achsenschnitt ABCDEF fällt in der Regel zwischen das auf dem untern Durchmesser errichtete Parallelogramm ABH und das zu dem untern und dem obern Durchmesser gehörige Trapez ABDE; es ist also derselbe in den Seiten ausgebaucht. Die Grundform der rohen Rundholzstücke liegt mithin zwischen der Walze und dem abgestumpften Kegel. Letzterer eignet sich jedoch weniger zur Ausmessung des Rundholzes, weil er die Ausbauchung AEF und BDC nicht mit begreift und schwerfällig zu gebrauchen ist. Die einfacher und leichter zu bestimmende Walze hingegen hat stets eine gewisse Gleichhaltigkeit mit der Rundholzform. Es ist nämlich der Inhalt eines jeden Rundholzstückes bis zu gewisser Länge dem einer Walze gleich von eben derselben Länge und der wirklichen mittlern Stärke.

Jedes Rundholzstück läßt sich, zum Beweis, in beliebig dünne Scheiben 1, 2, 3 . . . abtheilen, die an sich bei ziemlich gleichen Abschnittsflächen als vollkommene Walzen anzusehen sind. Sucht man nun den ganz unzweifelhaften Walzeninhalt aller dieser Abtheilungen erst einzeln, nimmt nachmals zwei, dann drei, dann vier und immer mehr derselben in Eins zusammen, und ermittelt eben so ihren Gesammtinhalt wieder für sich, nach der je mittleren Stärke und gesammten Länge: so ergiebt die Vergleichung, daß der Körperinhalt jedes Rundholzstückes bis zu

gewisser Länge ganz genau hervorgeht, wenn man die Stärke FC in der Mitte mißt und nach dieser eine Walze von gleicher Länge berechnet. Daher nehmen wir bei der Ausmessung des Holzgehaltes aller ungespaltenen Baumtheile die Walze als beständige Grundform an. Übrigens ist zu bemerken, daß man unter Holzgehalt immer den ganzen Massengehalt, einschließlich der Rinde, versteht, wo nicht eben vom eigentlichen Holze die Rede ist.

§. 331. Stärke und Länge der runden Baumtheile.

Die zur Ausmessung des Holzgehaltes erforderliche mittlere Stärke der runden Baumtheile ergiebt sich nicht allein wegen der ausgebauchten Form, sondern auch wegen der an dem Stammende und an dem Gipfelende oft ganz unregelmäßigen Gestalt in der Mitte des Stückes wirklich gemessen am genauesten. Die nach Maßgabe der beiden Endstärken berechnete Mittelstärke ist nur dann ohne beträchtlichen Fehler anwendbar, wenn beide Endstärken wenig von einander abweichen.

Man mißt die runde Holzstärke nach dem Umfange, oder dem Durchmesser. Die Anwendbarkeit und Genauigkeit beider Maßnahmen ist sehr verschieden. Die Umfangsmessung hat den Vorzug, daß sie bloß nach ganzen Zollen bestimmt zu werden braucht, nur des bequem zu führenden Meßbandes bedarf und leicht ohne alle Hindernisse ausgeführt werden kann, wenn man nur die schweren Baumschäfte, wie es ohnehin der Ordnung gemäß ist, auf Unterlagen fällen läßt. Überdies muß jede Umfangsmessung unabänderlich ausfallen, weil der von ihr begriffene Querschnitt nur einen einzigen Umfang hat, und ein richtiges Spannmaß keine Abweichung gestattet, und jedenfalls fällt ihr Ergebniß eher zu groß als zu klein aus, wegen der mit überspannten losen Rindentheile, der Unkreisförmigkeit und der Spannmaßdicke. Der Gebrauch des Durchmessers kann dagegen die lästigen Zolltheile nicht entbehren und bedarf eines unbequemen Stabgestelles, das sich leicht verschiebt und bei längerem Gebrauch wacklig wird. Daneben befindet

man sich nicht selten in Ungewißheit wegen der richtigen Anlegung, wenn die Rundholz-Querfläche mehr oder minder abweichende Durchmesser darbietet. Derselbe kann mithin nie ganz sichere Ergebnisse gewähren und führt deßhalb in den Nachmessungen oft höchst unangenehme Abweichungen herbei. Endlich fällt auch die nach dem Durchmesser ermittelte Stärke an der laufenden Länge meist kleiner aus, weil die losen Rindentheile von den Stäben mehr abgedrückt werden; besonders ist dies an der offenen Abschnittsfläche der Fall, indem hier die Kanten von der Säge abgerissen sind. Daher sollte bei jeder Rundholz-Ausmessung, sowohl zur Schätzung, als zur Verwerthung, die sichrere Umfangsmessung als Regel gelten und der Gebrauch des Durchmessers nur gestattet werden zur Ausmessung von kurzen Klötzen und Blöcken, so wie zur Annahme von Holzbestellungen*). Man darf zuverlässig behaupten: Der Gebrauch des Umfangs bringt stets Gewinn mit Ordnung, während der des Durchmessers nie von Verlust und Willkühr frei ist.

Die Holzstärke nimmt man immer quer über die Länge, die Länge aber von der Mitte einer Abschnittsfläche zur Mitte der andern längs des Stückes, bei Krümmung des Wuchses auf einer der ebenen Seiten.

§. 332. Ausmessung runder Holzstücke.

Alle kurzen Rundhölzer mit wenigem und gleichmäßigem Anlaufe werden nach §. 330. als Walzen an einem Stücke ausgemessen.

Beim Gebrauche des Spannmaßes zur Messung der Umfangstärke darf auf der zu umspannenden Stelle weder ein Ast noch ein anderer Auswuchs im Wege sein; kann eine solche Erhöhung nicht vermieden oder abgehauen werden, so setzt man daran ab und bemißt deren Grundbreite für sich. Ist die Run-

*) Indeß hält man in der Praxis die Durchmessermessung mit der Kluppe, Behufs der Massenschätzung stehender Bestände, hier und da für bequemer und rascher fördernd. Es kommt dabei viel auf die Gewohnheit an.

dung überhaupt unkreisförmig, so vermindert man den zu groß ausfallenden Umfang um ein Fünftel von dem Unterschiede seines kürzesten und längsten Durchmessers. Der Grund zu dieser einfachen, aber hinlänglich genauen Berichtigung beruht auf wirklichen Ausmessungen solcher unkreisförmigen Querschnitte und auf dem Verhältnisse des Rundkreises zu Langkreisen. Wäre z. B. der gemessene Umfang 65″, der lange Durchmesser 23″, der kurze 18″ und der Unterschied beider 23 — 18 = 5″: so würde von dem gemessenen Umfange 1 Zoll abgezogen und der berichtigte zu 64″ angenommen. Selten ist jedoch der Unterschied beider Durchmesser so groß, und es genügt fast immer, als beständige Berichtigung jedes Mal die einzelnen Zolltheile des Umfanges wegzulassen.

Für die Ermittelung des mittleren Durchmessers ist die Kluppe am sichersten; wendet man statt deren den gewöhnlichen Zollstab an, so ist es wenigstens räthlich, zwei Stäbe gleichlaufend an das Rundholzstück zu stellen und deren Abstand als Durchmesser zu messen. Auf der Abschnittsfläche läßt sich der Zollstab unmittelbar und sicherer anlegen. Sind die Durchmesser in demselben Querschnitte verschieden, so nimmt man zwei kreuzende, gewöhnlich den längsten und den kürzesten, und berechnet zu beiden den mittlern Durchmesser.

Finden sich die beiden Endstärken wenig abweichend, und man könnte oder wollte die wirkliche Mittelstärke eben nicht messen: so berechnet man aus jenen das arithmetische Mittel oder die verglichene Stärke, die jedoch nur bei sehr geringem Stärkenanlaufe ein brauchbares Inhaltsergebniß gewähren kann.

Die Berechnung des Walzeninhaltes ist bekannt aus §. 319. Ungeachtet jener Erleichterungen gebraucht man doch lieber Hülfsmittel, die das Rechnen noch weiter mindern, oder ganz entbehrlich machen. Zu diesem Zwecke giebt man wohl auf dem Meßbande zu jedem Umfangs- oder Durchmesserzoll die Kreisfläche G in Flächenfußen unmittelbar an und multiplizirt diese dann ohne Weiteres mit der gefundenen Längenzahl. — Am brauchbarsten bleiben immer gut eingerichtete Walzeninhalttafeln, die gleich den Inhalt angeben zu jedem fraglichen Umfange oder

Durchmesser und zu jeder gewöhnlich vorkommenden Länge, wie unsere Hülfstafeln 2 bis 64. Wo diese Tafeln in Stärke oder Länge eben nicht zureichen, sucht man aus den vorfindlichen verwandten Größen auf leichtem Wege die weiter verlangten. Für ein Rundholzstück von 7½″ Umfang und 10′ Länge nimmt man z. B. den Inhalt zu 75″ und 10′, nämlich 31,08 c′, und schneidet davon noch zwei Stellen ab; dies giebt 0,3108 c′. Denn bei gleichen Längen verhalten sich die Walzen wie die Quadrate ihrer Stärken (§. 314. 2.), hier also wie $75^2 : 7{,}5^2 = 10^2 : 1^2 = 100 : 1$. Daher muß der Inhalt der 75″ starken Walze durch 100 dividirt werden. Auf ähnliche Weise könnte man den Inhalt einer Walze von 750″ Umfangstärke finden. Sie ist $31{,}08 \times 100 = 3108$ c′. Noch leichter läßt sich der Inhalt zu einer andern Länge ermitteln. Wäre derselbe bei 35′ etwa 108,79 c′, so käme auf 3,5′ nur der zehnte Theil, 10,879 c′, auf 350′ aber das Zehnfache = 1087,9 c′. Hieraus leuchtet übrigens schon ein, daß solche Tafeln, die den Inhalt mit gemeinen Brüchen angeben, zu weitern Berechnungen bei der Holzschätzung ganz unbrauchbar sind.

§. 333. Ausmessung ganzer Baumschäfte.

Ganze Baumschäfte von dem Stammende bis zum Gipfel sind, nach Verschiedenheit der Holzart, des Standortes und des zufälligen Wuchses, so verschieden geformt, daß man eine allgemeine Formel zu ihrer Holzgehalts-Ausrechnung an einem Stücke vergeblich sucht. Wir sind daher meist genöthigt, sie stückweise auszumessen, in kürzeren Formabtheilungen, welche öfters auch als besondere Werthsabtheilungen dienen.

Die an dem liegenden Schafte mit dem Reißer zu bezeichnende Grenze jeder Formabtheilung trifft gewöhnlich dahin, wo sich der Abfall merklich ändert, besonders wo der Wurzelanlauf endet, wo ein starker Ast ausgegangen ist und wo das Gipfelstück anfängt. Geschlossen und astrein erwachsene Schäfte, zumal von Nadelholz, gestatten die längsten Abtheilungen.

Die Auswahl der zu dieser theilweisen Ausmessung dienlichen Längen und Stärken erfordert Umsicht und Übung. Versuche, die nach §. 330. von kürzern Formabtheilungen zu immer

längeren vergleichend fortschreiten, berichtigen das Augenmaß besser, als alle Regeln, und setzen uns in den Stand, die Mittelstärke zu dem richtigen Gehaltsergebnisse auch selbst an abweichenden Formen, außerhalb der Mitte einer längeren Abtheilung, ausgleichend nehmen zu können.

Berechnet man den Massengehalt eines Baumschaftes nach der verglichenen mittlern Stärke, so fehlt man theils gegen die Gesetze des Kegels, nach §. 321., theils gegen die ausgebauchte Form. Die Unrichtigkeit solcher Schaftsausmessungen mag nur ein Beispiel darthun. Ein bis zum Gipfel ausgehaltener Eichenschaft von 60′ Länge halte am Stammende 40″ und am Gipfelende 4″ im Durchmesser. Danach betrüge der verglichene Durchmesser $\frac{40+4}{2} = 22''$ und der vermeintliche Holzgehalt 158,4 Kfß. Wäre dieser Schaft in zwei 30′ lange Stücke geschnitten worden, und in diesem Schnitte, wie nicht selten, die Durchmesserstärke 32″: so hielt das untere Schaftstück, bei $\frac{40+32}{2} = 36''$ verglichenem Durchmesser, allein 212 Körperfuß; der Theil wäre also weit größer, als das Ganze. Diese stereometrische Stümperei, wodurch das Forsteinkommen so bedeutend verliert, ist zur stillen Freude der Stammholzkäufer leider hier und da noch immer im Gebrauche.

§. 334. Ausmessung der Holzringe.

Zur Ausmessung eines Holzringes ist nächst der äußern Stärke auch die innere Ausdehnung erforderlich, um den Inhalt des äußern und des innern Walzenraumes auszumitteln. Der Unterschied beider macht den Ringinhalt aus (§. 313. 2.).

Zur Bestimmung des innern Umfangs mißt man die Ringstärke mit einem Stabe, der in $\frac{1}{6{,}28}$ Zolle (=1,91 Linien) eingetheilt ist, und zieht für jeden dieser Radiustheile 1 Zoll von dem äußern Umfange ab. Denn auf $\frac{1}{6{,}28}$ im Halbmesser kommt 1 im Umfange, nach dem Verhältnisse 1 : 6,28 (§. 212. 1.). Wo

eben eine Abschnittsfläche nicht offen vorliegt, wird zu dieser Abmessung der Stamm von außen eingekerbt, und wo die Ringstärke ungleich ist, wird eine mittlere gesucht. Diese findet sich in der Regel auf der kreisförmigsten Seite des Querschnittes.

Hätte ein Stammstück von 14′ Länge und 60″ Umfangstärke zur mittleren Rindenstärke $\frac{5''}{6{,}28}$, so betrüge die innere Holzstärke 60 — 5 = 55″, mithin

der gesammte Massengehalt:	27,85 Kfß.,
der reine Holzgehalt:	23,40 »
und der Rindengehalt:	4,45 Kfß.

§. 335. Ausmessung gespaltener Holzstücke.

Die wie gewöhnlich aus kurzen Walzen gespaltenen Stücke sind als Vollsäulen anzusehen mit runden und geraden Seiten. Man berechnet ihre Grundfläche und multiplizirt dieselbe mit der Länge.

1) Halbe Walzen. Hier mißt man am kürzesten den vorhandenen halben Umkreis, verdoppelt denselben und sucht dazu den Inhalt der ganzen Walze, von dem man nun wieder die Hälfte nimmt. Eine halbe Walze, deren Rundseite 43″ und deren Länge 8′ mißt, ist die Hälfte einer gleich langen Walze von 43 × 2 = 86″ Umfangstärke; sie enthält also $\frac{32{,}69}{2} = 16{,}34$ c′ in Werkmaß.

2) Kernscheite haben zur Grundfläche einen Kreisausschnitt (§. 213. 2.). Hält z. B. die Rindenseite 12″, der Halbmesser oder die Spaltseite 10″ und die Länge 4′: so beträgt die Grundfläche $\frac{12 \times 10}{2} = 60$ q″ und der Körperinhalt $\frac{60 \times 4}{144} = 1\frac{2}{3}$ c′ (§. 318.).

3) Ausgekernte Scheite haben zur Grundfläche den Ausschnitt eines Kreisringes, das Produkt der mittleren Bogenlänge mit der Dicke (§. 213. 3.). Hielte die Rindenseite 12″, die

Kernseite 8″ und die Scheitdicke 5″, so betrüge die Grundfläche $\frac{12+8}{2} \times 5 = 50$ q″ und der Körperinhalt bei $3\frac{1}{2}$′ Scheitlänge $\frac{50 \times 3\frac{1}{2}}{144} = 1{,}21$ c′.

4) Andere Grundflächen überschlägt man vergleichend, oder theilt und berechnet sie in Grundfiguren.

§. 336. Ausmessung vierseitiger Hölzer.

Die zur Abgabe im Walde behauenen Hölzer müssen eigentlich alle in ihrem Rundgehalte eingerechnet werden; denn anders würde man den wahren Massenertrag vom Forste nicht wohl aufstellen können. Ihren Reingehalt ermittelt der Forstwirth etwa nur zur Vergleichung des Gebrauchswerthes, Gewichtes u. s. w.

1) Berappte Holzstücke sind an vier Seiten leicht behauen, gewöhnlich doppelt so breit, als die gebliebene Rindenkante. Bei solchem Behau ist der Querschnitt an Flächeninhalt einem im Umfang um 0,03 kleinern Kreise gleich. Nach diesem Verhältnisse 100 : 97 kann leicht der gemessene Umfang in einen Kreis von gleicher Fläche verwandelt und damit der Körperinhalt als volle Walze ermittelt werden, wenn man nicht vorzieht, den Umfang des Holzstückes unverändert als Umkreis desselben anzunehmen.

2) Rundkantige Holzstücke sind bis auf eine schmale Rundkante entweder in's Geviert, oder ablang beschlagen. Ihr Querschnitt gleicht also einem Rechtecke, dem die vier Ecken mangeln, die zusammen beinahe ein Quadratchen ausmachen, das die als gerade anzunehmende Rundkante zur Seite hat. Ein Balkenstück von 10″ im Geviert und 2″ Rundkante hätte $(10 \times 10) - (2 \times 2) = 96$ q″ zum Querschnitte. Gewöhnlich wird das rundkantige Holz ohne Abzug als voll berechnet.

3) Scharfkantig-beschlagene oder geschnittene Stücke haben ganz volle Rechtecke zum Querschnitte und werden ausgemessen wie ein Parallelepipedum (§. 318.).

§. 337. Ausmessung unförmlicher Holzstücke. Fig. 130.

Viele Holzstücke mit Seitenkrümmen und Auswüchsen, so wie auch die Reiser und Wurzeln sind nicht zur wirklichen Ausmessung geeignet; ihr Massengehalt wird erforderlichen Falls nach dem Gewichte näher bestimmt.

Man sucht zuvörderst an meßbaren Holzstücken von gleicher Holzart, gleichem Standorte, gleichem Stammtheile und gleichem Trockengrade, also wo möglich von gleicher Eigenschwere, das mittlere Gewicht eines Körperfußes, und bestimmt hiernach den Körpergehalt des gewogenen, unförmlichen Holzes.

In Ermangelung einer brauchbaren Wage bemißt man das unförmliche Holz nach dem Gleichgewichte ausgemessener Stücke von ebenderselben Beschaffenheit auf folgende Weise: Zwei starke

Fig. 130.

Halbwalzen a werden gegen einander aufgestellt, und oben darauf wird ein Kernscheit b mit der Schärfe aufwärts gelegt. Dies dient der Wagevorrichtung zum Gestelle, das auch von Pfählen gemacht werden könnte. Dann wird eine hinlänglich starke Stange in der Mitte c etwas breit gehauen und eingekerbt, so daß sie auf b als Wagebalken liegen kann; an deren Enden d und e kommen, gleich weit von c, oben noch zwei Querkerben, in welche man, zum Anbringen der Lasten, Stricke oder Wieden hängt; endlich wird das dickere schwerere Theil noch so viel schwächer gehauen, daß die ganze Vorrichtung auf c in völligem Gleichgewichte schwebt. Nun hängt man an die eine Seite das auszuwiegende Holz und an die andere so viel meßbares Walzenholz, daß beides im Gleichgewichte steht, verwechselt auch wohl die angehängten Lasten zur Probe. Beide Lasten sind dann im Körperinhalte gleich zu rechnen. Giebt es viel zu wiegen, so hält man sich dazu eigene, mit ihrem Inhalte vorher bezeichnete Stücke statt der Gewichte. — Bei nassem und windigem Wetter führen übrigens diese Gewichtsversuche leicht zu bemerkbaren Abweichungen.

Auf Tafel 123. findet man das für forstliche Zwecke ermittelte Gewicht der deutschen Waldhölzer mit Rinde

in vier verschiedenen Trockengraden, nämlich: grün, gleich nach der Fällung; antrocken, einige Zeit nach der Spaltung; lufttrocken, der im Freien, und ausgetrocknet, der im geheizten Raume erreichbar höchste Grad. Die Gewichtsabweichungen bei jeder Holzart sind aber nach Maßgabe des Standortes und Stammtheiles, der Wachsthumsumstände, der Alters- und Jahreszeit so sehr verschieden *), daß es stets rathsamer bleibt, für jede Untersuchung von Belang an wohlgeformten Stücken ganz entsprechender Beschaffenheit die Eigenschwere besonders zu ermitteln.

3. Ausmessung der Holzmaße.

§. 338. Rauminhalt der Füllmaße. Fig. 131.

Zum geregelten Holzvertriebe bedient man sich bestimmter Holzmaße, bestehend in abgepaßten Stücken und in Ausfüllungsräumen. Letztere, die Füllmaße, werden entweder von denben Holzstücken aufgeschichtet oder von dünnern Sorten zusammen gebunden.

Fig. 131.

1) Von den Schichtmaßen (Klaftern, Malter &c.), in welchen das Derbholz aufgearbeitet wird, bestimmt man die Holzlänge, die Breite und die Höhe, auch wohl ein Übermaß wegen des Schwindens. Der Raum dieser Maße ist ein leicht aufzustellendes Parallelepipedum mit rechteckiger Grundfläche, dessen Breite wagrecht und dessen Höhe lothrecht abgemessen werden muß. Am Berghange ist also die Klafterbreite von C nach E zu nehmen, dann gleicht die Klafter ABCD am Berge der Klafter ABcd auf der Ebene bei derselben Holzlänge (§. 165.). Wäre die Scheitlänge 3½′, die Klafterbreite 6′ und die Klafterhöhe 6¼′ mit Übermaß, so enthielt die Klafter $3\frac{1}{2} \times 6 \times 6\frac{1}{4} = 131\frac{1}{4}$ Körperfuß Rauminhalt (§. 318.).

Fände sich im Legen etwa die Scheitlänge oder die ange-

*) Vergl. König's Forstbenutzung. §§. 8—11.

fangene Klafterbreite unrichtig, oder würde das Derbholz in einer abweichenden Länge verlangt, so müßte die Klafterhöhe dem verlangten Klafterinhalte gemäß verändert werden; dies ist eine leicht zu lösende Aufgabe. Wäre z. B. an obiger Klafter zufällig die Scheitlänge nur $3\frac{1}{4}$′ und die Breite $6\frac{1}{2}$′, so gehörte dazu die Höhe $131\frac{1}{4} : (3\frac{1}{4} \times 6\frac{1}{2}) = 6' \; 6\frac{1}{4}''$.

2) Von den Bundmaßen zur Aufarbeitung des Reisholzes bestimmt man Länge und Umfang. Der Rauminhalt ist jedoch zur näheren Ermittelung des Holzgehaltes weniger brauchbar, weil er selten die volle Walzenform hat. Man legt die Bunde schock- oder hundertweise zusammen.

§. 339. Massengehalt der Füllmaße.

Der in einem Füllmaße befindliche Massengehalt beträgt nur einen Theil des Rauminhaltes, wegen der leeren Zwischenräume, die sehr verschieden ausfallen können. Man ermittelt denselben an Probemaßen durch Ausmessung oder Auswiegung des dazu erforderlichen Holzes und beachtet dabei die eben vorhandene Stärke, gerade und glatte Form, auch das mehr oder weniger dichte Zusammenfügen.

1) Um den Massengehalt von Spalt-, Knüppel- und Stockholzmaßen auszumitteln, mißt man die Walzen vor dem Spalten oder Einlegen. In der Berechnung kann alles Holz von gleicher Stärke auf seine summarische Länge gebracht werden. Kommen unförmliche Stücke mit vor, wie zumal bei dem Stockholze, so bestimmt man ihren Inhalt nach dem Gewichte.

Beim Aufsetzen des Probemaßes ist nicht nur auf die richtige Raumgröße und auf die bestimmten Stärken für Spalt- und Knüppelscheite und Stöcke zu sehen, sondern auch darauf, daß der Holzhauer in seiner üblichen Weise arbeite und das Holz nicht dichter einlege, als gewöhnlich. Je mehr man solcher Proben nimmt, desto richtiger ist der berechnete Mittelgehalt. Dieser findet sich größer bei stärkern, geradern und glattern Holzstücken und bei den fügsamern kürzeren Holzlängen.

2) Der Massengehalt von Wellen ist nur durch Ab-

wiegen zu ermitteln. Eine sichere, aus mehren Versuchen hervorgegangene Eigenschwere und die Abwiegung vieler Wellen, die öfter sehr verschieden, bei stärkerm und geraderm Reisig viel holzhaltiger ausfallen, führen zu richtigeren Mittelgrößen.

3) Die Ergebnisse vieler Untersuchungen über die Massenhaltigkeit der Holzmaße sind in Tafel 121. hier angefügt. Die darin für den Massengehalt angegebenen Theile des Rauminhaltes treffen allemal zu, wo die Zwischenräume nicht unmäßig vermehrt oder vermindert werden. Eine Verschiedenheit der Holzlängen konnte man nur an Spalt- und Knüppelholz berücksichtigen. Beim Gebrauche dieser Tafel wird der wirkliche Rauminhalt des Maßes mit der geeigneten Holzhaltigkeitszahl multiplizirt. Hätte z. B. eine Klafter von geradem und mittelmäßig gespaltenem Scheitholze mit 0,72 Holzhaltigkeit 4′ Holzlänge, 6′ Breite, 6′ Höhe und $\frac{1}{4}$′ Übermaß: so wäre ihr Holzgehalt (4 × 6 × 6$\frac{1}{4}$) × 0,72 = 108 Kfß. Meist übersieht man hierbei den Holzgehalt der zugehörigen Stützen und beigegebenen Unterlagen.

4) Bei diesen Gehaltsbestimmungen sowohl, als bei dem Holzvertrieb überhaupt, ist das von der Fällung bis zur Abgabe Statt findende Schwinden des Holzes nicht unbedeutend. Taf. 122. enthält die Ergebnisse einer großen Reihe von Versuchen über das Schwinden der deutschen Waldhölzer im Durchmesser, im Umfange und im Querschnitte nach Maßgabe der Härte und der Trockengrade (§. 337.). Die angegebenen Schwindungszahlen bezeichnen das Eingehungs-Verhältniß von 1 in grünem Zustande. Davon gelten die des Querschnittes zugleich für den ganzen Holzkörper, weil die Holzlänge fast gar nicht eingeht. Hiernach würde z. B. fichtenes Floßholz in lufttrocknem Zustande nur noch 0,95 seines frühern Körpergehaltes haben, also von der Fällung bis dahin bloß durch's Schwinden 5 pCt. verlieren.

§. 340. Stückmaße für Rundhölzer. Fig. 132.

Vieles Rundholz wird wiederholt in Stücken von bestimmter Größe verlangt. Diese Stücke müßten bei der Verwerthung

immer wieder ausgemessen und berechnet werden, wenn man dafür nicht ein beständiges Maß in voraus annähme. Ein solches Normalmaß kann freilich nicht allemal für jedes derartige Stück ganz genau passen; giebt dasselbe jedoch einen richtigen Mittelgehalt, so wird im Ganzen nichts verloren und dabei die Holzabgabe sehr erleichtert. Der Gebrauch solcher Rundholzmaße bedingt für jede Sorte nicht nur eine bestimmte Stärke und Länge, sondern auch eine gleichmäßige Form. Deßhalb wendet man sie mehr bei ausgesuchtem Rundholze an, gewöhnlich zur Abgabe von Stangensorten, von Blockholz und von ganzen Baustämmen.

1) Die ständigen Stangensorten, als Bohnenstangen, Hopfenstangen, Baumpfähle, Reifstangen, Leiterbäume u. dergl., haben nach Maßgabe ihrer Verwendung eine bestimmte Stärke und Länge in gleicher Form und somit auch einen beständigen Holzgehalt. Sie werden schock- oder hundertweise abgegeben und in dem Holzsortenansatze mit Umfangstärke, Länge und Gesammtinhalte aufgeführt. Finden sich die eben zusammengebrachten Stücke einer gleichnamigen Anzahl etwas verschieden in Stärke und Länge, so bemißt man das Ganze nach der darin befindlichen Mittelgröße; denn jedes einzelne Stück besonders auszumessen, würde viel zu weitläufig sein.

2) Die Nadelholzblöcke werden gewöhnlich in einerlei Länge abgegeben, und zwar nur nach der Durchmesserstärke am obern Abschnitte, indem für den Käufer der Durchmesser handlicher und die am Stammende übrige Stärke werthlos ist. Dabei muß man aber dennoch den vollen Blockinhalt einrechnen wegen Nachweisung der Massenabgabe.

Um nun den wirklichen Blockholzgehalt zu jeder obern Stärke ohne besondere nähere Ausmessung sogleich bestimmen zu können, mißt man vorher Probeblöcke von mittlerm Stärkenanlaufe genauer aus und stellt sich den gefundenen Mittelgehalt in Tafeln. Es ist dabei eben nicht nöthig, für eine jede Stärke Proben zu nehmen; man sucht nur für jeden besondern Wuchs ein mittleres Verhältniß des wirklichen Blockinhaltes zur gleich langen Walze von der obern Blockstärke und setzt danach die

Inhaltszahlen an. Ergäbe sich z. B. an 14fußigen Fichtenblöcken, daß sie 1,1 von jener Walze enthielten, so hätte ein solcher bei 21″ Durchmesserstärke 33,64 × 1,1 = 37 c′ und bei 22″ Durchmesserstärke 36,83 × 1,1 = 40,51 c′ wirklichen Massengehalt.

Da der Stärkenanlauf solcher Blöcke bei gleichem Wuchse und bei gleicher Länge ziemlich gleich bleibt, so könnte man auch der gemessenen obern Stärke den halben Unterschied von der verhältnißmäßigen untern Stärke ohne Weiteres zurechnen und nach dieser mittleren Stärke den Blockinhalt auswerfen. Fänden sich z. B. zwischen dem obern und untern Durchmesser gewöhnlich 2″ Unterschied, so würde der obere Durchmesser um 1 Zoll vergrößert und für den 14′ langen und oben 21″ starken Block nähme man den Inhalt einer eben so langen 21 + 1zolligen Walze an, also 36,83 c′.

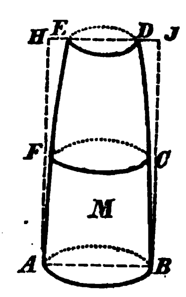
Wird die Rinde dem Käufer nicht mit zugemessen, so muß auch noch die doppelte Rindenstärke in Anrechnung gebracht werden, um den ganzen Massengehalt zu bekommen. Wäre z. B. die Rinde ½″ stark, so hätte ein Block zu 16″ im obern rindenlosen Durchmesser noch 1″ wegen der Rinde und 1″ Ergänzung wegen des Anlaufes, also eigentlich 18″ im wirklichen mittlern Durchmesser. Auf solche Weise giebt man die Blöcke nach ihrer Gebrauchsstärke ab und rechnet sie nach ihrem durchschnittlichen Massengehalte ein. In den dazu entworfenen Tafeln verwandelt man wohl die Bruchtheile an den Inhaltszahlen in Halbe und Viertel zur Erleichterung des weiteren Einrechnens.

3) Die ganzen Nadelholzschäfte, wie sie gewöhnlich bald im Liegen, bald im Stehen als Zimmerholz abgegeben werden, bemißt man nach der untern Umfangstärke, der Länge und Form.

Die Schaftstärken mit ihren als Schaftgrundfläche anzunehmenden Querschnitten G ergeben sich am gleichmäßigsten und bequemsten gleich über dem Wurzelanlaufe in Brusthöhe. Die Schaftlängen H können nur genommen werden bis zu einem Drittel der untern Stärke, weil der äußerste Gipfel zu Bauholz unbrauchbar, dabei sehr ungleichmäßig und oft gar nicht mehr vorhanden ist. Hielte z. B. der Umfang in Brusthöhe

36″, so würde der Baustamm bei $\frac{1}{3}$ = 12″ oberer Umfangstärke entgipfelt.

Fig. 132.



Um die Form- oder Holzhaltigkeit eines Baumschaftes zu bestimmen, gebraucht man das ausgemittelte Normalverhältniß des Schaftinhaltes ABDE, welcher M heißen mag, zu einer entsprechenden Walze (Scheitelwalze) ABH, von gleicher Grundfläche AB = G und gleicher Höhe AH = H, und drückt damit aus, wie viel der Schaft M von seiner Scheitelwalze G × H enthält. Diese Verhältnißzahl $\frac{M}{G \times H}$ nennen wir die Formzahl f, wohl auch die Formhaltigkeits- oder Reduktionszahl, und es ist stets der Schaftgehalt M = G × H × f.

Zur Ermittelung der verschiedenen Formhaltigkeiten mißt man viele Probeschäfte im Liegen näher aus, nach §. 333., berechnet von jedem die Formzahl und reiht sich diese Ergebnisse zur weitern Anwendung unter geeignete Formklassen auf. Fände man z. B. an einem Nadelholzschafte von 36″ Stärke und 65′ gehörig entgipfelter Länge 29 c′ Massengehalt, wozu die gleich starke und gleich hohe Scheitelwalze 46,55 c′ enthält: so wäre die Formzahl $\frac{29}{46{,}55}$ = 0,622.

Im Besitze hinlänglich genauer Formzahlen berechnet man alsdann den Schaftgehalt für alle bei der Zimmerholzabgabe vorkommenden Form-, Stärken- und Längenklassen zu den erforderlichen Zimmerholztafeln in voraus.

Hätte man z. B. für die volleste Schaftform von 48″ Umfang und 85′ Höhe die Formzahl 0,6, so betrüge der Schaftgehalt 0,6 von der Scheitelwalze zu 48″ Umfang und 85′ Höhe, nämlich 108,22 × 0,6 = 65 c′. Die hier angefügten Tafeln 77. bis 81. über den Körpergehalt der Nadelholz-Baustämme sind auf diese Weise entstanden und durch vieljährigen Gebrauch bewährt.

Alle sogenannten Erfahrungstafeln über den Massengehalt der Baumschäfte müssen die drei Gehaltsfaktoren G × H × f zur Grundlage haben. Dividirt man zur Prüfung die Glieder

einer Gehaltsreihe durch $G \times H$, so muß f auch an sich in geordneter Reihe erscheinen, oder es fehlt ihnen der stereometrische Grund.

§. 341. Stückmaße für zugerichtete Hölzer.

Auch zugerichtete Hölzer, wie Felgen, Speichen, Achsen, Dauben, Latten, Zimmerstücke u. s. w., werden nach gleichbleibenden und fest bestimmten Maßen abgegeben. Den im Forstertrage dafür aufzurechnenden Rohinhalt ermittelt man ebenfalls durch geeignete Proben, und zwar in der Regel vor der Zurichtung; denn nicht alle zugerichteten Stücke tragen die ursprüngliche Ausdehnung noch so unverändert an sich, wie leicht behauene Zimmerhölzer den Durchmesser und die Länge. Meist steht jedoch der Rohinhalt in einem gewissen Verhältnisse mit den Zurichtungsmaßen.

Käme zugleich der Reininhalt etwa wegen der Preisbestimmung zur Frage, so wird derselbe auf die bekannte Weise nach erfolgter Zurichtung ausgemessen. Behauene Nadelholzschäfte, die bei einem Drittel der Schaftstärke entgipfelt sind, würden ebenfalls vermittelst obiger Faktoren $G \times H \times f$ berechnet, wovon aber G die behauene Grundfläche bezeichnet.

Vierte Abtheilung.

Forstliche Taxation.

§. 342. Inbegriff.

Die Schätzungskunst hat den Sachwerth zu ihrem Gegenstande; sie bestimmt mittels der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie, Natur- und Gewerbkunde die minder meßbare Größe, Beschaffenheit und Nutzbarkeit und hiernach weiter das Werthsverhältniß der fraglichen Dinge. Die forstliche Schätzung beschäftigt sich hauptsächlich mit dem Gehalte, Ertrage und Werthe der Holzungen und lehrt, wie man den Massengehalt und Zuwachs theils von Bäumen, theils von ganzen Holzbeständen ermittelt, die Walderträge nach natürlichen Gesetzen und wirthschaftlichen Bedingungen erforscht und hiernach den Waldwerth weiter bestimmt. Sie zerfällt somit in vier Abtheilungen, nämlich in die Baumschätzung, Holzbestandesschätzung, Waldertragsschätzung und Waldwerthschätzung. Hier können wir uns jedoch nur auf den mathematischen Theil, das Fundament der Forsttaxation, einlassen, indem die technische Anwendung dieser Lehren der Forsteinrichtung angehört.

I. Baumschätzung.

1. Allgemeine Grundlagen der Baumschätzung.

§. 343. Gehaltsfaktoren der Holzstämme. Fig. 133.

Die Schätzung des Massengehaltes stehender Bäume und Holzbestände benutzt als mathematische Grundlage drei beständige

Gehaltsfaktoren, nämlich die Stammgrundfläche, Stammhöhe und Stammform.

Fig. 133.

Als Stammgrundfläche G *) dient zu allen Schätzungen die Querfläche des Schaftes, welche sich aus der in Brusthöhe, also etwa 5 Fuß über dem Boden, ermittelten Stammstärke ergiebt. — In Brusthöhe ist der Stamm nämlich fast immer schon in die regelmäßige Rundung eingetreten und gestattet somit eine übereinstimmige Stärkenmessung, wozu sich der Fuß des Stammes, wegen des ungleichen Wurzelanlaufs, nicht eignet; über Brusthöhe hinaus läßt sich aber an stehenden Stämmen die Stärke gar nicht oder doch nicht mehr bequem messen **).

Die Stammhöhen H werden von dem zur Benutzung kommenden untern Stammende an gerechnet, und zwar: als Schafthöhe bis zur Krone, als ganze Scheitelhöhe bis zum Gipfelende. Eine Walze, die mit dem Stamme gleiche Grundfläche G und gleiche Höhe H hat, nennen wir die Scheitelwalze (auch Idealwalze) des Stammes; ihr Körperraum = G × H ist stets größer als des Stammes Massengehalt und dient uns gleichsam als Maß, wonach wir diesen bemessen.

Die Stammform bezeichnet das Verhältniß, in welchem ein Baum — abgesehen von Stärke und Höhe — bloß durch seine Form (Voll= oder Abholzigkeit, Astreichthum u. s. w.) auf den Massengehalt einwirkt; man bestimmt sie, wie schon oben (§. 340. 3.) geschah, nach dem Antheile, welchen des Stammes Massengehalt M von seiner Scheitelwalze G × H beträgt. Wir nennen diesen dritten Faktor, womit man den Inhalt der Schei=

*) Das Wort Stammgrundfläche ist bezeichnender als das auch wohl gebräuchliche Stammkreisfläche; denn jene dient in der Berechnung wirklich als Grundfläche des Stammkörpers, während Stammkreisfläche keinen stereometrischen Bezug hat, ebensowohl jede andere Stammquerfläche bedeuten kann, wovon ohnehin keine einzige eine wirkliche Kreisfläche bildet, und auch nicht wohl für ganze Bestände paßt.

**) Vergl. übrigens die Schlußanmerkung zu diesem Paragraphen.

telwalze in den Stammgehalt verwandelt (reduzirt), **Formzahl** (Reduktionszahl) und bezeichnen denselben allgemein mit f. Es ist also $G \times H \times f = M$, und $f = \frac{M}{G \times H}$.

Denken wir uns den Stammgehalt M in seine Scheitelwalze gleichsam eingegossen, so bildet derselbe eine Walze, die wir Gehaltswalze *) nennen, mit der gleichen Grundfläche G und der besondern Gehaltshöhe h, und es ist $M = G \times h$; daher $\frac{M}{G \times H} = \frac{G \times h}{G \times H} = \frac{h}{H} = f$. Die Formzahl gleicht also auch dem Höhenverhältnisse $\frac{h}{H}$, und es läßt sich mit ihr eine Höhe aus der anderen berechnen; denn aus $f = \frac{h}{H}$ folgt $f \times H = h$, und $\frac{h}{f} = H$. Nach diesen Gesetzen kann für Schäfte und ganze Stämme die Formzahl oder die Gehaltshöhe gesucht und zur Gehaltsbestimmung weiter gebraucht werden.

Übrigens sind die drei Faktoren $G \times H \times f$ die Grundlagen der ganzen Baum- und Bestandesschätzung; sie erscheinen in folgenden Werthen:

Der Stammgehalt $M = G \times H \times f = G \times h$.

Die Scheitelwalze $G \times H = G \times \frac{h}{f}$; denn $H = \frac{h}{f}$.

Die Stammgrundfläche $G = u^2 \times 0{,}07958 = d^2 \times 0{,}7854$.

Die Scheitelhöhe $H = \frac{h}{f}$.

Die Gehaltshöhe $h = H \times f = \frac{M}{G}$.

Die Formzahl $f = \frac{h}{H} = \frac{M}{G \times H}$.

Da die Stammgrundfläche G entweder u^2 oder d^2 zum Faktor hat, und man also die Stammstärke zur Berechnung des Stammgehaltes im Quadrate gebraucht: so muß dieselbe unter allen Gehaltsfaktoren am schärfsten bestimmt werden.

*) Aus der 1. Auflage der F.-M. her sind die Ausdrücke Richt-Cylinder und Richthöhe, statt Gehaltswalze und Gehaltshöhe, noch vielfach im Gebrauch.

Anmerkung. Gegen das hier gelehrte Verfahren zur Bestimmung der Formzahlen sind von Seiten der Theorie in neuerer Zeit manche Einwendungen gemacht. Die wichtigste darunter ist die zuerst von Smalian und neuerdings von Preßler *) aufgestellte. Dieser sagt: „Die Formzahl muß, wenn sie wissenschaftliche und praktische Bedeutung erlangen soll, eine Ziffer sein, welche die Form des Baumes derartig bezeichnet, daß einer und derselben Form auch dieselbe Ziffer, und einer und derselben Ziffer immer auch dieselbe Form entspricht." Dagegen verstößt aber das seitherige Verfahren, die Stammgrundfläche constant in Brusthöhe zu nehmen. Es wird dies an einem einfachen Beispiele am deutlichsten werden. Nehmen wir, zur Vereinfachung der Sache, zwei ähnliche Kegel, also Körper von derselben Form, an; es habe:

	der I. Kegel	der II. Kegel
Höhe	80′	40′
Umfang der Grundfläche .	60″	30″
so ist:		
die Gehaltswalze . . .	159,15 c′	19,89 c′
der Kegelinhalt	53,05 c′	6,63 c′
die Formzahl	0,33	0,33.

Denken wir uns nun, der Umfang dieser beiden Kegel sei in gleicher Höhe, etwa 4′ über der Grundfläche, gemessen und darauf die Formzahl-Berechnung gestützt, so ergiebt sich für

	den I. Kegel	den II. Kegel
die Höhe	80′	40′
der Umfang	57″	27″
die Gehaltswalze . . .	143,63	16,11
Kegelinhalt wie oben . .	53,05	6,63
Formzahl	0,369	0,411.

Hier ergiebt also dieselbe Form ganz abweichende Formzahlen, und soll dieselbe unter allen Umständen für dieselbe Form constant bleiben, so kann dies nur geschehen, wenn sie stets auf eine proportionale Grundfläche bezogen wird, nicht aber, wie in den eben gedachten Fällen, auf eine solche Gehaltswalze,

*) Tharander Jahrbuch. 9r Bd. S. 16.

deren Grundfläche in einem Fall bei $\frac{4}{80} = \frac{1}{20}$ der Scheitelhöhe, im anderen bei $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ der Scheitelhöhe abgenommen wurde. — Hätte man in dem gegebenen Beispiele die proportionale Grundfläche etwa bei $\frac{H}{20}$ genommen, so würde solche für den ersten Kegel in 4′, für den zweiten nur in 2′ Höhe liegen, und die Rechnung ergiebt dann für

	den I. Kegel	den II. Kegel
Höhe	80′	40′
Umfang	57″ (bei 4′)	28,5″ (bei 2′)
Gehaltswalze . . .	143,63 c′	17,954 c′
Kegelinhalt	53,05	6,63
Formzahl	0,369	0,369.

Wenn die Praxis dennoch das alte Verfahren bevorzugt und empfiehlt *), so findet dies seine Rechtfertigung in Folgendem:

1) Nach dem theoretischen Verfahren müßte streng genommen von jedem einzelnen Stamme erst die Höhe geschätzt und darnach der relative Höhenpunkt für die proportionale Grundfläche gesucht werden: ein so beschwerliches Verfahren, daß es bei Auszählungen im Großen geradezu unausführbar erscheint.

2) Die proportionale Grundfläche könnte bei sehr langschäftigen Beständen, wenn auch nur selten, doch bisweilen in unerreichbarer Höhe liegen; in vielen Fällen aber würde sie so tief fallen, daß man knieend messen und die Wurzelrücken mit umspannen müßte.

Um diese unverkennbaren Übelstände zu umgehen, soll man allerdings die bequeme Messung in Brusthöhe nach dem alten Verfahren beibehalten und die so gefundene Stammgrundfläche auf die proportionale, nach einem, an ausgewählten Probestämmen gefundenen Verhältnisse reduziren. Dadurch kommt aber ein neues Element in die Rechnung, was gewiß nicht zu deren Sicherheit beiträgt, und wie soll man verfahren, wenn auch an den Probestämmen die proportionale Grundfläche im Bereiche des Wurzelanlaufs liegt?

3) In einem und demselben Bestande liegen die Höhendifferenzen selten mehr als 20 bis 40 Fuß auseinander, in einer und der-

*) Z. B. neuerdings Burkhardt, Forstliche Hülfstafeln, S. VIII.

selben Auszählklasse aber höchstens 5 bis 10 Fuß. In jeder Auszähl-klasse für sich liegt also die proportionale Grundfläche nahe in derselben Höhe, und wird für jede derselben die Formzahl mit Zugrundlegung der Brusthöhenstärke besonders bestimmt und nur auf die betreffende Klasse angewendet: so entsprechen zwar die relativen Formzahlen der verschiedenen Auszählklassen nicht ganz genau dem oben aufgestellten wissenschaftlichen Begriffe, aber es bedarf keines Beweises, daß sie dennoch für die Massenschätzung ein richtiges Ergebniß liefern müssen. Und darauf kommt es dem Praktiker schließlich doch in der Hauptsache nur an.

§. 344. Ermittelung der Gehaltsfaktoren an Probestämmen.

Von den drei Gehaltsfaktoren läßt sich zwar die Stammgrundfläche und Höhe nach unmittelbaren Messungen an stehenden Stämmen ermitteln; für die Formzahl dagegen muß man erst an gefällten Probestämmen die erforderlichen Vergleichsgrößen gewinnen.

An den zu diesem Zweck gefällten Probestämmen bestimmt man zuvörderst den Schaft-, Kronen- und Stockholzgehalt, um daraus den gesammten Massen- und Sortengehalt abzuleiten.

a) Schaftholz. Der Schaft erstreckt sich bis in die Krone, wo das stark und ungleich abfallende Gipfelstück anfängt. Man mißt denselben im Liegen gewöhnlich in 10fußigen Abtheilungen aus, reißt dazu bloß die Mitte eines jeden Längentheiles ab, nämlich bei 5′, 15′, 25′ u. s. w., vom Stammende anfangend, und nimmt die Umfangstärke an jedem Risse. Zu dem letztern Risse gehören die nächsten 5 Fuß; darüber hinaus befindet sich meist noch ein kürzeres Endstück von zufälliger Länge. Nach diesen walzenförmigen Abtheilungen wird der Schaftgehalt ausgerechnet; auch wird wohl noch zu der Stammstärke und Schafthöhe die Schaftformzahl besonders ausgeworfen (n. §. 340. 3.).

Wäre der Schaft unförmlich, so müßte man ihn in kürzern Abtheilungen ausmessen, oder spalten und aufklaftern.

b) Kronenholz. Das zur Krone gehörige Gipfel- und Astholz des gefällten Probestammes wird als Spalt-, Knüppel-

und Reisholz klein gemacht und theils stückweise ausgemessen, theils ausgewogen, auch wohl sogleich in die gebräuchlichen Sortenmaße aufbereitet und danach bemessen. Das Ergebniß von dem Gipfel- und Astholze steht ziemlich im Verhältnisse mit der Stammstärke.

c) Stockholz. Den Stock- und Wurzelholzgehalt von dem Probestamme bestimmt man vermittelst des Gewichtes oder des Stockholzmaßes; derselbe steht ebenfalls mehr mit der Stammstärke in Verhältniß.

Wird bei diesen Versuchen ein Schichtmaß eben nicht voll, so legt man den Stoß nur in eine gleiche Höhe und bemißt nach dieser den vorhandenen Theil vom Ganzen.

Bei diesen Gehaltsermittlungen ist übrigens die wirklich vorhandene Holzmasse und die der Benutzung anheimfallende wohl zu unterscheiden. Jede Holzaufbereitung theilt außer dem unvermeidlichen Hauabfalle an Spänen, Geniste und Afterholz noch mehr oder weniger Nutzungsverlust wegen örtlicher Werthlosigkeit geringer Holzsorten, Überfüllung der Holzmaße und sonstiger Entfremdung.

§. 345. Fortsetzung.

Die Ermittlungen an den Probestämmen führen nun zu folgenden, weiter benutzbaren Ergebnissen:

1) Der gesammte Massengehalt des Stammes ergiebt sich unmittelbar aus dem gefundenen Schaft-, Kronen- und Stockgehalte.
2) Von den drei Gehaltsfaktoren sind
   a) die Stammgrundfläche G (nach der Stammstärke) und die Scheitelhöhe H unmittelbar gemessen worden.
   b) Die Stammformzahl f aber läßt sich nun leicht nach der Formel $\frac{M}{G \times H}$ oder $\frac{h}{H}$ (§. 343.) berechnen und als Dezimalbruch ausdrücken. — Fände sich z. B. an einer Buche von 60″ Umfangstärke und 85′ Scheitelhöhe 101,5 Kfuß Massengehalt, so enthielte die dazu gehörige Formzahl $\frac{101,5}{169,1} = 0,6$. Dieser Stammgehalt von

101,5 Kfuß hätte als Gehaltswalze 51′ Gehaltshöhe, welche $\frac{51}{85}$′, ebenfalls = 0,6, zur Formzahl ergäbe.

Anmerkung. Bekanntlich hält der Kegel ⅓ von der Walze (§. 321.). Gebrauchte man nun den Kegel als Grundform, so wäre in diesem Beispiele die Formzahl 0,6 × 3 = 1,8, und dann könnte die Gehaltshöhe 51 × 3 = 153′ nicht am Baume selbst bemessen werden.

Man hat den Kegel, wahrscheinlich seiner den Nadelholzschäften mehr genäherten Form wegen, hier und da als Hülfskörper zur Baumschätzung gewählt, anstatt der Walze. Bei näherer Beurtheilung erscheint jedoch derselbe zu diesem Gebrauche schwerfälliger, weniger paßlich und überhaupt ganz überflüssig. Denn begreiflich könnte nur der volle Kegel angewendet werden, weil der abgestumpfte ein- für allemal nicht zur allgemeinen Grundform paßt. Aber auch der Gebrauch des vollen Kegels bedarf nicht nur einer unbehülflicheren Formzahl, sondern noch obendrein der Walze, die gleich von Anfang für sich gebraucht alle Massengehalt- und Zuwachsermittelungen viel anschaulicher und leichter macht. — Zudem muß ja eine jede Rundholzabgabe nach der Walze berechnet werden, und es verursachte daher eine ganz überflüssige Erschwerung des Forstdienstes, wenn man in den an sich schon überladenen Schätzungsgeschäften noch eine eigene Grundform einführte.

3) Auch für den Sortengehalt können die Probefällungen nebenbei mit benutzt werden. — Bekanntlich pflegt man die Holzsorten nach der Stärke und sonstigen Paßlichkeit für den Vertrieb überhaupt einzutheilen in Derb-, Knüppel-, Reis- und Stockholz und rechnet gewöhnlich zum Derbholz alles über 6 Zoll im Durchmesser starke Schaft- und Astholz, das theils im Ganzen, theils als Spaltholz abgeht; zum Knüppelholz das von 6 bis 2 Zoll und zum Reisholz das unter 2 Zoll Durchmesserstärke. Stockholz dürfte eigentlich nur von dem Wurzelstocke gemacht werden.

Sofern nun die Ausmessungen gefällter Probestämme zur Beurtheilung des Sortenverhältnisses für den weiteren Gebrauch

dienen sollen, muß man die örtliche Aufbereitung mit berücksichtigen. Hier und da kommt wohl stärkeres Holz zu den Knüppeln, oder zu dem Reisig, oder das Knüppel- und Scheitholz kommt zusammen, oder es wird die Rinde für sich genutzt, oder man gewinnt mehr Wurzeln, macht wohl auch gar kein Stockholz, oder der Nutzungsverlust betrifft nur eine gewisse Sorte.

Die Sortenergebnisse werden zweckmäßig in Verhältnißzahlen aufgestellt, die den Antheil jeder Sorte vom gesammten Massengehalte bezeichnen. An einer Eiche zu 66″ U, 80′ H, 0,65 f, mithin von 125 c′ Masse betrügen z. B. (n. §. 81.)

80 c′ Derbholz = 0,64 vom Ganzen,
20 c′ Knüppelholz = 0,16 „ „
15 c′ Reisholz = 0,12 „ „
10 c′ Stockholz = 0,08 „ „

Nach solchen Verhältnißzahlen kann dann der Sortengehalt von gegebenen Gesammtmassen ziemlich sicher bestimmt werden.

2. Schätzung stehender Bäume.

§. 346. Stärkenmessung. Fig. 134.

Die Stammgrundfläche wird, wie bekannt, nach dem in Brusthöhe gemessenen Umfang oder Durchmesser bestimmt. Öfters ist die gefundene Stärke noch zu berichtigen, theils wegen Unkreisförmigkeit der Stammgrundfläche (nach §. 332.), theils wegen des Wurzelanlaufes, wofern dieser der anzunehmenden Stammform nicht entspricht. Zu diesem Behufe rückt man mit dem Meßbande oder der Kluppe nöthigenfalls bis zu 6 Fuß hinauf oder bis zu 4 Fuß hinunter. Jeder Holzschätzer muß sich im richtigen Ansprechen der Baumstärken üben, um nicht allemal erst messen zu müssen.

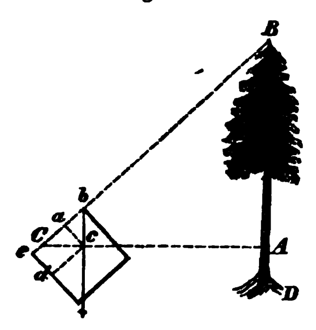
Fig. 134.

Soll eine obere Schaftstärke ab bestimmt werden, so trägt man sie am thulichsten vermittelst eines Lothfadens herunter auf das Stammende. Man richtet nämlich, von dem Schafte abstehend, am Lothe über a herunter zu c, dann über b zu d und läßt dabei von einem Andern die Breite cd anstatt des obern Durchmessers ab anzeichnen und abmessen. Wo

größere Genauigkeit erforderlich wäre, müßte der Stamm bestiegen werden, wofern nicht eben künstliche, aber meist auch kostbare Werkzeuge (Dendrometer) zu Gebote *) stehen, die übrigens für den täglichen Gebrauch sich weniger eignen.

§. 347. Höhenmessung. Fig. 135. 136. 137. 138.

Fig. 135.



Zur Messung der Schaft- und Scheitelhöhen ist das Meßbrettchen am geeignetsten. Man steckt dasselbe in gewisser Entfernung von dem Stamme A, Fig. 135., auf eine Stelle, wo der abzumessende Höhenpunkt B sichtbar ist, nimmt den Lothpunkt oben hin, visirt nach B und zählt an der Augenseite des Brettes das Maß ed der zuvor wagrecht gemessenen Grundlinie AC ab, geht nun auf der Brettfläche von dem Punkte d mit den Netzlinien gleichlaufend hinein bis an den indeß zur Ruhe gekommenen Lothfaden c und von hier wieder seitwärts heraus nach a. Die dort befindliche Zahl zeigt die Höhe AB an.

Der Lothfaden und der Stamm sind beide lothrecht, also parallel, mithin ist

$$\measuredangle \text{abc} = \measuredangle \text{ABC (§. 143.)};$$
$$\measuredangle \text{cab} = \measuredangle \text{CAB} = \text{R}.$$

Folglich $\triangle \text{abc} \sim \triangle \text{ABC}$ (§. 150.),
also $\text{ac} : \text{ab} = \text{AC} : \text{AB}$.

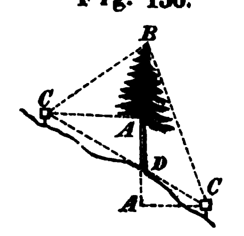
ac ist aber gleich ed und somit das verjüngte Maß von AC; folglich ist ab auch die Verjüngung von AB.

Steht das Meßbrettchen nur wenig höher als der Fuß des Stammes, so dreht man nun dasselbe wagrecht, daß der Lothfaden genau die äußere Quadratseite deckt, zielt so hinüber auf

*) Von den bekannten Dendrometern erwähnen wir hier nur: den Schröter'schen (Verhandlungen der Versammlung deutscher Land- und Forstwirthe zu Hannover. S. 450.) und Hartig'schen (Untersuchungen über den Ertrag der Rothbuche. Berlin 1847. S. 38.).

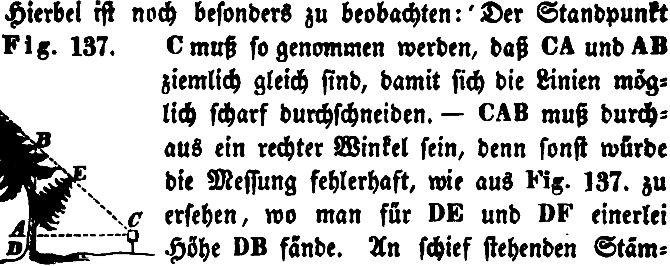
A und läßt während deß einen Andern mit der Hand am Stamme hinauf rücken und A bezeichnen. AD wird dann unmittelbar gemessen und zu der schon gefundenen Höhe AB gerechnet. Bisweilen muß aber das Meßbrettchen höher über oder auch unter dem Fuße des Stammes aufgestellt werden, Fig. 136.; dann mißt man dieses untere Stück AD auf dieselbe Art, wie AB, und addirt oder subtrahirt es.

Fig. 136.



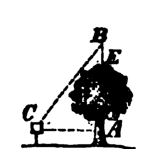
Hierbei ist noch besonders zu beobachten: Der Standpunkt C muß so genommen werden, daß CA und AB ziemlich gleich sind, damit sich die Linien möglich scharf durchschneiden. — CAB muß durchaus ein rechter Winkel sein, denn sonst würde die Messung fehlerhaft, wie aus Fig. 137. zu ersehen, wo man für DE und DF einerlei Höhe DB fände. An schief stehenden Stämmen wählt man daher den Standpunkt so, daß die schiefe Richtung seitwärts fällt, und neigt dann das Meßbrettchen in dieselbe. —

Fig. 137.



Auch muß man sich bei Bäumen mit breiten Kronen in Acht nehmen, nicht über den Scheitelpunkt E hinweg zu visiren, wie in Fig. 138.; deßhalb nimmt man am Berge seinen Stand wo möglich über dem Fuße des Stammes. Diese, durch des Baumes Neigung und Kronenwölbung entstehenden Fehler sind ungeachtet aller Vorsicht sehr beträchtlich. Um so mehr darf daher unser kleines Meßbrettchen genügen.

Fig. 138.



Den Anfangspunkt zur Stammhöhe nimmt man in der Regel um den vierten Theil des Stockdurchmessers über der Bodenoberfläche an; wo Stockholz gemacht wird, verhältnißmäßig tiefer, wofern man die Stockholzmasse nicht besonders aufrechnen will; wo höhere Stöcke zurückgelassen werden, um so viel höher. Findet sich für eine eben geltende Stammform der Gipfel etwas mehr gedrückt, oder mehr hervorragend, so kann die ermittelte Höhenzahl danach leicht ermäßigt werden. Die Übung im freien An-

sprechen der Stammhöhen macht sich dem Holzschätzer sehr nützlich, indem er beim Höhenmessen wegen der umständlichern Hülfsmittel zuweilen wohl fehlt und daher stets eines sichern Urtheils bedarf *).

§. 348. Formschätzung.

Die zur Schätzung des Massengehaltes stehender Bäume dienenden Formzahlen ermittelt man, wie bekannt, an gefällten Probestämmen für jede Baumart und Wuchsverschiedenheit und wendet sie dann vergleichend wieder an, mit Erwägung des vor Augen befindlichen Wuchses, der Statt gehabten Wachsthumsverhältnisse und des örtlichen Holzverlustes bei der Aufbereitung.

Nachstehende Formzahlen sind die gewöhnlichen für die Stammgehalte der angeklammerten Holzarten auf mittlerem Standorte und in vollem, hinlänglich räumlichem Bestande erwachsen, jedoch überhaupt ohne Stock- und Erdholz, bei den Nadelhölzern auch ohne Reisig:

Buchen, Eichen, Linden	0,60	
	0,58	
	0,56	Eschen, Ahorne;
	0,54	Pappeln, Erlen;
	0,52	Tannen, Fichten.
Lärchen, Kiefern	0,50	Birken.
	0,48	

Dabei hat man zu merken: Je kürzer und gedrungener der

*) Bequemer noch, als das Meßbrettchen, sind zum Höhenmessen diejenigen Vorrichtungen, welche ohne Stativ durch ein Loth den Höhenwinkel anzeigen, dessen Tangente für den Halbmesser = 1, mit der horizontalen Entfernung des Auges von der, aus der zu messenden Höhe gefällten Senkrechten multiplizirt, die Höhe über dieser Horizontallinie ergiebt. Auf diesem Prinzip beruhet Schmalkalders Patent-Höhenmesser (vergl. Kühne's militärisches Zeichnen und Aufnehmen, zweite Auflage. Berlin 1835) und der bekannte Smalian'sche Höhenmesser (vergl. Smalian: Baumhöhenmesser; Löffler'sche Buchhandlung in Stralsund; auch Preßler's Meßknecht, Braunschweig 1852.).

Wuchs überhaupt *), je gewölbter, breiter, tiefer und dichter die Krone, je holzvoller der Schaft, je angemessener der Standort, je freier der Wachsthumsraum ist: desto größer findet sich die Gehaltsformzahl, und so umgekehrt, bei sonst gleichem Aufbereitungsverluste.

Da die Formzahlen aller Stämme von einerlei Wuchsklasse mit zunehmender Scheitelhöhe abnehmen, und daher an sich weniger leicht zu schätzen sind, dieses Abnehmen jedoch stetig fortschreitet: so ist es zum Behufe ausgedehnter Baumschätzungen viel geeigneter, statt der Formzahlen gewisse Formklassen zu gebrauchen, und mittels dieser die Gehaltshöhen ohne Weiteres zu schätzen **).

Die Gehaltshöhe könnte auch wohl am Stamme selbst geschätzt werden: Man denkt sich den Stamm in einem auszusuchenden Höhenpunkte ungefähr so eingeknickt, daß die Masse seines Obertheiles herabwärts die entsprechende Gehaltswalze ausfüllte. Die Höhe bis zu diesem Punkte wäre die wirkliche Gehaltshöhe $h = H \times f$ (§. 343.). Das bloße Augenmaß trifft sie nach gehöriger Einübung in der Regel mit großer Genauigkeit; ein praktischer Vortheil, den der Kegel keineswegs darbietet.

Öfters spricht man auch die Stammstärken und Höhen nach gegebenen Klassen an; weicht nun eine vorfindliche Stärke

---

*) Die Ausbreitung der Krone nach dem Durchmesser D bietet in Vergleich zur Scheitelhöhe H ein Ausbreitungs-Verhältniß $\frac{D}{H}$, wonach man die Form einigermaßen mit bemessen kann; doch müßte dasselbe bloß unter gleichen Stammstärken angewendet werden. Denn hätten z. B. zwei Stämme, einer von 6', der andere von 4' U, die gleiche Höhe $H = 40'$ und die gleiche Ausbreitung $D = 20'$: so wäre von beiden das Ausbreitungs-Verhältniß $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$; aber die Form des schwächern fände sich gewiß viel voller. Zudem liegt ja auch die Höhe und Dichtheit der Kronen selbst ganz außerm Bereiche eines solchen Ausbreitungs-Verhältnisses.

**) Die Gehaltshöhe, das Produkt der Scheitelhöhe mit der Formzahl, $H \times f$, wird auf diese Weise auch sicherer geschätzt, als die Formzahl allein; denn man knüpft an die gegebene Scheitelhöhe an, und schätzt eigentlich nur die Wuchsklasse, hinsichtlich deren bei einiger Übung wenigstens keine bedeutenden Irrungen vorkommen werden.

oder Höhe von dem festen Klassenmaße etwas ab, so wird die Formzahl oder Formklasse hiernach ermäßigt, damit der Stammgehalt aus dem Produkte G × H × f dennoch richtig hervorgehe *).

§. 349. Ermittelung des gesammten Massengehaltes.

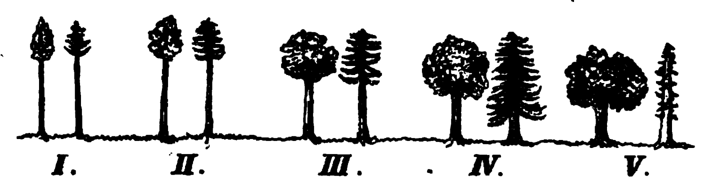
Ist an einem Baume die Stammgrundfläche G vermittelst der Stammstärke gemessen, auch die Scheitelhöhe H, und ist die Formzahl f geschätzt: so läßt sich die Gesammtmasse desselben leicht finden nach der Formel G × H × f (§. 343.). G × H, der Inhalt der gleichstarken und gleichhohen Scheitelwalze, kann in den Tafeln nach Umfang und Höhe aufgesucht und dann mit der Formzahl f multiplizirt werden. Hätte z. B. eine Buche 41″ Stammstärke, 70′ Scheitelhöhe und 0,58 zur Formzahl: so enthielte ihre Scheitelwalze, G × H, 65 c′, und der Stamm selbst 65 × 0,58 = 37,7 c′.

Ist die Gehaltshöhe h geschätzt, oder sonst bekannt, so braucht man nur die Gehaltswalze G × h aufzuschlagen, oder zu berechnen. Die hier angefügten Erfahrungstafeln über den Massengehalt der Waldbäume 65 bis 72 geben die Gehaltshöhen aller Baumarten und Formklassen zu den Scheitelhöhen ohne Weiteres an. Sie fassen nämlich zuerst in sieben Abtheilungen die wichtigeren Baumgattungen mit gleicher Formhaltigkeit zusammen, nämlich: 1) die Eiche in ihrem ganz angemessenen Standorte; 2) die Waldbuche und Hainbuche; 3) die Linde und Esche, den Ahorn und die Ulme; 4) die Aspe, Pappel und Erle; 5) die Tanne und Fichte; 6) die Lärche und Kiefer; 7) die Birke. Andere hier nicht genannte Holzarten sind diesen Abtheilungen leicht anzupassen.

---

*) Diese Ausgleichungen sind am leichtesten zwischen den Höhen- und Formzahlen. Wäre z. B. H = 57 und f = 0,58, so könnte man ohne Fehler 55 H und 0,6 f, oder 60 H und 0,55 f annehmen. Es kommt begreiflich nur darauf an, die Zahlen so zu stellen, daß sie dasselbe Produkt wieder geben. Schwieriger läßt sich hierzu die Stärke gebrauchen, weil deren Quadratzahl mit verglichen werden müßte.

Die fünf obenan mit Ziffern bezeichneten Formklassen jeder Abtheilung unterscheidet man nach den Wachsthumsverhältnissen und dem Wuchse mit Berücksichtigung des zufälligen Aufbereitungsverlustes auf folgende Weise:



I. Klasse: Stämme, mehr gedrängt in die Höhe getrieben, mit dem wenigsten und schwächsten Astholze, der spitzigsten Krone und einem abfälligeren Schafte. Auch solche, die räumlicher stehen zwischen schneller wachsenden Holzarten, oder zwischen Oberbäumen; zumal auf dürftigerem Boden, von Stockausschlag, oder aus früherem, zu lichtem Stande.

II. Klasse: Stämme, in mäßigem Schlusse erwachsen, gehörig beastet, stumpfer in der Krone, hoch- und vollschaftig, besonders auf kräftigem Boden und mehr vom Samenanwuchse. Auch welche in räumlichem Stande theils auf dürftigerem Boden, theils von Ausschlag.

III. Klasse: Stämme, die längere Zeit ganz räumlich gestanden haben, mit stärkerer Astverbreitung, gewölbter Krone und vollem Schafte, besonders auf kräftigem Boden. Auch dürftig im freien Stande erwachsene.

IV. Klasse: Frei erwachsen, mit vielem starken Astholze, breiter Krone und kürzerem Schafte, besonders auf nicht zu geringem Standorte.

V. Klasse: Im einzelnen Stande, mit der stärksten Astverbreitung, der breitesten Krone und dem kürzesten Schafte. Bei dem Nadelholze ist in dieser Formklasse alles Astholz ausgeschlossen und dadurch im Gegensatze zum Laubholze die gehaltloseste Form gebildet. Ohne Nutzungsverlust gehören die ausgebreitetsten Nadelholzstämme der IV. Formklasse mit an, indem die Vollform dieser Holzgattung eine V. Klasse eigentlich nicht

erreicht. Übrigens sind unter keiner Klasse die Nadelholzzweige mit inbegriffen.

Zu den mehr vorkommenden Formklassen I. bis III., die gewöhnlich als Mittelgrößen für ganze Waldbestände dienen, findet man auch noch Übergangsstufen. Die in den Tafeln seitwärts bezeichneten Scheitelhöhen steigen von der ersten nutzbaren Stammhöhe um 5 Fuß. Die Inzahlen sind die dazu gehörigen Gehaltshöhen, nebst den wegen etwaiger Nachfrage von 20 zu 20 Fuß noch eingeschobenen Formzahlen. Beim Gebrauche dieser Tafeln nimmt man unter der geschätzten Formklasse und neben der Scheitelhöhe nur die Gehaltshöhe $h = H \times f$ und schlägt zu dieser in den Walzentafeln den Inhalt der Gehaltswalze $G \times h$ sogleich auf. Eine Buche von 4′ Umfangstärke, 70′ Scheitelhöhe in II. Formklasse hätte zur Gehaltshöhe 40,55′ und zum Holzgehalte 51,62 Kfuß. Zwischen der I. und II. Formklasse hielte dieser Baum, bei 38,76 Gehaltshöhe, 49,84 Kfuß.

Sollten die Scheitelhöhen der Tafeln eben nicht zureichen, so berechnet man die fragliche Gehaltshöhe nach der nächsten Gehaltshöhen-Differenz. Eine 130 Fuß hohe Fichte II. Klasse hätte z. B. nach der zwischen 110 und 120 befindlichen Differenz $(61{,}88 - 57{,}59 = 4{,}29)$ zur Gehaltshöhe $61.88 + 4{,}29 = 66{,}17$. Diese Differenz ist zwar etwas zu groß, weil sie in der Regel von Stufe zu Stufe fallen sollte; zu solchem Gebrauche mag sie indeß genügen. Ebenso läßt sich jede Gehaltshöhe zu einer übersprungenen Scheitelhöhe finden, z. B. für 58′ Buchenhöhe II. Klasse $32{,}4 + \frac{35{,}15 - 32{,}40}{5} \times 3 = 34{,}05$.

§. 350. Schätzung des Massengehaltes nach Stamm- und Massentafeln.

Stellt man für die verschiedenen Höhen- und Stärkenklassen gleich das fertige Produkt von $G \times H \times f$, d. h. den erfahrungsmäßigen Normal-Massengehalt auf, so entstehen die sogenannten Stamm- oder Massentafeln, welche im Vergleich zu den Gehaltshöhentafeln den Vorzug haben, daß sie keine weitere Berechnung erfordern. Diese Stammtafeln können, ähnlich

wie unsere Gehaltshöhentafeln, verschiedene Vollholzigkeitsgrade unterscheiden *), oder sie stellen nur für die verschiedenen Höhen- und Stärkenklassen den mittleren Massengehalt auf, wie die bekannten bairischen Massentafeln **). Die Eigenthümlichkeit der letzteren ergiebt sich aus Folgendem:

1) Man ermittelte an einer möglichst großen Zahl gefällter Stämme der Hauptholzarten, unter den abweichendsten Standortsverhältnissen erwachsen, Masse und Formzahl.

2) Die gewonnenen Formzahlen wurden nach Altersklassen (von 30 zu 30 Jahr, oder nur für haubare und angehend haubare Bäume), nach Höhenklassen (von 10 zu 10′) und Stärkenklassen (von 1 zu 1″ Durchmesser) zusammengestellt und von jeder Klasse die durchschnittliche Formzahl gesucht.

3) Unregelmäßigkeiten, welche sich in der Stufenfolge der so gefundenen mittleren Formzahlen bei ihrer wechselseitigen Vergleichung ergaben, wurden zunächst auf graphischem oder arithmetischem Wege ausgeglichen.

4) Indem man nun für jede Höhen- und Stärkenklasse nach ihrer mittleren Höhe und der mittleren Stammgrundfläche die Idealwalze berechnete und diese mit der nach 3. corrigirten Formzahl multiplizirte, ergab sich der mittlere Massengehalt, welcher in die Massentafel aufgenommen wurde.

Die Anwendung dieser Tafeln für die Massenschätzung bedarf keiner weiteren Erklärung (vergl. §. 376.). Es ist klar, je größer die Anzahl von Stämmen war, nach welchen man die mittlere Formzahl berechnete, um so genauer ergeben auch die Massentafeln den wahren Mittelgehalt, und umgekehrt, je größer die Anzahl von Stämmen ist, welche nach Massentafeln geschätzt werden, um so mehr nähert sich das Schätzungsergebniß der Wirklichkeit, da die Abweichung des Einzelstammes von dem Mittelgehalt sich im großen Ganzen mehr ausgleicht. Die Massentafeln sind

*) Eine solche Einrichtung haben z. B. die in H. Burkhardts forstlichen Hülfstafeln (Hannover 1852) Abth. I. S. 43. mitgetheilten Stammtafeln.

**) Massentafeln zur Bestimmung des Inhaltes der vorzüglichsten deutschen Waldbäume. München 1848.

daher auch weniger zur Schätzung des Einzelstammes, als zur Bestandesschätzung geeignet, scheinen aber für letztgedachten Zweck, nach den bis jetzt gemachten Erfahrungen und Vergleichen, sich zu bewähren und dürfen als eine wesentliche Bereicherung der Hülfsmittel für die forstliche Massenschätzung angesehen werden *).

§. 351. Ermittelung des Schaftholzgehaltes.

Der Schaftholzgehalt ergiebt sich im Allgemeinen aus der zu messenden Stammstärke und Schafthöhe und der zu schätzenden Schaftformzahl, nach der Formel $G \times H \times f$. Die zur Formschätzung nöthigen Vergleichungsgrößen findet man mittels geeigneter Probemessungen an gefällten Bäumen (§. 344. a.). Aus diesen ist mit Zuverlässigkeit hervorgegangen, daß die Schaftformzahl der von 10 Fuß aufwärts steigenden Höhen mit 1 beginnt und bis zu 0,8 fällt, und zwar um so mehr, je höher und beasteter der Schaft ist. Die bloße Schaftformzahl an sich bietet dem Schätzer wenig Anhalt, viel sicherer ist die Schätzung nach Schaftformklassen, zu denen entweder die Gehaltshöhen, oder die Holzgehalte selbst in voraus bestimmt sind.

1) Gewöhnliche Schafthölzer. Diese schätzt man am geeignetsten nach den Erfahrungstafeln 74, 75 und 76, welche die Gehaltshöhen aller Baumschäfte in fünf allgemeinen Formklassen darbieten, denen die vorkommenden Baumarten untergeordnet sind. Zur weitern Auswahl dieser Klassen beurtheilt man vorzüglich den untern und den obern Anlauf des Schaftes, zudem die ganze Länge und Beastung des Stammes, auch ob der Schaft mehr unter- oder innerhalb der Krone entgipfelt werden soll. Dabei ist noch zu berücksichtigen: daß ein und derselbe Schaft in verschiedenen Höhen auch verschiedenen Klassen angehören kann; daß starke Schäfte meist in einer etwas niedrigern Klasse stehen als schwache; daß angemessener Standort und räumlicher Schluß auffallend vollere Schaftformen geben. Die zum Ansprechen dieser Gehaltshöhenklassen

*) Vergl. Massentafeln zur Bestimmung des Holzgehaltes stehender Bäume von Stahl. Berlin 1852.

erforderliche Übung läßt sich beim Messen der in den Schlägen ausgehaltenen Schäfte gar leicht gewinnen.

In dieser Tafel findet man zu jeder Holzart unter der geschätzten und obenan stehenden Schaftformklasse und neben der gemessenen und außen stehenden Schafthöhe die Gehaltshöhe, hinter welcher der Schaftholzgehalt in der Walzentafel unter der an 5 Fuß überm Boden gemessenen Stammstärke aufgesucht wird, ganz wie bei Ermittelung der Gesammtmasse. Hätte z. B. ein Eichenschaft III. Klasse 45″ U, 50′ H, so wäre sein Holzgehalt, bei 40,00 Gehaltshöhe, 44,76 Kfuß. An kürzern Schäften könnte man auch die Mittelstärke messen (n. §. 346.) und den Schaftgehalt gleich nach der wirklichen Schafthöhe als Walze suchen. Deßhalb nehmen die Höhen dieser Tafeln auch erst mit 11 Fuß ihren Anfang.

2) Nadelholz-Baustämme. Die Zimmerholz-Abgabe bedarf zur Verwerthung liegender und stehender Stämme einer kurzen, eben so handlichen als zuverlässigen Übersicht der dabei in Frage kommenden Schaftgehalte. Ein solches Hülfsmittel theilen wir in den besondern Erfahrungstafeln 77 bis 81 mit. Darin stehen obenan die in Brusthöhe gemessenen Umfangsfuße und die drei Zimmerstammklassen, mit I, II und III bezeichnet, nämlich:

I. Klasse, für gewöhnliche Kiefern- und Lärchenstämme in minder voller Schaftform. Die noch geringhaltigeren Formen des freiern Standes werden wenigstens nicht im Ganzen als Zimmerholz verwendet.

II. Klasse, für die ausnehmend vollschaftig gewachsenen Kiefern und Lärchen, so wie für Fichten und Tannen in ihrer minder vollen Schaftform.

III. Klasse, für Fichten- und Tannenstämme in ihrer Vollform.

Bei der Klassenbestimmung hat man wohl zu beachten, daß der angemessenere Standort und räumlichere Schluß, worin die Beastung weder zu schwächlich ist, noch zu tief herunter geht, die volleste Schaftform hervorbringen.

Die voran in Fußen stehende Schaftlänge erstreckt sich von

dem wirklichen Stammende bis hinauf zu 1/3 der genommenen Stammstärke (nach §. 340. 3.). Ohne eine solche geregelte Entgipfelung würde die nöthige Ähnlichkeit der Zimmerstammformen nicht zu ermöglichen sein. Die dadurch gegebenen Höhenpunkte bestimmt der Praktiker am stehenden Stamme entweder nach anderwärts in den Schlägen schon gefundenen Längen, oder mittels Fällung einiger Probestämme aus der zur Abgabe bestimmten Holzung.

Die Inzahlen der Tafeln geben ohne Weiteres den Holzgehalt (nicht, wie in den seither betrachteten Tafeln, bloß die Gehaltshöhen) an zu Umfang, Länge und Formklasse. Ein Fichtenzimmerstamm von 3′ U, III. Klasse, und 70′ H enthält 30,9, abgekürzt, 31 Kfuß.

§. 352. Ermittelung des Knüppel- und Reisholz-Gehaltes.

Den Körpergehalt vom Knüppelholze über 2 bis zu 6 Zoll, so wie vom Reisholze unter 2 Zoll schätzt man, wofern das Augenmaß eben nicht zureicht, in Massensummen am sichersten nach bekannten Verhältnißzahlen, die aus Erfahrungen im Großen abgeleitet sind. Wo diese mangeln, und für einzelne Stämme mögen die hier unter 82 bis 85 angefügten Erfahrungstafeln Anwendung finden (§. 345. 3.). Diese umfassen den Knüppel- und Reisholz-Gehalt für die obenan stehenden Stammstärken und die voran stehenden Holzarten in fünf verschiedenen Gehaltsklassen, welche man nach dem Wuchse bestimmt mit Berücksichtigung der Statt gehabten Wachsthumsverhältnisse. Erfahrungsmäßig giebt der bessere Standort mehr Kronenholz als der minder gute, der freie Stand mehr als der geschlossene. In der Jugend ist das Reisholz, im Alter das Knüppelholz überwiegend. Gesunde Bäume haben mehr Reisholz als krankhafte, letztere dagegen oft mehr Knüppelholz als Reisig. Gewöhnlich geben Stämme mit sehr vielem Knüppelholze verhältnißmäßig weniger Reisholz, und so umgekehrt. Daher erreichen selten beide Holzsorten an einem und demselben Stamme zugleich ihr höchstes Maß. Die Holzgehaltsklasse von dem Knüppel- und Reisholze

entspricht meist auch der Formklasse von dem gesammten Massengehalte. Die I. Klasse ist für Stämme in regelmäßig geschlossenem Bestande; die V. für frei erwachsene in günstigem Standorte; die Zwischenklassen sind arithmetische Mittelgrößen. Eine Eiche von 5 Fuß Umfangstärke hat in der III. Klasse 14,5 Kfuß Knüppelholz; eine Fichte von 4 Fuß U, in der II. Klasse, 3,9 Kfuß Reisholz.

§. 353. Ermittelung des Stockholzgehaltes.

Der Körpergehalt des zur Nutzung kommenden Stockholzes hängt nicht nur von der Stammstärke nebst der jeder Holzart eigenthümlichen und überdies vom Standorte und den Wuchsverhältnissen vielfach modifizirten Wurzelstockform ab, sondern auch von der sehr verschiedenen Ausbringung, ob nämlich der oberirdische Stock bloß abgehauen, oder ob auch das Gewürzel mehr oder minder mit ausgerodet und wie hoch dazu der Baumstumpf gelassen wird. Diese Zufälligkeiten erschweren die Schätzung der Stockholzausbeute um so mehr, als das vorhandene Erdholz sich dem Blicke fast ganz entzieht *). Deßhalb sind hierbei die Ergebnisse lokaler Erfahrungen besonders nöthig.

Zu einigem Anhalte mag indeß die Tafel 86 dienen, welche den Stockholzgehalt ohne besondere Rücksicht auf die Holzart für jede voranstehende Umfangstärke des Stammes, in Brusthöhe gemessen, an Haustockholz und an Rodestockholz nachweis't. Jede dieser Stockholzabtheilungen umfaßt fünf Ausbeuteklassen in arithmetischer Stufenfolge, die von der gegebenen Stockhöhe und angewendeten Nutzung, so wie von der nach Holzart, Standort und zufälligem Wuchse bedingten Stock- und Wurzelhaltigkeit abhängen. Die I. Klasse setzt niedrigere Stöcke, mindere Bewurzelung und nachlässigere Ausbringung voraus; die V. höhere Stöcke, stärkeres Gewürzel und fleißigere Ausbringung; keine von beiden begreift aber ein Unterstecken von weiterem

---

*) Bei ungestörtem Baumwuchse läßt sich übrigens mit ziemlicher Sicherheit von der Beastung auf die Bewurzelung schließen.

Stammholze. So hätte z. B. ein Baum von 5½ Fuß Umfang nach der III. Klasse 6,5 Kfuß Hau- oder 16,71 Kfuß Rode-stockholz.

Wenn auch von einzeln stehenden, kurzen Bäumen auf flach-gründigem Boden und bei sorgfältigerer Rodung eine größere Stockholzausbeute gewonnen werden kann: so ist dies doch in ganzen Schlägen weniger anzunehmen. Für diese giebt überhaupt das durch die Hauungen an Ort und Stelle hervorgegangene Ausbeuteverhältniß (§. 345. 3.) den sichersten Anhalt.

§. 354. Ermittelung des Spaltholzgehaltes.

Das Spalt- oder eigentliche Scheitholz des stehenden Baumes ergiebt sich, wenn man von der Gesammtmasse die übrigen vorher geschätzten Holzsorten abzieht, nämlich: das Schaftholz, im Fall dasselbe für sich abgegeben wird, dann das Knüppel- und Reisholz, endlich auch das Stockholz, wofern dasselbe gleich mit eingeschätzt worden ist.

§. 355. Ermittelung des Rindengehaltes.

Der Rindengehalt, so weit sich die Lohnutzung gewöhnlich erstreckt, wird am kürzesten gefunden, wenn man die Differenz der berindeten Stammgrundfläche G und der entrindeten g mit der Gehaltshöhe H × f multiplizirt, also voraussetzt, daß

der gesammte Massengehalt = $G \times H \times f$,
der entrindete Holzgehalt = $g \times H \times f$;
daher die Rinde an sich = $(G-g) \times H \times f$ sei.

In der Wirklichkeit haben freilich die jüngern schwächern Stammtheile verhältnißmäßig mehr Rinde, als die stärkeren; dagegen wird auch die Rinde der dünnern Reiser meist nicht mit genutzt. Den innern Umfang vom reinen Holze bestimmt man nach §. 334. Fände sich z. B. an einer Eiche von 85 Fuß Höhe, III. Klasse, der äußere Rindenumfang zu 69 und der innere Holzumfang zu 65 Zoll: so wäre

ihre Gesammtmasse: 2,63 × 55,53 = 146,04 Kfuß;
ihr Holzgehalt: 2,33 × 55,53 = 129,38 Kfuß;
ihr Rindengehalt: 0,30 × 55,53 = 16,66 Kfuß.

Auf dieselbe Weise ließe sich auch der nutzbare Rindenbetrag von Stangenhölzern annähernd überschlagen. — Bei weitem sicherer wird der Rindenertrag aber nach Verhältnißzahlen bestimmt, die sich als durchschnittliche aus wirklichen Nutzungen ergeben haben.

§. 356. Ungefähre Baumschätzung.

Die Masse stehender Bäume wird nicht selten auch gleich nach ihrem Gesammtgehalt im Ganzen geschätzt. Man spricht dabei gewöhnlich nur das Derb- und Knüppelholz in Klaftern oder in dem sonst dafür üblichen Holzmaße an und rechnet dann das Reis- und Stockholz in geeignetem Verhältnisse hinzu. Diese ungefähre Schätzung erfordert ein gutes Augenmaß, das vorzüglich in den Holzhauereien fortwährend geübt und berichtigt werden muß. Dennoch gewährt dieselbe wenig Zuverlässigkeit und erreicht nicht entfernt die Schärfe unserer genauern Massenermittelung. Zum Beweis nur Folgendes.

Bei diesem ungefähren Ansprechen schätzt man gleich das Produkt G × H × f überhaupt; bei der genaueren Massenermittelung werden dagegen die Gehaltsfaktoren G × H durch Messung bestimmt, und es wird nur allein f geschätzt. Die Genauigkeit beider Bestimmungen verhält sich also gewissermaßen wie die beiderseits der bloßen Schätzung unterworfenen Größen, nämlich wie G × H × f zu f. Bei Schätzung der Formklasse zur Gehaltshöhe beträgt der Fehler, wenn sonst die nöthigen Anhalte durch vorausgegangene Versuche gewonnen sind und die erforderliche Genauigkeit angewendet wird, erfahrungsmäßig selten über 0,05.

Wegen der leichtern Anwendung macht sich jedoch die ungefähre Schätzung, in Fällen wo eben weniger Genauigkeit erforderlich ist, und bei einem Personale, das nur auf diese Art von Schätzung eingeübt ist (Holzhauer), allezeit sehr brauchbar, zumal bei Schätzung der Sortenverhältnisse.

3. Zuwachsschätzung.

§. 357. Allgemeine Vorbegriffe.

Der wachsende Holzstamm umlegt jährlich alle seine im Wachsthume begriffenen Holztheile mit einem neuen Holzringe und entwickelt zugleich aus den Holzknospen neue Höhen- und Seitentriebe. Dies bewirkt einen Stärkenzuwachs, einen Höhenzuwachs, eine Formveränderung und als Ergebniß von allen dreien einen Massen- oder Holzzuwachs.

Die Stammstärke nimmt alljährlich um einen sichtbaren Holzring zu, woran sich das Alter abzählen und der Stärkenzuwachs messen läßt. Der neue Jahrring liegt zwar im Innern unter der Rinde; da jedoch die Rinde von Jahr zu Jahr mit fortwächst, so beträgt die gleichzeitige Stärkenzunahme des Stammes auch im Äußern mindestens die Stärke der fraglichen Holzringe. Wir dürfen daher annehmen, daß die gefundene innere Stärke des jüngsten Holzzuwachses eben so an der Oberfläche des Baumes Statt gehabt habe. Dabei bleibt stets die gleichzeitige, ohnehin nicht wohl meßbare Rindenzunahme der größeren Sicherheit wegen unberücksichtigt *).

Zur Ermittelung des Stärkenzuwachses meißelt man eine Kerbe auf der kreisförmigsten Stelle des Umfanges ein und mißt entweder nach §. 334. die fragliche Ringstärke gleich in abzurechnenden Umfangstheilen, oder sucht vermittelst eines Zollstäbchens, wie viel der jüngsten Jahrringe auf einen halben Zoll des Halbmessers gehen.

---

*) Man hat die Beständigkeit der jüngern Jahrringe und die Zuverlässigkeit solcher Stärkenzuwachs-Messungen in Zweifel gestellt. Doch bei den Untersuchungen in Brusthöhe wird sich an dem über 1 Jahr alten Holze wohl schwerlich ein weiteres Zusammenziehen wahrnehmen lassen; erschiene aber zuweilen ein jüngster Jahrring auffallend breiter und wirklich noch unverholzt, so würde derselbe von der Messung ausgeschlossen. Ein Anderes ist es im Stocke näher am Boden; wer wird aber auch da, wo die Unstetigkeit alles Stärkenwachsthums ihren Sitz hat, Zuwachsermittelungen anstellen?

Die *Stammhöhe* macht jährlich, so lange noch Höhenwuchs Statt findet, einen Höhentrieb, der sich äußerlich durch Quirle oder Wülste, innerlich durch die Jahrringstufen zu erkennen giebt. Dieser Höhenzuwachs läßt sich nur an gefällten Bäumen seiner wirklichen Länge nach messen, an stehenden bloß schätzen. Zur Erleichterung spricht man letzteren daher füglicher nach seinem Verhältniß zu dem vorgefundenen Stärkenzuwachse an, und zwar von dem sicheren Grunde ausgehend: *daß die Scheitelhöhe höchstens mit der Stammstärke in gleichem Verhältnisse, mindestens aber gar nicht zuwächst* *). Bezeichnet man demgemäß den höchsten oder *vollen* Höhenzuwachs mit 1 und den ganz fehlenden mit 0, und stellt noch drei arithmetische Mittelglieder zwischen diese zwei äußersten Grenzen des Höhenzuwachses: so bekommt man zu jenem Ansprechen die fünf allgemeinen Höhenzuwachsklassen

$$1 - \tfrac{3}{4} - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} - 0$$

in Zahlen, welche anzeigen, wie viel der wirkliche Höhenzuwachs von dem vollen enthält. Betrüge z. B. an einem 75′ hohen Baume die Durchmesserstärke 15″ und der fragliche beiderseitige Stärkenzuwachs $\frac{1}{10}$″: so wäre nach der Proportion $15 : \frac{1}{10} = 75 : x$ der volle Höhenzuwachs $x = \frac{\frac{1}{10} \times 75}{15} = 0{,}5$ Fuß = 6 Zoll und davon kämen auf die fünf Höhenzuwachsklassen dieses Falles 6″ — 4,5″ — 3″ — 1,5″ — 0. Auf diese Weise bestimmt man nicht nur nach dem gemessenen oder geschätzten wirklichen Höhenzuwachse die Höhenzuwachsklasse, sondern auch umgekehrt

---

*) Diese Voraussetzung ist für alle Bäume und Bestände, in denen überhaupt Zuwachsermittelungen vorgenommen zu werden pflegen, erfahrungsmäßig begründet. Allerdings machen jüngere, gedrängt stehende, gipfelfreie Stämme, namentlich von Kiefern, Lärchen und Fichten, zuweilen eine Ausnahme; die Höhenzunahme steht hier im überwiegenden Verhältniß zur Stärkenzunahme. Und eben so kann auch bei eingängigen, gipfeldürren Bäumen die Höhe im Abnehmen begriffen sein — ein Fall, der jedoch die Fällung weit rathsamer macht, als irgend eine Zuwachsbestimmung.

nach der geschätzten Höhenzuwachsklasse die Länge des Höhenzuwachses.

Die Form kann sich mit der Zeit ebenfalls ändern, mehr oder weniger massenhaltig werden, indem sie bei zurückbleibendem Höhenwuchse durch Kronenwölbung zu-, oder durch neu hervortretenden Gipfel, durch Astverlust u. dergl. abnimmt. Eine wesentliche Veränderung des Formwuchses kann indeß nur durch veränderte Stellung oder von außerordentlichem Verluste hervorgebracht werden. Erstere wirkt sehr allmählich, letzterer ist zufällig. Man nimmt daher in der Regel an, daß die einem Baume eben eigene Formzahl innerhalb weniger Jahre ziemlich dieselbe bleibe, und begreift nöthigen Falls eine kleine Formveränderung in dem Höhenzuwachse mit.

Der Massenzuwachs verliert mehr oder minder durch den natürlichen Holzabfall. Mit steigender Stammhöhe und Astverbreitung werden nämlich von Jahr zu Jahr mehr und mehr Zweige und Äste verdrängt, gleichwie die unterdrückten Stämme im Holzbestande. Dieser den Formzuwachs stets wieder schmälernde Selbstabfall begründet einen beträchtlichen Unterschied zwischen dem jedes Jahr entstehenden vollen Naturzuwachse und dem verbleibenden Nutzungszuwachse, welcher letztere entweder als laufender Jahreszuwachs, oder als durchschnittlicher von der ganzen Lebenszeit, oder als periodischer aus einer bestimmten Lebensperiode in Betracht kommt.

1) Laufenden Zuwachs nennt man den letzten einjährigen Zuwachs, welchen ein Baum (oder Bestand) zur Zeit der Untersuchung eben wirklich ergiebt. Man drückt ihn entweder unmittelbar in Körperfußen oder mittelbar in Prozenten des Baumgehaltes aus. Hätte eine Eiche von 125 c′ Massengehalt, 2 c′ laufenden Jahreszuwachs, so wäre dieser, in Prozenten ausgedrückt, = 1,6 Proz., nach der Proportion 125 × 2 = 100 : 1,6.

2) Der Durchschnittszuwachs von der ganzen Lebenszeit ergiebt sich, wenn man die eben vorhandene Gesammtmasse eines Baumes (oder Bestandes) durch seine Alterszahl theilt.

Eine 150jährige Eiche von 125 c′ Massengehalt hätte $\frac{125}{150}$ = 0,833 c′ Durchschnittszuwachs. Derselbe ist offenbar gegen den wirklichen Jahreszuwachs für frühere Jahre zu groß und für spätere zu klein, weil der Jahrring an dem größeren Baume in Umfang und Höhe weit mehr Ausdehnung hat, als an dem kleinen Stämmchen; auch befaßt er das unbekannte Abfallholz und bei ganzen Beständen denjenigen Antheil des Massengehaltes nicht, welcher schon durch frühere Fällungen genutzt ist, wofern dieser nicht etwa bekannt war und dem eben vorgefundenen Massengehalte mit zugerechnet wurde.

3) Periodischer Jahreszuwachs von einer bestimmten Lebensperiode. Zieht man von dem Massengehalte des fraglichen Alters den Massengehalt einer nicht viel früheren Zeit ab, so ergiebt sich der jährliche Zuwachs dieser Zwischenzeit durch Theilung des Unterschiedes in die dazu gehörigen Jahre, und zwar desto genauer, je kürzer diese Zwischenzeit ist. Hätte z. B. eine 150jährige Eiche 125 c′ Masse, und wäre ihr Gehalt für das 140ste Lebensjahr, also für den Zeitpunkt vor 10 Jahren, zu 103 c′ gefunden worden, so war ihr periodisch jährlicher Zuwachs für die Lebensperiode vom 140sten bis zum 150sten Jahre $= \frac{125-103}{10} = 2{,}2$ c′.

§. 358. Ermittelung des periodischen Zuwachses.

1) An gefällten Bäumen. Um den Zuwachs an einem liegenden Baume zu ermitteln, läßt man den ganzen Stamm und die stärkeren Äste in Abtheilungen zerschneiden, mißt von jeder eine gewisse Anzahl, etwa 5 (oder 10) der letzten Jahrringe als Cylinderring ab, rechnet den kubischen Gehalt dieser Cylinderringe von allen Abtheilungen zusammen, und findet dadurch deren Gesammtzuwachs für die letzten 5 (oder 10) Jahre. Dazu addirt man den ganzen kubischen Inhalt des Gipfelstückes und derjenigen Äste, welche weniger als 5 (oder 10) Jahrringe zeigen, so wie der noch geringeren Reiser, da diese lediglich als Zuwachs der letzten 5 (oder 10) Jahre anzusehen sind.

Dies ältere Verfahren ergiebt also nur den periodischen Zuwachs; es ist äußerst umständlich und an stehendem Holze völlig unanwendbar; überdies umfaßt es das Abfallholz der Zwischenzeit nicht und ist insofern auch unrichtig.

Setzen wir in Ansehung dieses Irrthums, es wäre M der gegenwärtige Stammgehalt, m der vor 10 Jahren, x das von m inzwischen verloren gegangene Abfallholz, mithin m — x der jetzt noch vorhandene Rest von dem älteren Holze: so betrüge der eigentliche Zuwachs seit 10 Jahren M — m; man rechnete aber dafür M — (m — x), zöge also nicht den früheren wirklichen Baumgehalt von dem gegenwärtigen ab. Ein solches Zuwachsergebniß wäre also offenbar um das inzwischen entkommene Abfallholz x zu groß, und dieser Betrag ist nicht ganz unbedeutend.

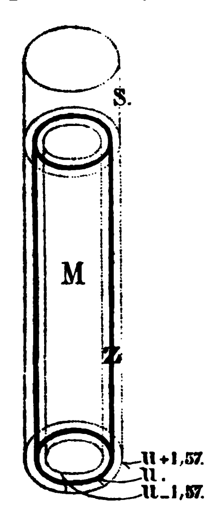
2) An stehenden Bäumen könnte man den periodischen Massenzuwachs in dem Unterschiede des späteren und früheren Stammgehaltes G × H × f finden, und hätte also für diesen Zweck nur die Stammstärke, die Scheitelhöhe und die Formzahl eines jeden Zeitpunktes zu bestimmen.

Hätte z. B. obige 150jährige Eiche von 66″ U, 80′ H, 0,65 f und 125 c′ Masse vor 10 Jahren 62″ U, 77′ H und 0,63 f, also 103 c′ Masse gehabt: so wäre ihr Zuwachs in den letztern 10 Jahren 125 — 103 = 22 c′ und jährlich 2,2 c′ gewesen. — Obgleich diese Zuwachserforschung bei weitem leichter als die unter 1. angegebene Methode und auch insofern richtiger als diese ist, weil sie das in der Zwischenzeit entkommene Abfallholz nicht mitbefaßt: so ist doch die Ermittelung der Gehaltsfaktoren für den früheren Baumgehalt mit manchen Schwierigkeiten und selbst Unsicherheiten verknüpft. Überdies ist der so erforschte Zuwachs auch nur das Ergebniß einer Durchschnittsrechnung und nicht wirklich der laufende Zuwachs des letzten Jahres.

§. 359. Ermittelung des laufenden Zuwachses.

Den laufenden Jahreszuwachs, um welchen sich die Masse des Baumes eben mehrte, bestimmt man am leichtesten gleich in Prozenten des gegenwärtigen Baumgehaltes nach fol-

genden Verfahren *): Man denkt sich die gegenwärtige Masse eines Baumes gleich als Gehaltswalze M, eben so den Zuwachs in der Form eines im Umfangsbereiche jener Walze liegenden Außenringes Z und drückt das Verhältniß von Z zu M in Prozenten des letzteren aus. Nimmt man den Außenring als ständige Größe, z. B. von ½ Zoll Breite an, und bestimmt durch wirkliche Untersuchung, wie viel Jahrringe auf diese Breite von ½ Zoll kommen: so ergiebt sich leicht, wie viel Prozent des Baumgehaltes auf den Jahreszuwachs kommen. Z. B.: Ein Baum habe bei 25″ Durchmesser und 40′ Gehaltshöhe = 136,35 c′ Masse, der Außenring Z aber 136,35 — 125,65 = 10,7 c′*): so betrüge der Zuwachs $\frac{10,7 \times 100}{136,35} = 7,8\,\%$ von M. Wäre nun gefunden, daß der fragliche Baum 5 Jahre gebraucht hätte, um ½″ auf jeder Seite, oder 1″ im Ganzen zuzunehmen, so wäre der laufende Jahreszuwachs $\frac{7,8}{5} = 1,56\,\%$ des Baumgehaltes. Nach dieser vorläufigen allgemeinen Darstellung wird die folgende weitere Ausführung dieses Verfahrens leicht verständlich sein:



1) Wir nehmen den als beständiges Zuwachsmaß dienenden Außenring Z von halbzolliger (auf dem Durchmesser also 1″ und auf dem Umfang 3,14″ betragender) Breite an, und setzen voraus, dieser Ring liege theils innerhalb, theils außerhalb der

---

*) Das hier gelehrte Verfahren machte der verstorbene Verfasser zuerst in Laurop's Jahrbüchern 1823. III. Heft bekannt.

*) Wir nehmen bei dieser vorläufigen allgemeinen Erläuterung des Verfahrens zur Zuwachsermittelung an, der im Radius ½zollige, oder im Durchmesser 1″ betragende Außenring liege ganz innerhalb des Umfanges. In dem obigen Beispiele ist also der Inhalt des Ringes = dem Unterschiede zwischen einer 25″ und 24″ starken Walze von 40′ Länge. — Ebenso blieb vorläufig noch der Höhenzuwachs unberücksichtigt.

Gehaltswalze in dem Umfangsbereiche. Sein äußerer Umfang ist also, wenn der des Baumes U genannt wird,

$$= U + \frac{3{,}14''}{2} = U + 1{,}57''$$

und sein innerer Umfang

$$= U - \frac{3{,}14''}{2} = U - 1{,}57''.$$

2) Die Höhe dieses als Zuwachsmaß angenommenen Außenringes ist, wie schon (§. 357.) bekannt, mindestens stillstehend, höchstens mit der Stärkenzunahme im Gleichverhältnisse fortwachsend. Für beide Höhengrenzen müßte nun zuvörderst das allgemeine Verhältniß des Baumgehaltes M zu dessen Zuwachsmaße Z bestimmt werden.

a) Bei fehlendem Höhenzuwachse verhalten sich die beiden, das Zuwachsmaß von außen und innen begrenzenden Walzenräume wegen der gleichen Höhe wie die Quadrate ihrer Umfänge (§. 314. 2.), also wie

$$(U + 1{,}57'')^2 : (U - 1{,}57'')^2,$$

und die zwischen inne liegende, dem Baumgehalte M gleiche Gehaltswalze verhält sich zu dem Zuwachsmaße Z, wie

$$U^2 : (U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2,$$

wegen ähnlicher Grundfläche und gleicher Höhe der drei fraglichen Walzen. Es verhält sich also

$$U^2 : (U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2 = M : Z.$$

Folglich ist in diesem niedrigsten Falle das Zuwachsmaß

$$Z = M \times \frac{(U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2}{U^2}.$$

b) Bei vollem Höhenzuwachse verhalten sich die beiden, das Zuwachsmaß bestimmenden Walzenräume wegen ihrer Ähnlichkeit wie die Würfel ihrer Umfänge (§. 315. 2.), also wie

$$(U + 1{,}57'')^3 : (U - 1{,}57'')^3,$$

und die zwischen inne liegende, dem Baumgehalte M gleiche Gehaltswalze verhält sich zu dem Zuwachsmaß Z, wie

$$U^3 : (U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3,$$

wegen der Ähnlichkeit aller drei Walzen. Es verhält sich also

$$U^3 : (U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3 = M : Z.$$

Folglich ist in diesem höchsten Falle das Zuwachsmaß

$$Z = M \times \frac{(U+1{,}57'')^3 - (U-1{,}57'')^3}{U^3}.$$

3) Um nun diese beiden allgemeinen Werthe

$$M \times \frac{(U+1{,}57'')^2 - (U-1{,}57'')^2}{U^2} \text{ für das niedrigste,}$$

$$\text{und } M \times \frac{(U+1{,}57'')^3 - (U-1{,}57'')^3}{U^3} \text{ für das höchste Zuwachsmaß}$$

bei der Baumschätzung anzuwenden und in Prozenten des wirklichen Baumgehaltes darzustellen, nimmt man M = 100 an, setzt anstatt U die gebräuchlichen Umfangsmaße ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1 .... 10 Fuß) und berechnet für ein jedes die beiden äußersten Zuwachsmaße und dann noch die drei dazwischen fallenden, zu $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ des vollen Höhenzuwachses gehörigen arithmetischen Mittelgrößen. — Z. B.: Bei einem 2′ = 24″ im Umfange haltenden Baume verhält sich dessen Gehalt M = 100 zu dem halbzolligen Außenringe Z:

a) bei fehlendem Höhenzuwachs:

$$24''^2 : 25{,}57''^2 - 22{,}43''^2 = 100 : Z$$

$$Z = \frac{653{,}8 - 503{,}1}{576} \times 100 = 26{,}1;$$

b) bei vollem Höhenzuwachs:

$$24''^3 : 25{,}57''^3 - 22{,}43''^3 = 100 : Z$$

$$Z = \frac{16718{,}3 - 11284{,}6}{13824} \times 100 = 39{,}3;$$

c) für die Mittelstufen:

$$\tfrac{1}{4} = 26{,}1 + \frac{39{,}3 - 26{,}1}{4} = 29{,}4;$$

$$\tfrac{1}{2} = 29{,}4 + 3{,}3 = 32{,}7;$$

$$\tfrac{3}{4} = 32{,}7 + 3{,}3 = 36{,}0.$$

4) Da nun der halbzollige Außenring 2, 3, 4 ...... 25 Jahrringe enthalten kann, so müssen die so gefundenen Prozente für das ganze Zuwachsmaß noch durch 2, 3, 4 ...... 25 getheilt werden, um das Prozent des Jahreszuwachses zu finden. Diese Ergebnisse findet man zusammen in den angefügten Holzzuwachstafeln 88 bis 102, unter den Umfangstärken und den fünf Höhenzuwachsklassen, neben der jüngsten Jahrringstärke.

5) Im Besitze einer solchen Holzzuwachstafel mißt man den

letztjährigen Stärken- und Höhenzuwachs in der nachstehend gezeigten Weise, sucht die dazu gehörigen Zuwachsprozente unter der Stammstärke auf, muliplizirt damit den auf ganz beliebige Art ermittelten Baumgehalt M und dividirt das Produkt noch durch 100: so ergiebt sich der Massenzuwachs vom laufenden Jahre. Unser beständiger Außenring Z, wonach wir den laufenden Jahreszuwachs bemessen, dient hierbei mittels seiner halbzolligen Stärke als Stärkenzuwachsmaß und mittels seiner vollen Höhenzunahme S als Höhenzuwachsmaß.

6) Die jüngste Jahrringstärke müßte also als Theil des halbzolligen Stärkenzuwachsmaßes bestimmt werden. Hierzu drückt man dieselbe als Bruch aus, dessen Zähler 1 ist und dessen Nenner anzeigt, wie viel Mittelstärken des jüngsten Jahrringes auf den halben Zoll gingen. Um dies leicht zu ermitteln, theilt man am Zollstäbchen (§. 357.) den vordern $\frac{1}{2}$ Zoll oder $\frac{1}{24}$ Fuß noch in beliebige Untertheile, faßt mehre, dem jüngsten Stärkenzuwachse gleich zu achtende Jahrringe auf einen oder etliche solcher Theile zusammen und überschlägt die davon auf den halben Zoll eben kommende Anzahl. Die jüngste Jahrringstärke kann zufällig wohl von dem gesuchten mittlern Stärkenzuwachse abweichen. Den richtigsten Anhalt geben allemal mehre der äußersten Jahrringe von gleicher Stärke; tiefer liegende, leicht abweichende, dürfen eben so wenig mit hinzugezogen werden, als die jüngste noch unausgebildete Holzmasse. Wo eine durchgängige Gleichförmigkeit der fraglichen Jahrringe zweifelhaft ist, untersucht man deren Stärke auf zwei entgegengesetzten Seiten.

7) Den letztjährigen Höhenzuwachs spricht man, wie schon bekannt, in Vergleichung mit dem Stärkenzuwachse an. Derselbe ist nämlich voll oder gleich 1, wenn er sich zur Stammhöhe verhält, wie der Stärkenzuwachs zur Stammstärke; er ist 0, wo er ganz fehlt; die Zwischenstufen sind $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ (§. 357.). Diese Höhenzuwachsklassen werden am sichersten bestimmt nach dem in Zollen bemessenen jüngsten Höhenzuwachse. Dazu braucht man zuvörderst noch die Höhenzuwachstafeln 88 und 89, welche für jede Stammstärke und Scheitelhöhe das dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße eben zukommende ganze Höhenzuwachs-

maß in Zollen angeben. Diese Tafeln wurden berechnet nach der Proportion $U' : 3{,}14'' = H' : S''$, worin U der Stammumfang, 3,14 das Stärkenzuwachsmaß zum Umfange, H die Scheitelhöhe und S das Höhenzuwachsmaß ist. An einem Stamme von $2\frac{3}{4}'$ Umfangstärke und 60′ Scheitelhöhe wäre daher $S = \frac{60 \times 3{,}14}{2\frac{3}{4}} = 68''$. Nähme nun der jüngste ausgebildete Jahrring von dem halbzolligen Stärkenzuwachsmaße $\frac{1}{11}$ ein: so betrüge der zu 68 gehörige volle einjährige Höhenzuwachs $\frac{68}{11}$, etwa 6″. Diese Theilung des Höhenzuwachsmaßes durch die dazu gehörige Jahrringzahl ist für die gewöhnlichen Fälle auf Taf. 90 und 91 so weit in voraus geschehen, daß man den vollen einjährigen Höhenzuwachs, wenigstens als Mittelzahl, hier z. B. $\frac{6{,}8 + 5{,}6}{2} = 6{,}2$, hinlänglich genau auffinden kann. Hätte man den letztjährigen wirklichen Höhenzuwachs zu 3″ angesprochen, so ergäbe das die Hälfte jenes vollen Höhenzuwachses, wonach dann der laufende Holzzuwachs berechnet würde.

Bei einiger Übung kann die Höhenzuwachsklasse auch nach der Wachsbarkeit und den Wachsthumsverhältnissen ohne Weiteres geschätzt werden. Starke Gipfeltriebe, dabei viele jungen Kronenzweige, frisches Grün und glatte Rinde sind Kennzeichen eines vollen Höhenzuwachses, wogegen Gipfeldürre, Kronendürftigkeit, schwächliche Belaubung, Schaftsprossen und rauhe, schorfige Rinde einen mangelhaften Höhenzuwachs verrathen. Im vorgerückten Alter, in ungewohnter Freistellung, in übergipfeltem Stande und auf seichtgründigem Standorte bleibt der Höhenzuwachs gegen den Stärkenzuwachs beträchtlich zurück. Hat die sichtbare Zunahme der Scheitelhöhe auch aufgehört, so kann fortan doch die Krone sich mehr wölben und somit wenigstens die Gehaltshöhe noch zunehmen.

8) Diese Art der Zuwachsermittelung gewährt nicht nur die größte Genauigkeit und Leichtigkeit, sondern ist auch bei jeder Schätzung des Baumgehaltes anwendbar, für den Holzmassengehalt und Holzsortengehalt, für einzelne und für mehre Stämme zusammen; zudem hält sie sich frei von jeder Mitaufrechnung

irgend eines unvermeidlichen Holzabfalles. Hierzu nur folgendes Beispiel:

Ein Stamm von 2½′ U, 60′ H und 24 c′ Masse habe zum jüngsten Stärkenzuwachse $\frac{1}{11}$ von dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße und dabei 3″ oder den halben Höhenzuwachs: so beträgt sein laufender Jahreszuwachs 2,16 Prozent von seinem Massengehalte, also $\frac{24 \times 2{,}16}{100} = 0{,}5184$ c′ *).

§. 360. Wachsthumsgang nach den Jahrringen.

Der Gang des an einem Baume von Zeit zu Zeit erfolgten Massenzuwachses ließe sich auch bloß aus den Jahrringstärken entziffern, wenn man voraussetzen dürfte, daß bei unveränderter Form die Höhe im Verhältniß der Stärke zugenommen habe; dann stiege der Massenzuwachs wie der Kubus der Stammstärken (§. 315. 2.). Unter dieser Voraussetzung mißt man auf

---

*) Die bei dem dargestellten Verfahren gemachte Voraussetzung, der halbzollige Außenring liege theils innerhalb, theils außerhalb des Umfanges der Gehaltswalze, hat folgenden Grund: Die Anzahl von Jahrringen, welche auf einen halben Zoll kommen, kann nur am Baume selbst, also an einem innerhalb des Umfanges liegenden Ringe ermittelt werden; man schließt aber von diesen auf den in der nächsten Zeit stattfindenden, also einen Ring außerhalb des Umfanges bildenden Zuwachs. Eine entsprechende Vermittelung findet also nur unter der obigen Voraussetzung statt.

Übrigens ist immerhin angemessene Vorsicht bei diesen Zuwachsermittelungen zu empfehlen, namentlich wenn die Jahrringstärken bereits im Abnehmen begriffen sind, weil sonst die erlangten Ergebnisse leicht zu hoch ausfallen. Man hat daher auch empfohlen, das ständige Zuwachsmaß von ½″ ganz innerhalb des Umfangs liegend anzunehmen. Nach dieser Voraussetzung sind z. B. die Zuwachstafeln des Oberforstmeisters Schrödter berechnet; da dieselben zugleich auf den Durchmesser (nicht, wie die König'schen, auf den Umfang) bezogen sind, so sind die Formeln zu deren Berechnung folgende:

a) bei fehlendem Höhenzuwachs

$$d^2 : d^2 - (d - 1)^2 = 100 : Z$$

$$Z = \frac{d^2 - (d - 1)^2 \times 100}{d^2}$$

$$Z = \frac{(2d - 1)\ 100}{d^2}$$

einem etwa 4 bis 5 Fuß über dem Stammende geführten Querschnitte die Gesammtbreiten von je zehn Jahrringen und berechnet nach diesen den, einer jeden dieser Altersstufen von dem ganzen Baumkörper zukommenden Antheil. Fände sich z. B. an einer 80jährigen Buche, mit einem Massengehalte von 50 c′, von innen heraus folgender Stärkenzuwachs:

1)	vom 1. bis 20. Jahre einschließlich der Entstehungszeit	2,4 Zoll,
2)	vom 21. bis 30. Jahre	2 „
3)	„ 31. „ 40. „	1,8 „
4)	„ 41. „ 50. „	1,4 „
5)	„ 51. „ 60. „	1 „
6)	„ 61. „ 70. „	0,8 „
7)	„ 71. „ 80. „	0,6 „
	zusammen in 80 Jahren	10 Zoll:

so ergäbe dies folgenden Wachsthumsgang:

Zum	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80. Jahre
a)	$2{,}4^3$:	$4{,}4^3$:	$6{,}2^3$:	$7{,}6^3$:	$8{,}6^3$:	$9{,}4^3$:	10^3;
b)	0,014 :	0,085 :	0,238 :	0,439 :	0,636 :	0,830 :	1;
c)	0,7 :	4,25 :	11,9 :	21,95 :	31,8 :	41,5 :	50 c′.

Hinter a finden sich die Kubikzahlen aller Stärken, und hinter b die dadurch begründeten Theile des ganzen = 1 gesetzten Baum-

---

b) bei vollem Höhenzuwachs

$$d^3 : d^3 - (d-1)^3 = 100 : Z$$

$$Z = \frac{d^3 - (d-1)^3 \times 100}{d^3}$$

$$Z = \frac{(3d^2 - 3d + 1)\,100}{d^3}$$

und nennt man n die Anzahl von Jahrringen, welche auf den ½zolligen Außenring kommen, so ist das laufende Massenzuwachsprozent:

a) bei fehlendem Höhenzuwachs

$$\frac{(2d - 1)\,100}{d^2 \,.\, n}$$

b) bei vollem Höhenzuwachs

$$\frac{(3d^2 - 3d + 1)\,100}{d^3 \,.\, n}.$$

körpers, welche den darüber stehenden Altersjahren zukommen und hinter c auf den gegenwärtigen Massengehalt des Baumes = 50 c angewendet worden sind.

Obgleich solche Untersuchungen nicht wohl zu weiter anwendbaren Ergebnissen führen, weil der Höhenwuchs keinesweges mit dem Stärkenzuwachs so ebenmäßig fortschreitet, wie hier vorausgesetzt werden muß, und weil fast jeder Baum seinen eigenen Wachsthumsgang hat: so ersieht man daraus wenigstens, wie und warum der Durchschnittszuwachs von dem periodischen und dieser wieder von dem laufenden Jahreszuwachse mehr oder minder abweichen muß, lernt auch dabei die Verhältnisse ähnlicher Körper auf den Holzzuwachs, sowie die Darstellung des Baumgehaltes in Walzenform mehr anwenden. Wer aber nach solchen Ergebnissen, die zumal tief unten am Stammende genommen sind, wo sich die Jahrringe stets abnorm verhalten, den weit verwickeltern natürlichen Wachsthumsgang ganzer Wälder zu entziffern denkt, der ist offenbar von der Theorie zu sehr befangen.

§. 361. Zuwachsverhältnisse an den Holzwüchsen überhaupt.

Das in Prozenten ausgedrückte Verhältniß des ganzen Stammgehaltes zu dem laufenden Jahreszuwachse wird hauptsächlich bedingt von dem Stärkenzuwachse ohne oder mit Höhenzuwachs; denn die Form verändert sich von einem Jahre zu dem andern nur unbedeutend.

1) Der fortschreitende Massengehalt eines Stammes ohne Höhenzuwachs verhält sich, wie die Quadrate der Stärken. Nennen wir einen früheren Durchmesser d und einen späteren D: so ist das Massenverhältniß $d^2 : D^2$, wie an Walzen von gleicher Höhe und verschiedener Stärke (§. 314. 2.). Der frühere Massengehalt verhält sich also zu dem nächsten Zuwachse wie $d^2 : D^2 - d^2$.

Setzen wir nun für gewisse frühere Stärken bestimmte Zahlen, z. B. 3″, 6″, 12″, mit gleichem Stärkenzuwachse, etwa 1″: so ergeben sich die Massenverhältnisse:

$3^2 : 4^2 = 9 : 16 = 1 : 1{,}77 \ldots$
$6^2 : 7^2 = 36 : 49 = 1 : 1{,}36 \ldots$
$12^2 : 13^2 = 144 : 169 = 1 : 1{,}17 \ldots$

und daraus weiter die Zuwachsverhältnisse an dem

3=zolligen Stamme 1 : 0,77 . .
6 „ „ 1 : 0,36 . .
12 „ „ 1 : 0,17 . .

Dies beweist, daß der Holzzuwachs bei gleichem Massengehalte und gleicher Stärkenzunahme, schon ohne Höhenzuwachs, an schwächern Stämmen weit größer ist, als an stärkern.

2) Der fortschreitende Massengehalt eines Stammes mit vollständigem Höhenzuwachse (§. 359.) verhält sich wie $d^3 : D^3$, nach dem Gesetze ähnlicher Walzen (§. 315. 2.). Obige Stammstärken ergäben also die Massenverhältnisse:

$3^3 : 4^3 = 27 : 64 = 1 : 2{,}37 \ldots$
$6^3 : 7^3 = 216 : 343 = 1 : 1{,}58 \ldots$
$12^3 : 13^3 = 1728 : 2197 = 1 : 1{,}27 \ldots$

und die Zuwachsverhältnisse am

3=zolligen Stamme 1 : 1,37 . .
6 „ „ 1 : 0,58 . .
12 „ „ 1 : 0,27 . .

Sonach ist jener Unterschied in dem Massenzuwachse verschiedener Stammstärken, mit Höhenzuwachs, noch viel größer.

3) An den gewöhnlichen Holzwüchsen werden nun aber mit zunehmender Stammstärke die Jahrringe und Höhentriebe immer dünner und kürzer. Haben also die jüngern schwächern Stämme an sich schon mehr Stärken= und Höhenzuwachs: so muß auch insofern ihr Massenzunahme=Verhältniß größer sein. Der obige 3zollige Stamm mit vollem Höhenzuwachse nimmt, bloß stereometrisch betrachtet, 1,37 seines Massengehaltes zu, der 12zollige, ohne Höhenzuwachs, nur 0,17. Diese Vergleichungen eröffnen

dem rechnenden Forstwirthe wichtige Ansichten im Wachsthum der Wälder und leiten ihn zur Erziehung eines weit größern Holzertrages mittels eines viel kleinern Massenvorrathes.

II. Holzbestandes-Schätzung.

---

1. Bemessung des Waldschlusses.

§. 362. Stammgrundflächensumme.

Die Stämme, welche einen Waldbestand bilden, stehen mehr oder weniger dicht zusammen. Dieses von der Zahl und Stärke der Stämme bedingte Zusammenschließen läßt sich nach der Summe aller Stammgrundflächen auf einer gewissen Flächenmaßeinheit bemessen. Mäße man z. B. die Stärken aller auf einem preußischen Morgen von 12 × 12 × 180 = 25920 q′ eben befindlichen Stämme und fände zur Summe ihrer Stärkenflächen 129,6 q′: so verhielte sich des Bestandes Stammgrundfläche zur Bodengrundfläche = 129,6 : 25920. Wir nennen erstere die **Stammgrundflächensumme** und letztere die **Bestandsfläche**. Das Verhältniß $\frac{129{,}6}{25920} = 0{,}005$ bezeichnet den **Stammgrundflächen-Antheil** von der Bestandsfläche. Die gesammte Stammgrundfläche in Bezug auf die gegebene Bestandesfläche oder den Stammgrundflächen-Antheil ist also das Maß des Waldschlusses.

Je größer die Stammgrundflächensumme eines Bestandes ist, um so dichter steht das Holz und um so holzhaltiger muß auch der Bestand sein. Dieselbe würde sich, wenn man gleiche Stammstärke voraussetzen dürfte, ohne Weiteres aus dem Produkte der Stämmezahl mit der Stärkenfläche ergeben. Jene Stammgrundflächensumme von 129,6 q′ könnte ebensowohl aus 1296 Stämmen zu 0,1 q′, als aus 129,6 Stämmen zu 1 q′ Stärkenfläche zusammengesetzt sein. Je stärker also die Stämme sind, um so

weniger braucht man davon zur Bildung eines gewissen Waldschlusses.

§. 363. Standraum der Stämme.

In jedem vollen Holzbestande finden sich, wenigstens mit höherem Alter, die Standpunkte der Stämme ungleich vertheilt. Selbst in den regelmäßig gestellten Anpflanzungen verschwindet allmählich die anfängliche Pflanzform. Manche Stämme haben mehr Wachsthumskraft, oder finden zufällig mehr Nahrung und breiten sich aus, während andere dicht daneben leiden, zurückkommen und nach und nach eingehen. Bei der somit entstehenden, scheinbar ungleichen Stellung hat dennoch jeder Stamm einen gewissen **Wachsthumsraum** oder Antheil an dem Raume, den der ganze Bestand einnimmt. Dieser Standraum ist eigentlich ein säulenförmiger Körperraum, dessen Grundfläche in der Bestandsfläche liegt, und dessen Höhe von dem tiefsten Wurzelende bis zum höchsten Scheitel reicht. Doch da man zu der weitern Anwendung dieses Raumes die Höhe nicht besonders braucht: so bezeichnen wir bloß den, einem Stamme eben zukommenden wagrechten Antheil von der Bestandesfläche als dessen Standraum. Bei geschlossenen Kronen verbreitet sich derselbe nicht über die sogenannte **Schirmfläche** des Stammes hinaus.

In jedem Holzbestande von gleichmäßigem Wuchse verhält sich die Ast- und Wurzelverbreitung eines jeden Stammes stets wie seine Stärke; je stärker der Stamm ist, einen desto ausgebreitetern Standraum beherrscht derselbe. **Auf jeden Stamm kommt mithin ein seiner Stammgrundfläche angemessener Theil der Bestandesfläche.** Ständen z. B. auf einem Morgen von 25920 q':

80 Stämme zu 4' U u. 1,28 q' G mit 102,4 q' ges. Stammgrundfl.,
80 „ „ 2' „ „ 0,32 „ „ „ 25,6 „ „ „ so

betrüge die Stammgrundfl.-Summe 128 q', und auf 1 q' Stammgrundfläche käme $\frac{25920}{128}$ = 202,5 q' Bestandesfläche. Jeder

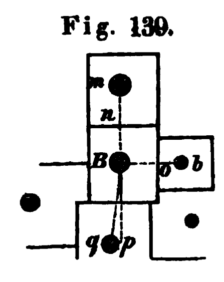
Stamm zu 4′ U hätte also 1,28 × 202,5 = 259,2 q′
und jeder zu 2′ U hätte 0,32 × 202,5 = 64,8 q′
von der Bestandesfläche als Standraum inne.

Wenn die Stämme eines Holzbestandes ihre Bestandsfläche nicht gänzlich einnehmen und nur gleichmäßig von einander abstehen: so vertheilen wir ebenfalls die ganze Flächenausdehnung verhältnißmäßig unter sie, ihren Stammstärken nach, füllt auch eben keiner derselben seinen Standraum aus. Ständen auf jenem Morgen nur 8 Stämme von 4′ und 8 von 2′ Umfangstärke: so käme auf 1 q′ Stammgrundfläche 2025 q′ Bestandsfläche.

§. 364. Abstand der Stämme. Fig. 139.

1) Der Stämme Abstand in einem Holzbestande ist bedingt von der Größe ihrer Standräume. Je größer diese sind, desto weiter stehen die Stämme auseinander. Um den Abstand nach den Standräumen bemessen zu können, muß man diesen eine allgemeine Grundfigur beilegen. Dazu eignet sich vornehmlich das Quadrat, weil dasselbe dem natürlichen Wachsthumsraume am meisten gleichkommt, dabei die ganze Bestandsfläche auftheilt und am einfachsten ist.

Fig. 139.



2) Denken wir uns in einem gleichmäßigen Holzbestande um jeden Stamm seinen Standraum als Quadrat; nehmen wir davon zwei Stämme B und b, und nennen von dem einen, B, die Stammgrundfläche G, die Umfangstärke U, den Standraum Q und dessen Seite S; von dem andern, b, die nämlichen Größen g, u, q, s: so ist

$G : Q = g : q$ (§. 363.),
$G : g = Q : q$ (§. 62. 1.),
$U^2 : u^2 = S^2 : s^2$ (§. 171.),
$U : u = S : s$ (§. 62. 5.),
$U : S = u : s$ (§. 62. 1.).

In einem und demselben Holzbestande verhalten sich also die, den Standräumen zukommenden,

Quadratseiten S und s, wie die Stammstärken U und u.

3) Das in einem Holzbestande eben stattfindende Verhältniß der Stammstärke U zur Standraumseite S nennen wir das Abstandsverhältniß, und die auf 1 Fuß Umfangstärke kommende Standraumseite S die Abstandszahl a, oder den Abstand schlechtweg. In dem obigen Beispiele kam auf einen Stamm von 4′ U die Bestandsfläche 259,2 q′, wovon die Quadratseite $S = \sqrt{259{,}2} = 16{,}1$ q′. Das Abstandsverhältniß U : S war daher 4 : 16,1, etwa 1 : 4, und die Abstandszahl $a = \frac{S}{U} = \frac{16{,}1}{4} = 4$. Aus $\frac{S}{U} = a$ folgt $S = U \times a$ und $U = \frac{S}{a}$.

4) Der Stämme Entfernung in einem Holzbestande ergiebt sich aus den Umfangstärken und der Abstandszahl. Grenzen nämlich zwei Standräume Q und q ganz nachbarlich zusammen: so stehen die mitten in denselben befindlichen Stämme um ihre beiden halben Standraumseiten $\frac{S}{2} + \frac{s}{2} = \frac{U \times a}{2} + \frac{u \times a}{2} = \frac{U + u}{2} \times a$ auseinander. Von zwei Nachbarstämmen (Fig. 139.) B zu 4′ und b zu 3′ Umfangstärke wäre in dem Abstande 5 die Entfernung $Bo + bo = \frac{4 \times 5}{2} + \frac{3 \times 5}{2}$, zusammen $\frac{4 + 3}{2} \times 5 = 17\frac{1}{2}$.

Die Entfernung zweier Nachbarstämme ergiebt sich mithin, wenn man das arithmetische Mittel ihrer beiden Umfangstärken mit der Abstandszahl multiplizirt.

§. 365. Abstandsmessung.

1) Zur Ermittelung des Abstandes (a) je zweier Stämme dividirt man deren Entfernung $\left(\frac{U + u}{2} \times a\right)$ durch das arithmetische Mittel ihrer Umfangstärken $\left(\frac{U + u}{2}\right)$. Wäre, wie im letztern Beispiele, die gemessene Ent=

fernung 17½' und die mittlere Umfangstärke $\frac{4+3}{2} = 3\frac{1}{2}'$: so betrüge der Abstand $\frac{17\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}} = 5$, also das Fünffache des Mittelumfangs.

2) Die Auswahl zweier Stämme zur Messung eines mittlern Abstandes erfordert eine sorgfältige Beurtheilung des Standes. Nicht alle Nachbarstämme eines Bestandes finden sich in solcher Stellung, wie es eine richtige Abstandsmessung bedingt. Oft stehen sie einander zu nahe und haben einen mehr oder minder gemeinschaftlichen Standraum; öfter stehen sie zu entfernt, und es drängt sich der Wachsthumsraum eines weitern Stammes dazwischen hinein. Stehen sie mehr schräg, wie etwa q gegen B (Fig. 139.), so wäre Bp der richtige Abstand; man muß sich indeß mit der wenig abweichenden Entfernung Bq behelfen, weil im Freien der eigentliche Abstandspunkt p nicht wohl näher bestimmt werden kann. Die Entfernungen werden wagrecht und eigentlich bis zu den Mittelpunkten der beiderseitigen Stammgrundflächen genommen; nur bei schrägem Stande darf man hiervon etwas abgehen; im äußersten Falle mißt man von Umfang zu Umfang.

Zu diesen Abstandsmessungen muß man sich Stellen in dem Bestande aufsuchen, wo die Stämme nicht zu ungleich sind und von Jugend an in mehr gleichmäßiger Vertheilung gestanden haben. In der Regel ist das Mittel aus mehren Abständen zu nehmen. Fände sich z. B. zwischen folgenden Nachbarstämmen von

3	und	6'	U	die	Entfernung	19',	also	die	Abstandszahl	4,2,
2	„	4'	„	„	„	12½',	„	„	„	4,2,
5	„	3'	„	„	„	15½',	„	„	„	3,9,
4½	„	2½'	„	„	„	13½',	„	„	„	3,8:

so betrüge die Summe der Abstandszahlen 16,1
und der durchschnittliche Abstand 4.

Am genauesten ergiebt sich freilich der Abstand nach der gesammten Stammgrundfläche (§. 366. 3.).

§. 366. Allgemeiner Gebrauch des Abstandes.

1) Nach dem bekannten Abstand und der gegebenen Stammstärke eines Baumes ist dessen Standraum $S^2 = (U \times a)^2$ leicht zu berechnen. Man erhebt das Produkt der Abstandszahl mit der Umfangszahl in's Quadrat. Ein Stamm von 4′ U hat bei 5fachem Abstande zur Quadratseite seines Standraumes $4 \times 5 = 20'$; denn auf jeden Umfangsfuß kommen 5 Fuß Standraumseite, und der Standraum selbst beträgt $20^2 = 400$ q′.

2) Nach dem Abstande kann man weiter die Stammgrundflächensumme aller Stämme eines Bestandes ausrechnen. Da die Abstandszahl nämlich anzeigt, wie viel Fuß Entfernung verhältnißmäßig auf 1 Fuß Stammumfang kommen, so muß das Quadrat der Abstandszahl den Standraum bezeichnen, welcher verhältnißmäßig zu der Stammgrundfläche von 1 Fuß Umfang = 0,0796, oder abgekürzt 0,08 q′ gehört. Das Quadrat der gegebenen Abstandszahl verhält sich daher zu 0,08 q′ (d. h. der dazu gehörigen Stammgrundfläche) wie die ganze Bestandesfläche zu der darauf befindlichen, gesammten Stammgrundfläche. Wäre die Abstandszahl 4, so betrüge die Stammgrundflächensumme G eines Morgens zu 25920 q′, nach der Proportion

$$4^2 : 0{,}08 = 25920 : G,$$

$$\frac{0{,}08 \times 25920}{16} = 129{,}6 \text{ q}'.$$

Das für den 1-fußigen Stamm gefundene Verhältniß der Stammgrundfläche zum Standraume, hier $0{,}08 : 4^2$, oder $\frac{0{,}08}{4^2} = 0{,}005$, bezeichnet zugleich den Antheil, welchen die Stammgrundfläche von der Bestandesfläche überhaupt einnimmt (§. 362.).

3) Nach der Stammgrundflächensumme eines Holzbestandes, welche sich weit genauer ergiebt, wenn man die Stärken aller dazu gehörigen Stämme nach einander mißt und deren Stammgrundflächen zusammenzählt, findet man auf entgegenge-

setztem Wege den Abstand, und zwar am genauesten. Die Stammgrundflächensumme verhält sich nämlich zu der Bestandesfläche, wie die Stammgrundfläche des 1=fußigen Stammes zu dessen Standraume a^2. Diese Proportion gestaltet sich mit den Größen vom vorigen Beispiele in

$$129{,}6 : 25920 = 0{,}08 : a^2.$$

Die Quadratwurzel aus dem so berechneten Standraume ist der gesuchte Abstand, hier $\sqrt{16} = 4$.

4) Bei verschiedenem Abstande verhalteln sich die Stammgrundflächen umgekehrt wie die Quadrate der Abstandszahlen. Zu dem Abstande 4 ist (n. Ziff. 2.) die Stammgrundfläche eines Morgens $\frac{0{,}08}{4^2} \times 25920$, und zu dem Abstande 7 ist sie $\frac{0{,}08}{7^2} \times 25920$. Beide Stammgrundflächen verhalten sich also, wie $\frac{0{,}08}{4^2} : \frac{0{,}08}{7^2} = \frac{0{,}08 \times 7^2}{4^2 \times 7^2} : \frac{0{,}08 \times 4^2}{7^2 \times 4^2}$ $= 7^2 : 4^2$.

5) Nach der gegenwärtigen Abstandszahl und dem nächsten Stärkenzuwachse des Mittelstammes von einem Bestande kann man die mit zunehmender Stammstärke eintretende Abstandsveränderung leicht bemessen. Gesetzt, ein Waldbestand habe so eben 4,33=fachen Abstand, 2fußige Stammstärke und zum nächsten 10jährigen Stärkenzuwachs 0,16 Fuß im Umfang: so ist die Entfernung der Stämme $2 \times 4{,}33 = 8{,}66$ und mithin der nachherige Abstand, bei 2,16 Fuß Stammstärke, $8{,}66 : 2{,}16 = 4$. Die Abstandsveränderung steht mit dem Stärkenzuwachse in umgekehrtem Verhältnisse; denn es muß im vorliegenden Falle, bei der gleichbleibenden Entfernung von 8,66, leicht begreiflich $2 \times 4{,}33 = 2{,}16 \times 4$ sein, sich mithin $2 : 2{,}16 = 4 : 4{,}33$ verhalten.

6) Zur leichtern Bestimmung der Stammgrundflächensumme nach jeder vorkommenden Abstandszahl, oder umgekehrt, der Abstandszahl nach der Stammgrundfläche, dienen die unter 104

bis 106 angefügten Abstandstafeln, welche zu allen Abständen nicht nur die Stammgrundflächen-Antheile überhaupt, sondern auch die Stammgrundflächen mehrer Forstflächenmaße angeben. Darin findet man z. B. hinter dem Abstande 3,8 für den preuß. Morgen 142,5 q', für das baierische Tagwerk, wie für den badenschen und darmstädt'schen Morgen 220 q', und für den weimarischen Acker 197,1 q' gesammte Stammgrundfläche oder überhaupt 0,0055 von der Bestandesfläche. Leicht läßt sich der Betrag jeder andern Forstflächeneinheit zwischen den Abstand und den Stammgrundflächen-Antheil eben so einreihen.

Obschon die Abstandsmessungen leicht erhebliche Fehlschlüsse im Gefolge haben und daher nur nach vielen Untersuchungen in den Händen des unterrichteten Praktikers zu einigermaßen sichern Schätzungsergebnissen führen können, so bieten dieselben doch wenigstens ein bequemes Mittel zur ungefähren Bestimmung der Dichtheit, so wie der Stammgrundflächensumme aller Waldwüchse, bei dessen Gebrauche man nichts zu nehmen hat, als etliche Entfernungen richtig stehender Nachbarstämme. Es ist dies für die flüchtige Bestandesschätzung ein beachtenswerther Gewinn. Die augenblicklich anzusprechenden drei Bestandesfaktoren, die Abstandszahl, Bestandeshöhe und Stammform, gewähren wenigstens zuverlässigere Ergebnisse, als jede andere aus der Masse heraus gegriffene Schätzung. Ein besonderes Interesse aber gewähren nähere Untersuchungen des Abstandes oder des Stammgrundflächen-Antheiles in allen Stellungen der Waldbestände noch dadurch, daß sie zu einer tieferen Einsicht in die Wachsthumsgesetze der Wälder führen. — Hier noch einige stereometrische Anwendungen des Abstandes.

§. 367. Abstand auf die Holzanlagen angewendet.

In den Holzanwüchsen sollte der Stämme Stellung durchaus nicht dem Gerathewohl anheim gegeben sein. Zwar bedarf der junge Anwuchs, theils des förderlichen Schlusses, theils des möglichen Abganges wegen, zum vollkommenen Gedeihen ein scheinbares Übermaß der Pflanzenzahl. Diese Bedingung der anfänglichen Dichtheit dürfte man aber in der Regel nicht weiter über-

schreiten, als es die einstige Nutzbarkeit der überwachsenen Holzstämme gestattet. Das erhebliche Verdrängen dürfte nämlich dann erst eintreten, wenn das eingängige Holz eine absetzbare Stärke erreicht hätte. Nach dieser Stärke ist die anfängliche Stellung hauptsächlich zu bemessen.

Gesetzt, in einem Fichtenbestande könnte sich die Durchforstung nicht eher bezahlt machen, bis die Stämme im Durchschnitte 1¼′ Umfangstärke erreicht hätten. Wäre nun auf dem fraglichen Standorte die Abstandszahl solcher Fichtenstangen im durchforstbaren Stande 3,6: so betrüge zur Zeit der nächsten, nutzbaren Durchforstung von jedem Stamme die Quadratseite seines Standraumes 3,6 × 1¼ = 4,5′ und der Standraum selbst $4{,}5^2$ = 20,25 q′ (§. 366. 1.). So viel Fläche müßte man nun anfänglich jedem bis dahin bleibenden Stamme ungefähr zutheilen. Diesen Anforderungen entsprächen eine Geviertpflanzung mit 4½′, eine Reihenpflanzung mit 3 und 7′, oder mit 2 und 10′ Pflanzweite, deßgleichen eine noch etwas weiter gestellte, nicht zu dichte Trupp-Pflanzung, Platten- oder Streifensaat.

Nach der Abstandszahl bestimmt man ebenfalls, wiefern die Lücken schon vorhandener Aufwüchse ausgebessert werden müßten. Wäre in einem Buchenbestande dereinst die Abstandszahl 4, und sollten jetzt die Fehlstellen nur für die Hauptnutzung ausgepflanzt werden; wüßte man auch, daß bis dahin jeder Randstamm wenigstens 3 Fuß Umfangstärke erreichte: so gelangten solche Stämme in der Entfernung von 4 × 3 = 12′ noch zu vollem Schlusse (§. 364. 4.), und es dürften alle unter 12 Fuß breiten Lücken ganz unausgebessert bleiben; auf die bis zu 2 × 12 Fuß breiten brauchte aber nur je ein Pflänzling zu kommen. Hiernach ergiebt sich auch, daß die Ausbesserung der Fehlstellen weniger nach dem Flächengehalte, als nach der Breite bestimmt werden dürfte.

Zudem schätzt man mittels der Abstandszahl die künftige Holzhaltigkeit unvollständiger Holzwüchse viel sicherer, als seither; denn es läßt sich danach bemessen, wie die vorfindlichen Lücken mehr und mehr von den Randstämmen eingenommen und wie somit Bestand und Ertrag immer vollständiger werden.

§. 368. Abstand auf die Durchforstungen angewendet.

Die gewöhnliche Bestimmung des Durchforstungsangriffes, nach der Stämmezahl eines jeden Alters, ist sehr irrig, weil die rechte Stammzahl des vollen Bestandes nicht eben von dem Alter, sondern mehr von der zufälligen Stammstärke abhängt. Die Abstandszahl gewährt hierbei einen viel sicherern Anhalt.

Man bestimmt nämlich, welchen Abstand der Holzwuchs nach Maßgabe der Holzart, des Standortes, der Entstehung und Erziehung erreichen darf bis zum Eintritte der Durchforstung, und auf welchen Abstand derselbe vermittelst der Durchforstung dann wieder gesetzt werden muß. Bei der Aushauung bemißt man nun nach den Stammstärken die Entfernungen der bleibenden Nachbarstämme zu dieser Stellung. Sollte z. B. der Abstand eines eben durchforsteten Buchenstangenholzes 4,5 sein, und die bleibenden Stämme hätten im Durchschnitte 2′ Umfangstärke: so wäre die herzustellende mittlere Entfernung 4,5 × 2 = 9 Fuß (§. 364. 4.). Freilich ergiebt sich an Ort und Stelle über dem Durchforsten selbst am besten, was eben abkömmlich ist, und es dürfte, eines vorläufig bestimmten Abstandes wegen, der Bestand durchaus nicht verhauen werden. Hier handelt es sich auch nur um eine allgemein wissenschaftlich begründete Richtschnur für das Wesen dieser Hauungen.

In dem wachsenden Holzbestande mindert sich, von einer Durchforstung zur andern, der Abstand umgekehrt, wie die Stammstärke zunimmt (n. §. 366. 5.). War gleich nach vollendeter Durchforstung der Abstand 5, und soll die nächste Durchforstung wieder eintreten bei dem Abstande 4: so ist, wenn u und U die Umfangstärken bezeichnen, 4 × U = 5 × u und also 4 : 5 = u : U (§. 62). Folglich muß bis dahin

das 1=fußige Holz erst 1¼ Fuß stark werden,
das 2=fußige „ „ 2½ „ „ „
das 4=fußige „ „ 5 „ u. s. w.

Aus diesen verschiedenen Stärkenzunahmen von einem Aus=

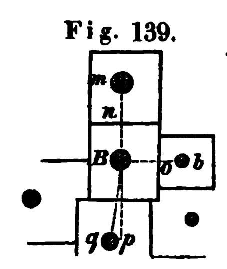
hiebe zum andern leuchtet ein, warum im jüngern, schwächern Holze die Durchforstungen weit öfter wiederkehren müssen und dringender sind, als in dem ältern, stärkern. Denn da bis zur nächsten Durchforstung der 1fußige Stamm nur ¼', der 2fußige aber ½' und der 4fußige 1' stärker werden muß: so betrüge, wenn man auch den jährlichen Stärkenzuwachs in den verschiedenen Altersstufen nur gleich annimmt, dennoch die Zwischenzeit von einer Durchforstung zu der andern in

dem 1=fußigen Holze ½ von der im 2=fußigen,
¼ von der im 4=fußigen u. s. w.

Wer nicht vermag, dies mathematisch zu beurtheilen, der kann sich keinen Begriff davon machen, wie viel er vernachlässigt und schadet durch das Versäumen der Ausforstungen gedrängter Junghölzer.

§. 369. Abstand auf die Schlagstellungen angewendet. Fig. 139.

Fig. 139.



Endlich können auch die Schlagstellungen nach dem Abstande bemessen werden. Ist nämlich die Abstandszahl nach Maßgabe der Betriebsart und des Standortes gegeben, z. B. 7 für einen Buchenschlag: so braucht man nur (n. §. 364. 4.) von einem eben zum Aushalten bestimmten Stamme B den halben Umfang mit der Abstandszahl zu multipliziren und die so gefundene halbe Seite seines künftigen Standraumes Bn oder Bo von dem Stamme aus abzumessen, den nächsten Stamm m oder b auszuwählen, dessen halbe Standraumseite daran stößt, und so mit Berücksichtigung aller übrigen Umstände weiter fortzufahren. Dieses Mittel kann zwar nicht durchgängig angewendet werden, es eignet sich jedoch zu einer bestimmteren Vorschrift, wonach man den Stand der Samen= und anderen Oberbäume überhaupt bemessen kann.

Nach dem verschiedenen Abstande läßt sich auch das Ver=

bis 106 angefügten Abstandstafeln, welche zu allen Abständen nicht nur die Stammgrundflächen=Antheile überhaupt, sondern auch die Stammgrundflächen mehrer Forstflächenmaße angeben. Darin findet man z. B. hinter dem Abstande 3,8 für den preuß. Morgen 142,5 q', für das baierische Tagwerk, wie für den badenschen und darmstädt'schen Morgen 220 q', und für den weimarischen Acker 197,1 q' gesammte Stammgrundfläche oder überhaupt 0,0055 von der Bestandesfläche. Leicht läßt sich der Betrag jeder andern Forstflächeneinheit zwischen den Abstand und den Stammgrundflächen=Antheil eben so einreihen.

Obschon die Abstandsmessungen leicht erhebliche Fehlschlüsse im Gefolge haben und daher nur nach vielen Untersuchungen in den Händen des unterrichteten Praktikers zu einigermaßen sichern Schätzungsergebnissen führen können, so bieten dieselben doch wenigstens ein bequemes Mittel zur ungefähren Bestimmung der Dichtheit, so wie der Stammgrundflächensumme aller Waldwüchse, bei dessen Gebrauche man nichts zu nehmen hat, als etliche Entfernungen richtig stehender Nachbarstämme. Es ist dies für die flüchtige Bestandesschätzung ein beachtenswerther Gewinn. Die augenblicklich anzusprechenden drei Bestandesfaktoren, die Abstandszahl, Bestandeshöhe und Stammform, gewähren wenigstens zuverlässigere Ergebnisse, als jede andere aus der Masse heraus gegriffene Schätzung. Ein besonderes Interesse aber gewähren nähere Untersuchungen des Abstandes oder des Stammgrundflächen=Antheiles in allen Stellungen der Waldbestände noch dadurch, daß sie zu einer tieferen Einsicht in die Wachsthumsgesetze der Wälder führen.—Hier noch einige stereometrische Anwendungen des Abstandes.

§. 367. Abstand auf die Holzanlagen angewendet.

In den Holzanwüchsen sollte der Stämme Stellung durchaus nicht dem Gerathewohl anheim gegeben sein. Zwar bedarf der junge Anwuchs, theils des förderlichen Schlusses, theils des möglichen Abganges wegen, zum vollkommenen Gedeihen ein scheinbares Übermaß der Pflanzenzahl. Diese Bedingung der anfänglichen Dichtheit dürfte man aber in der Regel nicht weiter über=

In jenem Falle ist 0,367 und in diesem ist 0,277 der Schirmflächen-Antheil.

Der Abstand ist das einzige Mittel, durch welches die natürliche Dichtheit der verschiedenen Waldbestände und die wirthschaftlichen Stellungen der Holzwüchse sicher und anschaulich ohne Bezug auf örtliche Flächenmaße bemessen werden können. Weder Stämmezahl noch Schirmfläche sind hierzu recht brauchbar, und überdies ohne gegebene Bestandesfläche gar nicht anwendbar *).

2. Schätzung der Bestandesgüte.

§. 370. Schätzungsmethoden.

Zur Ermittelung des Massengehaltes ganzer Waldbestände giebt es wesentlich drei Verfahrungsarten: die Auszählung aller Stämme, die Probenschätzung und die bloße Massenschätzung.

1) Die Bestandesauszählung geht speziell auf die Massenschätzung des einzelnen Stammes oder zusammengefaßter Stammklassen ein, und wendet dabei, je nach dem Zweck und den Mitteln, entweder ein genaueres oder mehr ungefähres Verfahren an.

a) Die genaue Bestandesauszählung faßt die vorfindlichen Stämme nach geeigneten Klassen zusammen, bestimmt von jeder

α) entweder die Gehaltsfaktoren G, H und f möglichst genau, um darnach den Massengehalt mit Hülfe der Gehaltshöhen-Stamm- oder Massentafeln zu berechnen,

β) oder sie wählt Mittelstämme für jede Klasse aus, welche der Massenberechnung zu Grunde gelegt werden.

---

*) Der Verfasser dürfte wohl zuerst die Stammgrundfläche und den Abstand auf die Schätzung und Stellung der Waldbestände angewendet haben. Diesen Gegenstand hatte er schon durch eine große Reihe von Versuchen begründet, als er denselben im Jahre 1823 in Laurop's Jahrbüchern der Forstwissenschaft. I. Hft. 2. S. 108. 117. berührte.

b) Die ungefähre Bestandesauszählung begnügt sich mit summarischer oder durchschnittlicher Bestimmung der Gehaltsfaktoren, und kann in verschiedener Weise ausgeführt werden:

α) durch unmittelbares Ansprechen nach dem Klaftergehalte (Okularschätzung) oder

β) durch Ansprechen nach Größenklassen oder Größenverhältnissen.

2) Die Probenschätzung sucht auf kleineren ausgewählten Probeflächen den Massengehalt und schließt von diesem, nach Verhältniß der Flächen, auf das Ganze.

3) Die bloße Massenschätzung geht nicht speziell auf Ermittelung der einzelnen Gehaltsfaktoren ein, sondern faßt gleich summarisch die Masse selbst ins Auge. Sie zerfällt

a) in die Abschätzung nach Waldmassentafeln,

b) nach Erfahrungstafeln,

c) nach dem Augenmaß.

§. 371. Gehaltsfaktoren der Holzbestände.

Zur wesentlichen Grundlage dieser verschiedenen Schätzungsmethoden dienen immer die Gehaltsfaktoren, die Stammgrundfläche G, die Scheitelhöhe H und die Form f, mögen sie nun unmittelbar oder mittelbar in ihrem Produkte als Massenhaltigkeit M angewendet werden. Wir bemerken darüber im Allgemeinen noch Folgendes:

Wenn ein Holzbestand aus n gleichen Stämmen zusammengesetzt wäre, so würde sein Massengehalt $M = n \times (G \times H \times f)$ sein; denn der Gehalt jedes einzelnen Stammes gleicht $G \times H \times f$ (§. 343). Denkt man sich alle Stämme des Bestandes in eine einzige Stammgrundfläche nG zusammengerückt, so erhält man den gleichen Werth $nG \times H \times f$. Wären die Stämme auch ungleich, und drückte G anstatt nG ihre gesammte Stammgrundfläche, H ihre mittlere Scheitelhöhe und f ihre mittlere Form aus: so wäre leicht begreiflich $G \times H \times f$ der gesammte Massengehalt des Bestandes, ebenso wie der des einzelnen Baumes.

Die verständige Anwendung der Faktoren G, H, f bei der Waldbestandesschätzung beseitigt eine Menge Irrthümer und Unbehülflichkeiten in der Forsttaxation, die dadurch veranlaßt wurden, daß man immer nur ihr Produkt aus der Masse unmittelbar aufgriff, und nicht die viel sichrern Faktoren einzeln erforschte und feststellte.

1) Die gesammte Stammgrundfläche G ist der wichtigste Faktor jeder Bestandesschätzung (§. 343.) und der einzige, welcher durch unmittelbare Messung bestimmt werden kann. Ihr Antheil von der Bestandesfläche, der nicht leicht über 0,008 steigt, drückt zugleich die Dichtheit des Bestandes aus und gewährt als Maß des Waldschlusses nicht nur der Holzschätzung, sondern auch der ganzen Holzerziehung eine ungemeine Gründlichkeit.

Die in einem Bestande vorfindliche mittlere Stammesgrundfläche entspricht übrigens nicht geradehin auch der mittlern Umfangs= oder Durchmesserstärke (§. 171. 4.); sie geht hervor durch Theilung der Stammgrundflächensumme mit der Stämmezahl.

2) Die Scheitelhöhe H eines Holzbestandes kann wenigstens mittelbar gemessen werden. Sie ist für die Bestandesschätzung sehr wichtig, indem sich die Bestandesmassen bei gleicher Stammgrundfläche ziemlich verhalten wie die Bestandeshöhen.

Die Mittelhöhe gleicht nicht dem arithmetischen Mittel zwischen der höchsten und der niedrigsten Scheitelhöhe im Bestande, sondern sie ist die geometrische Durchschnittszahl, der Quotient $\frac{M}{G \times f}$. Fänden sich z. B.

75 größere Stämme von 1,2 G, 80 H und 0,56 f,
25 geringere dazwischen von 0,8 G, 60 H und 0,6 f:

so wäre die mittlere Bestandeshöhe nicht $\frac{80+60}{2} = 70$, sondern 76,15. Denn

$$\begin{array}{l} 75 \times 1{,}2 \times 80 \times 0{,}56 = 4032 \\ 25 \times 0{,}8 \times 60 \times 0{,}6 \;\; = \;\; 720 \\ \hline \underbrace{\quad\quad}_{G} \times H \times f = 4752 = M. \end{array}$$

$$75 \times 1{,}2 \times 0{,}56 = 50{,}4$$
$$25 \times 0{,}8 \times 0{,}6 = 12$$
$$\underbrace{}_{G} \times f = 62{,}4.$$

Daher $\frac{M}{G \times f} = \frac{4752}{62{,}4} = 76{,}15$ . .

Um also die eigentliche Mittelhöhe eines geschätzten Bestandes auszurechnen, addirt man die Produkte der Stammgrundflächen und Formzahlen aller abgetheilten Stammklassen und dividirt mit dieser Summe G × f in die Bestandesmasse M. Bei gleichwüchsigen Beständen findet man diese wirklichen Durchschnittshöhen H meist an den Stämmen, welche die zweite Höhenklasse bilden.

3) Die mittlere Formzahl f eines Holzbestandes ist ebenfalls die geometrische Durchschnittszahl aus allen Stammklassen, der Quotient $\frac{M}{G \times H}$. In dem vorigen Beispiele wäre die auszumittelnde gemeinschaftliche Formzahl keineswegs $\frac{0{,}56+0{,}6}{2}$ $= 0{,}58$, sondern $0{,}5657$. Es ist nämlich $G \times H \times f = 4752$ und $G \times H = 8400$, also $f = \frac{4752}{8400} = 0{,}5657$.

4) Des Bestandes Massenhaltigkeit M oder der auf die Forstflächeneinheit kommende, mittlere Massengehalt geht hervor, wenn man die ganze Bestandesmasse durch die Bestandesfläche dividirt. Enthielte z. B. ein 20 Morgen großer Buchenschlag noch 30000 c′ Besamungsholz, so betrüge die Massenhaltigkeit seines Bestandes $\frac{30000}{20} = 1500$ c′.

5) Die Bestandesmasse M mit ihrem laufenden Jahreszuwachse z begründet die eigentliche Bestandesgüte. z wird entweder gleich nach der Zuwachsmasse selbst, oder erst in Prozenten des Massengehaltes bestimmt. Findet sich der Bestand, wie fast immer, nicht aus gleichen Stämmen zusammengesetzt, so sind darin auch die Zuwachsverhältnisse ungleich, und der fragliche gesammte Zuwachs muß speziell von jeder Stammklasse besonders ausgerechnet werden. Der altersdurchschnittliche und der periodische Zuwachs kommen hierbei eigentlich nicht zur Frage.

A. Die Bestandesauszählung.

a. Von der genauen Bestandesauszählung.

§. 372. Überhaupt.

Bei einer größern Bestandesauszählung ist es nicht wohl thulich, jeden einzelnen Stamm nach Holzgattung, Stärke, Höhe, Form und Zuwachs besonders anzusprechen; es verursachte dies eine viel zu mühsame Arbeit. Man faßt daher auch bei der genauen Bestandesauszählung die vorfindlichen Stämme in Gattungs- und Stärkeklassen zusammen und ermittelt von jeder den wichtigsten Faktor, die Stammgrundfläche G, genau, bestimmt aber die übrigen minder wichtigen Gehaltsfaktoren bloß durchschnittlich.

Zuerst trennt man die Holzgattungen, sofern sie verschieden sind an Wuchs und Werth. Dann sondert und mißt man die Stämme nach den Stammstärken, weil diese unter den Gehaltsfaktoren die meiste Genauigkeit erfordern, am leichtesten gemessen und bestimmt werden können, demnächst auch der Sorten- und Zuwachsschätzung zum Anhalt dienen und das Eintragen der Stämme mit einfachen Strichen gestatten. Zu den angenommenen Stärkeklassen ermittelt man die Mittelhöhen, und zu diesen wieder die passenden Form- und Zuwachsgrößen. In Bestandesabtheilungen mit wechselndem Wuchse scheidet man mittels gezogener Furchen oder gesteckter Zweige diejenigen Untertheile ab, die bei derselben Stammstärke eine andere Höhe haben, und behandelt jedes dieser Bestandesstücke für sich. Endlich werden die gesuchten Gehalts- und Zuwachsergebnisse ausgerechnet.

§. 373. Zählung der Stämme nach der Stärke.

Man mißt alle Stämme, wie sie vorkommen, nach ihrer Stärke und trägt einen jeden unter seine, nach Wuchs und Werth gesonderte Holzgattung. Die Stammstärken werden entweder nach dem Umfange oder nach dem Durchmesser gemessen. Bei Anwendung des Umfanges mißt man nach Fußen,

und zwar unter 3 in Viertelfußen, zwischen 3 und 6 in halben und über 6 in ganzen Fußen abgestuft; die dadurch entstehenden *Stärkeklassen* oder *beständigen Auszählstärken* sind gleich auf dem Spannmaße auszuzeichnen. Die Durchmesserstärken dagegen werden nach Zollen bemessen.

Die vorzurichtenden Auszählzettel bekommen von oben herein Abtheilungen für die darüber zu nennenden Holzgattungen, deren Scheidelinien schräg gezogen werden können, je nachdem die eine Holzgattung mehr in Starkholz besteht, als die andere, und worin man noch die überwachsenen oder sonst abkömmlichen Stämme von den herrschenden sondert. Vorn herunter stehen vor eigenen Querspalten alle Umfangs- oder Durchmesserzahlen der gewöhnlichen Stärkeklassen. Für seltene Stärken und Stämme, wie etwa einzelne alte Oberbäume, läßt man unten wohl noch einen besondern Raum offen *).

Die Auszählenden gehen immer nach einerlei Richtung und paarweise. Der Eine mißt (n. §. 346.), ruft und reißt an; der Andere giebt darauf Acht und trägt ein. Bei größerer Ausdehnung der Bestandesstücke zählen mehre Paare neben einander, und ein Obmann leitet das ganze Geschäft, überwacht insbesondere die richtige Zeichnung der ausgezählten Stämme und Breiten. Jeder Stamm, dessen Stärke eben zwischen zwei Stärkeklassen fällt, wird in die nächst höhere oder niedere gesetzt, zu der ihn die beziehliche Völligkeit seiner Höhe und Form mehr eignen. Beim Eintragen kommen je fünf Stammstriche vermittelst des fünften, schräg gelegten in Eins (||||). Auf solche Weise kann die Stämmezahl jeder Stärkeklasse leicht zusammengezählt und zur weitern Bestandesaufnahme verwendet werden.

---

*) Bei Auszählungen im Kleinen, die mehr Genauigkeit erfordern und gestatten, nimmt man wohl auch für jede Stärkeklasse in voraus mehre Höhenklassen an und setzt dann für jeden Stamm einen Strich hinter die *gemessene* Stärke und die *besonders geschätzte* Höhe. Man könnte auch jeden Stamm mittels seiner Höhenzahl eintragen, dann zu jeder Stärkeklasse die Höhensumme suchen, mit der durchschnittlichen Formzahl multipliziren und nach der so gefundenen Gehaltshöhensumme gleich den Massengehalt der ganzen Stammklasse aufschlagen.

§. 374. Durchschnittliche Höhen-, Form- und Zuwachs-Bestimmung.

Für alle Stärkenklassen jeder gesonderten Holzgattung ermittelt nun der Schätzer an mehren wohl ausgewählten Probestämmen durchschnittliche Höhen-, Form- und Zuwachsgrößen und trägt sie sogleich in sein Auszählbuch. In dieses kommen voran die von den abgegebenen Auszählzetteln summirten Stämmezahlen und Stärken jeder Holzgattung als Ergebnisse der Zählung; dann folgen die Scheitelhöhen und Formen, der Stärken- und Höhenzuwachs, alle vier in doppelten Spalten, die eine zu den vorläufigen Untersuchungen, die andere zu den entschieden ausgeworfenen Durchschnittsgrößen.

1) Die Scheitelhöhen werden in Höhenstufen von 5 zu 5 Fuß hinter die Stärken gesetzt. Man trägt zuerst die an Probestämmen (n. §. 347.) gemessenen Höhen einzeln ein, wie sie sich wirklich ergeben, gleicht sie dann noch aus, nach allgemeiner Beurtheilung der dem Auge sich darbietenden Höhenverschiedenheiten, und bestimmt wo möglich für zwei oder drei Stärkeklassen zusammen eine gemeinschaftliche Höhenklasse, um sich die Bestandesausrechnung so viel als thulich zu erleichtern.

2) Die Formzahlen oder die Formklassen werden zuvörderst an denselben Probestämmen (n. §. 348.) geschätzt und einzeln eingetragen, dann nach der im Bestande vorfindlichen allgemeinen Stammform für die angenommenen Höhenklassen folgerecht ausgeglichen berichtigt und darnach die Formklasse bestimmt.

3) Da der Stärkenzuwachs mitunter sehr abweichend erscheint, so ist bei dessen Ausmittelung (nach §§. 357. 359. 6.) nicht nur eine vorsichtigere Auswahl geeigneter Probestämme von verschiedener Stärke, sondern auch eine zahlreichere Untersuchung und sorgfältigere Vergleichung und Berichtigung für alle Höhenklassen erforderlich.

4) Der jüngste Höhenzuwachs wird selten unmittelbar an dazu gefällten Probestämmen gemessen, sondern mehr nach dem Augenmaße mit Beurtheilung der Wachsthumsverhältnisse und nach Erfahrungen angesprochen. Man setzt denselben für

jede Höhenklasse zunächst in Zollen an und bestimmt darnach, auch wohl gleich unmittelbar die zugehörige Höhenzuwachsklasse (§. 359. 7.) *).

Diese mittleren Scheitelhöhen, Formzahlen, Stärken- und Höhenzuwachsgrößen der verschiedenen Stärkeklassen eines Holzbestandes sind zwar meist aus verschiedenen Wachsthumsverhältnissen hervorgegangen; dennoch finden sie sich fast überall in ziemlich stetigen, ausgleichbaren Reihen. Es ist indeß nicht leicht, das Gesetz dieser Reihen natürlich und mathematisch richtig aufzufassen und danach die erschienenen Abweichungen zu berichtigen.

§. 375. Ausrechnung der Bestandesgüte.

In dem ersten zur Bestandesaufnahme bestimmten Theile des Schätzungsbuches werden zuvörderst die Ergebnisse der Auszählung aus dem Auszählbuche unter dieselben Überschriften getragen, nämlich: Holzgattung, Stämmezahl, Stärke (U oder D), Scheitelhöhe, Formklasse, Stärken- und Höhenzuwachs. Dahinter kommen dann weiter, als Ergebnisse der Bestandesausrechnung: die gesammte Stammgrundfläche und Bestandsmasse mit der Zuwachsmasse. Ein hinterer, offener Raum jeder Seite dient zur Rechnung selbst.

1) Die Stammgrundfläche aller Stämme jeder Stärkeklasse in Quadratfußen findet man am leichtesten mittels der Walzentafeln 2 bis 64. Die 1 Fuß lange Walze hat nämlich für ihre Stammgrundfläche in q′ (= G) und für ihren In-

*) Schema zum Auszählbuch.

Holzgattung.	Stammzahl.	Umfang.	Höhe, Fuß, wirkliche.	Höhe, Fuß, durchschnittl.	Form, Formzahlen.	Form, Formklasse.	Stärkenzuwachs, wirklicher.	Stärkenzuwachs, durchschnittl.	Höhenzuwachs, wirklicher.	Höhenzuwachs, durchschnittl.
Buchen.	28	$1\frac{3}{4}$	68 . 70		0,55 . 0,59		$\frac{1}{14} \cdot \frac{1}{12}$		5″ . $5\frac{1}{2}$″	
	22	2	73 . 69	70	0,61 . 0,58	II.	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	4″ . 5″	$\frac{1}{8}$
	20	$2\frac{1}{4}$	65 . 72		0,57 . 0,59		$\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{13}$		3″ . $4\frac{1}{2}$″	
	18	$2\frac{1}{2}$	74		0,56		$\frac{1}{10}$		5″	
	14	$2\frac{3}{4}$	80 . 72	75	0,60 . 0,53	II.	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{11}$	$\frac{1}{10}$	$3\frac{1}{2}$″ . $4\frac{1}{2}$″	$\frac{1}{8}$
	8	3	77		0,58		$\frac{1}{9}$		4″	
			u.	f.	w.					

halt in c' (= G × 1) ganz gleiche Zahlen; mithin steht in den Tafeln neben n Fuß Länge auch die Stammgrundflächensumme von n Stämmen derselben Stärke; z. B.

28	Stämme zu	1¾' U	haben zur Stammgrundfläche	6,82 q',
22	„ „	2	„ „ „ „ „	7,00 „
20	„ „	2¼	„ „ „ „ „	8,05 „
70	„ „	1¾ bis 2¼	„ „ „	21,87 q'.

Wären diese drei Stärkeklassen für gleiche Weiterbestimmungen zu einer Höhenklasse zusammen gefaßt, so trüge man ihre gemeinschaftliche Stammgrundfläche mit 21,87 q' ein.

2) Die Bestandesmasse jeder Höhenklasse ergiebt sich in dem Produkte ihrer Stammgrundfläche mit der Gehaltshöhe aus den Tafeln 66 bis 72. Hätte man zu obiger Höhenklasse, etwa von Buchen, 70' mittlere Scheitelhöhe und die II. Formklasse angenommen: so betrüge die Gehaltshöhe 40,55 und der Massengehalt 21,87 × 40,55 = 886,8 c'.

3) Die Zuwachsmasse wird nach den in den Holzzuwachstafeln 88 bis 102 aufzusuchenden Zuwachs-Prozenten berechnet. Bei 2,72 pCt. ergäben sich für den vorliegenden Fall $\frac{886{,}8 \times 2{,}72}{100} = 24{,}1$ c' laufender Holzzuwachs. Faßt man mehre Stärkeklassen in eine Höhenklasse zusammen, so sind die mittleren Zuwachsprozente nicht eben nach der mittlern Stärke oder gar nach dem arithmetischen Mittel, sondern nach Maßgabe der verschiedenen Stammgrundflächenantheile zu bestimmen. Z. B. Man hätte in eine Höhenklasse zusammengefaßt:

12 St. zu 3' U = 8,59 q' G, mit $\frac{1}{10}$ Stärkez., ½ Höhenz. = 2,18 %
28 „ „ 3½' „ = 27,29 „ „ „ „ „ = 1,86 %
40 „ „ 4' „ = 50,92 „ „ „ „ „ = 1,63 %,

so ist das mittlere Zuwachs-Prozent nicht 1,86, auch nicht $\frac{2{,}18 + 1{,}86 + 1{,}63}{3} = 1{,}89$, sondern:

$$\begin{array}{l} 8{,}59 \times 2{,}18 = 18{,}73 \\ 27{,}29 \times 1{,}86 = 50{,}76 \\ \underline{50{,}92} \times 1{,}63 = \underline{82{,}99} \\ 86{,}70 \qquad\qquad\quad 152{,}48. \end{array} \quad \text{und} \quad \frac{152{,}48}{86{,}7} = 1{,}75\ \%.$$

Am unwachsbaren Holze, das besonders ausgerechnet wird, kommt gar kein Zuwachs in Betracht.

4) Zum Schlusse werden von jeder gesonderten Holzgattung und vom Ganzen die Ergebnisse summirt, an Stammgrundflächensumme, Bestandes- und Zuwachsmasse. Aus den beiden letztern berechnet man wohl noch die durchschnittlichen Zuwachsprozente. Fänden sich z. B. an 3204,3 c' Bestandesmasse 55,3 c' Zuwachs, so ergäbe das 1,72 pCt. Aus der nun bekannten Gesammtmasse jeder Holzgattung und jeder Stärkeklasse kann endlich nach geeigneten Verhältnißzahlen und Preisen der Sortengehalt und Geldwerth ausgeworfen werden *).

§. 376. Anwendung der Stamm- oder Massentafeln statt der Gehaltshöhentafeln.

Wendet man statt der Gehaltshöhentafel — Stammtafeln (§. 350.) an, so ist das Verfahren ganz dasselbe; nur braucht man nicht erst die Grundfläche, und dann nach dieser und der mittleren Gehaltshöhe die Masse aufzusuchen, sondern entnimmt diese ohne Weiteres pro Stamm aus der Stammtafel, und findet durch Multiplikation derselben mit der Stammzahl die Ge-

---

*) Schema zur Bestandes-Aufnahme.

Holzgattung.	Stamm-zahl.	D. Zoll.	H. Fuß.	f. Klasse.	Stärken-Zuwachs.	H. Zuwachs.	Stm. G. Q. Fuß.	Best. M. K. Fuß.	M. Zuwachs. pCt.	M. Zuwachs. Kfuß.	Berechnung.
Buchen	28	$1\frac{3}{4}$									
	22	2	70	II.	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	21,87	886,8	2,72	24,1	
	20	$2\frac{1}{4}$									
	18	$2\frac{1}{2}$									
	14	$2\frac{3}{4}$	75	II.	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}$	23,09	997,5	2,37	23,6	
	8	3									
	110	—	—	—	—	—	44,96	1884,3	—	47,7	
Eichen	2	5									
	3	$5\frac{1}{2}$	75	II$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{4}$	22,64	1061,1	0,66	7,0	
	4	6									
	1	9	60	III.	$\frac{1}{24}$	0	6,44	258,9	0,24	0,6	
	10	—	—	—	—	—	29,08	1320,0	—	7,6	
Summe	120	—	—	—	—	—	74,04	3204,3	1,72	55,3	

sammtmasse *). Hat man dabei mehre Stärkeklassen in eine Höhenklasse zusammengefaßt, so sucht man das mittlere Zuwachsprozent nach Maßgabe der verschiedenen Massenantheile (vergl. §. 375. 3.).

§. 377. Schätzung nach Mittelstämmen.

Man zählt wie bei der genauen Bestandesauszählung die sämmtlichen Stämme eines Bestandes aus, jedoch ohne weitere Höhen- und Formbestimmung; sucht statt dessen aber klassenweis Mittel- oder Musterstämme, deren Masse als Einheit der betreffenden Klasse in Rechnung gestellt wird. Für die Bestimmung des Mittelstammes giebt es zwei Methoden:

1) Man dividirt die gesammte Stammgrundfläche einer Klasse durch die Stammzahl, findet somit im Quotienten die Grundfläche des Mittelstammes, zu welcher man die Stärke (U od. D) aufschlägt. Nun sucht man derartige Probestämme in mehren Exemplaren im Bestande auf, die zugleich in Höhe und Form als Musterstämme gelten können, läßt solche fällen, bestimmt deren Masse und legt diese als Einheit der betreffenden Klasse zu Grunde. Z. B. 56 Stämme einer Klasse hätten 100 q′ Stammgrundfläche, der Mittelstamm folglich $\frac{100}{56} = 1{,}77$ q′. Dazu gehören 18″ Durchmesser oder nahe 56,5″ Umfang. Ergeben nun vier Probestämme von dieser Stärke zusammen 260 c′ oder pro Stamm 65 c′, so ist die ganze Masse $56 \times 65 = 3640$ c′ **).

Wiche der eine oder andere Probestamm etwas von dem Mittelstamme in der Stärke ab, so berichtigt man seinen Inhalt nach dem Verhältnisse des Quadrats der beiderseitigen Stammgrundflächen. Hätte z. B. einer jener vier Probestämme nicht

*) Das Schema für die Bestandesaufnahme ändert sich darnach entsprechend ab, und enthält die Rubriken: Holzgattung, Stärke (U od. D), Stammzahl, Höhe; Masseninhalt: eines Stammes — aller Stämme.

**) Das Schema für die Bestandesaufnahme könnte die Rubriken erhalten: Holzgattung; Zoll Durchmesser; Stammzahl; Stammgrundfläche q′; des Mittelstammes: berechneter Durchmesser, Zoll —, ermittelter Durchschnittsgehalt c′; Massengehalt aller Stämme c′.

18″, sondern 19″ Durchmesser mit 72 c′ Masse gehabt, so ergiebt sich für den Mittelstamm:

$$19^2 : 18^2 = 72 : 64{,}6 \text{ c}'.$$

2) Man stellt in voraus Stärkeklassen nach den Extremen der vorkommenden Stammstärken, etwa von 4 zu 4 Zoll Durchmesser, fest und nimmt als Mittelstämme für jede Klasse solche an, deren Stärke dem arithmetischen Mittel der zu einer Klasse gehörigen Durchmesser entspricht. Der ermittelte Normalgehalt eines solchen Musterstammes wird dann so viel mal gesetzt, als der Durchmesser desselben in der Summe der gemessenen Durchmesser enthalten ist. Z. B.

Für die Klasse von 12 bis 16″ Durchmesser hat der Musterbaum $\frac{12+13+14+15+16}{5} = 14''$ Durchmesser. Dessen Normalgehalt sei zu 40 c′ ermittelt. Wären nur in diesen Klasse 80 Stämme mit der Durchmessersumme von 1150″ ausgezählt, so werden statt 80 nunmehr $\frac{1150}{14} = 82$ Stämme gesetzt und der gesammte Massengehalt demnach zu $82 \times 40 = 3280$ c′ berechnet*).

Je weiter die Stammstärken auseinanderliegen, um so mehr Klassen sind zu bilden und folglich um so mehr Mittelstämme zu untersuchen; für Bestände von geringer Stärkendifferenz, z. B. in Stangen- und Mittelhölzern, genügt auch wohl die Aufstellung eines einzigen Mittelstammes. Im Allgemeinen liefert die Schätzung nach Mittelstämmen ziemlich genaue Resultate und empfiehlt sich besonders für gleichwüchsige und jüngere Bestände, da hier weniger Mittelstämme zu bilden sind und das Fällen weniger Arbeit verursacht.

b. Von der ungefähren Bestandesauszählung.

§. 378. Auszählung nach dem unmittelbar geschätzten Klaftergehalte.

Man durchgeht den ganzen Bestand in Linie und schätzt (n. §. 356.) von jedem Stamme sogleich nach dem Augenmaß

---

*) Das Schema zur Bestandesaufnahme wäre etwa zu formuliren: Holzgattung; Zoll Durchmesser; Stammzahl; des Mittelstammes: mittler Durchmesser, Zoll —, Inhalt c′; — Durchmesser Summe; berechnete Stammzahl; Massengehalt aller Stämme c′.

den Derb= und Knüppelholzgehalt nach Klaftern, oder nach dem sonst dafür gebräuchlichen Holzmaße, und zwar in dem Augenblicke, wo ihn die Linie zu dem mit fortschreitenden Nebenmanne trifft. Dabei müssen die Auszählenden gehörig Richtung und Zwischenraum halten und nur nach einer Seite hin sehen. Auf dem Auszählzettel stehen vorn die anzusprechenden Klaftergehalte, wonach man die Stämme einzeln einträgt. Das dabei vorkommende geringere Holz überschlägt man in zusammengefaßten Gruppen und setzt es eben auch klafterweise mit an. Der so geschätzte ganze Klaftergehalt ergiebt sich von selbst. Der wahrscheinliche Sortengehalt ist theils in der gefundenen Klaftersumme mit begriffen, wie das Nutzholz, theils derselben anhängend, wie das Stock= und Reisholz, und wird nach geeigneten Verhältnißzahlen ausgeworfen.

Dieses Verfahren ist durch das ungefähre Schätzen des Stammgehaltes an sich schon weniger genau (§. 356.), wird aber durch die verschiedenen Entfernungen der Auszählenden von den Stämmen, durch das leicht mögliche Verfehlen mancher Stämme noch ungewisser und ist, im Großen angewandt, sehr anstrengend, so daß leicht die unerläßliche Aufmerksamkeit schwindet. Indessen bleibt dasselbe wegen der leichten Ausführbarkeit bei flüchtiger Schätzung zerstreuter Baumhölzer noch immer vorzüglich, zumal für Solche, die mit der genaueren Bestandesschätzung unbekannt sind, wohl aber für die Okularschätzung sich durch vielfache Übung einen erfahrenen Blick angeeignet haben. Freilich gewährt es bei schärferen Ertragsschätzungen, besonders mit Zuwachsermittelungen, keinesweges eine so sichere Grundlage, als unsere Gehaltsfaktoren.

§. 379. Auszählung nach Größenklassen und Größenverhältnissen.

1) Auszählung nach Größenklassen. Man theilt die vorfindlichen Stammgrößen vorher in Klassen und spricht jeden Stamm, ohne weiter die Stärke zu messen, sogleich nach der auf dem Auszählzettel mit I., II., III., IV. . . . vorgezeichneten Größenklasse an. Diese Klassen haben gewöhnlich eine viel zu große Abstufung; dabei irrt auch das Auge sehr leicht in der

bloß auf Vergleichung beruhenden Klassenbestimmung, wo zumal die Auszählung unmerklich in andere Stammgrößen übergeht, was doch öfters der Fall ist. Für jede Stammklasse sucht man entweder gleich anfänglich einen Mittelgehalt, oder bestimmt solchen nachträglich an stehenden oder gefällten Bäumen nach beendigter Auszählung. Letzteres ist weniger sicher, das ganze Verfahren aber nur bei mehr gleichwüchsigen Beständen, die wenig Klassen erfordern, anwendbar und gewährt überdies eine geringe Sicherheit, die mit dem unbedeutenden Zeitgewinn, im Vergleich zum genauern Auszählen, in keinem Verhältniß steht.

2) Auszählung der bloßen Stämmezahl nebst dem Größenverhältnisse. Man könnte auch die Stämme vorweg bloß zählen, nachher auf einem gut ausgewählten Probestriche das in der Gesammtzahl Statt findende Größenverhältniß noch durch eine besondere Nebenzählung suchen und hiernach den Massengehalt der ganzen Anzahl auswerfen. Dieses Verfahren erforderte freilich eine große Gleichmäßigkeit in Allem und dürfte selten einen andern Gebrauch finden, als zur Erweiterung der Theorie. Noch gesuchter erscheint dem Praktiker die neuere Anweisung: bloß eine Linie durch den Bestand zu messen und nach den von dieser berührten Stämmen das Ganze zu absolviren.

B. Die Probenschätzung.

§. 380. Überhaupt.

Die Schätzung ganzer Holzbestände vermittelst genommener Probestücke erfordert zunächst die Kenntniß der Bestandesfläche; denn der gesuchte Massengehalt vom Ganzen wird nach der im Probestücke gefundenen Holzhaltigkeit berechnet. Die Bestandesprobe ist das Maß zum ganzen Holzbestande.

Bei Auswahl der Probe hat man den Holzbestand durchgängig zu besichtigen und nöthigen Falls in gleichmäßigere Bestandesstücke abzutheilen. Von jeder, als ein Ganzes zu betrachtenden Bestandesabtheilung müßte die Probe eigentlich so genommen werden, daß die Stammgrundflächen, Holzgattungen, Stammstärken, Scheitelhöhen, Stammformen und Wachsthumsverhältnisse dem Ganzen

vollkommen entsprechen. Es ist keineswegs leicht, eine so recht passende Probe aufzufinden; je genauer man den Holzbestand im Innern untersucht und vergleicht, desto auffallender erscheinen die darin befindlichen Ungleichheiten. Wo eine genügende Gleichheit nicht aufzufinden ist, *müssen die zur Probe dienenden Bestandtheile und Größen dem ganzen Bestande berichtigend angepaßt werden.* Vornehmlich muß die Stammgrundfläche im Ganzen und in ihren Theilen dem Bestande genau entsprechen. Stand, Gruppirung und Verbreitung der Stämme sind daher scharf in's Auge zu fassen. Größere Lücken und Blößen innerhalb des Bestandes überschlägt man und rechnet sie von der einbezirkten Ortsfläche gänzlich ab, damit nicht ein verhältnißmäßiger Theil davon auch in die Probe gezogen werden muß.

Enthält eine eben abgesonderte Bestandesabtheilung in sich noch verschiedene Gruppen, oder wollte man sogleich für den ganzen Bestand eine durchschnittliche Probe ausmitteln: so muß die Probe genau das Flächenverhältniß der Bestandesverschiedenheiten in sich fassen. Hätte z. B. der Bestand a) 60 Mg. zu 1200 c', b) 20 Mg. zu 1800 c', c) 10 Mg. zu 2700 c': so müßten die Theile der Probefläche von a, b und c sich verhalten wie 6, 2 und 1; denn die mittlere Massenhaltigkeit ist

$$\frac{(60 \times 1200) + (20 \times 1800) + (10 \times 2700)}{90}$$

$= (\frac{6}{9} \times 1200) + (\frac{2}{9} \times 1800) + (\frac{1}{9} \times 2700) = 1500$ c'. Wollte man hier drei *gleiche* Theile zur Probefläche nehmen, wo die Bestandesverschiedenheiten nicht gleiche Ausdehnung haben: so erhielte man für den Morgen $\frac{1200 + 1800 + 2700}{3} = 1900$ c', eine ganz unrichtige Durchschnittsgröße.

Solche verhältnißmäßigen Proben nimmt man am besten in *verschiedenen* Stücken, weniger zuverlässig ist es, sie nur an *einem* Stücke auszuwählen. Je größer die Probestücke sind, und je mehr man die Proben in dem Holzbestande vertheilt, um so größere Genauigkeit ist davon zu erwarten. Besonders wichtig ist dies in älteren und minder gleichförmigen Bestän-

den. Erstrecken sich die Bestandesverschiedenheiten mehr gleichlaufend, wie öfters an Bergwänden, oder liegen sie ganz zerstreut durcheinander, wie nicht selten in der Ebene: so erfaßt man sie am sichersten mittels durchgreifender schmaler Probestriche.

Zur Probefläche nimmt man vorzugsweise ein Rechteck, aus dessen Größe sich die der Flächeneinheit zukommende Massenhaltigkeit des Bestandes leicht herleiten läßt, als $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 . . Acker oder Morgen, und bestimmt dazu die Länge beider Seiten, z. B. 10 × 7, oder 35 × 2 zu $\frac{1}{2}$ weimarischen Acker, oder 9 × 5, oder 15 × 3 zu $\frac{1}{4}$ preußischen Morgen. Zuerst steckt man eine der langen Seiten ab und setzt dann die Breiten rechtwinkelig an (§. 270.).

Die Gehaltsermittelung der Bestandesprobe geschieht durch Auszählung oder Fällung. Das stärkere Holz zählt man gewöhnlich aus (n. §. 373, 374, 375 oder 376.) mit besonders genauer Bestimmung der Stammgrundfläche; die übrigen Gehaltsfaktoren nämlich die Scheitelhöhe, die Stammform und den Zuwachs, nimmt man oft sicherer aus dem ganzen Bestande. Selten findet sich ein Grund, hierbei die ungefähre Auszählung nach dem Stammgehalte (§. 378.) anzuwenden. Das schwache, weniger zählbare Holz wird gefällt und in die geeigneten Maße gebracht. Dazu dient öfters wieder eine kleinere Probe. In manchen Fällen kann ein Bestandtheil, wie einzelne Oberbäume, durch gänzliche Auszählung und ein anderer, wie das Unterholz, bloß durch Probenschätzung ermittelt werden. Die gefundenen Ergebnisse der Bestandesprobe berechnet man für die Größe der Forstflächeneinheit, des Ackers oder Morgens, zum wirklichen Massengehalts- und Zuwachsmaße. Daraus und aus der Bestandesfläche ergiebt sich endlich der gesuchte Massengehalt und Zuwachs des ganzen Bestandes.

Enthielte z. B. eine Bestandesabtheilung 78 Mg. und man hätte darin 2,5 Mg. als holzleere Fläche gefunden und für die wirklich bestandenen 75,5 Mg. eine Probe von 2 Mg. mit 8000 c′ Holzbestand und 96 c′ Holzzuwachs genommen: so ergäbe dies 4000 c′ Massenhaltigkeit mit 48 c′ Zuwachs. Hiermit würde die eigentliche Bestandesfläche von 75,5 Mg. multiplizirt, und

man bekäme im Ganzen 302000 c' Bestandesmasse und 3624 c' Zuwachs.

Die Probenschätzung ist zwar wegen der eben nicht leichten Auswahl, besonders bei unkundiger Ausführung, weniger genau, als die Auszählung des ganzen Bestandes; sie geht aber viel schneller von Statten und macht sich bei großen, gleichmäßigen Beständen, bei schwächeren Holzwüchsen, wo gefällt werden muß, bei Ausmittelung gewisser Bestandtheile, als zu Überhalt, Durchforstung u. s. w., ganz vorzüglich brauchbar. Läßt man sich dabei nicht auf unbedingte Auswahl einer bloßen Massenprobe ein, hält man sich streng an unsere Gehaltsfaktoren G, H, f, und sucht man vor Allem nur die Stammgrundfläche genau zu erproben, die Bestandeshöhe und Stammform aber mehr durchschnittlich aus dem Ganzen zu nehmen, im Fall eben nicht gefällt wird: so gewährt diese oft verkannte Bestandesschätzung eine ganz vorzügliche Genauigkeit und Anwendbarkeit.

C. Die Massenschätzung.

a. Abschätzung nach Waldmassentafeln.

§. 381. Einrichtung der Waldmassentafeln.

In Waldmassentafeln stellt man (ähnlich wie in den Stamm- und Massentafeln für den einzelnen Stamm, §. 350.) gleich für die Flächeneinheit der gewöhnlich vorkommenden Waldbestände die Massenhaltigkeit nach den erfahrungsmäßig festgestellten und erprobten Gehaltsfaktoren G×H×f zusammen; sie gewähren der erleichterten Schätzung ganzer Waldbestände ein vortreffliches Hülfsmittel. Behufs ihrer Aufstellung wären von jeder Waldgattung die Mittelhöhen, Stammformen und Stammgrundflächen folgendermaßen aufzureihen.

1) Die Mittelhöhen H setzt man durchgängig in fünffußigen Abstufungen an; auf nähere Höhenbestimmung braucht sich wenigstens die Massenschätzung nicht einzulassen. Damit nun die Aufstellung nicht zu weitläufig wird, sind den angenommenen Höhen gleich mittlere Formzahlen f anzureihen. Hierzu

eignen sich die der mäßig geschlossenen Waldbestände am besten. Bekanntlich sinken alle Formzahlen mit steigender Stammhöhe.

2) Die Stammgrundfläche G, welche dagegen mit zunehmender Bestandeshöhe steigt, wird von einer jeden Höhenstufe gleich für zwölf Schlußverschiedenheiten angesetzt. Man nimmt einerseits die von dem dichtesten Vollbestande, als den höchsten, andrerseits die von dem dünnsten Lichtbestande, als den niedrigsten Stammgrundflächensatz, und ordnet zu beiden auf jeder Höhenstufe die zehn arithmetischen Zwischenglieder so ein, daß alle zwölf Ansätze von G eine Reihe bilden, deren Differenz $\frac{1}{18}$ und deren niedrigstes Glied $\frac{7}{18}$ des höchsten Stammgrundflächensatzes ist. Dies Verhältniß entspricht erfahrungsmäßig den angenommenen Schlußverschiedenheiten und begründet eine eben so natürliche, als stete Aufreihung der Massengehalte jeder Höhenstufe.

3) Zur Entzifferung des Massengehaltes berechnet man hiernächst, nach den drei festgestellten Faktoren G × H × f, den dichtesten Vollbestand jeder Höhenstufe und zieht dann von diesem Ergebnisse $\frac{1}{18}$ für jedes folgende Glied ab, bis zum dünnsten Lichtbestande, welchem der Betrag von $\frac{7}{18}$ verbleiben muß. Endlich wird noch zu jeder Massenzahl, anstatt der Stammgrundfläche, die zum Gebrauchszeiger mit dienende Abstandszahl gesetzt.

4) Hiermit wären die Materialien fertig zu solchen Tafeln, die den Massengehalt aller eigentlichen Waldbestände zu geeigneter Auswahl darlegen. Wir haben auf diese Weise fünf allgemeine Waldmassen-Tafeln nach preußischem Maße zusammengesetzt, welche von

den Buchen- und Eichen-Beständen,
den Fichten- und Tannen-Beständen,
den Kiefern- und Lärchen-Beständen,
den Erlen- und andern, mehr weichen Laubholz-Beständen, so auch
von den Birken-Beständen

zu jedem Waldschlusse und zu jeder Bestandeshöhe und eben entsprechenden Stammform den Massengehalt er-

fahrungsmäßig darstellen; man findet sie auf Seite 107 bis 116 der beigegebenen Hülfstafeln.

Die voran stehende Bestandeshöhe ist die eigentlich mittlere (§. 347. 371. 2.) und steigt von 5 zu 5 Fuß. Die hinten angesetzte Formzahl (§. 348. 371. 3.) entspricht der Stammbildung in ziemlich vollen Waldbeständen und schließt gleich den gewöhnlichen Hauabfall und Nutzungsverlust aus. Höhe und Form gelten für alle Ansätze derselben Zeile. Anstatt der Stammgrundfläche steht vor jeder Massenzahl die zur leichten Schlußbestimmung geeignetere Abstandszahl (§. 364.); überdies sind der mehr praktischen Anwendung wegen die zwölf Schlußverschiedenheiten unter vier Schlußklassen, jede zu drei Klassenabtheilungen, geordnet und noch mit bekannten einweisenden Ausdrücken bezeichnet. Für die Birkenbestände schien es zureichend, von den vier Schlußklassen nur die Mittelstufen aufzustellen.

Voran stehen die Lichtbestände. Was noch weniger enthält, als die Massenzahlen unter I, a angeben, bildet keinen Waldschluß mehr und gilt als Raumbestand. Hinten in der IV. Schlußklasse sind die dichtesten Waldbestände zusammengefaßt. Ganz ausgesuchte Bestandesstücke können jedoch an 10 pCt. mehr enthalten, als die unter IV, c befindlichen Angaben; man hat sogar außerordentliche Probestücke gefunden von 15 bis 20 pCt. Übermaß. Die Klassengehalte steigen auf einer und derselben Höhenstufe hinterwärts in ganz gleichen Differenzen, nämlich um $\frac{1}{7}$ des niedrigsten oder um $\frac{1}{18}$ des höchsten Massengehaltes. Die Klassen wurden steigend angesetzt, dem fortschreitenden Wachsthume gemäß, und weil jede vom Kleinern zum Größern gehende Vergleichung weniger zu Überschätzungen verleitet.

5) Bemerkungen für den Gebrauch. Um diese Tafeln der Praxis mehr anzueignen, wurden den Junghölzern, weil diese meist von Anfang weniger dicht stehen, bei der etwaigen Fällung geringern Holzwerth haben und größern Nutzungsverlust erleiden, ein etwas weiterer Abstand angerechnet, als ausgesuchte Proben gewöhnlich ergeben. Diese Abweichung verschwindet jedoch mit zunehmender Höhe und Nutzbarkeit. —

Der Ausdruck gedrängt ist einmal angenommen; doch dürfte dessen eigentliche Bedeutung hier nicht unbedingt gelten. Gar oft befinden sich gesunde Bestände auf kräftigem Boden in dieser IV. Schlußklasse, ohne eben an Drängung zu leiden; wohl eher gewahrt man auf dürftigem Boden hier und da kümmernde Bestände, denen es schon in der III. Schlußklasse an Ernährungsraum mangelt. — Alle gleichwüchsigen Vollbestände, welche weder durch Stockverkrüppelung und naturwidrige Anbauweise, noch durch irgend einen Leidenszustand zurückgekommen, auch nicht verhauen sind und Nahrung genug finden, halten sich stets in den zwei hintern Schlußklassen. — Die ungleichwüchsigen, besonders die Plänter- und Mittelwaldbestände fallen dagegen in die zwei vordern Klassen; und erwachsen diese auch später noch zu scheinbar vollen Beständen, so übersteigen sie doch äußerst selten die III. Klasse. — Man pflegt allen Beständen mit Unterwuchs, besonders wenn derselbe mehr aus sperrigen Stockausschlägen besteht und die Oberbäume das Ganze mit breiten Kronen decken, einen weit reichlichern Massengehalt beizumessen, als sie wirklich haben. — Einmal, um dieser Täuschung gleich mittels der Tafeln abzuhelfen; zweitens, um auch für den Massengehalt der Buchenschläge einen Maßstab mit zu geben; hauptsächlich aber, um das mißliche Schätzen der oft überall vertheilten kleinen Bestandeslücken zu umgehen: ist hier die I. Schlußklasse mit ihren drei Unterstufen noch angefügt worden, was nach dem gewöhnlichen Begriffe von Waldschluß eben nicht nöthig schien.

6) Wollte man diese Tafeln zu einem andern Maße einrichten, so blieben die Abstands- und Formzahlen als absolute, die Höhenzahlen aber als acceptirte unverändert, und nur die Massenzahlen der höchsten Klassenabtheilung IV, c wären eigentlich umzurechnen. Dies erforderte ein doppeltes Verhältniß, nämlich: das des Massenbetrags nach den beiderseitigen Maßen an sich und zudem noch das der verschiedenen Fußgrößen in den beizubehaltenden Höhenzahlen, welche man beide auf den Tafeln 126, 127 und 129 findet.

Sollte z. B. der in preußischem Maße angegebene Massengehalt M umgerechnet werden in badensches Maß: so setzte man:

1 preuß. Massenbetrag : 1,614 bad. Massenbetrag } = M : x.
1 preuß. Fuß : 0,956 bad. Fuß }

Daraus ergäbe sich der allgemeine Umrechnungsfaktor 1,543. Mit diesem würde jede preußische Massenzahl der Klasse IV. c multiplizirt. Dann zöge man zur weitern Ausführung von einer jeden dieser neuen Massenzahlen $\frac{1}{18}$ eilf mal nach einander ab bis zur Klassenabtheilung I, a, für welche $\frac{7}{18}$ übrig bleiben muß, was zur Probe dienen kann.

Für den 40 Fuß hohen Buchenbestand ergäbe sich in badenschem Maße zur Klasse IV, c: 1878 × 1,543 = 2898, und als Differenz 2898 : 18 = 161; folglich

zu IV, b : 2898 — 161 = 2737;
zu IV, a : 2737 — 161 = 2576;
zu III, c : 2576 — 161 = 2415 u. s. w.

7) Wir geben hier einige Umrechnungsfaktoren zu unsern in preußischem Maße aufgestellten Waldmassenzahlen, nämlich für die Maße von

Preußen	1,	H.-Darmstadt	1,543,
Baden	1,543,	Mecklenburg	1,02,
Baiern	1,543,	Österreich	2,222,
Braunschweig	1,580,	Sachsen, Kgr.	2,662,
Hannover	1,185,	S.-Weimar	1,382,
H.-Kassel	1,112,	Württemberg	1,482.

Dabei ist noch zu bemerken, daß die angenommenen Formzahlen eigentlich einem absoluten Höhenmaße angehören, nämlich dem bei den Versuchen gebrauchten Fuße zu 125 par. Linien; daß also beim unmittelbaren Übertragen derselben auf ein anderes Fußmaß in der Theorie kleine Abweichungen entstehen. Diese verschwinden jedoch in der Praxis unter den weit größern Schätzungsmängeln, so daß man obige Umrechnungsfaktoren gar wohl als genügend annehmen kann.

§. 382. Anwendung der Waldmassentafeln.

Will man die Waldmassentafeln sicher und leicht für die Massenschätzung gebrauchen, so muß man das Augenmaß fleißig üben, sowohl im Beurtheilen des Waldschlusses überhaupt, als auch im Ansprechen der Abstandszahl, der Höhe und Form im Besondern; zudem muß man die Bestandesfläche kennen, und es versteht sich von selbst, daß hierzu, wie bei der Probenschätzung, die etwa vorfindliche, erhebliche Lückenfläche zu überschlagen und von der ganzen Ortsfläche abzuziehen ist. Unsere somit mehr begründete Massenschätzung erstreckt sich allerdings vorzugsweise nur auf mehr gleichwüchsige Bestände, in denen die Mittelhöhe mit ziemlicher Sicherheit zu bestimmen ist; weniger eignet sie sich zwar für ungleichwüchsige und ungleichartige Bestände, doch geben wir auch für diese die nöthigen Andeutungen zur Anwendung der Waldmassentafeln. Überdies könnten dieselben auch noch zur Bestimmung des Massenzuwachses mit benutzt werden.

1) Gleichwüchsige Bestände von einerlei Art.

a) Man schätzt oder mißt die Mittelhöhe, bestimmt die Schlußklasse, gewöhnlich bloß nach dem Augenmaße, jedoch stets mit Erwägung des Abstandes, und nimmt hierzu die Massengehalts-Angabe. Ein 75 Fuß hoher, zur Klasse II, b gehöriger, mehr räumlich stehender Buchenbestand enthielte pr. Mg. 2600 Körperfuß Holzmasse.

b) Stellte sich die Höhe zwischen zwei Höhenstufen, so müßte der verhältnißmäßige Zwischengehalt näher berechnet werden. Ein 102 Fuß hoher Fichtenbestand Klasse IV, a hätte pr. Mg.

$$7284 + \frac{7702 - 7284}{5} \times 2 = 7451 \text{ Kfuß.}$$

c) Eben so verfährt man, wenn der Abstand zwischen zwei Schlußklassen fällt. Einem 80fußigen, mitten zwischen die Klassen III, c und IV, a fallenden Kiefernbestande kämen zu:

$$\frac{4490 + 4209}{2} = 4349 \text{ Kfuß.}$$

d) **Wiche die Stammform des Bestandes erheblich ab**, so bestimmte man dieselbe auch besonders und berichtigte danach den bezüglichen Massengehalt. Fände sich z. B. an dem obigen Buchenbestande von 75′ H und II, b Klasse als mittlere Formzahl nicht 0,57, sondern 0,62, so änderte dies den Massengehalt in Verhältniß dieser beiden Faktoren, nämlich:

0,57 : 0,62 = 2600 : 2828 Kfuß.

Man hätte dieses Übermaß der Stammform auch der Höhe aufrechnen und nach 0,57 : 0,62 = 75 : 80 mittels 0,57 f und 80 H ziemlich denselben Massengehalt finden können (§. 348. Schlußanmerk.).

e) **Fiele endlich der ermittelte Abstand noch unter die I., oder über die IV. Schlußklasse hinaus**, oder stimmte derselbe überhaupt mit keinem der bezüglichen Ansätze überein: so quadrirte man die wirklich gefundene Abstandszahl und dazu noch eine eben paßliche von derselben Höhenstufe der Tafel und bildete aus beiden umgekehrt anzusetzenden Quadraten ein Hülfsverhältniß, das zur Berechnung des gesuchten Massengehaltes nach der durch das Quadrat ihres Abstandes mit zur Vergleichung gezogenen Massenzahl diente (§. 366. 4.). Stände z. B. ein Eichenschlag mit 95 Fuß Mittelhöhe in 10fachem Abstande, und knüpfte man seine Berechnung gleich an die Klasse IV, c mit dem Abstande 4,41: so ergäbe das Verhältniß $10^2 : 4{,}41^2$ an Massengehalt pr. Mg.

$$\frac{4{,}41^2}{10^2} \times 5605 = 1090 \text{ Kfuß.}$$

Fände sich zufällig die Hälfte der Abstandszahl in derselben Höhenstufe vor und mithin das leichte Hülfsverhältniß $2^2 : 1^2$: so brauchte man nur den vierten Theil des bezüglichen Klassengehaltes zu nehmen. Der 95fußige Eichenbestand Klasse III, b mit 5fachem Abstande enthält 4359 Kfuß und der gleich hohe mit dem 10fachen Abstande hat wie oben

$$\frac{4359}{4} = 1090 \text{ Kfuß.}$$

2) **Ungleichwüchsige Bestände von einerlei Art.** Man spricht zuerst die Schlußklasse im Ganzen an, sondert sich

dann eigene Höhenklassen ab und bestimmt von jeder den ihr zukommenden Antheil an der Bestandesfläche. Hiernach nimmt man für eine Höhenklasse nach der andern, in Gemäßheit ihrer besondern Mittelhöhe, aus der gemeinschaftlichen Schlußklasse den verhältnißmäßigen Massentheil. Gesetzt, in einem mehr geschlossenen Buchenbestande, Klasse III, b, nähme das 50fußige Unterholz 0,8 und das 80fußige Oberholz 0,2 der Bestandesfläche ein: so hätte

das Unterholz	1939 × 0,8 =	1551 Kfuß,
das Oberholz	3592 × 0,2 =	718 „
beides zusammen:		2269 Kfuß.

Wiche der Abstand, oder die Höhe, oder die Stammform von den Ansätzen in der Tafel ab, und man wollte die Abweichung nicht mittels der Faktoren gegenseitig ausgleichen: so wären noch die oben unter 1, b, c, d gegebenen Regeln anzuwenden. Meist ist es jedoch am rathsamsten, die Oberbäume nach ihrem besondern Abstande ganz für sich zu schätzen, und eben so auch das Unterholz.

3) Ungleichartige Bestände. Wenn verschiedene Holzgattungen durch einander stehen, so bestimmt man die gemeinschaftliche Schlußklasse und zudem von jeder Holzgattung das Verhältniß ihres Antheiles an der Bestandesfläche nebst ihrer besondern Mittelhöhe und nimmt den Massengehalt aus der, jeder Holzgattung eignen Tafel. Fänden sich z. B. in einem gemischten Bestande 0,7 Kiefern von 70 Fuß und 0,3 Eichen von 60 Fuß Höhe und jede in ihrem Antheile zur Klasse III. c gehörig: so betrüge der Massengehalt von

Kiefern	3572 × 0,7 =	2500 Kfuß,
Eichen	2633 × 0,3 =	790 „
Zusammen:		3290 Kfuß.

Genauer, obschon mehr gesucht, wäre das Verfahren, wenn man den Abstand vom Ganzen und etwa auch die Stammform jeder Holzgattung schätzte und dann nach 1, d, e rechnete.

4) Massenzuwachs. Man bestimmt nach dem wirklichen Höhen- und Stärkezuwachse (§. 357.), in welcher Zeit der Be-

stand die nächste Höhenstufe erreichen und wie sich während deß der Abstand und Massengehalt stellen würde, dividirt dann den Unterschied des gegenwärtigen Massengehaltes von dem ermittelten künftigen durch die Zahl der Zwischenjahre: so ergiebt sich der zeitliche Jahreszuwachs. Gesetzt, in einem Buchenbestande mit 60′ H, 5,86 Abstand und 2107 Massengehalt verspräche der Probestamm von 60′ H und 2,8′ U jährlich 0,5′ Höhenzuwachs und 0,02′ Umfangszuwachs; dann würde der Bestand nach 10 Jahren die nächste Höhenstufe von 65 Fuß und während deß die Mittelstärke von 3 Fuß erreichen, sich also (n. §. 366. 5.) auf den $\frac{2{,}8}{3} \times 5{,}86 = 5{,}47$fachen Abstand stellen. Dafür fände sich die zu erwartende Bestandesmasse zwischen den Klassenabtheilungen III, a und b,

$$\frac{2536 + 2732}{2} = 2634 \text{ Kfuß},$$

und als Jahreszuwachs der Zwischenzeit

$$\frac{2634 - 2107}{10} = 52{,}7 \text{ Kfuß}.$$

Dies Verfahren wäre eben auch anwendbar auf gesonderte Höhenklassen und Holzgattungen mit verschiedenen Stammformen; es kann aber keineswegs die Leichtigkeit und Sicherheit unserer Massenzuwachs-Ermittelungen nach Prozentsätzen (§. 359.) gewähren.

Die Waldmassen-Tafeln sollen eigentlich nur als überall bereitwilliger Rechenknecht die fertigen Produkte G × H × f darbieten. Zu deren sicherm Dienste muß man sich aber erst an Ort und Stelle durch geeignete Proben die eben anzuwendenden Schlußklassen ausmitteln und das Augenmaß recht einüben. Wer in seinem Schätzungsbereiche die höhern Massengehalte dieser Tafeln nicht findet, — die niedrigern sind leider weniger selten, — der verurtheile ihre Dienste deßhalb doch ja nicht, bevor er die Natur seiner Waldgattung auch anderwärts beobachtet hat. Man vergleiche nur die Kiefernwälder der norddeutschen Sandebenen mit denen der mitteldeutschen untern Keuperlagen.

b. Massenschätzung nach Erfahrungstafeln

§. 383. Überhaupt.

Erfahrungstafeln sind tabellarische Zusammenstellungen des erfahrungsmäßigen Massengehaltes, welchen die Hauptwaldgattungen in den verschiedenen Altersstufen auf der Flächeneinheit erwarten lassen. Sie geben den Massengehalt entweder nur für den normalen Standort und vollen Bestand an, oder sie beziehen ihre Angaben auf gewisse Bonitätsstufen des Standortes und benutzen neben dem Alter auch wohl noch andere Vergleichsmomente, z. B. die Stammzahl, Mittelstärke, Abstandszahl, Stammgrundfläche und Mittelhöhe, zu einer genaueren Bestandescharakteristik.

Dergleichen Ertragstafeln dienen vorzugsweise zur Vorausbestimmung künftig erwartbarer Erträge, und es wird daher von ihnen und ihrer Anwendung erst später ausführlicher die Rede sein (§. 395 ff.). Sollen sie zur Schätzung der gegenwärtigen Masse benutzt werden, so ist zu ermitteln:

1) die Standortsklasse, nach Maßgabe der Bodenbeschaffenheit, Lage u. s. w., entweder in Theilen (Zehnteln) des normalen Standortes, oder unmittelbar nach einer derjenigen Klassen, welche die Tafel zur Grundlage hat;

2) das mittlere Bestandesalter;

3) der Vollwüchsigkeitsgrad, d. h. inwiefern der Bestand als voll und der Tafel entsprechend oder zum wie vielsten Theile er als vollwüchsig anzusehen ist. Blößen werden dabei am besten von vornherein abgesetzt.

Z. B.: Eine Ertragstafel gebe für den vollen Buchenhochwald auf normalem Standorte im 100jährigen Bestandesalter 5000 c′ Masse pr. Morgen an; der abzuschätzende 100jährige Bestand von 10 Morgen stehe aber auf einem Standorte, der nur eine Ertragsfähigkeit von 0,8 des normalen habe, und sei überdies nur zu 0,75 des vollen anzusprechen: so würde seine Masse = 5000 × 0,8 × 0,75 × 10 = 30000 c′ sein.

Obschon nun in gut construirten Erfahrungstafeln die oben angedeuteten Vergleichsmomente einigen Anhalt gewähren: so ist

doch die Bestimmung des wirklichen mittleren Alters schon eine mißliche Sache; noch mehr aber liegt die Schätzung der Standortsgüte, des ihr zukommenden Vollbestandes und des Fehltheiles außer den Grenzen der wahrscheinlichen Erreichbarkeit, so daß man nach diesem Verfahren den Massengehalt des vor Augen stehenden Holzes nach den verborgensten und eigentlich nur in der Einbildung schwebenden Größe bemißt. Bei weitem leichter und sicherer ist die Schätzung der Gehaltsfaktoren oder der Massenhaltigkeit selbst. — Solche voraussetzenden Vergleichungen auf dem Grunde angenommener Normalbestände sind nur statthaft bei Bestimmung der einstigen Erträge von Junghölzern, deren weiterer Massenzuwachs bis zur Abtriebszeit dem vorhandenen Holzbestande noch nicht besonders aufgerechnet werden kann.

c. Okulare Massenschätzung.

§. 384. Überhaupt.

Um Bestandesmassen noch flüchtiger zu schätzen, gebraucht man auch anderwärts gewonnene, paßliche Massenergebnisse, theils von wirklich erfolgten Hauungen, theils von Bestandesauszählungen, theils von sonst wo genommenen Proben zur okularen Schätzung. Solche zur unmittelbaren Vergleichung brauchbaren Massenhaltigkeiten sammelt man sich mit Bemerkung der Holzart, des Abstandes und der Stärke, der Höhe und der Form, des Alters und der übrigen Wachsthumsverhältnisse, und reiht die zusammengehörigen wohl auch von jeder Waldgattung nach Bestandesklassen auf, um sie für den zu schätzenden Bestand sogleich auswählen zu können. Wo der Holzbestand in seiner Ausdehnung zu verschieden ist, werden darin ebenfalls gleichmäßigere Bestandesstücke abgetheilt und nach ihrer Flächenausdehnung bemessen; auch überschlägt man die etwa vorfindliche Lückenfläche und scheidet sie gleich von der Schätzung aus.

Diese Massenschätzung geht am leichtesten von Statten; sie ist bei zureichender Sammlung vergleichbarer, zumal aus der Nähe genommener Massenergebnisse am thulichsten und in den

Händen eines geübten Schätzers, der seine Vergleichungsgrößen selbst gesammelt hat und immer seine Gehaltsfaktoren G, H, f mit als Maßstab gebraucht, am vorzüglichsten. Die Ergebnisse wirklicher Hauungen desselben Forstes beseitigen überdies viele Abweichungen, die bei Ermittelung mancher Bestandtheile, so wie der örtlichen Sortenverhältnisse und Nutzungsverluste sonst unvermeidlich sind. Jeder Forstwirthschafter sollte sich von allen seinen Hauungen den pr. Morgen durchschnittlich erfolgten Gesammt- und Sortenertrag auswerfen. Wo eben ein gänzlicher Abtrieb nicht Statt gefunden hat, wird zu dem gewonnenen Ertrage noch der zurückgebliebene Bestandtheil geschätzt. Auf solche Weise verschafft man sich, bei fortgesetzter Übung des Augenmaßes, den bewährtesten Anhalt zur Schätzung aller vorhandenen Bestände.

---

§. 385. Beiläufige Zuwachsschätzungen an Holzbeständen.

Wir reihen hier an die ungefähre Massenschätzung noch einige Andeutungen über beiläufige Zuwachsschätzungen von Beständen, deren Masse zwar bekannt, deren laufenden Zuwachs man aber eben nicht durch nähere Untersuchungen genau ermitteln, sondern nur im Ganzen ungefähr bestimmen will. Es kann dies geschehen entweder nach dem Alters-Durchschnittszuwachse, oder nach dem Stärkezuwachse ohne oder mit bestimmtem Höhenzuwachse.

1) Den Alters-Durchschnittszuwachs oder eigentlich die Durchschnittsmehrung findet man von dem ganzen Bestande, wie von dem einzelnen Baume (§. 357. 2.), durch Theilung des eben vorhandenen Massengehaltes mit der Alterszahl. Wo in dem Bestande verschiedene Altersklassen unter einander vorkommen, wird jede durch ihr Alter besonders getheilt.— Da jedoch der laufende Bestandeszuwachs nach ganz andern Gesetzen fortschreitet; da zudem auch das mittlere Bestandesalter, so wie der inzwischen entkommene Holzabfall und Vorertrag nie ganz genau zu erforschen sind: so kann der an dem Bestande unmittelbar gefundene Durchschnittszuwachs

weder mit dem wirklichen Jahreszuwachse übereinstimmen, noch sonst einen sichern Schluß auf den weitern Wachsthumsgang begründen.

Anders gestaltet sich die Sache, wenn man bloß den einstigen *Hauptertrag* eines Bestandes nach dem wirklich erfolgten *Durchschnittserwachse schlagbarer Hölzer* erfahrungsmäßig anspricht. Hierbei ist aber wohl zu erwägen, ob auch der Schätzungsbestand die Vollkommenheit des Musterbestandes erreichen werde. Meist rechnet man zu sicher auf das Gedeihen seiner Junghölzer. Zudem ist bei diesem Verfahren nicht unberücksichtigt zu lassen, daß das Alter der Baumholzbestände aus früherer Zeit selten auf 10 bis 15 Jahre genau bestimmt werden kann, und daß der Schätzer zu oft geneigt ist, von jedem Musterbestande das beste Stück als Probe zu wählen. Nimmt nun derselbe z. B. für 140 Jahre nur 125, für 100 Masse aber 110, was beides gar leicht geschehen kann: so rechnet er $\frac{110}{125}$ heraus anstatt $\frac{100}{140}$, und der Fehler läuft der Ertragsentnehmung mit 24 pCt. in die Hände.

2) Nach dem *Höhenzuwachse allein*. Dürfte man voraussetzen, daß sich an einem Holzbestande die Stammgrundflächensumme G und die Formzahl f während der fraglichen Zuwachszeit nicht veränderten, sondern nur die Scheitelhöhe H zuwüchse, etwa um s: so stiege die Bestandesmasse von $G \times f \times H$ zu $G \times f \times (H + s)$, also in dem Verhältnisse $H : H + s$, und der Holzgehalt verhielte sich zu dem fraglichen Holzzuwachse wie $H : s$, d. h. wie die erstere Scheitelhöhe zu dem Höhenzuwachse.

Bei dieser Voraussetzung ließe man freilich denjenigen Massenzuwachs fallen, welchen die ebensowohl zunehmende Stammgrundfläche begründet. Derselbe ist jedoch in ganz vollen Wüchsen weniger beträchtlich und entgeht dem Bestande wenigstens theilweise wieder durch den ausgeschiedenen Vorertrag. *Überhaupt verhält sich die bleibende Zunahme des Hauptertrags gleichmäßig gehaltener Bestände ziemlich nahe wie die Bestandeshöhe.*

3) *Nach dem Stärkenzuwachse.* Behielte ein Baum dieselbe Form, so würde sich dessen fortschreitender Massengehalt

bei vollem Höhenzuwachse wie $d^3 : D^3$, bei fehlendem Höhenzuwachse wie $d^2 : D^2$ verhalten (§. 361.). Zwischen diese zwei Grenzen fällt auch der Massenzuwachs mehrer Bäume zusammen oder ganzer Holzbestände.

Gesetzt nun, der Mittelstamm eines Bestandes hätte jetzt 12″ und nach 10 Jahren 13″ im Durchmesser: so verhielte sich die Bestandesmasse zu dem gesammten Massenzuwachse aller 10 Jahre,

bei vollem Höhenzuwachse wie $12^3 : (13^3 - 12^3) = 1 : 0{,}27 \ldots$

bei fehlendem Höhenzuw. wie $12^2 : (13^2 - 12^2) = 1 : 0{,}17 \ldots$

Hierbei fiele der einjährige Zuwachs zwischen 2,7 und 1,7 pCt. Mit einem solchen Zuwachsverhältnisse dürfte also nur der bekannte Massengehalt multiplizirt werden.

Erfolgte derselbe Stärkezuwachs an sechszolligen Stämmen, so hätte man die Verhältnisse:

$$6^3 : (7^3 - 6^3) = 1 : 0{,}58 \ldots,$$

$$6^2 : (7^2 - 6^2) = 1 : 0{,}36 \ldots,$$

also jährlich zwischen 5,8 und 3,6 pCt., woraus abermals ersichtlich ist, daß *jüngere, schwächere Holzbestände weit besser zuwachsen, als ältere, stärkere.*

4) Man könnte den *Stärkenzuwachs* auch mit einem *bestimmten Höhenzuwachse* verbinden. Bei gleichbleibender Form verhält sich die Bestandesmasse zweier Altersstufen

$$= d \times d \times h : D \times D \times H,$$

$$= 1 : \frac{D}{d} \times \frac{D}{d} \times \frac{H}{h}.$$

Wäre nun wieder $d = 6''$, $D = 7''$, dazu $h = 45'$ und $H = 50'$: so verhielten sich die Massen

$$= 1 : \frac{7}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{50}{45},$$

$$= 1 : 1{,}5,$$

und man fände für einen 10jährigen Zwischenraum 0,5 Massenzuwachs, oder jährlich 5 pCt.

Diese Arten der Zuwachsberechnung, und besonders die letzte, könnten in Ermangelung von Holzzuwachstafeln angewendet werden, ersetzen jedoch bei weitem nicht die Leichtigkeit und Sicherheit der letzteren.

§. 386. Abtheilung bestimmter Massen von einem Holzbestande.

Um für die laufenden Hauungen oder zur Erfüllung einer weitern Eintheilung bestimmte Hiebsmassen von einem Holzbestande abzutheilen, nimmt man in der gegebenen Bestandesfläche zuvörderst eine vorläufige Abschnittslinie an und schätzt nun den vorgenommenen Theil vermittelst gänzlicher Auszählung, oder nach Proben, oder gleich nach der Masse. Hierbei ergiebt sich ein Überschuß oder Mangel; jener wird wieder abgeschnitten, dieser wird noch hinzugenommen, wie bei der Flächentheilung (§. 220.).

Durschneidet die in der Regel gerade und folgerecht zu legende Hiebslinie eben Bestandesstücke von ungleicher Massen- oder Werthhaltigkeit, so ist das Verfahren, wie bei Theilung der Flächen, von verschiedenem Grundwerthe (§. 221.).

Soll von dem Holzbestande nur ein gewisser Bestandtheil ausgehauen werden, so schätzt man gewöhnlich den ganzen Massengehalt, bestimmt den Überhalt und nimmt den Unterschied als Hiebsmasse an. Was ein dabei verlangtes Sortenverhältniß betrifft, so kann dasselbe kein anderes sein, als es derselbe Bestand zu geben vermag. Man erlangt ein solches nur durch zweckmäßige Vertheilung des Hiebes in verschiedene Bestände. Wie man sich übrigens bei der Hauung hilft, wenn hier oder da der Ertrag nicht zutrifft, lehrt die Forstbenutzung.

§. 387. Abweichungen der Holzbestandesschätzungen.

Von den Schätzungsergebnissen weichen die nachherigen Nutzungsergebnisse mehr oder minder ab. Diese oft nicht unbeträchtlichen Abweichungen erscheinen um so unvermeidlicher, je weniger einerseits die Schätzungsgrößen zu bemessen und sicher zu bestimmen sind, und je mehr andererseits die vorausgesetzte Mehrung und Nutzung unvorhergesehenen Zufällen unterliegen; sie entspringen theils aus dem angewendeten Schätzungsverfahren, theils aus der inzwischen erfolgenden Be-

standesmehrung, theils und hauptsächlich mit aus der nachherigen Nutzungsweise.

1) Die anzuwendenden Schätzungsverfahren leisten verschiedene Genauigkeitsgrade, wie schon oben näher angedeutet ist.

a) Die Bestandesauszählung erhebt ihre Gegenstände einzeln und am sichersten; sie wird vorzugsweise angewendet, wo eine ganz genaue Bestandesaufnahme erforderlich ist, wie etwa bei den in der nächsten Zeit zur Nutzung kommenden Beständen, bei Aufnahme von Probeflächen, bei Sammlung von Erfahrungsgrößen, bei Verkäufen auf dem Stamme, Waldwerthschätzungen u. s. w., oder wo ein leichteres Verfahren eben nicht zureicht, wie z. B. bei ganz ungleichem Bestande mit zerstreuten Baumhölzern. Die ihr eigenthümlichen Abweichungen sind nur in den dabei anzuwendenden Höhen und Formen der Stämme zu suchen.

b) Die Probenschätzung ersetzt die gänzliche Bestandesauszählung in größern, mehr gleichförmigen Waldmassen. Ihre Leichtigkeit zieht freilich den besondern Mangel nach sich, daß die gesammte Stammgrundfläche nur nach einem kleinen Theile des Ganzen bestimmt wird. Die Höhen und Formen sollte man stets von dem ganzen Bestande abnehmen.

c) Die Massenschätzung stützt sich auf Beurtheilung der verschiedenen Gehaltsfaktoren und auf Vergleichung mit wirklichen Schätzungsergebnissen; sie kann wenigstens im gleichwüchsigen Bestande die Genauigkeit der Probenschätzung ziemlich erreichen, dabei durch Maßnehmung von wirklichen Hauungsergebnissen der örtlichen Nutzungsweise mehr entsprechen.

d) Die Zuwachsermittelung ist von keinem Schätzungsverfahren abhängig; bei jedem kann sie genau oder nur beiläufig angewendet werden. Sofern sie sich der Prozente vom Massengehalte bedient, gehen die Fehler der Massenzahlen auch in die Zuwachszahlen über. Wie schon bekannt, gewährt der laufende Jahreszuwachs mehr Sicherheit als der periodische, und dieser wieder mehr als der altersdurchschnittliche.

2) Die vorausgesetzte Bestandesmehrung kann bedeutenden Abweichungen unterliegen, theils durch anders erfolgenden Zuwachs, theils durch natürliche Unfälle, so wie durch Entwendungen und sonstige Mehrungsverluste; auch kann die Durchforstung anders betrieben werden und die gänzliche Abnutzung früher oder später eintreten.

3) Die Statt findende Nutzungsweise ist gar oft eine andere, als die vorausgesetzte. Die Hauabfälle und Nutzungsverluste in den Holzhieben fallen abweichend aus; die äußeren Baumtheile, wie das Wurzel- und Reisholz, werden weniger oder mehr ausgenutzt; die bestimmten Holzmaße werden völliger oder knapper eingehalten u. dergl. m. So verursacht es in dem Massenertrage einen großen Unterschied, wenn die Klaftern mehr mit Unterlagen versehen, dichter gefüllt, in halbe oder ganze Höhen gesetzt, oder wenn die nach dem Umfange geschätzten Hölzer nach dem Durchmesser abgegeben werden.

Man darf wohl annehmen, daß bei sorgfältiger, genauer Schätzung die nicht nachzuweisenden Abweichungen des wirklichen Bestandeszuwachses und der Nutzung mindestens die Hälfte von dem Unterschiede zwischen den Schätzungs- und Nutzungsergebnissen betragen.

III. Waldertrags-Schätzung.

1. Allgemeine Grundbegriffe.

§. 388. Vom Ertragsvermögen der Waldung überhaupt.

Der Waldertrag ist das Produkt zweier Faktoren; er geht hervor aus der Ertragsfähigkeit des Standortes und aus der Ertragsamkeit des Waldwuchses. Die Ertragsfähigkeit des Standortes, bedingt von Boden und Lage, befähigt denselben, Holzwüchse aufzunehmen, zu ernähren

und im Wachsthum zu fördern; sie ist die Quelle des ganzen Waldreichthums, deren Ergüsse der gute Forstwirth so viel als möglich gangbar erhält, mehrt und sammelt. Die Ertragsamkeit beruht in der eben vorhandenen Ansammlung von mehr oder minder angemessenen und vollkommenen, jüngeren und älteren, reifen und ertraggebenden Holzwüchsen, die das natürliche Betriebskapital bilden, womit der Forstwirth die Kräfte des Standortes zur Ertrags-Hervorbringung nutzt. Ohne Ertragsfähigkeit würde keine Ertragsamkeit erzeugt, und ohne diese würde jene nicht wirken können; beide zusammen sind der Inbegriff des Ertragsvermögens.

§. 389. Ortsertragsfähigkeit.

Um die Wirksamkeit des Standortes auf das Holzwachsthum näher zu bemessen, muß man das Maß der absoluten Ortsgüte arithmetisch bezeichnen. Wir nehmen hierzu zehn Standortsklassen an und bezeichnen davon die ausgesucht beste mit 1 und die neun niederern mit Zehnteln, so daß diese Zahlen zugleich die absoluten Verhältnisse des Grundwerthes ausdrücken. Somit gilt 0,1 für die niedrigste Güte und ist dem geringsten Standorte eigen, der kaum noch Holzbestand tragen kann; dagegen 1 für die in der Waldung selten und nur stückweise vorkommende höchste Güte und gehört dem ausgesucht besten Standorte an, der unter allen den reichhaltigsten Waldbestand trüge. Weitere Zwischenstufen könnten beliebig durch Hundertheile ausgedrückt werden.

Diese allgemeinen Bezeichnungs- und Werthszahlen stehen in gleichem Verhältnisse mit der Reichhaltigkeit und Ergiebigkeit des von einem jeden Standorte erzeugten Vollbestandes der angemessenen Waldgattung. So würde ein Standort mit 0,7 der besten Ertragsfähigkeit einen ihm angemessenen Holzwuchs von 0,7 der reichsten Ertragsamkeit hervorbringen können.

Diese Bezeichnung der Ortsgüte darf jedoch nicht etwa nur eine lokale Beziehung haben, sondern muß für den ganzen Verbreitungs-Umfang jeder fraglichen Waldgattung gelten, weil ohne eine solche Allgemeinheit und Übereinstimmigkeit im Anspre-

chen der Standortsbestandes- und Ertragsgüte fremde Beobachtungen und Erfahrungen über der Wälder Verhalten, Bestand und Ertrag durchaus nicht benutzbar wären.

Mittels dieser arithmetischen Bezeichnung der Standortsgüte läßt sich leicht die Durchschnittsgüte bestimmen.

Hätte z. B. ein 48 Mg. großer Waldort

auf 8 Mg. die Güte 0,6,
" 8 " " " 0,7,
" 32 " " " 0,8:

so wäre die durchschnittliche Ortsgüte oder der mittlere Grundwerth pr. Mg.

$$\frac{8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8}{48} = 0{,}75.$$

Eben so leicht läßt sich für ganze Forste die mittlere Ertragsfähigkeit auf diese Weise berechnen und zur vergleichenden Beurtheilung bei Bestimmung der Umtriebszeit und Behandlung des Massenvorrathes und Ertrages benutzen. — Zudem können wir damit jede Ortsfläche nach der gegebenen Ortsgüte auf den vollen Grundwerth leicht umrechnen. Obige 48 Mg. haben an gesammtem Grundwerth $8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8 = 48 \times 0{,}75 = 36$ Vollwerthsmorgen.

Hierin findet man wohl Grund genug für unsere Abweichung von dem so unarithmetischen Gebrauche, das Beste durch die kleinste und das Geringste durch die größte Verhältnißzahl umgekehrt zu bezeichnen, was ganz unvereinbar ist mit der Anwendung durchschnittlicher Ortsgüten, allgemeiner Grundwerthe und einstiger Vollerträge. Das oft geäußerte Bedenken gegen unsere größere Anzahl Standortsklassen ist leicht gehoben, wenn man erwägen will, daß in einem und demselben Forste von allen zehn Ortsgüten nur einige, öfters nur 3, selten über 5 vorkommen. Diese wenigen könnte man nun auch von Forst zu Forst wie gewöhnlich mit I. bis V. bezeichnen; doch müßten solche örtlichen Bodenklassen den bezüglichen allgemeinen Standortklassen pünktlich angepaßt werden, sollten die Befangenheiten im Örtlichen nicht weiter bestehen.

Man findet übrigens viel Schwierigkeiten im Ansprechen der Ertragsfähigkeit wegen der oft unerforschlichen Miteinflüsse verschiedener Faktoren der Ortsgüte, was die forstliche Standortskunde näher nachweiset *). Als vergleichender Maßstab dürfte dazu noch am besten die Mittelhöhe des angemessenen, mittelmäßig gerathenen Waldbestandes dienen, insofern diese mit der Standorts- und Bestandesgüte ziemlich genau in geradem Verhältniß steht. So könnte man etwa für den erwachsenen Buchenhochwald zu

den. Ortsgüten: 1. 0,9. 0,8. 0,7. 0,6. 0,5,
die Mittelhöhen: 100. 90. 80. 70. 60. 50 Fuß

annehmen und die Anwendbarkeit dieses neuen Maßstabes gleich an den seitherigen Ertragstafeln versuchen. In denselben findet sich der Buchenhochwald bis auf die geringste Ortsgüte hinausgereihet; derselbe kann aber mit einer geringern Höhe als obige nicht wohl bestehen; daher können auch diese Buchenhochwald-Tafeln nicht der Natur im Allgemeinen entnommen sein.

§. 390. Waldertragsamkeit.

In den wachsenden Massen eines Wirthschaftswaldes reifen fort und fort Erträge, theils bestandweise zum verjüngenden Abtriebe, theils stammweise zum vorläufigen Aushiebe. Diese **Ertragsamkeit** wird hauptsächlich bedingt durch die **Waldgattung** und **Waldbehandlung**.

1) Jede **Waldgattung** wächst durch alle Altersstufen nach eignen Zuwachs- und Ertragsgesetzen. Ihre Ergiebigkeit entspricht jedoch nur auf **angemessenem** Standorte der allgemeinen Orsgüte. Kein einziger Holzwuchs vermag in einem, ihm **unangemessenen** Standorte den bezüglichen Vollertrag zu gewähren. Manche Baumart wächst nur in den bessern, manche gedeiht mehr in den mittlern, manche begnügt sich auch mit den geringern Standorten, und jede liebt besondere Gebirgs- und Bodenarten und Ortsbeschaffenheiten.

2) Die **Behandlung des Waldes** wirkt unglaublich

*) Vergl. Grebe, Gebirgskunde, Bodenkunde und Klimalehre in ihre Anwendung auf Forstwirthschaft. Eisenach 1853. §. 227.

verschieden auf dessen Ertragsamkeit; insbesondere sind die erste Anzucht, die weitere Stellung und Haltung des Bestandes, dessen Abtriebsalter, der gleiche oder ungleiche Wuchs in Alter und Größe, so wie der gut gehaltene Bodenzustand wichtige und noch lange nicht genug erkannte Faktoren des Walbertrages. Die Schätzung unterscheidet wesentlich zwischen des Waldes wirklichem und normalem Zustande. Letzterer ist das, der Walderziehung zum Ziele hingestellte, mehr ideale Bild des Vollbestandes.

3) Die Ertragsamkeit beruht hauptsächlich in dem Massenvorrathe nebst Massenzuwachse und begründet die daraus hervorgehende Ertragsgüte. Auch sie kann vermittelst der Stammgrundfläche, Bestandeshöhe und Stammform bemessen werden, da jede Veränderung, welche an dem wachsenden Waldbestande im Ganzen oder theilweise vorgeht oder gedacht werden kann, durch die drei Gehaltsfaktoren G × H × f bestimmbar ist, die nun auch als Ertragsfaktoren weiter zu Diensten stehen. Durch dieses treffliche Mittel befreien wir zudem die Walbertrags-Schätzung von dem gar unbehülflichen Gebrauche der Stämmezahl.

§. 391. Massenvorrath.

Da jeder Wirthschaftswald alle Jahre schlagbare Wüchse darbieten muß, jeder Waldwuchs aber erst nach mehrjährigem Alter zur Ernte reif wird: so kann auch kein Walbertrag nachhaltig Statt finden ohne einen stufenweisen Nachwuchs von reifenden Beständen. Den dadurch gebildeten Massenvorrath beurtheilt man nach dem normalen Waldzustande, welcher seinerseits hauptsächlich von Standort, Waldgattung und Bestandesalter bedingt wird. Der wirkliche Massenvorrath eines Waldes findet sich bald größer, bald kleiner, als der normale, und ist meist höchst verschieden, je nachdem die Vergangenheit den Wald hier ärmer gemacht, dort in seinem natürlichen Reichthume noch einigermaßen gelassen hat. Er ist der hauptsächliche Gegenstand jeder Waldschätzung; denn je reicher eines Waldes Holzvorräthe sind, um so mehr vermag derselbe abzuwerfen.

Wo von dem Massenvorrathe auf den Ertrag geschlossen

wird, hat man den unvermeidlichen Holzabfall und den örtlichen Nutzungsverlust wohl zu berücksichtigen. Der unvermeidliche Holzabfall umfaßt theils den natürlichen Selbstabfall verdrängter Zweige, Äste und Unterstämmchen, die noch kein Gegenstand wirthschaftlicher Benutzung sind und den Leseholzsammlern oder dem Boden anheim fallen, theils den Hauabfall an Spänen und nicht benutzbaren Brocken. Der örtliche Nutzungsverlust geht hervor durch Entwendung, Absatzmangel und Wirthschaftsfehler; er ist sehr verschieden, mitunter bedeutend, betrifft jedoch meist nur geringe Holzsorten von dem Ast= und Wurzelholze.

§. 392. Massen= oder Holzzuwachs.

Der Massenzuwachs einer Wirthschaftswaldung sollte den entnommenen Ertrag von Jahr zu Jahr in der Regel wieder ersetzen; ist er größer als dieser, so mehrt sich der ertraggebende Massenvorrath; im entgegengesetzten Falle sinkt letzterer, und mit ihm der weitere Ertrag, äußersten Falles auf Nichts herunter. Der Zuwachs spielt mithin, als ersetzender Faktor, bei der Forstschätzung eine bedeutende Rolle und zwar in mancherlei Gestalt. Seine Grundform in wirthschaftlicher Beziehung ist der von allen Natur= und Nutzungsabfällen freie, eigentliche Massenzuwachs. Dieser tritt in unsern Betrachtungen unter folgenden wesentlichen Abänderungen auf:

1) Der wirkliche oder Realzuwachs wird an den Waldbeständen gleich mit Ausschluß der unvermeidlichen Holzabfälle wirklich ermittelt, wie unser laufender Jahreszuwachs, und als eine der sichersten Grundlagen zur Ertragsabschätzung gebraucht. Er findet sich nach der Bestandesgüte mehr oder minder vollkommen, verliert auch mitunter durch Zufälligkeiten noch bedeutende Massen. Was davon der Nutzung zu Theil wird, nennen wir wohl auch Nutzungszuwachs, im Gegensatze von Naturzuwachs, der alle Holzausscheidungen mit umfaßt und daher in der Wirklichkeit nie gewinnbar ist (§. 357.).

2) Der normale Vollzuwachs ist in jedem Betracht vollkommen und daher, außer dem unvermeidlichen Holz=

abfall, ganz frei von allem Nutzungsverluste; aus ihm entsteht der unbedingte oder normale Vollertrag.

3) Der lokale Vollzuwachs ist nur bis auf die mancherlei örtlichen Nutzungsverluste vollkommen; so auch der aus ihm hervorgehende bedingte oder lokale Vollertrag.

4) Mehrungszuwachs oder Bestandesmehrung. Hiermit bezeichnet man, um Begriffsverwirrungen vorzubeugen, recht treffend denjenigen Theil des Massenzuwachses, welcher die Bestandesmasse eines jeden fraglichen Zeitpunktes und endlich auch den Hauptertrag bildet. Er umfaßt also denjenigen Theil des Zuwachses nicht mit, welcher den schon abgefallenen Vorerträgen angehört. Die Bestandesmehrung kann gleichfalls als reale, normale, lokale und wieder als altersdurchschnittliche, periodische und laufende in Betracht kommen.

5) Gesammtzuwachs: Fallen vor dem Abtriebe nutzbare Vorerträge von der Bestandesmasse ab, so reihet sich an diesen Mehrungszuwachs noch ein Zwischenzuwachs und bildet mit diesem den gesammten Nutzungszuwachs, welcher sich somit in Hauptertrags- und Vorertrags-Zuwachs theilt. Man nennt diesen Gesammtzuwachs im Gegensatze zur bloßen Mehrung oft auch nur Zuwachs schlechthin, umfaßt wohl auch diese verschiedenen Bedeutungen in Bezug auf wirklichen Ertrag mit dem Worte Erwachs.

§. 393. Ertragsgüte. Ertragsklassen.

Ertragsgüte nennt man das Maß der geschätzten oder gewährten Ergiebigkeit eines Wirthschaftswaldes an Masse und Werth, und drückt solche mittels des jährlichen Durchschnittsertrages von der Flächenmaßeinheit im ergiebigsten Schlagbarkeitsalter aus. Sie kann normal oder real sein. Die normale Ertragsgüte bezeichnet und bestimmt man im Allgemeinen ganz wie die Ertragsfähigkeit, mit der sie stets in gleichem Verhältnisse steht. Der ausgesucht beste Ertrag gehört zu 1 und jede der neun folgenden, eigentlichen Ertragsklassen bekommt ihren Theil

davon nach der Bezeichnungszahl. Wäre z. B. der höchste Ertrag vom Buchenhochwalde 65, so ergäbe sich zur Differenz aller zehn Ertragsklassen und zugleich als niedrigstes Glied 6,5, also für jede

der Standortsklassen: 1. 0,9. 0,8. 0,7. 0,6. 0,5,
die Ertragsklassen: 65. 58,5. 52. 45,5. 39. 32,5 Kfuß.

Nach der normalen Ertragsgüte läßt sich der Vollertrag eines Forstortes oder Waldverbandes leicht berechnen, wenn dessen durchschnittliche Ertragsfähigkeit dazu bekannt ist. Oben §. 389. dienten 48 Mg. zu 0,75 durchschnittlicher Ortsgüte als Beispiel. Davon betrüge nun die Ertragsgüte:

$$\frac{45{,}5 + 52}{2} = 48{,}75 \text{ Kfuß},$$

und der jährliche Vollertrag vom Ganzen:

$$48{,}75 \times 48 = 2340 \text{ Kfuß}.$$

Ebendasselbe hätte sich ergeben, wenn die Berechnung nach jenen gesonderten Ortsgüten angelegt worden wäre, oder auch nach dem vollen Grundwerthe. Die obigen 48 Mg. betragen nämlich: $8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8 = 36$ Vollwerthsmorgen, und geben also: $36 \times 65 = 2340$ Kfuß Vollertrag.

2. Mittel und Wege zur Ertragsschätzung.

§. 394. Überhaupt.

Zur Schätzung und Beurtheilung des einstigen Ertrages forstmäßig erzogener und gehaltener Wälder bieten sich wesentlich zwei verschiedene Wege dar:

1) Die Ertragsbestimmung nach Ertrags- oder sogen. Erfahrungstafeln, welche für jede Waldgattung und Standortsklasse und jedes eben zur Frage kommende Benutzungsalter den erfahrungsmäßigen Ertrag voller Bestände für die Flächeneinheit nachweisen und damit den Anhalt für die Bemessung des wahrscheinlichen Ertrages anderer, ähnlicher Bestände darbieten; oder

2) die Ertragsbestimmung nach gegebener Vorbestandes- und Zuwachsmasse.

a. Ertragsbestimmung nach Erfahrungstafeln.

§. 395. Waldertragstafeln im Allgemeinen.

Zur Construktion brauchbarer Erfahrungstafeln erforscht man die erforderlichen Ertragsfaktoren an ausgesuchten, mittelmäßig gerathenen Musterbeständen, prüft und bewährt auch die Ergebnisse so gut als thunlich durch wirkliche Hauungserträge.

Die Auffindung solcher Musterbestände, deren Wachsthumsverhältnisse man bestimmt genug nachweisen kann; die Beurtheilung ihres normalen Zustandes und desjenigen, was an dem vermeintlich Vollkommnen einem außerordentlichen Gerathen zuzurechnen ist; die zuverlässige Verwendung des als normal Erkannten für die entsprechenden Standortsgüten und Behandlungsweisen; die vergleichende Musterung und berichtigende Zusammenordnung aller Ergebnisse in die Ertragsreihen: dies Alles ist mit unglaublichen Schwierigkeiten und Zweifeln verknüpft, die um so bedeutender hervortreten, je genauer man den Gegenstand behandelt.

Bei dem Aufbau von Erfahrungstafeln kann man nun, dem Zwecke und der Form nach, verschiedene Richtungen verfolgen, und wir unterscheiden darnach:

1) Vollertragstafeln; sie geben für jedes Benutzungsalter den Haupt- und zugleich den etwaigen Vorertrag an, und sind zweifacher Art:

a) Normalertragstafeln, welche die Vollerträge der normalen Waldzustände ganz allgemein und unbedingt, nur mit Ausschluß des allerwärts unvermeidlichen Selbst- und Hauabfalles aufstellen. Sie sollen gewissermaßen nur die aus dem Großen gegriffenen unbedingten Grundgesetze des Holzwachsthums und der Ergiebigkeit darstellen, können also keineswegs auf lokale Verhältnisse näher eingehen, die in den Forsten so mannichfaltig auf deren Ergiebigkeit einwirken, und sind daher auch zur unmittelbaren Abschätzung künftiger Erträge nicht ohne Weiteres benutzbar.

b) Lokalertragstafeln. Diese geben den Ertrag des normalen Waldzustandes in Gemäßheit der besonderen Forstverhältnisse und ausschließlich aller örtlichen Nutzungsverluste an.

2) Waldmehrungstafeln. Sie stellen bloß die erfahrungsmäßige Massenhaltigkeit der Bestände für die verschiedenen Altersstufen auf, unterscheiden sich also von den vorigen wesentlich dadurch, daß sie die Vorerträge nicht mit umfassen.

3) Durchschnittsertragstafeln stellen nur den für die Flächeneinheit und pr. Jahr ermittelten Durchschnittsertrag innerhalb der Grenzen der gewöhnlichen Benutzungsalter auf.

Die mathematische Grundlage aller Ertragstafeln bilden immer die drei Gehalts- und Ertragsfaktoren G, H, f; sie sind die einzig sicheren Maße und Mittel zur Bemessung und Aufreihung der gefundenen Ertragsgrößen.

Bevor wir daher auf die verschiedenen Arten von Erfahrungstafeln näher eingehen, erscheint es zweckdienlich, erst die allgemeinen Wachsthumsgesetze dieser Ertragsfaktoren: die forstmäßige Stammgrundfläche, Bestandeshöhe und Stammform und die daraus folgenden Ertragsentwickelungen, als vorbereitende Einleitung vorauszuschicken.

§. 396. Forstmäßige Stammgrundfläche*).

Die Stammgrundfläche oder Dichtheit forstmäßig zu erziehender Waldbestände darf, wenn kein Ertragsverlust eintreten soll, zwei von Standort, Holzart und Erziehungszweck bedingte Grenzen nicht überschreiten. Den heranwachsenden, vollen Baumwald hält man allezeit zwischen einem forstmäßigen Schlusse und jenem, die Unterdrückung fördernden Drängen, das den Bestand durchforstbar macht. Wird die Stellung mehr geöffnet, so können die Stämme ihren Standraum nicht ganz durchwurzeln und

*) Zum Ersatz der ungeeigneten Stämmezahl.

einander nicht genug beistehen. Dagegen macht eine Überfüllung den Bestand krankhaft.

Je besser der Standort ist, um so voller wächst der Holzbestand und um so weniger schadet eine etwas dichtere oder dünnere Stellung. Je geringer der Standort, um so kleiner erscheint darauf die forstmäßige Stammgrundflächensumme, um so enger sind jene Grenzen des haltbaren Abstandes, und desto nachtheiliger wird jede Überschreitung des zu dünnen und des zu dichten Standes. Die eine Holzart hält sich in ihrem natürlichen Schlusse merklich voller, als die andere; am dichtesten wachsen gemischte Bestände. Mit zunehmendem Alter gewinnt auch die Stammgrundfläche des Waldbestandes, und zwar so lange, als die Scheitelhöhe oder doch die Kronenwölbung noch zunimmt; doch hat auch der am Stamme mehr und mehr heraufsteigende Wurzelanlauf daran beträchtlichen Antheil. Holzwüchse, die früher eine zu starke Seitenverbreitung hatten, oder von Stockausschlag erwachsen sind, so auch die von ungleicher Größe, schließen sich niemals vollkommen dicht; ihre Stammgrundfläche ist allezeit eine niedrigere. Über ein gewisses Maß der Stammgrundfläche kann kein Bestand sich verdichten (§. 371.).

§. 397. Forstmäßige Bestandeshöhe.

Die **Mittelhöhe eines gleichwüchsigen Waldbestandes** steht der längsten Stammhöhe näher, als der kürzesten, und gleicht meist der zweiten Höhenklasse; sie findet sich bei gleichem Alter um so größer, je besser der Standort und je forstmäßiger die Erziehung ist. Das Höhenwachsthum fängt mit kleinen Fortschritten an, nimmt dann mehr und mehr zu, bleibt darauf längere Zeit von Jahr zu Jahr gleich, läßt späterhin wieder allmählich nach und verliert sich vor der natürlichen Haubarkeit mit kaum merklichen Höhentrieben. Der lebhaftere Höhenzuwachs beginnt und endet bei einer Holzart früher, bei der andern später, bei Wiederausschlägen am frühesten. In manchen Verhältnissen ist das Höhenwachsthum dauernder und gleichmäßiger. Seitwärts schützende Gegenstände, als Bergwände, Felsen und

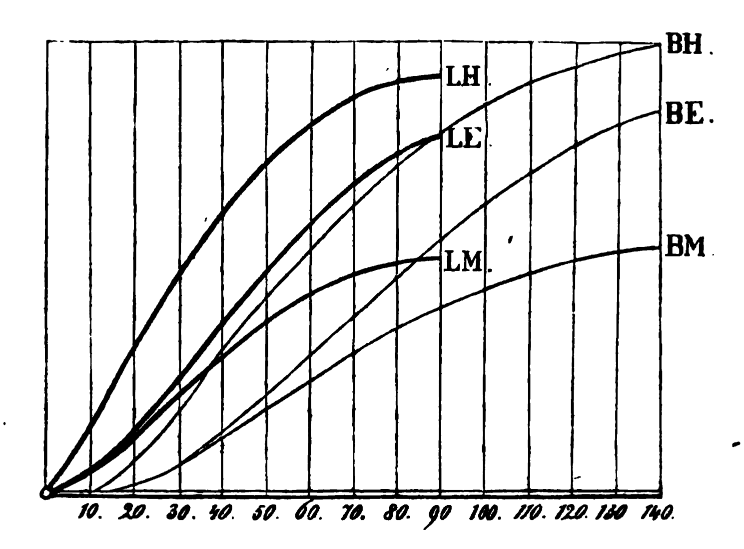
Bäume, begünstigen in gewisser Ferne den Höhenwuchs außerordentlich; Beschränkung der nöthigen Seitenfreiheit hält ihn zurück; Überschirmung unterdrückt ihn gänzlich. Ein Mangel an Schluß verursacht stärkern Seitentrieb; ein übermäßiges Drängen schwächt die Kronen und Wurzeln, beides auch zum Nachtheil des Höhenwachsthums.

§. 398. Forstmäßige Stammform.

Die mittlere Stammform eines Waldbestandes findet sich bei jeder Holzart eigenthümlich, und zwar um so holzvoller, je besser der Standort, je freier der Stand, je niedriger die Stammhöhe bei voller Beastung und je kürzer und flacher der Wurzelanlauf eben ist. Unterdrückte, gipfellose Stämme des Bestandes haben eine größere Formzahl als die daneben spindelig in die Höhe getriebenen. Stockausschläge stehen später in Höhe und Form den Samenaufwüchsen beträchtlich nach. Bei gleichmäßiger Stellung verliert die Formzahl desselben Bestandes mit zunehmender Scheitelhöhe einigermaßen und gewinnt dann wieder, wenn sich, nach eingestelltem Höhenzuwachse, der Gipfel mehr wölbt.

§. 399. Ertrags-Kurven.

Die fortschreitende Zunahme der Bestandes-Höhen, Massen und Erträge läßt sich in einfacher Weise graphisch recht anschaulich darstellen. Wenn man auf einer zur Grundlinie dienenden Scala die Theilpunkte als Altersstufen des Holzwuchses annimmt und auf einen jeden das gleichzeitige Maß des Erwachses mittels irgend eines Maßstabes als senkrechte Linie errichtet, dann von dem Nullpunkte ausgehend alle Werthspunkte der periodischen Zustände mit einer krummen Linie verbindet: so giebt diese Kurve ein solches Bild der Steigung. Die weiter unten §. 423. dargestellten Wachsthumsgänge der starken und schwachen Entstehung, entnommen von den Lärchen L und Buchen B, bildeten im Höhenwuchse LH und BH, in der Massenmehrung LM und BM und im Gesammtertrage LE und BE die hier folgenden Ertrags-Kurven.



Diese Kurvenschnitte braucht man hauptsächlich zur Prüfung und Ergänzung entworfener Ertragsreihen. Denn durch die Zügigkeit solcher Linien giebt sich ohne Weiteres zu erkennen, wenn der Steigung einer angesetzten Reihe irgendwo die erforderliche Stetigkeit mangelt. Fehlen aber, etwa wegen unzureichender Beobachtungen, Glieder solcher Reihen, oder stimmen die für eine und dieselbe Altersstufe gefundenen Maße nicht recht überein: so zieht man die Kurve in Gemäßheit der eben mehr entscheidenden Richtpunkte und greift dann die andern dadurch mit geschnittenen Werthspunkte ohne Weiteres ab, zur Ergänzung und Berichtigung seiner Reihe, deren Differenzen nachher auf arithmetischem Wege schärfer auszugleichen sind.

Hat man eine zahlreiche und zuverlässigere Sammlung solcher Reihenglieder, so ist es freilich geeigneter, dieselben nach Zeit und Größe unmittelbar in ein Quadratnetz zu ordnen und dann rein arithmetisch einzureihen; überhaupt behilft sich der im Interpoliren geübtere Schätzer weniger mit solchen graphischen Ausgleichungen.

§. 400. Ertragsentwickelung der gleichwüchsigen Bestände.

Um die gesammte Ergiebigkeit eines im Alter und Wuchse gleichen Waldbestandes durch alle Lebensperioden hindurch allgemein zu bestimmen, muß man für jedes Alter, das irgend einer Hauung wegen zur Frage kommt, den Massengehalt, das Produkt aus der Stammgrundflächensumme G, der mittleren Scheitelhöhe H und der mittleren Formzahl f, ermitteln. Derselbe ergiebt an sich den Hauptertrag für die betreffende Altersstufe.

Was nun die bereits vorher abgefallenen Vorerträge betrifft, so ist Folgendes in Betracht zu ziehen. Der heranwachsende, volle Holzbestand verdichtet und überfüllt sich allmählich, und man muß darin von Zeit zu Zeit, mittels geeigneter Durchforstung, die nöthige Wachsthumsfreiheit wieder herstellen. Bezeichnen wir die gefüllte Stammgrundfläche des durchforstbaren Bestandes mit G und den eben davon abkömmlichen Durchforstungsantheil mit g: so ist die Stammgrundfläche des forstmäßig geöffneten Schlusses G — g. Hätten G und g immer wieder dasselbe Verhältniß: so wäre auch allezeit $g \times H \times f$, die abfallende Durchforstung, und $(G - g) \times H \times f$, der eben verbleibende Bestand, aus $G \times H \times f$ zu finden. Von Altersstufe zu Altersstufe wird aber die durchforstbar gefüllte Stammgrundfläche G größer und der davon abfallende Durchforstungsantheil g in gewissem Verhältnisse kleiner. Für alle Durchforstungszeiten kann nun G erfahrungsmäßig festgestellt und g nach folgenden Grundsätzen bestimmt werden.

Die Stammgrundflächensumme eines forstmäßig gehaltenen Holzbestandes wächst von einer Durchforstung zu der andern, etwa alle zehn Jahre, in demselben Verhältnisse zu, wie die einzelne Stammgrundfläche des Mittelstammes. Nun findet man, daß der Mittelstamm des forstmäßig gehaltenen Hochwaldbestandes, von einem gewissen Zeitpunkte bis über jedes wirthschaftliche Haubarkeitsalter hinaus, alljährlich mindestens einen glei-

chen Stammgrundflächen-Zuwachs anlegt. Den Eintritt dieses Zeitpunktes setzen wir in das Alter, worin jene Stammgrundfläche eben ihrem nachherigen zehnjährigen Zuwachse gleichsteht. Fände dies wie beim Buchenhochwalde erfahrungsmäßig etwa im 30. Jahre Statt, und setzten wir die Stammgrundfläche des Mittelstammes zu jener Zeit = 1 : so wäre

die Stammgrundfläche:	das Verhältniß der Stammgrundflächen:
im 40. Jahre = 2	
„ 50. „ = 3	vom 40. und 50. Jahre = 2 : 3
„ 60. „ = 4	„ 50. „ 60. „ = 3 : 4
„ 70. „ = 5	„ 60. „ 70. „ = 4 : 5
„ 80. „ = 6	„ 70. „ 80. „ = 5 : 6

u. s. w.

Nach solchen Verhältnissen berechnet man nun, wie viel bei jeder Durchforstung von der eben vorhandenen Stammgrundflächensumme abfallen dürfte.

Müßte z. B. die durchforstbar gefüllte Stammgrundfläche im 70. Jahre G und im 80. Jahre G′ sein: so hätte man von der vorgefundenen Stammgrundfläche G so viel stehen zu lassen, daß daraus G′ in 10 Jahren wieder erwachsen könnte. Wüchse nun der Mittelstamm von dem 70. bis zu dem 80. Jahre in seiner Stammgrundfläche von 5 zu 6, oder in jedem angenommenen Falle von v zu w: so fände man die im 70. Jahre verbleibende Stammgrundfläche durch die Proportion

$$6 : 5 = G' : \tfrac{5}{6} G' \text{ oder allgemein } \frac{v}{w} G'.$$

Die von G abfallende Stammgrundfläche wäre daher allgemein:

$$G - \frac{v}{w} G'.$$

Was nun die Höhe der eben auszuforstenden überwachsenen Stämme betrifft, so steht dieselbe unter der derzeitigen Bestandeshöhe; sie gleicht mehr der Mittelhöhe des vorigen Jahrzehndes. Nennen wir die Höhenzunahme der letztern 10 Jahre s, so ist die Höhe des Durchforstungsholzes H — s. Die Formzahl f mag

unverändert bleiben, obwohl dieselbe an den kürzern, unterdrückten Stämmen meist etwas größer ist, als die mittlere.

Danach wäre nun die allgemeine Formel zur Berechnung des Vorertrags von jeder Altersstufe:

$$\left(G - \frac{v}{w} G'\right) \times (H - s) \times f.$$

Hierin bedeutete:

G, die gefüllte Stammgrundfläche des eben zu durchforstenden Vollbestandes;

G′, die nach 10 Jahren abermals durchforstbare Stammgrundfläche desselben Bestandes;

$\frac{v}{w}$, das Zunahme-Verhältniß der Stammgrundflächensumme in der Zwischenzeit;

H — s, die Bestandeshöhe, 10 Jahre vor der Durchforstung;

f, die derzeitige Formzahl.

Über die weitere Anwendung dieser Formel siehe §. 402. pos. 5.

§. 401. Ertragsentwickelung der ungleichwüchsigen Bestände.

Der ungleichwüchsige Waldbestand hat entweder gleichwüchsige Hauptbestandtheile, oder ist ganz ungleichwüchsig. In keinem der beiden Fälle wird der Bestand auf ein Mal ganz abgeschlagen, sondern nur ein gewisser Theil desselben.

1) Bei an sich gleichwüchsigen Bestandtheilen, wie in dem Mittelwalde, bestimmt man eines jeden besondern Antheil an der Stammgrundflächensumme, welcher für das Unterholz $\frac{u}{G}$, für das Oberholz $\frac{o}{G}$, $\frac{O}{G}$ betragen mag, nebst der eigenen Mittelhöhe und Mittelform zu jeder Abtriebszeit, z. B.

für das Unterholz $\frac{u}{G} \times H \times f$,

für das jüngere Oberholz $\frac{o}{G} \times H' \times f'$,

für das ältere Oberholz $\frac{O}{G} \times H'' \times f''$.

Die Produkte dieser Ertragsfaktoren ergeben zusammen den ganzen Massengehalt. Von demselben bleibt jedoch wieder ein gewisser Theil als Überhalt stehen. Diesen ermißt man auf dieselbe Weise und zieht dessen Holzgehalt von dem Ganzen ab; in dem Unterschiede ergiebt sich der Holzertrag jeder Schlaghauung. Eigentliche Vorerträge finden hierbei nicht Statt.

2) Bei gänzlicher Ungleichheit des Wuchses, wie im Plänterwalde, wo nur die größten Stämme einzeln ausgehauen werden, bestimmt man den jährlichen Zuwachs g von der Stammgrundflächensumme des verbleibenden Bestandes und dazu die Scheitelhöhe H und Formzahl f der ältesten, zum Aushiebe kommenden Stämme. Der jährliche Holzertrag ergiebt sich dann aus $g \times H \times f$. Um auch den bleibenden Holzbestand, nach dessen Massengehalt aber weniger Frage ist, näher zu ermessen, zerfällt man denselben in ziemlich gleichwüchsige Bestandtheile.

§. 402. Normalertragstafeln für den Hochwald.

Die Normalertragstafeln für den Hochwald müssen, wenn sie eine geeignete Benutzung gestatten sollen, von jeder Waldgattung und Standortsklasse und von jedem Haubarkeitsalter die mittlere Bestandeshöhe und Bestandesmasse mit dem Hauptertrage, so wie den etwaigen Vorertrag nebst dem Durchschnittsertrage unter allen Wachsthumsverhältnissen in möglich genauen Mittelzahlen naturgemäß angeben.

Dergleichen unbedingte Normalertragstafeln wären für den Hochwald sechs erforderlich, nämlich:

I. Für den Buchenwald, zugleich auch für Eichenbestände unmittelbar, und für Ahorn-, Eschen- und Ulmenbestände mittelbar.

II. Für den Fichtenwald, mittelbar auch für den Tannenwald.

III. Für den Kiefernwald, mittelbar auch für die Lärchenbestände.

IV. Für gemischten Hochwald von Nadel- und Laubholz.

V. Für Erlen- und Aspenbestände.

VI. Für Birkenbestände.

In diesen Ertragstafeln ist zu jeder Standortsklasse und zu jedem fraglichen Bestandesalter anzugeben: die mittlere Bestandeshöhe und die volle Bestandesmasse, welche zu ihrer Zeit als Hauptertrag eintritt, der abkömmliche Vorertrag und der Durchschnittsertrag.

1) Die 10 allgemeinen, ganz gleich abgestuften Standortsklassen können nicht unbedingt auch von einer jeden Waldgattung den verhältnißmäßigen Ertrag hervorbringen. Auf den geringern Standorten kann der Buchenhochwald gar nicht wachsen; auf den bessern steigt die Ertragsgüte der Nadelhölzer sehr bedingt; die Erlenbestände sind an ganz eigene Standorte gebunden u. s. w.

2) Das Bestandesalter, für welches der Ertrag aufgestellt wird, braucht man eigentlich nur von dem Zeitpunkte an, wo der Bestand in eine mehr ausgeformte nutzbare Stärke tritt, bis zum höchsten Schlagbarkeitsalter. Die Ansätze machen wir in den kürzesten Altersstufen, die besonders zur Frage kommen könnten, etwa in Jahrfünften. Eine weitere Ausführung verursachte zu viele Weitläufigkeit und erschwerte den Gebrauch. Die Bestandesverhältnisse der früheren Jugend und des späteren Alters finden sich zu abweichend von den Gesetzen der eigentlichen Wachsthumszeit und zu sehr dem Zufalle unterworfen. Den Buchenhochwaldertrag stellt man also etwa von dem 40. bis höchstens zu dem 140. Jahre auf.

3) Die mittlere Bestandeshöhe wird für jede Altersstufe angesetzt und dient hier als unentbehrlicher Anhalt, nicht nur zur Anwendung der Tafeln selbst, sondern auch zur Beurtheilung der Ertragsfähigkeit und Ertragsamkeit. In dem forstmäßig gehaltenen ältern Hochwaldbestande findet sich erfahrungsmäßig die Mittelhöhe etwa 5 bis 10 Fuß niedriger, als die der höchsten Stämme, meist an den Stämmen zweiten Ranges.

Ein sehr guter Standort (zu 0,8) erzeugt in dem Buchenhochwalde, bei dem Alter von 40, 50, 60 . . . . 140 Jah-

ren, etwa folgende Mittelhöhen: 25. 35. 44. 52. 59. 65. 70. 74. 77. 79. 81 preußische Fuße.

4) Die volle Bestandesmasse jeder Altersstufe erfolgt aus dem Produkte H × G × f. Davon ist die mittlere Bestandeshöhe H für sich schon angesetzt. Was nun G × f betrifft, so muß zuvörderst die Stammgrundfläche für den durchforstbar gefüllten, der vollkommenen Hochwaldstellung entsprechenden Bestand jeder Altersstufe bestimmt werden. Am sichersten ist es dabei, sie erfahrungsmäßig so zu stellen, daß sich $\frac{1}{10}$ von ihr noch eindrängen könnte, im überfülltesten Stande gegen die Schlagbarkeit hin selbst $\frac{2}{10}$. Diese Ermäßigung ist naturgemäß erprobt. Da nun die Stammgrundfläche des gleichwüchsigen Hochwaldbestandes bis in ein gewisses Alter mit immer kleinern Differenzen zunimmt und sich späterhin mehr gleich hält, die Formzahl dagegen anfänglich sich mindert, dann mehr gleich bleibt und späterhin mit eintretender Kronenwölbung ebenmäßig zunimmt: so ergänzen sich die Faktoren G und f durch alle Altersstufen ziemlichermaßen, und man reiht sie daher gleich im Produkte zusammen auf. Zu obigen 60=, 70= und 80jährigen Mittelhöhen im Buchenhochwalde von 44, 52 und 59 Fuß gehören z. B. folgende Produkte von G × f auf 1 preuß. Morgen: 45,45. 47,69. 49,49.

Danach wäre auf 1 Morgen der volle Massengehalt des 70. Jahres, wo H = 52 und G × f = 47,69 ist: 52 × 47,69 = 2480 c'. Das Produkt G × f kommt nicht besonders in die Tafel, wäre aber leicht zu finden durch Division der Bestandesmasse mit der Höhe.

5) Der am Ende jedes Jahrzehndes von dem gefüllten Holzbestande abfallende Vorertrag wird nach §. 400. mittels des derzeitigen Verhältnisses $\frac{v}{w}$ im Stammgrundflächenzuwachse des Mittelstammes berechnet *). Wäre dessen Stammgrund=

*) Der Herausgeber glaubt, um Mißverständnissen vorzubeugen, nochmals besonders hervorheben zu müssen, daß es sich hier um die Construktion von Normal=Ertragstafeln im Gegensatz zu den Lokal=Ertragstafeln handelt.

fläche z. B. in dem 30. Jahre 1, im 40. Jahre 2, im 50. Jahre 3 . . . ., im 130. Jahre 11 und im 140. Jahre 12: so brauchte man zu der eben verbleibenden Stammgrundflächensumme im 30. Jahre $\frac{1}{2}$ von der im 40., im 40. Jahre $\frac{2}{3}$ von der im 50., im 50. Jahre $\frac{3}{4}$ von der im 60. . . . ., im 130. Jahre $\frac{11}{12}$ von der im 140., nach Maßgabe der Verhältnisse 1 : 2 : 3 : 4 . . . 11 : 12. Verbinden wir nun in obiger Vorertragsformel $\left(G - \frac{v}{w} G'\right) \times (H - s) \times f$ die Stammgrundfläche G mit der Formzahl f zu $(Gf - \frac{v}{w} G' f) \times (H - s)$ und setzen dafür unsere eben angenommenen Buchenhochwald-Faktoren, so entziffert sich z. B. als Vorertrag nach dem 70. Jahre: $(47{,}69 - \frac{5}{6} \times 49{,}49) \times (52 - 8) = 283$ Kfuß. Gegen diesen scheinbar hohen Betrag könnte sich vielleicht ein oder der andere Zweifel erheben, dem wir im Voraus begegnen müssen.

Wollte man erstens den Eintritt des gleichen Stammgrundflächenzuwachses später annehmen, was der gewöhnlichen Buchenhochwalderziehung wohl angemessener wäre: dann rückte obige Stärkenzuwachsreihe 1 : 2 : 3 : 4 . . . weiter hinter. Oder setzte man das größte Steigen des Stammgrundflächenzuwachses voraus, nämlich: $1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2$ . . ., das sich mit gleichbleibender Jahrringsstärke in licht erwachsenen Baumhölzern ausnahmsweise wohl findet, das auch durch übernommene Durchforstungen gewissermaßen ermöglicht werden könnte: dann stiegen die Glieder der Zuwachsreihe mit größeren Differenzen. Mithin minderten beide Voraussetzungen alle gleichzeitigen Werthe von $\frac{v}{w}$. Dadurch würde aber die jedes Mal zu belassende Stammgrundfläche $\frac{v}{w} G'$ kleiner, also die abfallende Durchforstungs-Stammgrundfläche $G - \frac{v}{w} G'$ alle Mal größer.

Zweitens ist nicht zu läugnen, daß jeder voll geschätzte Vorertrag, besonders in den jüngern Jahren, bedeutenden Verlust erleiden kann, durch Mangelhaftigkeit in Bestand und Wachsthum, durch Verwahrlosung, Frevel u. dgl. m. Darauf hin ist

aber auch schon von vorn herein das Stärkezuwachsverhältniß sehr gering angenommen worden; denn der Stärkezuwachs beträgt, zumal in dem kräftigen Jugend- und Mittelalter, gerade zur Zeit, wo die Möglichkeit jener Verluste am größten ist, weit mehr, meist das Doppelte. Ohnehin liegen außerordentliche Nutzungsverluste ganz außer dem Bereiche einer Formel für naturgemäße Normalerträge.

Es giebt also kein Verhältniß in dem Wachsthumsgange des forstmäßig gehaltenen Hochwaldes, für welches der aus unserer Formel hervorgehende normale Vollertrag zu groß ausfiele. Auch stimmen ihre Ergebnisse mit gut geführten Durchforstungen der Vollbestände ganz befriedigend überein. Nur im spätern Baumalter weicht diese Formel von der Praxis ab und bietet eine stärkere Ertragsentnehmung, als die gewöhnliche, weil man dann die Durchforstungen in der Regel aussetzt zu Gunsten des Hauptertrags.

Hierzu wird noch bemerkt: Jeder dieser Vorerträge ist erst zu Ende seines Jahrzehndes fällig und in der gleichzeitig angesetzten vollen Bestandesmasse mit inbegriffen. Keine Durchforstung dürfte mehr nehmen, als ein Zehntel des vorhandenen Vollbestandes, und betrüge der Ansatz in den Tafeln eben mehr, so müßte man öfter durchforsten. Längere Zwischenräume, als 10 bis 15 Jahre von einer Durchforstung zur andern, sind nur in höherm Alter zulässig. Von den letzten Durchforstungen kann man einen gewissen Theil bis zur Haupthauung verschieben und in der Bestandesmasse mit stehen lassen. Dieser Verbleib kann aber zwei Zehntel des eben angesetzten Massengehaltes vom Hauptbestande nicht übersteigen und darf höchstens nur die letzten zwei Jahrzehnde Statt finden. Ein solches Verschieben der letzten Vorerträge bis zum Eintritte des Vorbereitungshiebes ist oftmals vortheilhaft. Ohnedies zeigt sich im erwachsenen stärkern Waldbestande das Durchforsten nicht mehr von so allgemeiner Wirkung auf den Zuwachs, indem die bleibenden Stämme die eben erledigten, mehr vereinzelten, größern Öffnungen nicht so theilen und alsbald durchwurzeln können: ein mathematischer Grund, warum der eigentliche Hochwald weder ein höheres Alter

mit Nutzen erreichen, noch zur Erziehung außerordentlich starker Bäume vortheilhaft dienen kann. Überhaupt befindet sich jeder alte Baumholzbestand in ganz andern, viel zufälligeren Wachsthums-Verhältnissen, die durchaus nicht mehr in allgemeine Formeln passen.

6) Der jährliche Durchschnittsertrag kommt entweder als bloße Mehrung ohne die Vorerträge, oder mit denselben in Betracht, und ergiebt sich durch Theilung des Massenerwachses in die eben erlebten Altersjahre.

Die Alters-Durchschnittsmehrung von der jederzeit vorhandenen Bestandesmasse erscheint größer, wenn dem Bestande die letztern Vorerträge noch nicht entnommen sind. Das Unterlassen früherer Durchforstungen hat dagegen eine Schwächung des Wuchses und gar leicht eine Minderung des Hauptertrags zur Folge.

Den eigentlichen Durchschnittsertrag findet man aus der eben vorhandenen Bestandesmasse als Hauptertrag und der Summe aller schon ausgeschiedenen Vorerträge.

Der obige Buchenbestand hatte im 70. Jahre auf dem Morgen an jährlichem Durchschnittsertrage:

35,42 c′ Mehrung zu dem vorhandenen Hauptertrage und
45,42 c′ von dem Haupt- und Vorertrage zusammen.

Sein höchster Durchschnittsertrag fiele ohne Durchforstung mit 36,88 c′ in das 90. Jahr, sammt der Durchforstung mit 52,45 c′ in das 110. Jahr. Begreiflich muß der höchste Gesammt-Durchschnittsertrag später eintreten, weil die Abnahme der laufenden Mehrung durch das Hinzurechnen der Vorerträge weiter hinaus übertragen wird.

§. 403. Normalertragstafeln für den Mittelwald.

Der eigentliche Mittelwaldbetrieb ist nur statthaft in Buchenwaldung und in gemischter Waldung, worin die Eiche mehr vorherrscht. Die Ertragstafeln umfassen also

I. den Buchenmittelwald und
II. den gemischten Mittelwald.

Jede hat die Überschriften: Standortsklasse, Umtriebszeit, Mittelhöhe, Hiebsmasse, Überhaltsmasse, Durchschnittsertrag.

Der Mittelwaldbestand erscheint bei näherer Untersuchung sehr veränderlich und von vielen Zufälligkeiten abhängig. Es ist kaum möglich, noch weniger aber wirthschaftlich, denselben mehre Umtriebszeiten hindurch gleichmäßig zu erhalten. Nur selten glückt es, seine verwickelten Wachsthums- und Ertragsverhältnisse recht aufzufassen und sicher zu handhaben. Daher findet die Aufstellung von allgemeinen Ertragstafeln des Mittelwaldes bei weitem größere Schwierigkeiten, als die des Hochwaldes, und es ist dabei um so nöthiger, die Ergebnisse wirklicher Hauungen neben den Ertragsfaktoren H, G und f vorsichtig mit zu gebrauchen. Indessen bleibt man auch bei der Anwendung wirklicher Erträge ungewiß, weil dieselben aus Ansammlungen von frühern Umtrieben mit bestehen, wo ein ganz anderer Überhalt Statt gefunden haben kann. Man kommt dabei nie zu einer reinen Abrechnung.

1) Die Standortsklassen können alle 10 von dem Mittelwalde eingenommen werden; naturgemäßer geben die niedern, im Vergleich zum Hochwald, einen verhältnißmäßig reichlichern Ertrag, als die höhern, jedoch mehr an Unterholz.

2) Umtriebszeit. Die Massen- und Ertragsgrößen des Mittelwaldes in fortschreitenden Altersstufen aufzustellen, ist unzweckmäßig, weil Vorerträge darin nicht in Anschlag kommen und jedes Abtriebsalter seine eignen Oberholz- und Wachsthumsverhältnisse hat. Die Umtriebszeiten können zwischen 15 bis 45 Jahre fallen, und es ist hinreichend, sie von 5 zu 5 Jahren anzusetzen.

3) Die Mittelhöhe des schlagbaren Bestandes bleibt beim Mittelwalde immerhin einigermaßen zweifelhaft und bietet darum auch einen viel weniger sichern Anhalt als im Hochwalde; sie wäre von dem Unter- und Oberholze besonders anzugeben, wenn man es nicht der Kürze wegen vorzieht, von dem Unter- und Oberholze nur eine gemeinschaftliche Mittelhöhe anzusetzen. Die Unterholzhöhe erhebt sich um so mehr, je mehr dasselbe aus Weichholz und aus frischem Stockausschlage besteht und Freiheit

1) Standortsklasse. Für Erlen, Haseln und Weiden sind die drei allgemeinen Standortsgüten gut, mittelmäßig und gering schon zureichend.

2) Die Umtriebszeiten werden zu 10 bis 40 Jahren angenommen, von 5 zu 5 steigend.

3) Die mittlere Bestandeshöhe steht in Verhältniß mit der Ausschlagsfähigkeit und weitern Wachsbarkeit jeder Niederwaldgattung. Diesen Hauptfaktor des Niederwaldertrags muß man für alle Standortsklassen und Umtriebszeiten an Musterbeständen sorgfältig ausmitteln und aufreihen.

4) Die Ertragsansätze werden, wo zumal die Stammgrundfläche nicht meßbar ist, auf einzelne bewährte Hauungserträge gegründet. Man dividirt jeden gefundenen Ertrag durch die dazu gehörige mittlere Bestandeshöhe H, setzt den so erhaltenen Quotienten G × f einstweilen an, ergänzt und berichtigt dann diese vorläufigen Glieder für jede fragliche Ertragsklasse und multiplizirt endlich alle wieder mit der entsprechenden Höhe H.

Ein gemischter Niederwald in 25jährigem Umtriebe und sehr gutem Standorte (0,8) könnte auf dem preuß. Morgen an Holzertrag etwa abwerfen, wenn H = 26 und G × f = 30 ist:

$$26 \times 30 = 780 \text{ c}'.$$

5) Die Division des Holzertrages durch die Umtriebszeit ergiebt den jährlichen Durchschnittsertrag; in diesem Beispiele:

$$\frac{780}{25} = 31{,}2 \text{ c}'.$$

Werden von einem Umtriebe zu dem andern Standreitel übergehalten, so ändert dies den Holzertrag eben nicht, wofern nur dieselben das ersetzen, was am Ausschlage unterdrückt wird.

§. 405. Normalertrags-Tafeln für Plänterwald.

Der Plänterwaldbetrieb kann nur bei solchen Holzarten Statt finden, die länger Beschirmung ertragen. Daher giebt es eigentlich keinen andern, als

I. Buchenplänterwald.

II. Tannen- und Fichtenplänterwald.

Die Ertragstafeln dafür brauchen zu jeder Standortsklasse bloß die mittlere Höhe der haubaren Stämme und den jährlichen Holzertrag zu enthalten.

1) Die Standortsklassen müßten eben nicht alle aufgestellt werden, sondern nur den erfahrungsmäßigen Standort des Plänterwaldes umfassen.

2) Die Mittelhöhen der größern, haubaren Stämme sind als hauptsächliche Ertragsfaktoren genau zu bestimmen. In dem eigentlichen Plänterwalde finden sich selten die Stammhöhen und Stärken beträchtlich.

3) Der jährliche Ertrag oder Massenzuwachs des Plänterwaldes läßt sich nicht nach wirklich erfolgten Hauungen bestimmen. Man muß in gut ausgewählten Musterbeständen außer H und f, der Höhen- und Formzahl von den ältesten Stämmen, die sich meist den Oberbäumen in dem Mittelwalde gleichstellen, auch g, den jährlichen Zuwachs an der normalen Stammgrundflächensumme, ermitteln. Das Produkt H × f × g giebt dann den jährlichen Holzertrag. Denn man haut allezeit so viele der ältesten Bäume, als der Stammgrundflächenzuwachs gestattet. Da indeß der Zustand und die Ergiebigkeit des Plänterwaldes von vielen Zufällen und manchen Nebenzwecken abhängt; da auch eine vollkommene Behandlung desselben selten Statt findet: so müssen eben so, wie bei dem Mittelwalde, die Erträge zweifach aufgestellt werden, um für jeden Fall eine geeignete Auswahl zu verstatten.

Hätte ein Buchenplänterwald auf sehr gutem Standorte (0,8) zur Mittelhöhe der haubaren Stämme H = 65′ und pr. Mg. zum Produkte des Stammgrundflächenzuwachses mit der Formzahl g × f = 0,44 bis 0,54: so wäre sein jährlicher Holzertrag

$$65 \times 0{,}44 = 28{,}6 \text{ bis } 65 \times 0{,}54 = 35{,}1 \text{ c}'.$$

§. 406. Lokalertrags-Tafeln.

Die allgemeinen Normalertragstafeln sollen nur die unbedingten Grundgesetze der Ergiebigkeit darstellen, keineswegs aber auf bloß örtliche Verhältnisse näher eingehen. Diese haben jedoch auf den wirklichen Ertrag meist einen sehr erheblichen Einfluß; so wächst das Holz auf manchen Standorten späterhin stärker, auf anderen früher und mit weniger Ausdauer; hier ist man genöthigt, eine Holzart in nicht ganz angemessenem Boden zu erziehen, dort, durch räumlichere Stellung die Schlagbarkeit zu befördern; anderwärts entziehen Aufbereitung und Frevel bedeutende Massen, oder es fehlt an Absatz für geringere Sorten; ja selbst die Geschicklichkeit und Thätigkeit der Forstwirthschafter hat auf das Gerathen und Ausnutzen der Waldbestände großen, dauernden Einfluß. Fast jeder Forst hat seine eignen Ertragsabweichungen von den Normalzuständen.

Man entwirft sich daher zum besondern Gebrauche der Forstabschätzung noch eigene Lokalertragstafeln, nimmt dazu die eben zur Frage kommenden allgemeinen Grundgrößen aus den Normaltafeln, paßt sie den vorliegenden Forstverhältnissen an und ordnet sie (nach §. 89. 3.) in mehr arithmetische, mit den Ortsgüten ganz gleichmäßig fortschreitende Reihen, was die wenigeren Glieder leicht gestatten.

Bei Aufstellung der Lokalertragstafeln für Hochwald ist zunächst die sehr verschiedene Anwachszeit zu berücksichtigen und das darauf folgende Verhalten des Höhenwachsthums und der Dichtheit. Demnächst sind die den Vorertrag bedingenden Umstände näher zu erörtern und zu erwägen mit ihren Beziehungen auf den Hauptertrag. Mangel an Absatz kann noch eine weitere Ermäßigung der erstern Durchforstungen erfordern; ein rascherer Durchforstungsbetrieb kann dagegen den allgemeinen Ansatz noch überwähren. Müßten die Durchforstungen übernommen werden, so beförderte dies den Stärkewuchs auf Kosten des Höhenwuchses und Bodenzustandes und machte die Bestände früher schlagbar. Wo ganz und gar nicht durchforstet wird, da findet man beim Eintritte des Abtriebs oft kaum den normalen Haupt-

ertrag. Der Gebrauch von Vorbereitungshieben verschiebt eben auch die Ertragsgrößen in etwas. Länger stehende Samenbäume vermehren den Holzzuwachs für die Gegenwart mitunter wohl auf Kosten des Nachwuchses. Wo ein ganz gleiches Abtriebsalter durchgängig eingehalten werden kann, ist es geeigneter, in der Lokalertragstafel wenigstens die zwei letztern Durchforstungserträge dem Hauptertrage mit einzuverleiben. In der Normalertragstafel kann dies der weiteren Aufreihung wegen nicht geschehen.

Der Entwurf genauer Lokalertragstafeln für Mittelwald führt zu unendlichen Verschiedenheiten und Zweifeln, je nachdem man diese oder jene Zwischenholzart begünstigt, stärkeres oder schwächeres, mehr oder weniger Oberholz hält, je nachdem Strauchwuchs, Stockveralterung oder Bodenverwilderung überhand nehmen und überhaupt der Mittelwald in den angemessenen Zustand gebracht und erhalten wird, oder nicht, u. s. w.

Die Lokalertragstafeln für Niederwald sind am leichtesten und sichersten nach wirklichen Erträgen zu fertigen. Aber die für Plänterwald allen Ortsverhältnissen gemäß zu stellen, ist noch schwieriger, als bei dem Mittelwalde. Diese beiden Betriebsarten lassen sich nun einmal nicht in ständige Formen passen; darum eben ist es so schwer, ihrer recht Meister zu werden.

Alle Lokalertragstafeln sind vor dem weitern Gebrauche wohl zu prüfen, nicht nur mittels der in Wirklichkeit an Musterbeständen sich darbietenden Massenhaltigkeit, sondern auch hauptsächlich nach den Ertragsfaktoren $(G \times f) \times H$. Bestimmt man nämlich für jeden Fall $G \times f$ so sicher als möglich, und dividirt damit in die angesetzte Bestandesmasse: so muß die natürliche Bestandeshöhe in geordneter Reihe hervorgehen. Diese Prüfung besteht selten eine aus bloßen Massengrößen aufsummirte Ertragstafel.

§. 407. Waldmehrungstafeln.

1) Die seither mitgetheilten Ertragstafeln stellen bloß die Massenhaltigkeit der Bestände für die verschiedenen Altersstufen auf, ohne die Vorerträge mit zu umfassen; es sind daher eigent-

lich nur Mehrungstafeln. Um eine solche aufzustellen, ermittelte man von der fraglichen Waldgattung die Massenhaltigkeit der reichsten Bestände auf dem besten Standorte für alle eben aufzufindenden Altersklassen, vervollständigte diese Ergebnisse durch Interpolation entweder für alle Altersjahre, oder für zehnjährige Altersstufen, und berechnete hierzu noch 4 oder 9 Reihen, je nachdem fünf oder zehn Standorts- oder Ertragsklassen gebraucht werden sollten, so daß die niedrigste Klasse $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{10}$ der höchsten enthielt und zugleich die Seitendifferenz abgab, in welcher alle Klassen neben einander fortschritten. Zu jedem so aufgestellten Massengehalte setzte man noch die zeitliche und die durchschnittliche Mehrung. Erstere (d. h. die Massendifferenz von Jahr zu Jahr, wo die Tafeln alle Altersjahre enthalten) ergiebt sich mittels Abziehung der jedesmaligen Vorbestandesmasse, letztere mittels Theilung des Massenansatzes durch die Alterszahl.

2) Bei dem Zusammenbau dieser Mehrungstafeln fehlte es indeß gar oft an einem recht sichern Grunde; die Nichtbeachtung der Vorerträge führte zu Zweifeln über die Massenhaltigkeit des bleibenden Hauptbestandes und ließ den Kulminationspunkt des Durchschnittszuwachses nicht sicher erkennen, und die durch nichts begrenzte Aufreihung verstieg sich in viel zu hohe Alter, wobei sich Massen entzifferten, die kein Bestand wohl fassen kann; überdies ist die Aufstellung nach arithmetischen Differenzen für die 5 oder 10 Standortsklassen nicht naturgemäß. — Daher erfordert ihr Gebrauch viel Vorsicht. — Vergeblich fragt man nach der Bestandeshöhe, wo eben die so täuschende Ortsgüte zweifelhaft ist; vergeblich sucht man die Vorerträge und eigentlichen Durchschnittserträge zu genauern Bestimmungen und befindet sich nicht einmal im Stande, aus solchen Reihen die rechte Abnutzungszeit zu entziffern.

Prüft man solche Zahlenwerke nach bloßen Massenaufnahmen, so muß man in den Reihen zwischen den höchsten und niedrigsten Massengehalten sein Ergebniß allemal irgendwo wiederfinden; daher der gute Glaube, den diese Tafeln bis jetzt gewonnen haben. Unterwirft sie aber der Kundige einer schärfern Prü-

fung und dividirt ihre Massenzahlen $M = Gf \times H$ mit dem aus der Wirklichkeit entnommenen Produkte Gf: so treten mitunter gar wunderliche Höhenversteigungen hervor.

3) Indeß ist der vorsichtige Gebrauch dieser Mehrungstafeln in Ermangelung eigentlicher Ertragstafeln doch so verwerflich nicht, und hat man dieselben mittels eigner Aufnahmen selbst gefertigt: so mögen sie auch in den meisten Fällen zur Bestimmung künftiger Ertragsmassen genügen. Will man für diesen Zweck die mangelnden Vorertragszahlen in den Mehrungstafeln ergänzen, so kann dies durch eine leichte Nebenrechnung annähernd nach dem Grundsatze geschehen: daß die von den normalen Vollbestandesmassen naturgemäß abfallenden Durchforstungs-Erträge mindestens 0,5, höchstens 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung betragen. Dieser Durchforstungssatz beruht auf folgenden Gründen:

Man darf voraussetzen, daß die wachsende Stammgrundfläche des Vollbestandes von Jahr zu Jahr so viel an sich ausscheide, als der Durchschnittsantheil des laufenden Altersjahres beträgt, nämlich im 40. Jahre $\frac{1}{40}$, im 41. $\frac{1}{41}$, überhaupt im n. Jahre $\frac{1}{n}$. So viel scheidet der Vollbestand bei forstmäßiger Stellung und Haltung ganz sicher aus, indem dessen Mittelstamm (n. §. 400 u. 402. 5.), außer der wirklich verbleibenden Stammgrundflächenzunahme, in der Regel noch mehr zuwächst, als dies $\frac{1}{n}$ seiner Stammgrundfläche. Hiernach ist der Stammgrundflächen-Abfall in jedem Altersjahre $G \times \frac{1}{n} = \frac{G}{n}$ und mithin die darauf befindliche Vorertragsmasse $\frac{G}{n} \times h$, wenn h die Gehaltshöhe der eben abkömmlichen überwachsenen Stämme bezeichnet (§. 343.). Nehmen wir diese nun erfahrungsmäßig zu 0,5 bis 0,8 der mittlern Gehaltshöhe vom ganzen Bestande an, also zu $(0{,}5 \text{ bis } 0{,}8) \times H \times f$: so ergiebt sich für den laufenden Vorertrag im Vollbestande

$$\frac{G}{n} \times (0{,}5 \text{ bis } 0{,}8) \times H \times f = \frac{G \times H \times f}{n} \times (0{,}5 \text{ bis } 0{,}8).$$

In $\frac{G \times H \times f}{n}$ finden wir aber die Durchschnitts-mehrung des Vollbestandes; diese müßte also bloß mit 0,5 bis 0,8 multiplizirt werden, je nachdem die Zuwachs- und Abkömmlichkeitsverhältnisse eben mehr oder weniger versprechen. Hätte also z. B. der 70jährige Vollbestand 2480 c′ Masse und dürfte man den höchsten Durchforstungsfaktor von 0,8 annehmen, so wäre der einjährige Vorertrag für diese Altersstufe $\frac{2480}{70} \times 0{,}8 = 28{,}3$ c′ oder für die letzten 10 Jahre = 283 c′ (vgl. §. 402. 5.).

Die Ergebnisse dieser Durchforstungs-Faktoren passen für alle eigentlichen Durchforstungszeiten der Normalbestände unerwartet genau. Bei deren Anwendung hat man nur zu beobachten, daß 0,5 bis 0,6 den Beständen mit starkem Jugendzuwachs, Lärchen, Kiefern (der sogen. starken Entstehung), 0,7 bis 0,8 aber den Beständen mit geringem Jugendzuwachs, Buchen, Fichten (der sogenannten schwachen Entstehung (§. 426.) mehr angehören; ferner, daß den jüngeren Beständen, vor gänzlich erfolgter Füllung, und den alten Beständen, worin der vorausgesetzte Stärkezuwachs nicht mehr so sicher erfolgt, stets die mindere Zahl zukommt. Den etwa abzurechnenden örtlichen Nutzungsverlust drückt man am füglichsten mittels eines Verhältnißtheiles vom Ganzen aus und mindert gleich unsere normalen Durchforstungs-Faktoren danach, etwa zu 0,6 — 0,5 — 0,4 — 0,3. Diese örtlichen Durchforstungs-Faktoren können auch solchen Altersklassen, deren Nutzungsverlust eben ein anderer ist, besonders angepaßt werden.

§. 408. Durchschnitts-Ertragstafeln.

Die zuverlässige Aufstellung, so wie die sichere Anwendung allgemeiner Waldertrags-Tafeln, welche den natürlichen Wachsthumsgesetzen und Forstverhältnissen in allen Beziehungen vollkommen entsprechen, wird wohl Wenigen recht gelingen. Ehe man sich aber unzuverlässiger Werke aus unbekannten Gegenden und Händen bedient, ist es weit rathsamer, einfachere Hülfsmittel zu gebrauchen, die sicherer beurtheilt und verwendet werden können. Dazu können gute Durchschnittsertragstafeln

dienen, welche die Bestandesmehrung zum Hauptertrage und die nebenbei nutzbaren Vorerträge nachweisen. Beide Ertragsgrößen sind auf Tafel 118 und 119 für alle Waldgattungen zu den ergiebigsten Schlagbarkeitsaltern und angemessensten Standorten durchschnittlich aufgestellt, und zwar pr. Morgen und Jahr in Körperfußen des preußischen Maßes *).

1) Einrichtung der Durchschnitts-Ertragstafeln. Man findet vorn die Waldgattungen, hinten die Grenzen der ergiebigsten Schlagbarkeitsalter, im Innern unter den zehn Ertragsfähigkeits- und Ertragsgüte-Bestimmungen die auf jedes Jahr des Abtriebsalters kommenden normalen Durchschnitts-Erträge, und zwar mit zweifachem Ansatze, als Grenze des Mindesten und Meisten. Diese Doppelansätze haben bei Hochwald noch eine weitere Bedeutung. Der erstere bezieht sich bloß auf einen mäßigen Hauptertrag, der andere umfaßt die Vorerträge gewissermaßen mit.

Hierzu bemerken wir noch, daß nicht jede Waldgattung in allen zehn Standortsklassen verhältnißmäßige Vollerträge geben kann; denn die eine wächst auf dem geringern Boden nicht, die andere hält sich auf dem bessern weniger ergiebig. Dies verursacht die unbesetzten Plätze dieser Tafel. Jede Ertragsreihe steigt wie die obenan stehenden absoluten Ertragsfähigkeitszahlen. Die höchste, zu 1 gehörige Ertragsgüte jeder Waldgattung ist das Ergebniß ganz ausgesuchter Bestandesstücke; sie kann daher für ausgedehnte Waldbestände nur höchst selten als Mittelgröße

---

*) Diese Durchschnitts-Ertragsgrößen habe ich der Natur durch vielfältige Proben eigenhändig entnommen. Findet man sie zu abweichend von andern, oder zu wenig scharf bestimmt: so wolle man doch berücksichtigen, welche Grundlagen alle diese Zahlenwerke haben, und daß es ganz unmöglich ist, das so verborgene, unendlich mannigfaltige Wirken der Natur zu erforschen und in Zahlengesetze zu passen. Viele Hunderte der genauesten Bestandesaufnahmen liegen vor mir; ich befinde mich nicht im Stande, sie zu einen; wer seinen Scharfsinn etwa daran versuchen wollte, dem stehen sie zu Diensten. Mir haben sie weiter nichts genützt, als tiefere Blicke in das Wachsthum der Wälder zu thun und einzusehen, daß jeder nähere Gebrauch der Ertragstafeln auf höchst unsichern Gründen beruht. K.

gelten. Zum Gebrauche dieser Tafel ist es vor allem erforderlich, daß man die Ortsgüten des Forstes bestimmt. Geschieht dies durch örtliche Bodenklassen, so müßten dieselben unsern allgemeinen Standortsklassen bestimmt angepaßt werden *).

2) Kurze Aufstellung der Hauptertäge für bestimmte Abtriebsalter. Man wählt nach Maßgabe der Waldgattung und Standortsgüte die eben geeignete durchschnittliche Hauptertragszahl und multiplizirt dieselbe mit der Zahl des bestimmten Abtriebsalters. Weicht dieses nicht aus den nebenan bezeichneten Umtriebsgrenzen, so bedarf das Ergebniß einer weitern Berichtigung nicht. Eben so lassen sich die Erträge verschiedener Alter zusammenreihen, ganz wie in der Mehrungstafel.

Wäre z. B. der Durchschnittsertrag eines Mittelwaldes 32 Kfuß, und es kämen bei 30jähriger Umtriebszeit 25- bis 35jährige Bestände zum Hiebe: so stellte sich die Ertragsreihe auf 25 × 32 — 26 × 32 — 27 × 32 . . . . . 35 × 32, also auf 800 — 832 — 864 . . . . . 1120.

3) Weitere Aufreihung der Bestandesmassen und Hauptertäge. Wollte man, etwa bei Hochwald, die Bestandesmassen jüngerer Hölzer mit aufreihen, so könnte dies annähernd dadurch geschehen, daß man zunächst für die fragliche jüngste Altersstufe die Vollbestandesmasse durch wirkliche Aufnahmen feststellte, dann den Hauptertrag für das angenommene Abtriebsalter nach der Durchschnitts-Ertragstafel berechnete, und nun die Differenz von beiden in die Zwischenjahre geeignet vertheilte. Hätte man zur Aufstellung des sehr guten (0,8) Buchenhochwaldertrags für das 100jährige Abtriebsalter 40 als durch-

---

*) In dieser neuen Bearbeitung habe ich die Ertragsgüte der Edeltannen etwas höher gestellt, auf dem Grunde weiterer Studien in südlichern Länderstrichen, dagegen die der Kiefern etwas niedriger, weil das Selbstauslichten ihrer Bestände den Meisten als wesentlich erscheinen muß; denn nur Wenige haben Gelegenheit, diese Holzart in ihrer reichsten Ertragsamkeit vergleichend zu beobachten. Die Eiche und Kiefer werden immer verkannt, weil sie sich zu weit über ihren natürlichen Standort hinaus verbreiten und da ihre Schwächen viel mehr zur Schau tragen. K.

schnittlichen Hauptertrag, also 4000 als Abtriebsertrag angenommen, für den 40jährigen Vorbestand aber 1000 als Vollbestandesmasse gefunden: so trüge es jedem der folgenden 6 Jahrzehnde an durchschnittlicher Mehrung $\frac{4000 - 1000}{6} = 500$; man bekäme also

für	das	50.	Jahr	1500,
„	„	60.	„	2000,
„	„	70.	„	2500,
„	„	80.	„	3000,
„	„	90.	„	3500,
„	„	100.	„	4000,

und zwar einschließlich der letztern Vorerträge.

4) Vorertragsschätzung mittels der Durchschnitts-Ertragstafeln. In den höheren Ertragszahlen sind die normalen Vorerträge von den Hochwaldungen mit begriffen, in den niederen aber ausgeschlossen; die Vorerträge selbst ergeben sich also durch Abziehung der vordern Hauptertragszahl von der hintern Gesammtertragszahl. Findet man z. B. für obigen Buchenhochwald unter 0,8 die Ertragsgüte 40 bis 52: so ist der durchschnittliche Vorertrag 52 — 40 = 12. Nach Umständen kann aber auch mehr oder weniger angenommen werden, was dann dem Hauptertrage abgeht oder zu Gute kommt. Die Vorerträge der letzten Altersstufe sind dem Hauptertrage in voraus schon zugerechnet, weil kurz vor dem Abtrieb in der Regel nicht mehr durchforstet wird. Dadurch entsteht auch hier jene Abweichung von den ausgeführten Normalertragstafeln, welche sich nicht auf eine besondere Abtriebszeit einlassen können und also die Vorerträge durch alle Zeiten fortlaufend aufstellen müssen.

Die im Laufe der Zeit von der Vollbestandsmasse abfallenden Vorerträge dürften bis gegen das angehende Schlagbarkeitsalter mit gleichen Differenzen steigend angereiht werden. Ergäbe von dem angenommenen Buchenbestande das 100jährige Abtriebsalter 52 — 40 = 12 zum durchschnittlichen, also 100 × 12 = 1200 zum gesammten Vorertrage, könnte man zu-

dem die Durchforstung im 40. Jahre beginnen, etwa mit 0,8 ihres Durchschnittsantheiles, und von 10 zu 10 Jahren bis zum 80. Jahre steigend fortsetzen: so trüge es von den fünf Durchforstungen der

im 40. Jahre	$\frac{1200}{5}$	× 0,8 *)	= 192	c′,
„ 50. „	$\frac{1200}{5}$	× 0,9	= 216	„
„ 60. „	$\frac{1200}{5}$	× 1,0	= 240	„
„ 70. „	$\frac{1200}{5}$	× 1,1	= 264	„
„ 80. „	$\frac{1200}{5}$	× 1,2	= 288	„
			=1200	c′.

5) Unsere Durchschnitts-Ertragstafel kann in ihrer Allgemeinheit begreiflich nur unbedingt normale Ertragssätze darstellen, ohne allen nähern Bezug auf örtliche Wachsthums-, Erziehungs- und Nutzungsverhältnisse. Der Schätzer muß diese idealen Zahlen zu jedem weitern Gebrauche noch nach Maßgabe der vorfindlichen Forstverhältnisse besonders einrichten. Dies kann beim Hauptertrage gleich überhaupt, bei den weit mehr von Ort und Zeit bedingten Vorerträgen aber erst in der Aufreihung für die verschiedenen Durchforstungsalter theilweise geschehen. Nimmt man bei Anwendung dieser Normalsätze wirkliche Lokalerträge und gut gewählte Bestandesaufnahmen zum Anhalt: so hat man Mittel genug zu der eben erforderlichen Lokalertragstafel, die zum eignen Gebrauche weit mehr genügt, als alle fremden Ertragsauftafelungen. Wer aber nicht im Stande ist, für jede Örtlichkeit die besondere Ertragstafel selbst zu entwerfen, der enthalte sich lieber aller Forsttaxation.

§. 409. Gebrauch der Waldmassen-Tafeln zur Ertragsbestimmung.

1) **Hauptertrags-Schätzung mittels der Waldmassen-Tafeln.** Diese Tafeln mit ihren Gehaltsfaktoren sind ein sehr einfaches und sicheres Hülfsmittel zur Schätzung künfti-

---

*) Da das erste Glied = 0,8 des mittleren Ertrages 1, die Anzahl der Glieder = 5, und das Mittelglied mit dem mittleren Ertrage 1 das dritte ist: so müssen nothwendig die Differenzen 0,1 betragen.

ger Walderträge. Man bestimmt an Ort und Stelle für jede fragliche Abnutzungszeit den Waldschluß und die Bestandeshöhe mit der Stammform und nimmt dann aus der Tafel den zu diesen Ertragsfaktoren gehörigen Massengehalt ohne Weiteres als Hauptertrag an. Nach dem gegenwärtigen Zustande und den künftigen Wachsthumsverhältnissen eines Bestandes läßt sich gar wohl beurtheilen, wie derselbe in seinem Massengehalte von Periode zu Periode mit den Schluß- und Höhenklassen fortschreiten werde.

2) Vorertrags-Schätzung mittels der Waldmassen-Tafeln. Man bestimmt nach dem erwartbaren Stärkezuwachse zuerst den Eintritt des angehenden Vollbestandes, wie ihn die Durchforstung hinterläßt, dann den Zeitpunkt, in welchem der Bestand die nächste durchforstbare Schlußklasse erreicht, und nimmt von dieser Zwischenzeit den **halben Unterschied** des frühern und des spätern, auf gleicher Höhenstufe befindlichen Massengehaltes als Vorertrag an. Es ist dies der halbe Massenzuwachs ohne weitere Höhenzunahme (§. 361. 385. 3.). Die Gründe hierzu ergeben sich aus folgenden Betrachtungen.

Der Stammgrundflächen-Zuwachs eines Vollbestandes kann und darf der Durchforstung nur zum Theil anheim fallen. Einen gewissen Theil davon verbraucht die natürliche Steigung der verbleibenden Stammgrundfläche; einen andern nehmen die hier und da noch vorfindlichen Bestandeslücken auf; öfters ist auch zur Erhaltung eines bessern Bodenzustandes und selbst zur Förderung des Waldschlusses, so wie der Bestandeshöhe und Holzgüte eine dichtere Haltung erforderlich; zudem müßte den Begegnissen der Holzerziehung und Nutzung noch ein Antheil zu Gute gerechnet werden. Unter diesen Berücksichtigungen erscheint es am geeignetsten, von dem Stammgrundflächen-Zuwachse im Vollbestande nur die Hälfte für den abkömmlichen Vorertrag anzunehmen, und zwar mit Beibehaltung der eben vorhandenen Bestandeshöhe, also $\frac{1}{2}$ g × H × f. Diese annähernde Schätzung der Vorerträge ist zwar weniger leicht, als jene nach der Durchschnittsmehrung (§. 407. 3.), doch für Diejenigen,

welche die Waldmassen-Tafeln gebrauchen oder den laufenden Zuwachs gleich mit schätzen, keinesweges schwer und selten ungenügend. Viele Ergebnisse guter Durchforstungen stimmen damit ganz befriedigend überein.

3) Die Waldmassen-Tafeln dienen übrigens in Ermangelung zuverlässiger Normalertrags-Tafeln recht gut auch zur Aufreihung besonderer Lokalertrags-Tafeln. Man stellt sich mit Hülfe der allgemeinen Durchschnitts-Ertragstafel und nach örtlichen Aufnahmen und Erfahrungen die Bestandesmassen und Höhen der fraglichen Waldgattungen, Nutzbarkeitsalter und Standortsklassen so gut als eben thulich auf, ergänzt und berichtigt dann diese vorläufigen Ansätze nach den entsprechenden Schlußklassen unserer Waldmassen-Tafeln und wirft dazu noch die Vorerträge, die Durchschnittsmehrung zum Hauptertrag und den Durchschnitts-Zuwachs zum Gesammtertrag aus, wofern diese Ertragsgegenstände mit zur Frage kommen. Für die Schätzung des später zu erziehenden Walderwachses lassen solche Ertragstafeln nichts zu wünschen übrig.

b. Ertragsbestimmung nach gegebener Vorbestands- und Zuwachsmasse.

§. 410. Überhaupt.

Hierbei wird der gegenwärtige Massengehalt des Holzbestandes bestimmt und demselben noch der ermittelte Zuwachs bis zu der im Voraus angenommenen Abtriebszeit aufgerechnet. Der aufgerechnete Zuwachs kann entweder der laufende oder durchschnittliche sein.

1) Bestimmt man den künftigen Ertrag, indem man dem gegenwärtigen Massengehalt den laufenden Jahreszuwachs aufrechnet, so nimmt man in der Regel den eben vorgefundenen Jahreszuwachs auf jedes weitere Lebensjahr als gleichbleibend an. Ein 70jähriger Fichtenbestand habe z. B. 5000 c′ gegenwärtige Masse mit mit 80 c′ Zuwachs und sollte nach zehn Jahren zum Abtriebe kommen, so wäre sein Ertrag

$$5000 + 80 \times 10 = 5800 \text{ c}'.$$

Diese Zuwachsaufrechnung hat jedoch ihre Grenzen; denn der laufende Zuwachs bleibt sich selten längere Zeit gleich; in jüngeren Wüchsen sehen wir ihn steigen, während er in erwachsenen Hölzern mehr und mehr fällt und nur in mitteljährigen und ungleichwüchsigen Beständen steter fortschreitet. Sollen also solche Zuwachsaufrechnungen nicht zu unnatürlichen Massenanhäufungen führen, so darf man sie keineswegs auf ferne Zeiten erstrecken, und wo hierbei irgend Zweifel obwalten und besonders die Abtriebszeit später hinausfällt, muß der künftige Zuwachs nach Maßgabe der zu erwartenden Wachsthums- und Nutzungs-Verhältnisse noch näher bestimmt und das erlangte Ergebniß vergleichend geprüft und berichtigt werden. Dazu können folgende Mittel als Anhalt dienen:

a) Die Vergleichung mit den Ergebnissen älterer Bestände derselben Form. Diese Vergleichungsbestände geben ohne Zweifel das sicherste Vorbild; selten mangelt es in einem Forste an solchen älteren Hölzern, von denen man den Massengehalt, den laufenden Zuwachs und die Durchschnittsmehrung für gewisse Nutzungsalter sicher abnehmen kann.

b) Die Vergleichung des durch Zuwachsaufrechnung geschätzten Zukunftsertrages mit vorhandenen Erfahrungstafeln. Diese gewähren einen recht brauchbaren ungefähren Anhalt. Bestimmt man den von Zeit zu Zeit sich ändernden Zuwachs näher und vergleicht dann die darauf basirten Schätzungsergebnisse mit jenen Tafeln: so ist man wenigstens völlig gesichert, daß sich die Zuwachsaufrechnung nicht in unmäßige Ertragsmassen versteigt.

c) Die Vergleichung mit Waldmassentafeln. Läßt sich die fortschreitende Zunahme der Ertragsfaktoren einigermaßen sicher bestimmen, so kann darnach der Ertrag mittels der Waldmassentafeln angesprochen und dieser zum bewährenden Vergleiche benutzt werden.

2) Die Aufrechnung der Durchschnittsmehrung besteht darin, daß man statt des laufenden Zuwachses die aus der Bestandesmasse und dem Bestandesalter entzifferte Durchschnittsmehrung anwendet. Bei dem obigen Fichtenbestande wäre die

Durchschnittsmehrung $\frac{5000}{70} = 71{,}4$ und der Ertrag nach zehn Jatzren demnach

$$5000 + 71{,}4 \times 10 = 5714 \text{ c}'.$$

Diese Aufrechnung hat bei allen noch unerwachsenen Beständen keinen sichern Grund; denn abgesehen von der Unsicherheit in Bestimmung des Bestandesalters, weicht die Durchschnittsmehrung von dem wirklichen Jahreszuwachse im Laufe der Wachsthumszeit viel zu sehr ab, wie später noch ausführlicher dargelegt werden wird.

Ganz anders ist es aber mit der Durchschnittsmehrung schon erwachsener Bestände; diese darf in der Ertragsberechnung für die kurze Zwischenzeit bis zum Abtriebe recht füglich als *laufender* Jahreszuwachs gelten, wofern man letztern nicht näher ermitteln will.

Übrigens gewährt der Vergleich mit der **Durchschnittsmehrung von schlagbaren Musterbeständen** ohne Zweifel einen vortrefflichen Anhalt zur Schätzung künftiger Haupterträge anderer, ähnlicher Bestände. Doch bedarf auch dieser erfahrungsmäßige Bestandes-Durchschnittsertrag pr. Morgen und Jahr noch mancher Berichtigung, hauptsächlich in Bezug auf das ganz entschiedene Bessergerathen und dabei immer einigermaßen zweifelhafte mittlere Alter aller aus früherer Zeit noch vorhandenen Musterbestände (§. 385. 1.).

§. 411. Anwendung der verschiedenen Ertragsschätzungs-Methoden.

Die Anwendung der einen oder anderen Methode zur Vorausbestimmung künftiger Erträge richtet sich vorzugsweise nach Alter und Beschaffenheit der Bestände.

1) **Jung- und Mittelwüchse.** Der spätere Ertrag **regelmäßiger** Jung- und Mittelwüchse wird ohne Zweifel am geeignetsten nach recht angemessenen Lokalertragstafeln bestimmt. In diesen sucht man, nach Maßgabe des **Alters**, der **Bestandeshöhe**, des **Massengehaltes** und auch wohl des Zu-

wachses, mit Berücksichtigung der Ortsgüte nur den Anknüpfungspunkt für den fraglichen Bestand und findet dann von hier aus in der fortschreitenden Altersfolge, was an Vor- und Hauptertrag von demselben zu erwarten ist. Mitunter sind freilich berichtigende Modifikationen und Seitengriffe in die nächsten Ertragsklassen erforderlich, wenn zumal ein oder der andere Vergleichsmoment dem Anknüpfungspunkte nicht recht entspricht. — Stellvertretend kann auch eine bloße Waldmehrungstafel gebraucht werden. —

Bei unregelmäßigen Jung- und Mittelwüchsen kommt es zunächst darauf an, worin diese Unregelmäßigkeit besteht. Beruht diese darin, daß größere Blößen unproduktiv sind und bis zur Abnutzungszeit bleiben werden, ist aber sonst der Bestand regelmäßig: so genügt die bloße Abrechnung der Lückenfläche. Beruht solche nur in vorübergehender Mangelhaftigkeit des Bestandes, die aller Wahrscheinlichkeit nach wieder-verwächst, so läßt sich der künftige Hauptertrag gleichfalls nach Ertragstafeln schätzen, und es muß nur eine angemessene Minderung der Vorerträge eintreten. Ist aber die Unregelmäßigkeit bleibend oder die Ungleichwüchsigkeit an sich sehr bedeutend, so bleibt die Anwendung von Ertragstafeln eine gewagte und mißliche Sache. Die künftige Ertragsbestimmung ist in solchen Fällen schwierig und unsicher und kann sich vorzugsweise nur an den vorgefundenen Massengehalt und wirklichen Zuwachs halten, muß um so mehr aber zu den im vorigen §. 410. erwähnten Vergleichungen und Bewährungen ihre Zuflucht nehmen.

2) Erwachsene, ältere Bestände können zwar hinsichtlich ihres Ertrages, wenn sie regelmäßig sind und zureichende Anknüpfungspunkte gewähren, gleichfalls nach Lokalertragstafeln bestimmt werden. Indeß bieten sie selten das Bild großer Regelmäßigkeit; zudem liegt ihre künftige Ertragsmasse in dem bereits vorhandenen Bestande schon zum größeren Theile vor Augen und kann darnach sicherer beurtheilt werden; ihr wirklicher Zuwachs läßt sich genauer ermitteln und darf für die nur noch kürzere Lebensdauer bis zum Zeitpunkte der Abnutzung meist als ziemlich gleichbleibend angesehen werden. Die Ertragsbestim-

mung älterer, mehr erwachsener Bestände geschieht daher am sichersten durch Aufnahme ihrer gegenwärtigen Massenhaltigkeit und Aufrechnung des wirklichen Zuwachses bis zur Abnutzungszeit, wobei jedoch die im vorigen Paragraphen gedachten Vorsichtsmaßregeln nicht außer Acht zu lassen sind. Liegt die Abnutzungszeit näher, ist also nur für kürzere Zeit der Zuwachs aufzurechnen, so kann ganz füglich statt des laufenden auch der Durchschnittszuwachs stellvertretend gebraucht werden.

3. Allgemeine mathematische Gesetze und Verhältnisse des Holzertrages.

a. Ertragsverhältnisse einzelner Holzbestände.

§. 412. Vorläufige Darstellung des Holzmassen- und Werths-Erwachses.

In dem aufwachsenden Holzbestande schreiten Massenzuwachs und Werthzunahme von Jahr zu Jahr nach gewissen Verhältnissen fort. Diesen Gang des Walderwachses kann man zur leichtern Übersicht in kurzen Altersstufen aufstellen und dabei für jede Zwischenzeit ein gleiches Verhalten annehmen, wo nicht eben genauere Zwischengrößen erforderlich sind. Eine solche Darstellung enthält den Stoff zu wichtigen Betrachtungen über die einträglichste Walderziehung, ist sie auch aus den ersten besten Zahlen zusammengesetzt, wie folgende

Übersicht

des Massen- und Werths-Erwachses in einem Holzbestande.

Findet sich in		so beträgt davon			Gilt hierzu		so ergiebt sich an			
dem Altersjahre A.	die Bestandesmasse M.	die Durchschnittsmehrung $\frac{M}{A}$.	die periodische Jahresmehrung $\frac{M'-M}{10}$	das Bestandes-Mehrungs-Prozent.	der Holzpreis w.	mit dem Preiszunahme-Prozent.	gleichzeitigem Bestandes-Werthe Mw.	durchschnittlicher Werthszunahme $\frac{Mw}{A}$	Jahres-Werthzunahme $\frac{M'w'-Mw}{10}$	und an Werthzunahme-Prozent.
10	0	—						—		
			10	—					10	—
20	100	5			1		100	5		
			20	20		5			35	35
30	300	10			1½		450	15		
			30	10		3,33			75	16,66
40	600	15			2		1200	30		
			40	6,66		2,5			130	10,83
50	1000	20			2½		2500	50		
			50	5		2			200	8
60	1500	25			3		4500	75		
			50	3,33		1,66			250	5,55
70	2000	28,57			3½		7000	100		
			40	2		1,42			260	3,71
80	2400	30			4		9600	120		
			30	1,25		0			120	1,25
90	2700	30			4		10800	120		
			20	0,74		0			80	0,74
100	2900	29	—	—	4	—	11600	116	—	—

§. 413. Massenzuwachs-Verhältnisse im Holzbestande.

Aus dieser kurzen Übersicht, worin der Einfachheit wegen vorläufig weder die im Laufe der Zeit abfallenden Vorerträge, noch die geringe Bestandesmasse des ersten Jahrzehndes mit aufgenommen sind, erheben wir nun folgende allgemeinen, für die Holzabnutzung wichtigen Ertragsverhältnisse.

1) Die Durchschnittsmehrung (§. 392.) geht hervor durch Theilung einer jeden Massengehaltsstufe in ihre Altersjahre und tritt zur Abnutzungszeit als durchschnittlicher Hauptertrag auf. Sie steigt mit zunehmendem Alter ziemlich stetig fort bis zu einem Wendepunkte, auf welchem ihr Betrag dem der Jahresmehrung gleichkommt; dann sinkt sie wieder in ziemlich gleichem Schritte. Dieser, vom Steigen und Fallen der Jahresmehrung abhängige Wendepunkt der Durchschnittsmehrung bezeichnet das Bestandesalter, welches den größten jährlichen Hauptertrag abwirft. Die Durchschnittsmehrung hat daher für die Bestimmung des Umtriebsalters eine besondere Bedeutung.

2) Jahresmehrung (§. 392.). Der periodische Mehrungszuwachs ergiebt sich hier, wenn man die Vorbestandesmasse von der Nachbestandesmasse abzieht und den Rest in die 10 Zwischenjahre theilt. Er ist also z. B. in unserm Falle vom 20. bis zum 30. Jahre $= \frac{300-100}{10} = 20$. Dadurch stellt man den Zuwachs freilich in jeder Altersstufe jährlich gleich, was in der Wirklichkeit nur selten der Fall ist. Die mehr naturgemäße arithmetische Aufreihung (n. §. 89. 3.), auf alle einzelnen Jahre, würde hier aber nur zu überflüssiger Weitläufigkeit führen. Das dieser Reihe mehr oder minder eigene Steigen bis zu einem gewissen Wendepunkte, in welchem sie von der Durchschnittsmehrung überholt wird, und das nachherige Fallen giebt sich ohnedies schon genugsam zu erkennen. Die Jahresmehrung dient hauptsächlich zur Bestimmung des Mehrungs-Prozentes.

3) Das Mehrungs-Prozent berechnen wir hier mehr durchschnittlich aus dem Massengehalte am Schlusse eines jeden Jahrzehndes, als Kapital, und der von da ab weiter laufenden periodischen Jahresmehrung, als Zinsen betrachtet. Es ist also z. B. für die Altersperiode vom 40. zum 50. Jahre = 600 : 40 = 100 : 6,66. Dasselbe erscheint um so niedriger, je größer der Massengehalt und je kleiner die Mehrung eben ist; daher das so auffallende Sinken mit zunehmendem Alter. Durch förderliche Aushiebe wird der Massengehalt gemindert und der Zuwachs gemehrt, also das Mehrungs-Prozent von beiden Seiten gehoben. Dasselbe drückt das absolute Mehrungs-Verhältniß aus und dient dem Forstwirthe stets als Zeiger, wo in der Waldung eben mehr oder minder zu helfen, früher oder später zu nutzen ist.

§. 414. Werthszunahme-Verhältnisse im Holzbestande.

Um nun auch die verschiedenen Werthsergebnisse von einem Holzbestande näher beurtheilen zu können, stellten wir der Holzmasse zuvörderst geeignete, mit zunehmender Nutzbarkeit steigende mittlere Preise unter. Daß in der Wirklichkeit oft eine ganz andere Preissteigung Statt findet, ändert nichts an unsern Betrachtungen; denn hier ist es nur um ein zum Beispiel dienendes Werthsverhältniß zu thun. Aus dieser Preisreihe entzifferten wir noch die jährlichen Preiszunahme-Prozente*), welche sehr angelegentlich zur Frage kommen, aber von dem Zeitpunkte an verschwinden, wo das Holz im Preise nicht mehr steigt. Der Holzpreis müßte übrigens rein von allen Bereitungskosten angesetzt sein, sollte er zur Grundlage näherer Werthsbestimmungen dienen. Mittels dieser Preisansätze berechnen sich nun folgende Holzbestandeswerthe:

1) Der am Ende jedes Jahrzehndes vorfindliche Betrag

*) Steht der Holpreis von der Masseneinheit im 20. Jahre zu 1 und im 30. zu $1\frac{1}{2}$: so beträgt inzwischen die gesammte Preiszunahme $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ und die jährliche $\frac{1}{2} : 10 = \frac{1}{20}$. Die jährliche Preiszunahme beträgt also 5 pCt. (nach $1 : \frac{1}{20} = 100 : 5$).

des Bestandeswerthes, das Produkt des derzeitigen Massengehaltes mit dem reinen Holzpreise. Er ist also z. B. im 50. Jahre = 1000 × 2½ = 2500.

2) Die Durchschnitts-Werthszunahme, oder der gleichgestellte Antheil eines jeden Altersjahres an dem Bestandeswerthe; sie ist für das 40. Jahr = $\frac{1200}{40}$ = 30 und ergiebt sich zugleich auch aus dem Produkte der Durchschnittsmehrung mit dem Holzpreise, nämlich 15 × 2 = 30; daher das stärkere Ansteigen. Ihr Wendepunkt fällt über den der Durchschnittsmehrung hinaus, wenn das Steigen des Holzpreises diesen überschreitet, und giebt das Benutzungsalter an, welches den größten jährlichen Geldertrag durchschnittlich abwirft.

3) Die Jahres-Werthszunahme geht ebenso aus dem Bestandeswerthe hervor, wie oben die Jahresmehrung aus der Bestandesmasse. Sie ist also für die Altersperiode vom 20. zum 30. Jahre = $\frac{450 - 100}{10}$ = 35. Wo das Steigen der Werthzunahme mit von der Preiszunahme gehoben wird, liegt deren Wendepunkt hinter dem der Jahresmehrung.

4) Das Werthszunahme-Prozent wird aus dem eben vorhandenen Bestandeswerthe und der weiter laufenden Werthszunahme berechnet, ist also z. B. für die Altersperiode vom 40. bis 50. Jahre = 1200 : 130 = 100 : 10,83. Es steht bei steigendem Holzpreise höher, als das Massenmehrungs-Prozent, und sinkt im spätern Alter ebenfalls sehr bedeutend, sofern es nicht von zunehmenden Holzpreisen gehalten wird. Stehen die alten, starken Hölzer nicht viel höher im Preise, als die schwachen, oder hebt die Zeit nicht etwa den Holzpreis: so sinkt ihr Werthszunahme-Prozent mit unglaublich starken Schritten. Dasselbe giebt stets zu erkennen, in welchem Zinsfuße der Bestand eben an seinem Werthe zunimmt. Wer die Waldzucht treibt mehr des Geldgewinnes wegen, darf diesen Leiter der Spekulation nie aus dem Blicke verlieren.

§. 415. Zeitpunkte der größten Ergiebigkeit und Einträglichkeit im Holzbestande.

Obige Verhältnisse des Massen- und Werthserwachses dienen zum allgemeinen Wegweiser beim Aufsuchen des vortheilhaftesten Zeitpunktes forstlicher Benutzungen.

1) Verlangt man von einem Holzbestande den größten jährlichen Hauptertrag an Holzmasse, so haut man denselben im Wendepunkte seiner Durchschnittsmehrung. Dieser träte in dem obigen Beispiele mit dem 85. Jahre ein, zur Zeit, wo in den beiden noch zu ergänzenden Mehrungsreihen die Gliedergleichheit Statt finden würde.

2) Den größten jährlichen Hauptertrag an Geldwerth giebt das Alter, in welchem die Durchschnitts-Werthszunahme ihren Wendepunkt erreicht. Das obige Beispiel bezeichnete dazu ebenfalls die Zeit zwischen dem 80. und 90. Jahre.

3) Den größten Geldgewinn bietet der Zeitpunkt, in welchem das Werthszunahme-Prozent eben unter den gewerblichen Zinsfuß sinkt. Wäre dieser etwa 4 pCt., so würde in unserm Beispiele das 68. Jahr am einträglichsten sein. Mit dessen Schlusse wäre das Holz zu verwerthen und der Erlös wieder von neuem werbend anzulegen. Bei einer frühern Abnutzung, so lange die Werthszunahme den erforderlichen Zinsfuß übersteigt, büßte man den höhern Zinsengewinn ein, welchen das Holz noch bietet *); bei einer spätern, wo das Werthszunahme-Prozent immer tiefer sinkt, gingen dagegen weiter gewinnbare Geldzinsen verloren.

§. 416. Ermittelung des einträglichsten Benutzungsalters eines jeden Holzbestandes an sich.

Um den Zeitpunkt zu bestimmen, in welchem ein Holzbestand an sich, nämlich ohne alle Beziehung auf Erzeugungskosten, am einträglichsten genutzt werden kann, müssen die Bestandeswerthe der zur Frage kommenden Zeiten gegeben sein; dann macht sich folgende Regel geltend: Man führe die ge-

*) Wir lassen dabei die nach der Abnutzung des Holzbestandes frei werdende Bodenrente vorläufig außer Acht. Vergl. §. 418.

gebenen Bestandeswerthe mittels der erforderlichen Zinseszinsen auf einen beliebigen gleichen Zeitpunkt vor oder zurück; derjenige davon, welcher hier alle andern überbietet, bezeichnet das werthvolleste Benutzungsalter.

Bei einer vollständigen Ertragsaufreihung wäre nur der nächste diskontirte Nachwerth jeder fraglichen Altersstufe mit dem gleichzeitigen wirklichen Bestandeswerthe zu vergleichen. Wo beide übereinstimmen, steht die Einträglichkeit auf ihrem höchsten Punkte. So steigen obige Bestandeswerthe des 50., 60. und 70. Jahres auf folgende 4prozentigen Nachwerthe:

Vom 50. zum 60. Jahr : 2500 × 1,48 = 3700, wirklich 4500;
» 60. » 70. » : 4500 × 1,48 = 6660, » 7000;
» 70. » 80. » : 7000 × 1,48 = 10360, » 9600.

Hiernach fiele die größte Einträglichkeit an das 70. Altersjahr.

In diesem, wie in jedem andern Falle könnte man auch alle gegebenen Erwartungswerthe auf den Nullpunkt der Ertragsreihe vorführen; dann giebt sich derjenige davon als der einträglichste zu erkennen, welcher den höchsten Vorwerth hat. Mit 4 pCt. wäre zum obigen Beispiele

der 60jährige Vorwerth 4500 × 0,09506 = 427,77;
» 70 » » 7000 × 0,06422 = 449,54;
» 80 » » 9600 × 0,04338 = 416,45;

mithin das 70. Jahr am einträglichsten.

§. 417. Ermittelung des rohen Werthszunahme-Prozentes vom Holzbestande.

Beim Anlegen der Holzhiebe und beim Anweisen der Bäume trifft der denkende Forstwirth seine Auswahl nicht ohne vergleichende Berücksichtigung der Werthszunahme, in welcher das fragliche Holz eben steht. Um diese wichtige Wirthschaftsfrage gleich an Ort und Stelle auf die leichteste Weise entscheiden zu können, geben wir für gewöhnliche Fälle die kurze Regel: Man nehme von dem Holzzuwachs- und dem Preiszunahme-

Prozente ohne Weiteres die Summe als Werthszunahme-Prozent des laufenden Jahres an.

1) Das Holzzuwachs-Prozent läßt sich nach §. 359. oder 385. leicht an Probestämmen ermitteln; das Preiszunahme-Prozent ergiebt sich schon ziemlich aus den Preisen der gegenwärtigen und der nach 10 Jahren zu erwartenden Stammstärke und Brauchbarkeit. Ein Fichtenbestand von 50jährigem Stangenholze habe z. B. die nächsten 10 Jahre hinter einander jährlich 5 pCt. Holzzuwachs; der Preis eines Körperfußes steige inzwischen von 2,5 auf 3 Xr., mithin in 10 Jahren um 3 — 2,5 = 0,5 Xr. oder jährlich 0,05 Xr., und habe folglich nach dem Ansatz

$$2{,}5 : 0{,}05 = 100 : p$$

eine jährliche Preiszunahme von 2 pCt.: so rechnete man kurzweg für die jährliche Werthszunahme

$$5 + 2 = 7 \text{ pCt.}$$

2) Um die Genauigkeit unserer Annäherungsregel zu prüfen, wende man dieselbe nur auf eine Werthssteigung der obigen Übersicht (§. 412.), etwa auf das 50. Altersjahr an. Dort ist zu der Bestandesmasse von 1000 c′ und dem Preise von $2\frac{1}{2}$ Xr. der Bestandeswerth 2500 Xr., das nächste Prozent des Massenzuwachses 5 und der Preiszunahme 2. Wir nehmen mithin 5 + 2 pCt. = 0,05 + 0,02 für die 1jährige, oder 0,5 + 0,2 für die 10jährige Werthszunahme an. Danach würde der vorhandene Bestandeswerth der Einheit vom 50. bis zum 60. Jahre auf 1 + 0,5 + 0,2 steigen, und der von 2500 auf

$$2500 \times (1 + 0{,}5 + 0{,}2) = 4250 \text{ Xr.}$$

Eigentlich ist aber die Steigung von dem 50. zum 60. Jahre:

in der Masse	= 1000	×	(1+0,05×10)	= 1500 c′,
in dem Preise	= $2\frac{1}{2}$	×	(1+0,02×10)	= 3 Xr.,
im Werthe	= 2500	×	(1+0,5)×(1+0,2)	= 4500 Xr.

Die Lösung beider Parenthesen dieses Produktes ergiebt:

$$2500 \times [(1 + 0{,}5 + 0{,}2) + (0{,}5 \times 0{,}2)],$$

also gegen die Faktoren unserer Formel noch einen Zusatz von 0,5 × 0,2. Dieser kleine, oben unbeachtete 10jährige Werthszu-

nahme=Antheil $0{,}5 \times 0{,}2 = \frac{5 \times 2}{100} = 5 \times 2$ pCt. beträgt für jedes der 10 Jahre $\frac{5 \times 2}{10}$ pCt. oder das durch 10 getheilte Produkt beider Prozentzahlen.

Demgemäß würde man, zur genauen Bestimmung des jährlichen Werthszunahme=Prozentes, von dem Holzzuwachs= und dem Preiszunahme=Prozente nicht nur die Summe, sondern auch noch ein Zehntel des Produktes nehmen müssen. Mittels dieser Korrektion ergäbe die Berechnung für den obigen Fall

von dem 50. Jahre ab: $5 + 2 + \frac{5 \times 2}{10} = 8$ pCt. *).

Dies führte genau zu dem wirklichen Bestandeswerthe im 60. Jahre, nämlich:

$$2500 \times [1 + (0{,}08 \times 10)] = 4500 \text{ Tr.}$$

Jenes Zehntel des Produktes lassen wir aber in der Regel fallen, wo eine größere Schärfe eben nicht erforderlich ist, wie etwa bei vergleichender Auswahl der zur Fällung bereit stehenden Bäume und Bestände; auch wohl um der reinen Werthszunahme gleich etwas näher zu kommen.

§. 418. Ermittelung des bodenrentefreien Werthszunahme=Prozentes vom Holzbestande.

Der Ertrag eines bestandenen Waldortes umfaßt die Rente zweier ganz verschiedenen Kapitalwerthe, nämlich die des Bodenwerthes und des Bestandeswerthes. Die Bodenrente wird zwar meistens durch die jährlich erfolgende Nebennutzung zum kleineren Theile gedeckt; so weit dies jedoch nicht der Fall ist, muß sie vom Holzbestande mit übertragen werden, und trüge der Wald gar keine Nebennutzung, so müßte sich sein Bodenwerth ganz allein durch den Holzbestand mit verzinsen; in diesem Falle ist also nur das, was die Bodenrente von der rohen Werthszunahme des Bestandes übrig läßt, als eigentlicher Abwurf des Bestandes=

*) In der Darstellung §. 412. läßt sich diese Probe auf jedes Werthszunahme=Prozent anwenden.

werthes anzusehen. Will man also wissen, ob die Werthszunahme eines Waldbestandes an sich, d. h. nach Abzug der Rente, welche dem reinen Bodenwerthe angehört, noch einträglich genug ist *): so muß die Bodenrente von der ganzen Werthszunahme der Waldung abgezogen werden. Dies geht gegen alle Erwartung leicht, wenn man den zeitlichen Bestandeswerth allemal zu 100 Werthseinheiten anrechnet, dann die vom Bodenwerthe nach dem angemessenen Zinsfuße ausgeworfene Bodenrente gleich in solchen Werthstheilen w ausdrückt und von der gesammten Werthszunahme abzieht.

Betrüge z. B. der Bodenwerth 20 solcher Hunderttheile des Bestandeswerthes oder 20 w, und stände der erforderliche Zinsfuß zu 4 pCt.: so käme von der gesammten Werthszunahme auf die abgehende Bodenrente $20 \times \frac{4}{100} = 0{,}8$ w. Wäre nun von dem zu 100 w angenommenen Bestande die rohe Werthszunahme 5 w, so verbliebe als bodenrentefreie Werthszunahme $5 - 0{,}8 = 4{,}2$ pCt.

Oder in einem concreten Beispiele. Der zeitliche Werth des Holzbestandes auf einem Morgen sei = 200 Thlr., dessen laufende Werthszunahme an Holzzuwachs und Preissteigung betrage 8 Thlr., folglich das rohe Werthszunahme-pCt. (n. §. 414. 4.) = 4. — Der reine Bodenwerth dieses Morgens Waldgrund sei 20 Thlr., folglich kommen (nach 200 : 20 = 100 : x) auf 100 Werthseinheiten des Bestandes 10 gleiche Werthseinheiten für den Boden. Steht nun der herrschende Zinsfuß zu 3,5 %, so würden diese 10 Werthseinheiten eine Bodenrente von (100 : 3,5 = 10 : x) = 0,35 bedingen; es wäre demnach

von 100 Bestandeswerth die rohe Werthzunahme . . 4 %,
» 10 Bodenwerth, zu 3,5 %, die Bodenrente . . 0,35 %,
folglich die bodenrentefreie Werthszunahme = 3,65 %.

*) Diese Betrachtung ist für die Beurtheilung der Einträglichkeit unerläßlich; denn so lange der Holzbestand noch fortwächst, ist an diesen die Bodenrente gebunden; wird er abgetrieben, so wird der Boden zu neuer Produktion, sei es zur Holzzucht oder für landwirthschaftliche Zwecke, wieder frei.

Nicht selten stellt sich dies von der Bodenrente befreiete Werthszunahme-Prozent eines Holzbestandes tief unter den gewerblichen Zinsfuß; ja es giebt Fälle, wo dasselbe ganz verschwindet, wo selbst die Bestandeswerthszunahme nicht einmal mehr im Stande ist, die Bodenrente zu übertragen. Je niedriger der Bodenwerth und der Zinsfuß stehen, um so weniger entziehen beide dem Bestande an seiner Werthszunahme. — Der Bodenwerth kann auch den zeitigen Bestandeswerth übersteigen. Unsere Rechnung bleibt in diesem, wie in jedem andern Falle anwendbar. Fände man z. B. in einem jungen Kiefernorte zu der allgemeinen Annahme von

100 w Bestandeswerth etwa	30 w oder pCt. rohe Werthszun. und
500 w Bodenwerth mit	20 w als 4=prozentige Bodenrente:
so verblieben	10 pCt. als bodenrentefreie Werthszunahme des Bestandes.

Die unerwartete Einfachheit dieser sonst so verwickelten Werthsverhältnisse gestattet uns ein kleiner, nicht zu übersehender Kunstgriff, nämlich die feste Annahme des Bestandeswerthes zu 100 w, wodurch Renten und Prozente in gleichen Zahlen auftreten.

§. 419. Ermittelung des ganz reinen Werthszunahme-Prozentes vom Holzbestande.

Um das reine Werthszunahme=Prozent eines Holzbestandes zu bestimmen, muß man außer der Bodenrente auch alle Waldnutzungskosten, welche an ständigen Entrichtungen, so wie für Verwaltung, Unterhaltung u. a. m. im Durchschnitt jährlich aufgehen, von der Bestandeswerths=Zunahme abrechnen. Dies kann sehr leicht geschehen. Man drückt nur jene Kosten, welche beim einzelnen Bestande wie beim ganzen Waldverbande in jährlich gleichem Betrage fortlaufen (die mit eingeschlossenen Anbaukosten bis zu einer gewissen Abnutzungszeit als jährlich gleiche Rente dargestellt), ganz wie die Bodenrente in Hunderttheilen des Bestandeswerthes aus.

Betrügen z. B. in dem obigen Beispiele die jährlichen Nutzungskosten pr. Morgen 0,66 Thlr., so macht dies in Pro=

zenten des Bestandeswerthes (200 : 0,66 = 100 : x) = 0,33; es ergiebt sich also

rohe Werthszunahme	= 4 pCt.
Bodenrente	= 0,35,
jährl. Nutzungskosten	= 0,33.
Also bleiben	3,32

als reines Werthszunahme-Prozent des Bestandes.

§. 420. Ermittelung der rohen und reinen Werthszunahme-Prozente, so wie der Bodenrente von Waldgrundstücken.

Die Frage nach dem rohen und reinen Werthszunahme-Prozent von einem einzelnen Waldgrundstücke ist leicht zu erledigen, wenn der Werth vom Boden und Bestande und die gesammte Werthszunahme nebst den Waldnutzungskosten in gleichen Werthseinheiten gegeben sind.

1) Rohe Werthszunahme vom Boden und Bestande zusammen. In dem vorigen Beispiele war der Werth vom Boden und Bestande oder das Waldkapital 20 Thlr. + 200 Thlr. und davon die jährliche rohe Werthszunahme 8 Thlr. Diese berechnete sich also vom Ganzen zu 3,636 pCt., nach der Proportion:

$$(20 + 200) : 8 = 100 : p.$$

Dieses gesammte Werthszunahme-Prozent vom Boden und Bestande eines Waldgrundstückes stellt sich um so mehr unter das rohe Werthszunahme-Prozent des bloßen Bestandes, je größer der Bodenwerth gegen den Bestandeswerth ist. Hat dagegen ein Waldboden gar keinen andern Nutzungswerth, so dürfte das rohe Werthszunahme-Prozent des Bestandes auch zugleich für das ganze Waldgrundstück überhaupt gelten.

2) Reine Werthszunahme vom Boden und Bestande zusammen. Diese ergiebt sich, wenn man von der rohen Bestandeswerths-Zunahme ohne Weiteres die Waldnutzungskosten abzieht und den Rest als Kapitalabwurf des gesammten Boden- und Bestandeswerthes anrechnet.

In unserem Beispiele ist das Waldkapital (20 + 200) Thlr. und dessen reine Werthszunahme, die abgehenden Waldnutzungskosten zu 0,66 Thlr. angenommen, 8 — 0,66 = 7,34 Thlr., also das reine Zunahme-Prozent vom Waldwerthe 3,336, nach:

220 : 7,34 = 100 : p.

3) Um die Waldbodenrente zu berechnen und die Einträglichkeit der Holzzucht zu beurtheilen, hätte man nur von der Bestandeswerths-Zunahme die erforderlichen Kapitalzinsen des Bestandeswerthes nebst den Waldnutzungskosten abzuziehen. Der Überschuß ist die reine forstliche Bodenrente. Betrüge, wie in unserem obigen Beispiele, der Bestandeswerth 200 Thlr., so machten dessen Zinsen zu 3 pCt. = 6 Thlr.; wäre nun die jährliche Werthszunahme 8 Thlr. und alle bezüglichen Waldnutzungskosten = 0,66 Thlr.: so bliebe als Bodenrente 8 — (6 + 0,66..) = 1,33.. Thlr. Diese gäbe dem Boden, zu 4 pCt., einen Kapitalwerth von (3 : 100 = 1,33 : x) = 33,2 Thlr. *).

§. 421. Zwei Einträglichkeitsfragen in Betreff einzelner Waldstücke.

1) Es kann leicht den Anschein gewinnen, als sei es vortheilhafter, ein Waldstück fort und fort wieder abzuholzen, bevor dessen Werthszunahme-Prozent bis zu dem gewerblichen Zinsfuße niedersinkt, um dadurch einen höhern Zinsenbezug fortwährend zu erzielen. Aber nicht eben auf das Prozent an sich, sondern vielmehr auf den wirklichen Werthserwachs kommt es hier an.

---

*) Da beim einzelnen Bestande der Bestandeswerth und die jährliche Werthszunahme sich fortwährend verändern, so kann durch obige Rechnung keineswegs die wahre, nachhaltige Bodenrente ermittelt, sondern nur die zufällige, durch die gegenwärtige Werthszunahme des Bestandes stattfindende Bodennutzung ausgedrückt werden. Bei einem im Nachhaltsbetriebe stehenden Waldcomplex aber, wo der Bestandeswerth, so wie die jährliche Nutzung (statt der Werthszunahme des einzelnen Bestandes) constante Größen sind, findet man durch obige Rechnung die wahre, nachhaltige Bodenrente.

Der jüngere, werthlosere Bestand mit seinem höhern Werthszunahme=Prozent nimmt an wirklichem Werthe weit weniger zu, als der ältere werthvollere, wenn dessen Werthszunahme=Verhältniß auch viel niedriger steht. So trüge der Bestandeswerth von 20 w mit 10 pCt. Zunahme nur 2 w, der von 100 w mit nur 4 pCt. aber 4 w jährlich ein. In dieser Frage entscheidet ganz allein die wirklich höchste Einträglichkeit, welche nach Abzug des Erzeugungs=Aufwandes mittels der gleichzeitigen Vorwerthe gefunden wird (§. 416.). Das Werthszunahme=Prozent soll bloß die absolute Werthssteigung darlegen, damit wir uns vor Zinsenverlust in Acht nehmen. Wird ein Waldstück abgenutzt, wenn dessen Werthszunahme=Prozent sich so eben dem gewerblichen Zinssatze gleich stellt: so sammelt die Waldwirthschaft alle im heranwachsenden Bestande bis dahin Statt gehabten zinsreichern Werthszunahmen, und es würde dem Einkommen offenbaren Verlust zuziehen, gäbe man diesen Gewinn durch frühere Abnutzung, wenn auch nur theilweise, auf (§. 415. 3.).

2) Von wirklicher Bedeutung ist aber eine andere Frage, nämlich die nach der größern Abkömmlichkeit unter mehren schlagbaren Beständen eines und desselben Waldverbandes, so weit eben die Walderziehung freie Wahl gestattet und der Unterschied des Werthszunahme=Prozentes nicht ganz bestimmt entscheidet. Zwei solche schlagbaren Waldstücke können eben noch in ganz gleichem Werthszunahme=Prozent stehen, und dennoch kann die Abnutzung des einen vortheilhafter sein, als die des andern. Den Ausschlag giebt hierbei der weiter zu erwartende Nutzungswerth, welcher sich einstellt, so wie der Boden durch den Abtrieb frei wird. Hätte z. B. bei ganz gleichem Abnutzungsbestande das eine Stück a 50 Mg. zu 12 Thlr. und das andere b 30 Mg. zu 16 Thlr. Bodenwerth: so würde für die weitere Nutzung, nach Abtrieb des vorhandenen Bestandes, im ersten Falle $50 \times 12 = 600$, und im zweiten $30 \times 16 = 480$ Thlr. Bodenwerth disponible, und die Abtriebsfrage entschiede offenbar für a, wobei die Zukunft an Waldverbesserung gegen b um $\frac{1}{4}$ gewänne.

Alle diese Ermittelungen und Anwendungen der Werthszunahme geben der wirthschaftlichen Holzerziehung eine ungemeine Sicherheit und befreien sie von gar manchem Irrthume. Möchte die Leichtigkeit unseres Verfahrens diesen denkwürdigen, seither so wenig beachteten Gegenstand der Forstwissenschaft nun auch gemeinnütziger machen, so daß ferner kein Holz gezogen, kein Hieb geführt, kein Baum gefällt würde, ohne Berücksichtigung der rechten Einträglichkeit. Wann werden wir dies Ziel erreichen?

§. 422. Verschiedenheit des Wachsthumsganges normaler Holzbestände.

Oben stellten wir nur vorläufig eine leicht übersehbare Fortschreitung der Holzbestandesmassen und Werthe auf, bloß um den Gegenstand erst überhaupt kennen und anwenden zu lernen. Nach dieser Vorbereitung untersuchen wir nun den wirklichen Wachsthumsgang, wie er den Zuständen normaler Wirthschaftswälder eigen ist, mehr um daraus die Erträge ganzer Waldverbände zu entwickeln. Es versteht sich von selbst, daß nur schlagweis erzogene Holzbestände hier zur Frage kommen können, und unter diesen sind es die gleichwüchsigen, welche uns zunächst und hauptsächlich beschäftigen.

Die Wachsthumsgänge verschiedenartiger Holzbestände finden sich in Entstehung und Fortschritt bedeutend verschieden. Hinsichtlich dieser Verschiedenheit giebt es eine starke und eine schwache Entstehung. Die starke Entstehung ist diejenige, wo der junge Bestand am raschesten aufwächst und seine Masse sich vom ersten Anfange mit ziemlich gleichem Zuwachs mehrt, wie dies in Niederwaldungen, auch in angepflanzten Erlen-, Birken- und Lärchen-, mehr oder weniger auch in Kiefernbeständen am meisten Statt findet. Bei der schwachen Entstehung hebt sich dagegen die Holzmasse anfänglich ganz unbedeutend, schreitet aber weit andauernder mit steigendem Zuwachs fort. Besonders verlieh die Natur den Buchen-, Eichen- und

Tannenwäldern ein solches, zwar schwach beginnendes, aber sehr aushaltendes Wachsthum. Beide Wachsthumsgänge unterscheiden sich jedoch nicht nur in der Entstehung, sondern auch später noch durch die stärkere oder schwächere Zuwachsabnahme und den Eintritt ihrer Wendepunkte. Die stärkste Entstehung hat stets das früheste und schroffeste Fallen zur Folge; denn Alles, was schnell entsteht, geht auch schnell wieder zurück.

Wir stellen nun die beiden äußersten Gegensätze dieser verschiedenen Wachsthumsgänge gleichsam als die Normalgrenzen aller Massen- und Werthserwachs-Verhältnisse in zwei Übersichten. Zu der ersten I, mit starker Entstehung, dient ein normaler Lärchenbestand und die andere II, mit schwacher Entstehung, ist das Muster eines normalen Buchenhochwald-Bestandes.

§. 423. Gegensätze des Massenerwachses normaler Holzbestände.

A. Bestandesalter.	H. Bestandeshöhe.	M. Bestandesmasse.	a. Bestandesabfälle.	$\frac{M}{A}$ Durchschn.-Mehr.	$\frac{M+Sa}{A}$ Durchschn.-Zuw.	$\frac{M'-M}{10}$ Jahresmehrung.	$\frac{M'-(M-a)}{10}$ Jahreszuwachs.	$M\frac{0}{0}$ Mehrungs-pCt.	$Q\frac{0}{0}$ Zuwachs-pCt.
I. Starke Entstehung.									
Lärchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	12	400	80	40	40				
						64	72	16	22,5
20	26	1040	220	52	56				
						70	92	6,73	11,23
30	39	1740	320	58	68				
						68	100	3,90	7,04
40	50	2420	360	60,5	76				
						62	98	2,56	4,75
50	59	3040	360	60,8	80,4				
						52	88	1,71	3,28
60	66	3560	340	59,33	81,66				
						38	72	1,06	2,23
70	71	3940	300	56,28	80,28				
						20	50	0,50	1,37
80	74	4140	—	51,7	76,5				
II. Schwache Entstehung.									
Buchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	1	10	—	1	1				
						15	15	150	150
20	6	160	20	8	8				
						36	38	22,5	27,14
30	15	520	90	17,33	18				
						48	57	9,23	13,25
40	25	1000	150	25	27,75				
						50	65	5	7,64
50	35	1500	200	30	35,2				
						50	70	3,33	5,38
60	44	2000	240	33,33	41				
						48	72	2,4	4,09
70	52	2480	270	35,42	45,42				
						44	71	1,77	3,21
80	59	2920	290	36,5	48,92				
						40	69	1,36	2,63
90	65	3320	300	36,88	50,88				
						34	64	1,02	2,11
100	70	3660	270	36,6	52,2				
						28	55	0,76	1,63
110	74	3940	240	35,82	52,45				
						22	46	0,55	1,24
120	77	4160	210	34,66	51,91				
						16	37	0,38	0,93
130	79	4320	180	33,23	50,76				
						12	30	0,27	0,72
140	81	4440	—	31,71	49,28				

§. 424. Gegensätze des Werthserwachses normaler Holzbestände.

I. Starke Entstehung.

Lärchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.

A. Bestandesalter.	w. Preissteigung.	Mw. Bestandeswerth.	aw. Abfallwerth.	$\frac{Mw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw + Saw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Gesammtertrag.	$\frac{Mw' - Mw}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw' - (Mw - aw)}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Gesammtertrag.	$Mw\frac{0}{0}$ Werthzunahme-pCt. vom Hauptertrag.	$Gw\frac{0}{0}$ Werthzunahme-pCt. vom Gesammtertrag.
10	3	1200	240	120	120	296	320	24,66	33,33
20	4	4160	880	208	220	454	542	10,91	16,52
30	5	8700	1600	290	327,3	582	742	6,69	10,45
40	6	14520	2160	363	431	676	892	4,65	7,21
50	7	21280	2520	425,6	523,2	720	972	3,38	5,18
60	8	28480	2720	474,6	598	698	970	2,45	3,76
70	9	35460	2700	506,5	651,1	180	450	0,50	1,37
80	9	37260	—	465,7	626				

II. Schwache Entstehung.

Buchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.

A. Bestandesalter.	w. Preissteigung.	Mw. Bestandeswerth.	aw. Abfallwerth.	$\frac{Mw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw + Saw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Gesammtertrag.	$\frac{Mw' - Mw}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw' - (Mw - aw)}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Gesammtertrag.	$Mw\frac{0}{0}$ Werthzunahme-pCt. vom Hauptertrag.	$Gw\frac{0}{0}$ Werthzunahme-pCt. vom Gesammtertrag.
10	5	50	—	5	5	91	91	182	182
20	6	960	120	48	48	268	280	27,91	33,33
30	7	3640	630	121,3	125,3	436	499	11,97	16,57
40	8	8000	1200	200	218,7	550	670	6,87	9,85
50	9	13500	1800	270	309	650	830	4,81	7,09
60	10	20000	2400	333,3	395,8	728	968	3,64	5,50
70	11	27280	2970	389,7	477,5	776	1073	2,84	4,41
80	12	35040	3480	438	552	812	1160	2,31	3,67
90	13	43160	3900	479,5	619,5	808	1198	1,87	3,05
100	14	51240	3780	512,4	677,4	786	1164	1,53	2,45
110	15	59100	3600	537,2	721,6	330	690	0,55	1,24
120	15	62400	3150	520	719	240	555	0,38	0,93
130	15	64800	2700	498,4	706,3	180	450	0,27	0,72
140	15	66600	—	475,7	688				

§. 425. Erläuterungen zu der Massenerwachs Darstellung.

Graphische Darstellung des Massenerwachses normaler Holzbestände.

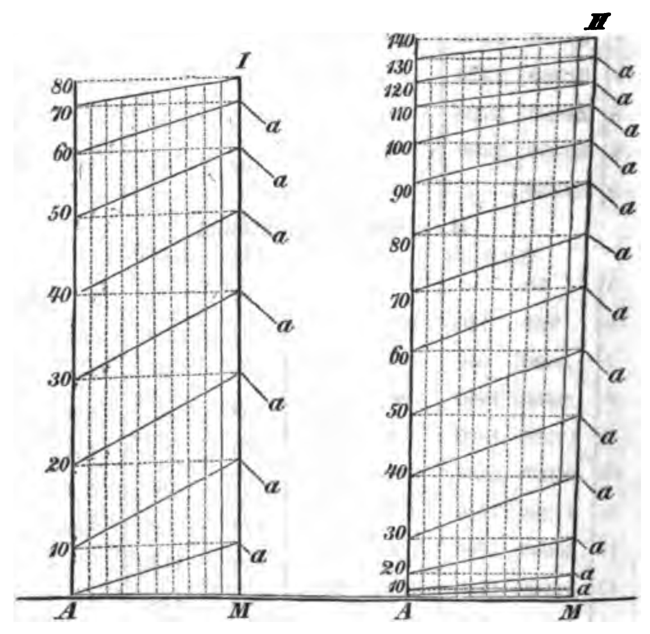
AM, die Basis der Bestandesmassen, welche sich von Jahr zu Jahr durch die neben einander stehenden Trapeze darstellen.

A, 10, 20, 30 . . . . . die Altersstufen.

Aa; 10 — a; 20 — a; . . . . die Schräglinien, welche das Ansteigen des Massenerwachses von 10 zu 10 Jahren andeuten.

M I, M II, der Massengehalt des je 10. Jahres.

a, die Bestandesabfälle am Schlusse jeder Altersstufe.



Die oben (§. 423.) dargestellten Massensteigungen, welche alle Wachsthumsgänge normaler Waldbestände von gleichem Alter begrenzen, sind zu dem Muster der Lärchenbestände auf mildem Lehmboden und der Buchenbestände auf Kalk- und

Trappboden Mitteldeutschlands; ihre Massenzahlen bezeichnen 0,8 des ganz ausgesuchten Vollertrags in Körperfußen auf 1 Morgen preußischen Maßes. Die Überschriften des Massenerwachses umfassen folgende, meist schon aus §. 412. u. 413. bekannten, auch zum Theil noch durch obige Figuren mehr versinnlichten Fortschreitungsgrößen:

1) A, das eben zurückgelegte Schlußjahr einer jeden 10jährigen Altersstufe.

2) H, die mittlere Bestandeshöhe desselben Alters.

3) M, der Betrag an Bestandesmasse im voran bezeichneten Schlußjahre, zu irgend einer frühern oder spätern, einmaligen Abnutzung als Hauptertrag. Die Bestandesmasse des je nächsten Schlußjahres wird mit M′ bezeichnet.

4) a, der Bestandesabfall jeder Altersstufe zum Vorertrag, am Schlusse derselben fällig. Dessen Nutzung hinterläßt als verbleibende Bestandesmasse M — a; z. B. für I im 50. Jahre 3040 − 360 = 2680.

5) $\frac{M}{A}$, die Durchschnittsmehrung zum Hauptertrage; für I im 50. Jahre z. B. $\frac{3040}{50}$ = 60,8 c′.

6) $\frac{M+Sa}{A}$, der Durchschnittszuwachs zum Gesammtertrage, nämlich: die Bestandesmasse M sammt allen bis dahin wirklich Statt gehabten Bestandesabfällen Sa, getheilt durch die Alterszahl A. (Der eben fällig werdende Bestandesabfall befindet sich noch in M.) I hat im 50. Jahre:

$$\frac{3040+80+220+320+360}{50} = 80{,}4 \text{ c}'.$$

7) $\frac{M'-M}{10}$, die Jahresmehrung während jeder laufenden Altersstufe. In I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560-3040}{10} = 52 \text{ c}' \text{ *)}.$$

---

*) Um diese Jahresmehrung ganz ausführlich aufzureihen, stellt man (nach §. 89. 3.) folgende Grundscala unter:

8) $\frac{M'-(M-a)}{10}$, der **Jahreszuwuchs** im Laufe jeder Altersstufe, z. B. in I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560-(3040-360)}{10} = 88\ c'.$$

Durch den Abgang von 360 Vorertrag im 50. Jahre bleiben nur 2680 Vorbestand, welche jährlich 88 zuwachsen müssen, um bis zum 60. Jahre auf 3560 Nachbestand zu steigen*).

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	64	—	70	—	68	—	62	—	52	—	38	—	20	—
w:	22	—	58	—	70	—	70	—	66	—	58	—	46	—	30	—	10'

Hierin bezeichnen:

A, die **Altersstufen** und deren **Mitteljahre**;

m, die **Hauptglieder** der Jahresmehrung als **Mittelzahlen** jeder Altersstufe;

w, die **Zwischenglieder** als **Wechselzahlen** auf jeder Altersstufe, zur Formirung der Mehrungsreihe.

Die Zahlen A und m sind gegeben, die zu w werden zwischen die Mittelzahlen so eingereiht, daß sie mit diesen auf jeder Altersstufe in beiderseits gleichen Differenzen (z. B. 22 — 40 — 58; 58 — 64 — 70 u. s. f.) und wo möglich unter sich in geeigneter Reihe stehen. Bezeichnet w die je vordere und w' die je hintere Wechselzahl, m die Mittelzahl und d die Differenz zu den 10 Gliedern einer Altersstufe: so ist w — m — w'; $\frac{w + w'}{2} = m$; $(w + w') \times 5 = 10\ m$; je nachdem die Reihe steigt, $\frac{w' - w}{10} = + d$, oder fällt, $\frac{w - w'}{10} = - d$; das 1ste Glied, $w \pm \frac{1}{2}\ d$; das 2te, $w \pm 1\frac{1}{2}\ d$; das 3te, $w \pm 2\frac{1}{2}\ d$; . . . . . . das 10te, $w \pm 9\frac{1}{2}\ d$; die Summe aller 10 Glieder zu $10\ m = (w \pm \frac{1}{2}\ d + w \pm 9\frac{1}{2}\ d) \times 5$.

Hiernach reihete man z. B. vom 50sten bis zum 60sten Jahre, mittels der Differenz $\frac{58 - 46}{10} = 1{,}2$, für das 51ste Jahr $58 - \frac{1}{2} \times 1{,}2$, für das 52ste $58 - 1\frac{1}{2} \times 1{,}2$ u. s. w. auf, wie folgt:

50 — 51 — 52 — 53 — 54 — 55 — 56 — 57 — 58 — 59 — 60
(58) 57,4 — 56,2 — 55 — 53,8 — 52,6 (52) 51,4 — 50,2 — 49 — 47,8 — 46,6 (46)

Enthält die Altersstufe eine gerade Anzahl von Jahren, wie hier, so können weder m noch w oder w' eigentliche Glieder bilden. Bei jedem Wechsel der Altersstufe tritt in der Regel eine neue Differenz ein.

*) Zur Berechnung der Jahreszuwachs-Glieder diente folgende Grundscala:

9) M^0_0, das Mehrungs-Prozent zum Hauptertrage für alle Jahre der laufenden Altersstufe, ergiebt sich im Durchschnitt aus

$$M : \frac{M' - M}{10} = 100 : M^0_0;$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$3040 : 52 = 100 : 1{,}17 \text{ *)}.$$

10) G^0_0, das gleichzeitige Zuwachs-Prozent zum Gesammtertrage, wird eben so berechnet, nach:

$$(M - a) : \frac{M' - (M - a)}{10} = 100 : G^0_0;$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$(3040 - 360) : 88 = 100 : 3{,}28 \text{ **)}.$$

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	72	—	92.	—	100	—	98	—	88	—	72	—	50	—
w:	22	—	58	—	86	—	98	—	102	—	94	—	82	—	62	—	38

Daraus ergeben sich z. B. für

die Jahre	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
die Glieder	(94) 93,4	92,2	91	89,8	88,6	(88) 87,4	86,2	85	83,8	82,6 (82)	

*) Das Mehrungs-Prozent eines jeden Jahres berechnet man nach der von Jahr zu Jahr aufsummirten Bestandesmasse und der je nächsten Jahresmehrung. Z. B.

für die Jahre:	50	51	52	53	54	55	56
Bestandesmasse:	3040	3097,4	3153,6	3208,6	3262,4	3315	—
Jahresmehrung:	— 57,4	— 56,2	— 55	— 53,8	— 52,6	— 51,4	
Jahresmehr.-pCt.:	— 1,88	— 1,82	— 1,74	— 1,67	— 1,61	— 1,55.	

Dieses nach den einzelnen Jahren berechnete Mehrungs-Prozent weicht von von dem durchschnittlichen mehr oder minder ab; es ist zu Anfang der Altersstufe kleiner, wenn die Jahresmehrung steigt, größer, wenn dieselbe fällt, zu Ende der Altersstufe aber allemal kleiner.

**) Das Zuwachs-Prozent der einzelnen Jahre wird nach der jedes Mal verbleibenden Bestandesmasse und dem je nächsten Jahreszuwachse berechnet. Beträgt z. B. die verbleibende Bestandesmasse vom 50sten Jahre 3040 — 360 = 2680, vom 51sten, 2680 + (93,4 vollem Jahreszuwachs — $\frac{340}{10}$ jährlichem Abfall) = 2739,4; vom 52sten, 2739,4 + (92,2 — 34) = 2797,6 u. s. w.: so ergeben sich

§. 426. Allgemeines Verhalten des Massenerwachses normaler Holzbestände.

Der Massenerwachs im Hochwalde stellt sich uns als **Hauptertrag** und als **Gesammtertrag** dar.

1) Der **Hauptertrag**, also der Ertrag **ohne** die schon vorher abgefallenen Durchforstungsmassen, erfolgt von der zur Abnutzungszeit eben vorhandenen ganzen Bestandesmasse M; er ist aus der successiven Ansammlung der **Jahresmehrung** hervorgegangen, sein Ansteigen und Verhalten aber **kann nur nach der Durchschnittsmehrung** beurtheilt werden (§. 415.).

a) Die **Jahresmehrung** $\left(\frac{M'-M}{10}\right)$ oder der periodisch jährliche Zuwachs vom Hauptertrage, ist bei der starken Entstehung I, zwischen dem 20. und 30., bei der schwachen II, zwischen dem 40. und 60. Jahre am größten.

b) Die **Durchschnittsmehrung** $\left(\frac{M}{A}\right)$ oder der *jährliche* Durchschnittszuwachs vom Hauptertrage des normalen Wirthschaftswaldes, erreicht ihren Höhen- (Culminations-) Punkt, einschließlich des letztern Vorertrages, welcher in der Regel dem fraglichen Hauptertrage verbleibt, unter

I, im 40. Jahre mit $60{,}5 + \frac{320}{40} = 68{,}5$ c' *),
II, im 90. Jahre mit $36{,}88 + \frac{290}{90} = 40{,}1$ c'.

Begreiflich muß die höchste Durchschnittsmehrung bei der starken Entstehung weit früher erfolgen, als bei der schwachen, deren Wachsthumsgang ganz allmählich vorschreitet, nachher aber um so stär-

---

für die Jahre:	50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56
verbl. Best.-Masse:	2680	—	2739,4	—	2797,6	—	2854,6	—	2910,4	—	2965	—	
Jahreszuwachs:	—	93,4	—	92,2	—	91	—	89,8	—	88,6	—	87,4	
Jahreszuwachs-pCt.:	—	3,48	—	3,36	—	3,25	—	3,14	—	3,04	—	2,94.	

Beide Berechnungen des Zuwachs-Prozentes weichen unter einander eben so ab, wie die des Mehrungs-Prozentes.

*) Das 50ste Jahr giebt nur $60{,}8 + \frac{360}{50} = 68$ c', obgleich die eigentliche Durchschnittsmehrung größer ist.

ker anhält. Über das 90. Jahr hinaus versteigt sich der Wendepunkt einer Durchschnittsmehrung nur in sehr seltenen Ausnahmen.

2) Der Gesammtertrag besteht in der ganzen Ansammlung von nutzbarem Jahreszuwachs; er entspringt nicht nur aus der eben erwachsenen Bestandesmasse M, als Hauptertrag, sondern auch aus der Summe aller frühern Bestandesabfälle Sa, als Vorertrag, tritt also nur da mit auf, wo Durchforstungen zur Frage kommen. Die §. 423. unter a. dargestellten Durchforsterträge sind ganz mäßig gehalten und in allen normalen Beständen sicher zu finden. Beachtungswerth erscheinen folgende, dem Gesammtertrag eigenthümliche Verhältnisse.

a) Die Vorerträge der starken Entstehung stellen sich nach Zeit und Maß bedeutend anders, als die der schwachen. Der stärker heranwachsende Bestand unterdrückt früher und mehr, kann dabei einen dichtern Schluß weit weniger einhalten und muß daher früher und öfter durchforstet werden. Die dadurch brgründete, anfänglich größere Ergiebigkeit der Vorerträge mindert sich jedoch wieder um so früher, je rascher die Selbstauslichtung überhand nimmt und somit der Bestand seiner natürlichen Haubarkeit entgegeneilt. Wenn (§. 407. 3.) die laufenden Bestandesabfälle der starken Entstehung ungefähr zu 0,5 bis 0,6, die der schwachen aber zu 0,7 bis 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung anzunehmen sind: so liegt der Grund hiervon mehr in dem sehr verschiedenen Ansteigen beider Durchschnittsmehrungen, als in den allerdings auch von Natur weniger ergiebigen Verhältnissen der Vornutzung bei rasch entstehenden Beständen. Konnten sich übrigens in der Praxis die Durchforstungen der Nadelhölzer mit starker Entstehung minder geltend machen, als die der Laubhölzer mit schwacher Entstehung: so möchte dies auch darin zu suchen sein, daß die Nadelwälder überhaupt rascher unterdrücken, unregelmäßiger verdrängen, fortwährend ausscheiden, ihre Abgänge weniger lang halten, dabei aber von jeder vorgreifender Durchforstung mehr leiden, sich also in die gewöhnliche Durchforstungsweise weniger fügen.

§. 425. Erläuterungen zu der Massenerwachs Darstellung.

Graphische Darstellung des Massenerwachses normaler Holzbestände.

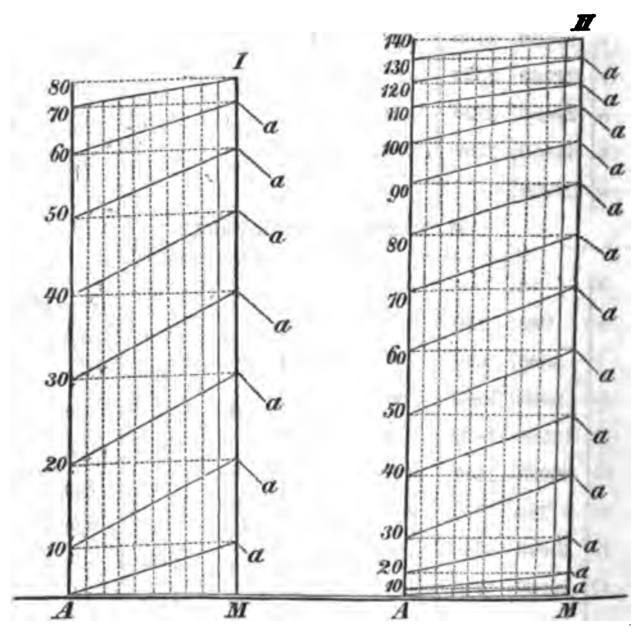
AM, die Basis der Bestandesmassen, welche sich von Jahr zu Jahr durch die neben einander stehenden Trapeze darstellen.

A, 10, 20, 30 . . . . . die Altersstufen.

Aa; 10 — a; 20 — a; . . . . die Schräglinien, welche das Ansteigen des Massenerwachses von 10 zu 10 Jahren andeuten.

M I, M II, der Massengehalt des je 10. Jahres.

a, die Bestandesabfälle am Schlusse jeder Altersstufe.



Die oben (§. 423.) dargestellten Massensteigungen, welche alle Wachsthumsgänge normaler Waldbestände von gleichem Alter begrenzen, sind zu dem Muster der Lärchenbestände auf mildem Lehmboden und der Buchenbestände auf Kalk= und

Trappboden Mitteldeutschlands; ihre Massenzahlen bezeichnen 0,8 des ganz ausgesuchten Vollertrags in Körperfußen auf 1 Morgen preußischen Maßes. Die Überschriften des Massenerwachses umfassen folgende, meist schon aus §. 412. u. 413. bekannten, auch zum Theil noch durch obige Figuren mehr versinnlichten Fortschreitungsgrößen:

1) A, das eben zurückgelegte Schlußjahr einer jeden 10jährigen Altersstufe.

2) H, die mittlere Bestandeshöhe desselben Alters.

3) M, der Betrag an Bestandesmasse im voran bezeichneten Schlußjahre, zu irgend einer frühern oder spätern, einmaligen Abnutzung als Hauptertrag. Die Bestandesmasse des je nächsten Schlußjahres wird mit M′ bezeichnet.

4) a, der Bestandesabfall jeder Altersstufe zum Vorertrag, am Schlusse derselben fällig. Dessen Nutzung hinterläßt als verbleibende Bestandesmasse M — a; z. B. für I im 50. Jahre 3040 — 360 = 2680.

5) $\frac{M}{A}$, die Durchschnittsmehrung zum Hauptertrage; für I im 50. Jahre z. B. $\frac{3040}{50}$ = 60,8 c′.

6) $\frac{M+Sa}{A}$, der Durchschnittszuwachs zum Gesammtertrage, nämlich: die Bestandesmasse M sammt allen bis dahin wirklich Statt gehabten Bestandesabfällen Sa, getheilt durch die Alterszahl A. (Der eben fällig werdende Bestandesabfall befindet sich noch in M.) I hat im 50. Jahre:

$$\frac{3040+80+220+320+360}{50} = 80{,}4\ c'.$$

7) $\frac{M'-M}{10}$, die Jahresmehrung während jeder laufenden Altersstufe. In I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560-3040}{10} = 52\ c'\ ^{*}).$$

---

*) Um diese Jahresmehrung ganz ausführlich aufzureihen, stellt man (nach §. 89. a.) folgende Grundscala unter:

8) $\frac{M'-(M-a)}{10}$, der Jahreszuwuchs im Laufe jeder Altersstufe, z. B. in I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560-(3040-360)}{10} = 88\ c'.$$

Durch den Abgang von 360 Vorertrag im 50. Jahre bleiben nur 2680 Vorbestand, welche jährlich 88 zuwachsen müssen, um bis zum 60. Jahre auf 3560 Nachbestand zu steigen*).

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	64	—	70	—	68	—	62	—	52	—	38	—	20	—
w:	22	—	58	—	70	—	70	—	66	—	58	—	46	—	30	—	10'

Hierin bezeichnen:

A, die Altersstufen und deren Mitteljahre;

m, die Hauptglieder der Jahresmehrung als Mittelzahlen jeder Altersstufe;

w, die Zwischenglieder als Wechselzahlen auf jeder Altersstufe, zur Formirung der Mehrungsreihe.

Die Zahlen A und m sind gegeben, die zu w werden zwischen die Mittelzahlen so eingereiht, daß sie mit diesen auf jeder Altersstufe in beiderseits gleichen Differenzen (z. B. 22 — 40 — 58; 58 — 64 — 70 u. s. f.) und wo möglich unter sich in geeigneter Reihe stehen. Bezeichnet w die je vordere und w' die je hintere Wechselzahl, m die Mittelzahl und d die Differenz zu den 10 Gliedern einer Altersstufe: so ist w — m — w'; $\frac{w+w'}{2} = m$; $(w+w') \times 5 = 10\ m$; je nachdem die Reihe steigt, $\frac{w'-w}{10} = + d$, oder fällt, $\frac{w-w'}{10} = - d$; das 1ste Glied, $w \pm \frac{1}{2}\ d$; das 2te, $w \pm 1\frac{1}{2}\ d$; das 3te, $w \pm 2\frac{1}{2}\ d$; . . . . . . das 10te, $w \pm 9\frac{1}{2}\ d$; die Summe aller 10 Glieder zu $10\ m = (w \pm \frac{1}{2}\ d + w \pm 9\frac{1}{2}\ d) \times 5$.

Hiernach reihete man z. B. vom 50sten bis zum 60sten Jahre, mittels der Differenz $\frac{58-46}{10} = 1{,}2$, für das 51ste Jahr $58 - \frac{1}{2} \times 1{,}2$, für das 52ste $58 - 1\frac{1}{2} \times 1{,}2$ u. s. w. auf, wie folgt:

50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56	—	57	—	58	—	59	—	60
(58)	57,4	—	56,2	—	55	—	53,8	—	52,6	(52)	51,4	—	50,2	—	49	—	47,8	—	46,6	(46)

Enthält die Altersstufe eine gerade Anzahl von Jahren, wie hier, so können weder m noch w oder w' eigentliche Glieder bilden. Bei jedem Wechsel der Altersstufe tritt in der Regel eine neue Differenz ein.

*) Zur Berechnung der Jahreszuwachs-Glieder diente folgende Grundscala:

9) M^0_0, das Mehrungs-Prozent zum Hauptertrage für alle Jahre der laufenden Altersstufe, ergiebt sich im Durchschnitt aus

$$M : \frac{M' - M}{10} = 100 : M^0_0;$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$3040 : 52 = 100 : 1{,}17\ ^{*)}.$$

10) G^0_0, das gleichzeitige Zuwachs-Prozent zum Gesammtertrage, wird eben so berechnet, nach:

$$(M - a) : \frac{M' - (M - a)}{10} = 100 : G^0_0;$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$(3040 - 360) : 88 = 100 : 3{,}28\ ^{**)}.$$

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	72	—	92.	—	100	—	98	—	88	—	72	—	50	—
w:	22	—	58	—	86	—	98	—	102	—	94	—	82	—	62	—	38

Daraus ergeben sich z. B. für

die Jahre	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
die Glieder	(94) 93,4	92,2	91	89,8	88,6	(88) 87,4	86,2	85	83,8	82,6	(82)

*) Das Mehrungs-Prozent eines jeden Jahres berechnet man nach der von Jahr zu Jahr aufsummirten Bestandesmasse und der je nächsten Jahresmehrung. Z. B.

für die Jahre:	50		51		52		53		54		55		56
Bestandesmasse:	3040		3097,4		3153,6		3208,6		3262,4		3315		
Jahresmehrung:		57,4		56,2		55		53,8		52,6		51,4	
Jahresmehr.-pCt.:		1,88		1,82		1,74		1,67		1,61		1,55.	

Dieses nach den einzelnen Jahren berechnete Mehrungs-Prozent weicht von von dem durchschnittlichen mehr oder minder ab; es ist zu Anfang der Altersstufe kleiner, wenn die Jahresmehrung steigt, größer, wenn dieselbe fällt, zu Ende der Altersstufe aber allemal kleiner.

**) Das Zuwachs-Prozent der einzelnen Jahre wird nach der jedes Mal verbleibenden Bestandesmasse und dem je nächsten Jahreszuwachse berechnet. Beträgt z. B. die verbleibende Bestandesmasse vom 50sten Jahre 3040 — 360 = 2680, vom 51sten, 2680 + (93,4 vollem Jahreszuwachs — $\frac{340}{10}$ jährlichem Abfall) = 2739,4; vom 52sten, 2739,4 + (92,2 — 34) = 2797,6 u. s. w.: so ergeben sich

§. 426. Allgemeines Verhalten des Massenerwachses normaler Holzbestände.

Der Massenerwachs im Hochwalde stellt sich uns als Hauptertrag und als Gesammtertrag dar.

1) Der Hauptertrag, also der Ertrag ohne die schon vorher abgefallenen Durchforstungsmassen, erfolgt von der zur Abnutzungszeit eben vorhandenen ganzen Bestandesmasse M; er ist aus der successiven Ansammlung der Jahresmehrung hervorgegangen, sein Ansteigen und Verhalten aber kann nur nach der Durchschnittsmehrung beurtheilt werden (§. 415.).

a) Die Jahresmehrung $\left(\frac{M'-M}{10}\right)$ oder der periodisch jährliche Zuwachs vom Hauptertrage, ist bei der starken Entstehung I, zwischen dem 20. und 30., bei der schwachen II, zwischen dem 40. und 60. Jahre am größten.

b) Die Durchschnittsmehrung $\left(\frac{M}{A}\right)$ oder der jährliche Durchschnittszuwachs vom Hauptertrage des normalen Wirthschaftswaldes, erreicht ihren Höhen- (Culminations-) Punkt, einschließlich des letztern Vorertrages, welcher in der Regel dem fraglichen Hauptertrage verbleibt, unter

I, im 40. Jahre mit $60{,}5 + \frac{320}{40} = 68{,}5$ c' *),
II, im 90. Jahre mit $36{,}88 + \frac{290}{90} = 40{,}1$ c'.

Begreiflich muß die höchste Durchschnittsmehrung bei der starken Entstehung weit früher erfolgen, als bei der schwachen, deren Wachsthumsgang ganz allmählich vorschreitet, nachher aber um so stär-

---

für die Jahre:	50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56
verbl. Best.-Masse:	2680	—	2739,4	—	2797,6	—	2854,6	—	2910,4	—	2965	—	
Jahreszuwachs:	—	93,4	—	92,2	—	91	—	89,8	—	88,6	—	87,4	
Jahreszuwachs-pCt.:	—	3,48	—	3,36	—	3,25	—	3,14	—	3,04	—	2,94.	

Beide Berechnungen des Zuwachs-Prozentes weichen unter einander eben so ab, wie die des Mehrungs-Prozentes.

*) Das 50ste Jahr giebt nur $60{,}8 + \frac{360}{50} = 68$ c', obgleich die eigentliche Durchschnittsmehrung größer ist.

ker anhält. Über das 90. Jahr hinaus versteigt sich der Wendepunkt einer Durchschnittsmehrung nur in sehr seltenen Ausnahmen.

2) Der Gesammtertrag besteht in der ganzen Ansammlung von nutzbarem Jahreszuwachs; er entspringt nicht nur aus der eben erwachsenen Bestandesmasse M, als Hauptertrag, sondern auch aus der Summe aller frühern Bestandesabfälle Sa, als Vorertrag, tritt also nur da mit auf, wo Durchforstungen zur Frage kommen. Die §. 423. unter a. dargestellten Durchforsterträge sind ganz mäßig gehalten und in allen normalen Beständen sicher zu finden. Beachtungswerth erscheinen folgende, dem Gesammtertrag eigenthümliche Verhältnisse.

a) Die Vorerträge der starken Entstehung stellen sich nach Zeit und Maß bedeutend anders, als die der schwachen. Der stärker heranwachsende Bestand unterdrückt früher und mehr, kann dabei einen dichtern Schluß weit weniger einhalten und muß daher früher und öfter durchforstet werden. Die dadurch brgründete, anfänglich größere Ergiebigkeit der Vorerträge mindert sich jedoch wieder um so früher, je rascher die Selbstauslichtung überhand nimmt und somit der Bestand seiner natürlichen Haubarkeit entgegeneilt. Wenn (§. 407. 3.) die laufenden Bestandesabfälle der starken Entstehung ungefähr zu 0,5 bis 0,6, die der schwachen aber zu 0,7 bis 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung anzunehmen sind: so liegt der Grund hiervon mehr in dem sehr verschiedenen Ansteigen beider Durchschnittsmehrungen, als in den allerdings auch von Natur weniger ergiebigen Verhältnissen der Vornutzung bei rasch entstehenden Beständen. Konnten sich übrigens in der Praxis die Durchforstungen der Nadelhölzer mit starker Entstehung minder geltend machen, als die der Laubhölzer mit schwacher Entstehung: so möchte dies auch darin zu suchen sein, daß die Nadelwälder überhaupt rascher unterdrücken, unregelmäßiger verdrängen, fortwährend ausscheiden, ihre Abgänge weniger lang halten, dabei aber von jeder vorgreifender Durchforstung mehr leiden, sich also in die gewöhnliche Durchforstungsweise weniger fügen.

§. 426. Allgemeines Verhalten des Massenerwachses normaler Holzbestände.

Der Massenerwachs im Hochwalde stellt sich uns als Hauptertrag und als Gesammtertrag dar.

1) Der Hauptertrag, also der Ertrag ohne die schon vorher abgefallenen Durchforstungsmassen, erfolgt von der zur Abnutzungszeit eben vorhandenen ganzen Bestandesmasse M; er ist aus der successiven Ansammlung der Jahresmehrung hervorgegangen, sein Ansteigen und Verhalten aber kann nur nach der Durchschnittsmehrung beurtheilt werden (§. 415.).

a) Die Jahresmehrung $\left(\frac{M'-M}{10}\right)$ oder der periodisch jährliche Zuwachs vom Hauptertrage, ist bei der starken Entstehung I, zwischen dem 20. und 30., bei der schwachen II, zwischen dem 40. und 60. Jahre am größten.

b) Die Durchschnittsmehrung $\left(\frac{M}{A}\right)$ oder der jährliche Durchschnittszuwachs vom Hauptertrage des normalen Wirthschaftswaldes, erreicht ihren Höhen- (Culminations-) Punkt, einschließlich des letztern Vorertrages, welcher in der Regel dem fraglichen Hauptertrage verbleibt, unter

I, im 40. Jahre mit $60{,}5 + \frac{320}{40} = 68{,}5$ c' *),
II, im 90. Jahre mit $36{,}88 + \frac{290}{90} = 40{,}1$ c'.

Begreiflich muß die höchste Durchschnittsmehrung bei der starken Entstehung weit früher erfolgen, als bei der schwachen, deren Wachsthumsgang ganz allmählich vorschreitet, nachher aber um so stär-

---

für die Jahre:	50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56
verbl. Best.-Masse:	2680	—	2739,4	—	2797,6	—	2854,6	—	2910,4	—	2965	—	
Jahreszuwachs:	—	93,4	—	92,2	—	91	—	89,8	—	88,6	—	87,4	
Jahreszuwachs-pCt.:	—	3,48	—	3,36	—	3,25	—	3,14	—	3,04	—	2,94.	

Beide Berechnungen des Zuwachs-Prozentes weichen unter einander eben so ab, wie die des Mehrungs-Prozentes.

*) Das 50ste Jahr giebt nur $60{,}8 + \frac{360}{50} = 68$ c', obgleich die eigentliche Durchschnittsmehrung größer ist.

ker anhält. Über das 90. Jahr hinaus versteigt sich der Wendepunkt einer Durchschnittsmehrung nur in sehr seltenen Ausnahmen.

2) Der Gesammtertrag besteht in der ganzen Ansammlung von nutzbarem Jahreszuwachs; er entspringt nicht nur aus der eben erwachsenen Bestandesmasse M, als Hauptertrag, sondern auch aus der Summe aller frühern Bestandesabfälle Sa, als Vorertrag, tritt also nur da mit auf, wo Durchforstungen zur Frage kommen. Die §. 423. unter a. dargestellten Durchforsterträge sind ganz mäßig gehalten und in allen normalen Beständen sicher zu finden. Beachtungswerth erscheinen folgende, dem Gesammtertrag eigenthümliche Verhältnisse.

a) Die Vorerträge der starken Entstehung stellen sich nach Zeit und Maß bedeutend anders, als die der schwachen. Der stärker heranwachsende Bestand unterdrückt früher und mehr, kann dabei einen dichtern Schluß weit weniger einhalten und muß daher früher und öfter durchforstet werden. Die dadurch brgründete, anfänglich größere Ergiebigkeit der Vorerträge mindert sich jedoch wieder um so früher, je rascher die Selbstauslichtung überhand nimmt und somit der Bestand seiner natürlichen Haubarkeit entgegeneilt. Wenn (§. 407. 3.) die laufenden Bestandesabfälle der starken Entstehung ungefähr zu 0,5 bis 0,6, die der schwachen aber zu 0,7 bis 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung anzunehmen sind: so liegt der Grund hiervon mehr in dem sehr verschiedenen Ansteigen beider Durchschnittsmehrungen, als in den allerdings auch von Natur weniger ergiebigen Verhältnissen der Vornutzung bei rasch entstehenden Beständen. Konnten sich übrigens in der Praxis die Durchforstungen der Nadelhölzer mit starker Entstehung minder geltend machen, als die der Laubhölzer mit schwacher Entstehung: so möchte dies auch darin zu suchen sein, daß die Nadelwälder überhaupt rascher unterdrücken, unregelmäßiger verdrängen, fortwährend ausscheiden, ihre Abgänge weniger lang halten, dabei aber von jeder vorgreifenden Durchforstung mehr leiden, sich also in die gewöhnliche Durchforstungsweise weniger fügen.

b) Der Jahreszuwachs $\left(\frac{M'-(M-a)}{10}\right)$, aus welchem der Gesammtertrag entsteht, und wonach man die fortschreitende Ergiebigkeit des Bestandes überhaupt bestimmt, ist unter

I zwischen dem 30. und 50.,
II zwischen dem 50. und 80. Jahre

am stärksten.

c) Der Durchschnittszuwachs $\left(\frac{M+Sa}{A}\right)$, woraus die Gesammtergiebigkeit des normalen Wirthschaftswaldes erwächst, gewinnt seinen höchsten Stand, wenn gehörig durchforstet wird, unter

I im 60. Jahre mit 81,66 c',
II im 110. Jahre mit 52,45 c',

nie später. Wir nennen dieses Alter das Massen-Schlagbarkeitsalter. Je ergiebiger die Vorerträge sind, um so längere Zeit übertragen sie den sinkenden Jahreszuwachs, und um so höher steigt der Wendepunkt des Durchschnittszuwachses über den der Durchschnittsmehrung.

§. 427. Allgemeines Verhalten der Massenerwachs-Prozente normaler Holzbestände.

1) Das Mehrungs-Prozent, d. h. das Zuwachs-Prozent vom Hauptertrage allein (Mf), entziffert mittels der Bestandesmasse und Jahresmehrung, sinkt in Folge der starken Entstehung begreiflich weit früher, als in Folge der schwachen. Scala I stellt die 4prozentige Mehrung in das 30. und die 3prozentige in das 38. Jahr; Scala II bietet die gleichen Prozente erst im 45. und 54. Jahre. Daß die schwache Entstehung ihr Mehrungs-Prozent später und allmählicher sinken läßt, liegt in der länger anhaltenden Jahresmehrung und giebt schon vorläufig zu erkennen, warum dieser Wachsthumsgang überhaupt ein höheres Nutzungsalter darbietet.

2) Das aus der eben durchforsteten Bestandesmasse und dem Jahreszuwachse berechnete Zuwachs-Prozent zum Ge-

sammtertrage (Gz) hält sich auffallend besser, als das der bloßen Bestandesmehrung, weil durch den abfallenden Vorertrag die bleibende Bestandesmasse (M — a) gemindert, dagegen der Jahreszuwachs $\frac{M'-(M-a)}{10}$ im Vergleich zu der Jahresmehrung $\frac{M'-M}{10}$ gesteigert wird und aus beiden Gründen das Prozent höher ausfallen muß. So stellen sich obige 4 und 3 pCt. bei der starken Entstehung erst an das 46. und 55., bei der schwachen aber erst an das 62. und 74. Jahr. Die höchsten Zuwachs-Prozente werden also gewonnen durch die fleißigste Ausnutzung der Bestandesabfälle, und nur dadurch macht sich ein bedeutend höheres Abnutzungsalter geltend.

§. 428. Erläuterungen zu der Wertherwachs-Darstellung.

Die in §. 412. und 414. schon vorläufig erörterten und unten §. 424. in ihren äußersten Gegensätzen dargestellten Werthserwachs-Verhältnisse normaler Holzbestände entstehen aus dem Massenerwachse unter folgenden Überschriften:

1) A, das Bestandesalter des Massenerwachses.

2) w, die angenommene Preissteigung des Holzes; deren Zahlen könnten etwa für Xr. gelten.

3) Mw, der Bestandeswerth zum Hauptertrage, das Produkt der Bestandesmasse mit dem gleichzeitigen Holzpreise; I im 50. Jahre: $3040 \times 7 = 21280$.

4) aw, der eben so berechnete Abfallswerth zum Vorertrage; I im 50. Jahre $360 \times 7 = 2520$.

5) $\frac{Mw}{A}$, die Durchschnitts-Werthszunahme vom Hauptertrage oder das Produkt der Durchschnittsmehrung mit dem gleichzeitigen Preise; I im 50. Jahre:

$$\frac{3040 \times 7}{50} = \frac{3040}{50} \times 7 = 60{,}8 \times 7 = 425{,}6.$$

6) $\frac{Mw+Saw}{A}$, die Durchschnitts-Werthszunahme

vom Gesammtertrage, nämlich: von dem Bestandeswerthe Mw und von der Summe aller schon vorher eingegangenen Abfallswerthe Saw, getheilt durch die Alterszahl A. Z. B. I im 50. Jahre:

$$\frac{21280+2160+1600+880+240}{50} = 523{,}2.$$

7) $\frac{Mw'-Mw}{10}$, die Jahres-Werthszunahme vom Hauptertrage jeder Altersstufe, bestehend aus der Differenz des Nach- und Vorbestandeswerthes, getheilt in die einzelnen Jahre. Für I vom 50. zum 60. Jahre jährlich

$$\frac{28480-21280}{10} = 720.$$

8) $\frac{Mw'-(Mw-aw)}{10}$, die Jahres-Werthszunahme vom Gesammtertrage jeder Altersstufe. Wird von dem Nachbestandeswerthe Mw' der Vorbestandeswerth Mw, letzterer ausschließlich des eben abkömmlichen Abfallwerthes aw, abgezogen und der Rest in alle Jahre der Altersstufe vertheilt: so ergiebt sich die zeitliche Gesammtwerthszunahme. In I vom 50. bis zum 60. Jahre jährlich:

$$\frac{28480-(21280-2520)}{10} = 972.$$

9) Mw^{0}_{0}, das Werthszunahme-Prozent vom Hauptertrage jeder Altersstufe, berechnet man nach der Proportion:

$$Mw : \frac{Mw'-Mw}{10} = 100 : Mw^{0}_{0};$$

es ist für I vom 50. Jahre ab bis zum 60. im Durchschnitt:

$$21280 : 720 = 100 : 3{,}38.$$

10) Gw^{0}_{0}, das Werthszunahme-Prozent vom Gesammtertrage jeder Altersstufe, wird entziffert nach

$$(Mw - aw) : \frac{Mw'-(Mw-aw)}{10} = 100 : Gw^{0}_{0}$$

und ist für I vom 50. Jahre ab bis zum 60. durchschnittlich:

$$(21280 - 2520) : 972 = 100 : 5{,}18.$$

§. 429. Allgemeines Verhalten des Werthserwachses normaler Holzbestände.

Um die Holzerträge nach ihrem Werthe vergleichen zu können, war es zuvörderst nöthig, für alle Altersstufen durchschnittliche Preise so gut als thulich anzunehmen. Die (§. 424.) unter w aufgereiheten Verhältnißzahlen eines mit zunehmendem Alter steigenden Holzpreises, worin das schwächste Reisholz zu ein Drittel vom ausgewachsenen Baumholze und das Lärchenholz zu drei Fünftel vom Buchenholze angesetzt ist, dürfte wohl eben nicht übertrieben erscheinen. Werden hiernach alle Erträge in gleichen Werthseinheiten ausgeworfen, so ergiebt sich:

1) Von dem Werthe des Hauptertrages (Mw):

a) Die Jahres-Werthszunahme $\left(\frac{Mw'-Mw}{10}\right)$ ist bei der starken Entstehung zwischen dem 50. und 60., bei der schwachen aber zwischen dem 80. und 90. Jahre am stärksten.

b) Die Durchschnitts-Werthszunahme $\left(\frac{Mw}{A}\right)$ erreicht ihre größte Höhe unter

I im 70. Jahre mit 506,5,
II im 110. Jahre mit 537,2,

in beiden Fällen zur Zeit, wo die Preissteigung aufhört. Je weiter hinaus die Preise steigen, um so weiter stellen sich die Wendepunkte der Werthszunahme hinter die der bloßen Massenmehrung, und um so vortheilhafter erscheint die spätere Abnutzung des Bestandes. Dieses Steigen ist meist begrenzt vom Eintritte der begehrtesten Stammstärke.

2) Der Gesammtertrag (Mw + Saw) bietet folgende Werthszunahme-Verhältnisse:

a) Dessen Jahres-Werthszunahme $\left(\frac{Mw'-(Mw-aw)}{10}\right)$ erreicht ihre größte Höhe unter I zwischen dem 50. und 60., und unter II zwischen dem 90. und 100. Jahre.

b) Am größten ist die Durchschnitts-Werthszunahme $\left(\frac{Mw+Saw}{A}\right)$ unter

I im 70. Jahre mit 651,1,
II im 110. Jahre mit 721,6;

sehr begreiflich wieder am Ende beider Preissteigungen. Zwischen das 70. und 110. Jahr fielen also bei den angenommenen Preisverhältnissen die äußersten Abnutzungszeiten, oder die **Werths-Schlagbarkeitsalter**, welche von einem normalen Hochwald-Bestande den höchsten jährlichen Werthsertrag darbieten.

§. 430. **Allgemeines Verhalten der Werthserwachs-Prozente normaler Holzbestände.**

1) Das **Werthszunahme-Prozent vom Hauptertrage** (Mw§) sinkt wegen des steigenden Preises viel weniger, als das von der Massenmehrung. Die starke Entstehung fällt nämlich erst nach dem 44. und 56. Jahre, die schwache aber erst nach dem 55. und 67. Jahre unter die oben angenommenen 4 und 3 Prozent. Würde bloß auf den Hauptertrag und das rohe Werthszunahme-Prozent gesehen, so erschien bei der vorausgesetzten Preissteigung, zur 4prozentigen Nutzung, das 45- bis 55-jährige, und zur 3prozentigen, das 55- bis 70jährige Abnutzungsalter (§. 415. 3.) am einträglichsten.

Berechnet man hierneben die Vorwerthe aller Haupterträge im Beginn der Entstehung mittels des eben in Anspruch zu nehmenden Nutzungs-Prozentes, d. h. des gewöhnlich üblichen Zinsfußes für Grundstücks-Nutzungen, so muß sich derjenige Hauptertrag, welcher das gleiche Werthszunahme-Prozent darbietet, über alle die andern erheben, und nicht minder als der einträglichste zu erkennen geben (§. 416.)*).

---

*) So ist z. B. für den Buchenbestand, dessen 3prozentige Hauptnutzung in das 70ste Jahr fällt, der Vorwerth bei 3 pCt.:

vom 50jährigen Bestande	13500	×	0,228	=	3078,00
„ 60 „ „	20000	×	0,170	=	3400,00
„ 70 „ „	27280	×	0,126	=	3437,28
„ 80 „ „	35040	×	0,094	=	3293,76
„ 90 „ „	43160	×	0,070	=	3021,20

2) Das Werthszunahme-Prozent vom Gesammtertrage (Gwz) zu 4 und 3 erscheint bei der starken Entstehung im 60. und 69., bei der schwachen aber erst im 74. u. 91. Jahre. Dies wären die Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter zur höchsten Kapitalnutzung von den Holzbeständen an sich, wofern eben der in Anspruch zu nehmende Zinsfuß und die Preissteigung nicht günstiger stehen.

Mittels der vergleichenden Vorwerthsberechnung aller in Aussicht gestellten Gesammterträge (nach §. 416.) findet man den Eintritt des verlangten Nutzungs-Prozentes nicht ganz genau, weil die inbegriffenen Vorerträge mit den Haupterträgen nicht gleiche Zeit halten. Die Abweichung erscheint jedoch meist unbedeutend und läßt sich vermeiden durch abgesonderte Berechnung der Vorertragswerthe, wie in dem unten stehenden Beispiele *).

b. Ertragsverhältnisse der normalen Wirthschaftswälder.

§. 431. Regelrechter Waldzustand.

Bis hierher betrachteten wir bloß den Massen- und Werthserwachs einzelner Holzbestände an sich. Jetzt beschäftigen uns

---

**) Für den Buchenbestand fällt z. B. die 3prozentige Werthszunahme in das 90ste (richtiger 91ste) Jahr.

Die Vorwerthe betragen:

von dem Vorertrage im 20sten Jahre	120 × 0,554 =	66,48			
" " " " 30sten "	630 × 0,412 =	259,56			
" " " " 40sten "	1200 × 0,307 =	368,40	= 1887,46		
" " " " 50sten "	1800 × 0,228 =	410,40			
" " " " 60sten "	2400 × 0,170 =	408,40			
" " " " 70sten "	2970 × 0,126 =	374,22			
" " " " 80sten "	3480 × 0,[illegible]4 =	327,12			
" " " " 90sten "	3900 × 0,070 =	273,00			
von d. Hauptertrage im 80sten "	35040 × 0,094 =	3293,76			
" " " " 90sten "	43160 × 0,070 =	3021,20			
" " " " 100sten "	51240 × 0,052 =	2664,48.			

Der Vorwerth des Gesammtertrages ist demnach

für das 80jähr. Abtriebsalter 1887,46 + 3293,76 . . . . = 5181,22
" " 90 " " 1887,46 + 327,12 + 3021,20 . . . . = 5235,78
" " 100 " " 1887,46 + 327,12 + 273,0 + 2664,48 = 5152,06

Auch hier erhebt sich also correspondirend der 90jähr. Vorwerth am höchsten.

ganze Waldbetriebsverbände, folgerecht zusammengesetzt aus gleichartigen Normalbeständen nach den Bedingungen des schlagweisen Nachhaltsbetriebes. Um deren Ertragsverhältnisse kurz und leicht zu entwickeln, nehmen wir hier insbesondere an: daß jede gedachte Normalwaldung bei ganz gleicher Standorts- und Ertragsgüte aus so viel gleichen Schlägen bestehe, als das Umtriebsalter Jahre zählt; daß von diesen in jedem Jahre einer als schlagbar eintrete, daß somit alle Schläge in einer geregelten, von Jahr zu Jahr fortschreitenden Altersfolge sich befinden; daß endlich die Größe jedes Schlages 1 Morgen betrage, mithin die Zahl der Flächenausdehnung der des Umtriebsalters gleich stehe.

Zur Grundlage unserer Betrachtungen dienen die schon dargestellten, von den Lärchen- und Buchenbeständen entnommenen äußersten Gegensätze der starken und der schwachen Bestandesentstehung; denn auch die Ertragsverhältnisse der normalen Wirthschaftswälder liegen alle zwischen diesen zwei Grenzen, welche dem denkenden Forstordner zur leitenden Richtschnur dienen. Wir entziffern zunächst aus den Wachsthumsgängen obiger Musterbestände (§. 423. und 424.) zwei ausführliche Waldertragstafeln, deren Zahlen sich auf 0,8 Ertragsgüte und preußische Körperfuße beziehen.

§. 432. Gegensätze des Massenertrags normaler Wirthschaftswälder.

A. Umtriebsalter.	Mv. Massenvorrath im Ganzen.	$\frac{Mv}{A}$ Massenvorrath pr. Morgen.	M. Hauptertrags-Masse im Ganzen.	$\frac{M}{A}$ Hauptertrags-Masse pr. Morgen.	M + Sa Gesammtertrags-Masse im Ganzen.	$\frac{M+Sa}{A}$ Gesammtertrags-Masse pr. Morgen.	Hn $\frac{0}{0}$ Holznutzungs-Prozente an Haupt-ertrag.	Gn $\frac{0}{0}$ Holznutzungs-Prozente an Ges.-Ertrag.
I. Starke Entstehung.								
Lärchenwald mit 0,8 Ertragsgüte.								
10	2200	220	400	40	400	40	18,18	18,18
20	9720	486	1040	52	1120	56	10,70	11,52
30	23970	799	1740	58	2040	68	7,25	8,51
40	45110	1127,7	2420	60,5	3040	76	5,36	6,73
50	72720	1454,4	3040	60,8	4020	80,4	4,18	5,52
60	105980	1766,3	3560	59,33	4900	81,66	3,35	4,62
70	143670	2052,4	3940	56,28	5620	80,28	2,74	3,91
80	184170	2302,1	4140	51,7	6120	76,5	2,24	3,32
II. Schwache Entstehung.								
Buchenwald mit 0,8 Ertragsgüte.								
10	55	5,5	10	1	10	1	18,18	18,18
20	980	49	160	8	160	8	16,32	16,32
30	4560	152	520	17,33	540	18	11,40	11,84
40	12400	310	1000	25	1110	27,75	8,06	8,95
50	25150	503	1500	30	1760	35,2	5,96	6,99
60	42900	715	2000	33,33	2460	41	4,66	5,73
70	65540	936,2	2480	35,42	3180	45,42	3,78	4,85
80	92760	1159,5	2920	36,5	3890	48,62	3,14	4,19
90	124160	1379,5	3320	36,88	4580	50,88	2,67	3,68
100	159230	1592,3	3660	36,6	5220	52,2	2,29	3,27
110	197370	1794,2	3940	35,82	5770	52,45	1,99	2,92
120	237980	1983,1	4160	34,66	6230	51,91	1,74	2,61
130	280460	2157,3	4320	33,23	6600	50,77	1,54	2,35
140	324620	2316,5	4440	31,71	6900	49,28	1,36	2,12

§. 433. Gegensätze des Werthsertrags normaler Wirthschaftswälder.

A. Umtriebsalter.	w. Preissteigung.	Mwv. Werthvorrath im Ganzen.	$\frac{Mwv}{A}$ Werthvorrath pr. Morgen.	$\frac{Mw}{A}$ Hauptertragswerth pr. Morgen.	$\frac{Mw + Saw}{A}$ Gesammtertragswerth pr. Morgen.	Hwn $\frac{0}{0}$ Werthnutzungs-Prozent vom Hauptertrag.	Gwn $\frac{0}{0}$ Werthnutzungs-Prozent vom Ges.-Ertrag.
			I. Starke Entstehung. Lärchenwald mit 0,8 Ertragsgüte.				
10	3	6600	660	120	120	18,18	18,18
20	4	36680	1834	208	220	11,34	11,99
30	5	107930	3597,6	290	327,3	8,06	9,09
40	6	234770	5869,2	363	431	6,18	7,34
50	7	428040	8560,8	425,6	523,2	4,97	6,11
60	8	694120	11568,6	474,6	598	4,10	5,17
70	9	1033830	14761,8	506,5	651,1	3,43	4,41
80	9	1397830	17472,8	465,7	626	2,66	3,58
			II. Schwache Entstehung. Buchenwald mit 0,8 Ertragsgüte.				
10	5	275	27,5	5	5	18,18	18,18
20	6	5825	291,2	48	48	16,48	16,48
30	7	30885	1029,5	121,3	125,3	11,78	12,16
40	8	93605	2340,1	200	218,7	8,54	9,34
50	9	208355	4167,1	270	309	6,47	7,41
60	10	385855	6430,9	333,3	395,8	5,18	6,15
70	11	634895	9069,9	389,7	477,5	4,29	5,26
80	12	961535	12019,2	438	552	3,64	4,59
90	13	1369735	15219,3	479,5	619,5	3,15	4,07
100	14	1860715	18607,1	512,4	677,4	2,75	3,64
110	15	2432815	22116,5	537,2	721,6	2,42	3,26
120	15	3041965	25349,7	520	719	2,05	2,83
130	15	3679165	28301,2	498,4	706,3	1,76	2,49
140	15	4337065	30979	475,7	688	1,53	2,22

§. 434. Erläuterungen zu der Massenertrags-Darstellung.

Graphische Darstellung des Massenertrags normaler Waldverbände der starken Entstehung, zusammengesetzt aus dem voranstehenden Bestandesmuster AMI:

AMM . ., die Basis des Massenvorrathes und der Altersklassen, wie sie sich aus den Altersstufen des Musterbestandes zusammenstellen lassen.

10—20—30 . ., die anzunehmenden Perioden und Umtriebszeiten.

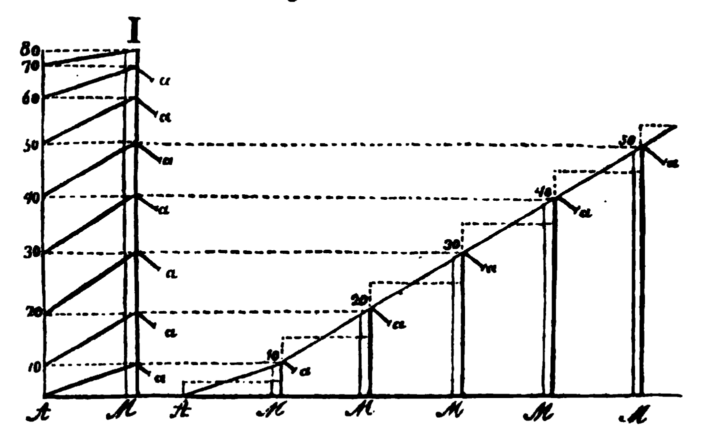
A50M, der Massenvorrath (Mv) des 50jährigen Waldverbandes.

A—10, 10—20, 20—30 . ., die aus je 10 Jahresschlägen zu 1 Mg. bestehenden Altersklassen.

M10, M20, M30 . ., der je älteste Schlag, welcher eben in der höchsten Altersklasse den Hauptertrag und in jeder der jüngern einen Vorertrag abwirft.

a, die Bestandesabfälle oder Vorerträge; neben dem Hauptertrage M50, vom 10-, 20-, 30- und 40jährigen Schlage abfallend; zusammen Sa.

M+Sa, der Gesammtertrag.



Vor Allem wäre nun darzulegen, wie die Massengrößen und Erträge aller Altersklassen unserer normalen Waldverbände aus den Altersstufen des entsprechenden Musterbestandes ohne Weiteres zu entwickeln sind. Wir nehmen dazu die leichtern Beispiele von den beiden kürzern Scalen der starken Entstehung §. 423. und 432. I zu Hülfe und versinnlichen unsere Auseinandersetzung durch die hier beigegebene Figur.

1) A, das Umtriebsalter, bezeichnet:

a) das Alter, worin der je älteste Schlag zur Abnutzung kommt;

b) die Anzahl der 1 Mg. großen Jahresschläge, welche den fraglichen Waldverband bilden sollen; mithin auch

c) die Morgenzahl eines jeden der gedachten Waldverbände.

2) Mv, der Massenvorrath jeder Altersklasse, wird nach den gleichen Altersstufen des Musterbestandes berechnet; denn für jeden Jahresschlag gilt der Musterbestand desselben Alters. Unsere Voraussetzung, daß auf jeder Altersstufe ein jährlich gleicher Zuwachs Statt finde, bedingt zugleich, daß auch die Bestände aller Schläge derselben Altersklasse in gleicher Massenabstufung stehen und zusammen eine arithmetische Reihe bilden, deren Summirung ganz leicht ist.

Hat in der jüngsten Altersklasse der einjährige Schlag 1 z, der zweijährige 2 z . . . . und der 10jährige 10 z oder M': so beträgt die Summe aller 10 Schläge von 1- bis 10jährigem Alter (1 + 10) z × 5 (§. 87.). Von jeder folgenden Altersklasse haben die Schläge M + 1 z, M + 2 z . . . . . M + 10 z oder M', zusammen also (M + z + M') × 5. Hiervon bezeichnet M den Vorbestand, und z die Jahresmehrung $= \frac{M'-M}{10}$.

Unter §. 432. I berechnete sich somit der Massenvorrath für den 50jährigen Umtrieb von der

I. Klasse, 1- bis 10jähr.	(40+ 400)×5=	2200 c',
II. „ 11 „ 20 „	(400+64+1040)×5=	7520 c',
III. „ 21 „ 30 „	(1040+70+1740)×5=	14250 c',
IV. „ 31 „ 40 „	(1740+68+2420)×5=	21140 c',
V. „ 41 „ 50 „	(2420+62+3040)×5=	27610 c'.
	Zusammen:	72720 c'.

3) $\frac{Mv}{A}$, Massenvorrath pr. Morgen: Der ganze Holzvorrath, getheilt durch die Flächenzahl, welche dem Umtriebsalter gleich steht. Obiger 50jährige Umtrieb umfaßte pr. Morgen im Durchschnitt $\frac{72720}{50} = 1454{,}4$ c'.

4) M, die jährliche Hauptertragsmasse, findet sich unmittelbar in der Bestandesmasse des eben zur Abnutzung kommenden ältesten Schlages oder des eben so alten Musterbestandes. §. 423. I, im 50jährigen Alter 3040 c'.

5) $\frac{M}{A}$, die jährliche Hauptertragsmasse pr. Morgen, muß der Durchschnittsmehrung vom Musterbestande gleich sein, weil die Flächenzahl mit der Alterszahl übereinstimmt; zu §. 423. I 50 ist sie: $\frac{3040}{50} = 60{,}8$ c'.

6) M + Sa, die jährliche Gesammtertragsmasse, besteht aus dem Hauptertrage von dem je ältesten Schlage mit allen Vorerträgen der eben zur Durchforstung gelangenden jüngern Schläge, ganz wie der Musterbestand sie an sich zusammen darstellt; z. B. §. 423. I im 50jährigen Umtriebe:

Hauptertrag vom 50jährigen Schlage:			3040 c'.
Vorertrag	„ 40	„ „	360 „
„	„ 30	„ „	320 „
„	„ 20	„ „	220 „
„	„ 10	„ „	80 „
		Zusammen:	4020 c'.

7) $\frac{M+Sa}{A}$, die jährliche Gesammtertragsmasse pr. Morgen, ist leicht begreiflich dem Durchschnitts-Zuwachs vom Musterbestande gleich; im obigen Beispiele:

$$\frac{340+360+320+220+80}{50} = \frac{4020}{50} = 80{,}4 \text{ c}'.$$

8) Hn $\frac{?}{}$, das Holznutzungs-Prozent vom Hauptertrage, ergiebt sich nach dem Verhältnisse des Massenvorrathes zu dem jährlichen Hauptertrage

$$Mv : M = 100 : Hn\%;$$

es ist §. 432. für den 50jährigen Umtrieb von I = 4,18 % nach:

$$72720 : 3040 = 100 : 4{,}18.$$

9) Gn%, das Holznutzungs-Prozent vom Gesammtertrage, wird berechnet nach dem Massenvorrathe und dem davon abfallenden Gesammtertrage, mittels der Proportion:

$$Mv : (M + Sa) = 100 : Gn\%.$$

Für den 50jährigen Lärchenwald §. 432. fände man es = 5,52% nach:

$$72720 : 4020 = 100 : 5{,}52.$$

Auf alle diese Verhältnisse hat der Nachhiebsrückstand im Besamungswalde einen ändernden Einfluß, wie §. 444. nachweis't.

§. 435. Allgemeines Verhalten des Massenertrages im normalen Wirthschaftswalde.

Unsere Darstellungen des normalen Waldertrages von der starken und der schwachen Entstehung geben nun den Grund zu folgenden Aufschlüssen, welche wir an die mehr vergleichbaren Durchschnittsbeträge der Forstflächeneinheit knüpfen.

1) Der Massenvorrath pr. Morgen $\left(\frac{Mv}{A}\right)$ steigt mit zunehmendem Umtriebsalter. Alle Waldbetriebsverbände der starken Entstehung umfassen wegen ihrer frühern Schlagbarkeit minder große Holzvorräthe. Die Größe dieser Massenhaltigkeit ist überdies noch bedingt von den nach Ortsgüte und Waldgattung erreichbaren Gehaltsfaktoren $G \times H \times f$.

2) Die jährliche Hauptertragsmasse pr. Morgen $\left(\frac{M}{A}\right)$ gleicht bekanntlich der Altersdurchschnittsmehrung vom Musterbestande (§. 426. 1.); denn der in jedem Jahre zur Abnutzung kommende, als Musterbestand geltende älteste Schlag M wird durch die, dem Alter gleiche Morgenzahl A getheilt. — Dieser älteste, eben schlagbare Bestand stellt in der Reihe seiner Jahresmehrung die laufende Mehrung aller Jahresschläge des Waldverbandes zusammen dar. So hat z. B. der

50jährige Waldverband, in Gemäßheit des Musterbestandes §. 423. I unter $\frac{M' - M}{10}$, zur Jahresmehrung für die sämmtlichen Schläge

von	1	bis	10	Jahren:	40 × 10 = 400 c',
„	11	„	20	„	64 × 10 = 640 „
„	21	„	30	„	70 × 10 = 700 „
„	31	„	40	„	68 × 10 = 680 „
„	41	„	50	„	62 × 10 = 620 „
					Zusammen: 3040 c';

also pr. Mg. $\frac{3040}{50} = 60{,}8$ c'.

Die laufende Massenmehrung sämmtlicher Jahresschläge im Normalwalde ist mithin dem jährlichen Hauptertrage gleich und berechnet sich eben so, wie die Massenmehrung aller Jahre im Musterbestande. Dieser Durchschnitts-Hauptertrag erscheint also ebenfalls bei der starken Entstehung im 40. bis 50. und bei der schwachen im 90. Jahre am ergiebigsten.

3) Die jährliche Gesammtertragsmasse pr. Mg. $\left(\frac{M + Sa}{A}\right)$ ist zugleich der Durchschnittszuwachs von dem eben schlagbaren Musterbestande (§. 426. 2.), indem dessen Gesammtertrag dort in eben so viel Jahre zerfällt, als hier in Morgen. Ganz dieselbe Größe giebt auch der laufende Zuwachs sämmtlicher Jahresschläge, getheilt durch die Morgenzahl. So findet man in §. 423. I unter $\frac{M' - (M - a)}{10}$ folgenden Jahreszuwachs für die Schläge

von	1	bis	10	Jahren:	40 × 10 = 400 c',
„	11	„	20	„	72 × 10 = 720 „
„	21	„	30	„	92 × 10 = 920 „
„	31	„	40	„	100 × 10 = 1000 „
„	41	„	50	„	98 × 10 = 980 „
					Zusammen: 4020 c';

also pr. Mg. $\frac{4020}{50} = 80{,}4$ c'.

Dieser Durchschnitts-Gesammtertrag stellt sich bei der starken Entstehung im 60. und bei der schwachen im 110. Jahre am höchsten, bedeutend später, als der Durchschnitts-Hauptertrag allein. Die an Gesammtmasse ergiebigsten Umtriebsalter der Hochwälder fielen daher zwischen das 60. und 110. Jahr, ganz in Übereinstimmung mit dem Massen-Schlagbarkeitsalter ihrer Musterbestände.

§. 436. Vergleichung des Altersdurchschnittserwachses mit dem laufenden Jahreserwachse im Wirthschaftswalde.

Wir haben so eben gesehen, daß in einem normalen Waldverbande von Jahr zu Jahr der Hauptertrag M mit der laufenden Jahresmehrung, und ebenso der Gesammtertrag M + Sa mit dem laufenden Jahreszuwachse aller Schläge übereinstimmen muß, und wie sich diese Ertragsgrößen ohne Weiteres aus dem Durchschnittserwachse $\frac{M}{A}$ und $\frac{M+Sa}{A}$ des schlagbaren Musterbestandes herleiten lassen. Keineswegs kann aber für den laufenden Jahreserwachs der Altersdurchschnittserwachs aller einzelnen Bestände einer ganzen Waldung stellvertretend gebraucht werden; denn dies ist eine ganz andere Größe, was die summarische Vergleichung der Durchschnittsmehrungen $\frac{M}{A}$ mit den Jahresmehrungen $\frac{M'-M}{10}$, so wie der Durchschnittszuwachsbeträge $\frac{M+Sa}{A}$ mit den Jahreszuwachsbeträgen $\frac{M'-(M-a)}{10}$ im Musterbestande (§. 423.) schon genugsam zu erkennen giebt, wenn dort auch die Reihen des Durchschnitts- und Jahreserwachses eben nicht ausgeführt sind.

Um aber näher zu untersuchen, auf welche Abwege diese Stellvertretung führt, theile man nur den Massengehalt jeder Altersklasse durch das entsprechende Mittelalter: so ergiebt sich z. B. für den Lärchenwald mit 50jähriger Umtriebszeit (§. 423. I) als Durchschnittsmehrung:

1\. Kl. 10 Mg., 1- bis 10jährig, $\frac{(40+400)\times 5}{5,5} = 400$ c′ *)

2\. „ 10 „ 11 „ 20 „ $\frac{(400+64+1040)\times 5}{15,5} = 485$ „

3\. „ 10 „ 21 „ 30 „ $\frac{(1040+70+1740)\times 5}{25,5} = 558$ „

4\. „ 10 „ 31 „ 40 „ $\frac{(1740+68+2420)\times 5}{35,5} = 595$ „

5\. „ 10 „ 41 „ 50 „ $\frac{(2420+62+3040)\times 5}{45,5} = 607$ „

Auf 50 Mg. Altersdurchschnittsmehrung: 2645 c′;

also pr. Mg. $\frac{2645}{50} = 52,9$ c′.

Die auf alle Jahre einzeln berechnete Durchschnittsmehrung fällt noch etwas niedriger aus **). Dennoch beträgt die der gleichen Umtriebszeit entsprechende Jahresmehrung aller Altersklassen des ganzen Waldverbandes bedeutend mehr, nämlich

$$400+640+700+680+620=3040 \text{ c}',$$

also pr. Mg. $\frac{3040}{50} = 60,8$ c′.

Der Grund dieses Unterschiedes liegt in der geringeren Mehrung der jedes Mal mit zum Durchschnitt gezogenen jugendlichen Altersperioden; man erkennt ihn bei der klassenweisen Vergleichung am leichtesten. So trüge die 21- bis 30jährige Altersklasse ihrerseits an Durchschnittsmehrung nur 558 c′ bei, obschon ihr Antheil an der gesammten Jahresmehrung 700 c′ ist. Bei der schwachen Entstehung treten diese Abweichungen noch viel stärker hervor, wegen ihrer größern Anzahl minder ergiebiger Jugendjahre. Solche Abweichungen finden sich auch zwischen dem

---

*) Das zur Summirung dienende Mittelalter

vom 1. bis 10. Jahre ist . . $\frac{1+10}{2} = 5,5$;

„ 11. „ 20. „ „ . . $\frac{11+20}{2} = 15,5$ u. s. w.

**) Sie findet sich in dem §. 459. gegebenen Beispiele vollständig ausgeführt und ergiebt dort nur 2637,9 c′.

Durchschnitts- und Jahreszuwachse, und noch weit größer sind die zwischen der Durchschnittsmehrung und dem Jahreszuwachse einer jeden Waldung. Nimmt man die wirkliche Durchschnittsmehrung eines vorgefundenen Massenvorrathes anstatt des wirklichen Jahreszuwachses an: so kann der Fehler mitunter bis zu 50 pCt. steigen.

Der Durchschnittserwachs einer Normalwaldung könnte sich dem Jahreserwachse nur dann gleich stellen, wenn dieser durch alle Lebensjahre ganz gleich wäre, oder aber in einem kaum erreichbaren Überständigkeitsalter sich befände; ersteres ist jedoch nicht natürlich und letzteres nicht wirthschaftlich.

§. 437. Vergleichung der Vorerträge mit dem Hauptertrage im normalen Wirthschaftswalde.

Oben §. 426. 2. haben wir schon mittels der beiden Musterbestände gezeigt, daß die laufenden Bestandesabfälle der starken Entstehung sich anders verhalten, als die der schwachen. Bei dem ganzen Waldverbande fragt man nun mehr nach der Summe gewinnbarer Vorerträge in Verhältniß zum Hauptertrage. Darauf ist vor allem das Umtriebsalter von wesentlichem Einfluß. Je höher dieses steigt, um so mehr Vorerträge sammeln sich auf, und um so besser stellt sich das Verhältniß ihrer Summe zum Hauptertrage. Weniger Unterschied bieten hierin die Gegensätze der Entstehung, indem der Bestandesabfall beiderseits während der gleichnamigen (kürzern oder längern) Lebensperioden ziemlich gleiches Verhältniß zu dem verbleibenden Bestande einhält, was aus den obigen Wachsthumsscalen (§. 423. I. II.) leicht zu entnehmen ist. Diese geben in

$$\frac{M}{A} : \left(\frac{M+Sa}{A} - \frac{M}{A}\right),$$

also z. B. für I im 50jährigen Umtriebe

$$\left(\frac{3040}{50} : \frac{80+220+320+360+3040}{50} - \frac{3040}{50}\right)$$

$$= 60{,}8 : (80{,}4 - 60{,}8) = 60{,}8 : 19{,}6$$

das Vorertrags-Verhältniß einer jeden Umtriebszeit, und hiernach darf man annehmen, daß die mehr zur Frage kommende Masse

aller Vorerträge zusammen sich auf ¼ bis ⅓ der Hauptertragsmasse belaufe, und daß sich mithin der Hauptertrag zum Gesammtertrage verhalte nahe wie

1 zu 1,25 bis 1,5,

je nachdem die Umtriebszeit eine niedrige oder hohe ist und die Walderziehung regelrecht betrieben wird.

§. 438. Allgemeines Verhalten der Holznutzungs-Prozente im normalen Wirthschaftswalde.

Im normalen Waldverbande finden sich die Prozente der vom Massenvorrathe jährlich zu erwartenden Holzabnutzung nicht nur bedeutend anders, als die Zuwachsprozente des Musterbestandes, sondern unter sich auch sehr verschieden nach Maßgabe der Entstehung, des Umtriebsalters, des Haupt- und Gesammtertrages.

1) Die Holznutzungs-Prozente des normalen Waldverbandes im Ganzen müssen stets viel höher stehen, als die Zuwachsprozente des Musterbestandes im Einzelnen, wenn Umtriebs- und Bestandesalter beiderseits gleich sind, weil der Normalwald in der ganzen Reihe seiner jüngern Klassen weit reichlicher zuwächst, mithin auch im Ganzen mehr Nutzungsprozente darbieten kann, als der schlagbare Musterbestand an sich allein. Bei Bestimmung der normalen Umtriebszeit darf man dies nicht unberücksichtigt lassen.

2) Alle Holznutzungs-Prozente sinken mit zunehmendem Alter und Massenvorrathe in jedem Verhältnisse mehr und mehr; sie stellen sich in gleichem Alter bei der schwachen Entstehung, wo der Massenvorrath minder rasch ansteigt und daher der Zuwachs überwiegender auftritt, bedeutend höher, als bei der starken.

3) Das Holznutzungs-Prozent vom Hauptertrage (Hn%) sinkt in Folge der starken Entstehung rascher, findet sich aber im Zeitpunkte des höchsten Durchschnitts-Hauptertrages $\left(\frac{M}{A}\right)$ dennoch weit besser, hier zu 5,36 %, als in Folge der

schwachen Entstehung, die ihren höchsten Durchschnitts-Hauptertrag nur bei 2,67 % erreicht (§. 426. 1. b.). In der Lärchenwaldung stellt sich die 4prozentige Hauptnutzung an das 52. und die 3prozentige an das 65. Jahr; in der Buchenwaldung fallen dieselben Prozente an das 67. und 83. Jahr.

4) Das Holznutzungs-Prozent vom Gesammtertrage (Gn %) hält sich bekanntlich besser, als das vom bloßen Hauptertrage. Bei der starken Entstehung bietet es zur Zeit des höchsten durchschnittlichen Gesammtertrages noch eine ganz annehmliche Höhe, sofern eben der herrschende Zinsfuß entscheidet, nämlich 4,62 %, wogegen die schwache Entstehung in demselben Zeitpunkte nur 2,92 % erreicht. Die 4- und 3prozentigen Gesammtnutzungen fallen unter I an das 68. und 85., unter II aber an das 84. und 108. Jahr.

Man kann wohl annehmen, daß die Holznutzungs-Prozente in den normalen Hochwaldungen meist zwischen 3 und 6 schwanken; in unregelmäßigen Waldungen können sie auch durch die feinsten Kunstgriffe auf nachhaltige Weise nicht so hoch gehoben werden. Wer dürfte diesen dringenden Beruf zur regelmäßigen Walderziehung verkennen?

§. 439. Erläuterungen zu der Werthsertrags-Darstellung.

Wir gehen nun auch zu den Werthsertrags-Verhältnissen unserer äußersten Gegensätze normaler Wirthschaftswälder über und erläutern zuvörderst die obige Darstellung (§. 433.) ebenfalls mit Beziehung auf Scala I und ein 50jähriges Umtriebsalter.

1) A, das Umtriebsalter, wie schon bekannt, zugleich die Schläge und Morgenzahl.

2) w, die Preissteigung, wie in §. 429.

3) Mwv, der ganze Werthsvorrath. Dieser ergiebt sich, indem man den Massenvorrath jeder Altersklasse mit der entsprechenden Werthszahl multiplizirt und die Produkte addirt. Der 50jährige Umtrieb zu I umfaßt in den Schlägen

von 1 bis 10 Jahren	2200 × 3 =	6600	w.
„ 11 „ 20 „	7520 × 4 =	30080	„
„ 21 „ 30 „	14250 × 5 =	71250	„
„ 31 „ 40 „	21140 × 6 =	126840	„
„ 41 „ 50 „	27610 × 7 =	193270	„
	Zusammen:	428040	w.

4) $\frac{Mwv}{A}$, der **Werthsvorrath pr. Morgen**, ist zu der letztern Zahl

$$\frac{428040}{50} = 8560{,}8 \text{ w.}$$

5) $\frac{Mw}{A}$, der **jährliche Hauptertrags-Werth pr. Morgen**, ist (nach §. 424.) die durchschnittliche Hauptwerths-Zunahme vom Musterbestande, für I 50:

$$\frac{21280}{50} = 425{,}6 \text{ w.}$$

6) $\frac{Mw+Saw}{A}$, der **jährliche Gesammtertrags-Werth pr. Morgen**, besteht in dem eben zur Abnutzung kommenden Bestandeswerthe nebst der Summe aller Abfallswerthe der jüngern Altersklassen, getheilt durch die Morgenzahl; er ist der durchschnittlichen Gesammtwerths-Zunahme des Musterbestandes gleich (§. 424.). Für I 50:

$$\frac{21280+2160+1600+880+240}{50} = 523{,}2 \text{ w.}$$

7) Hwn%, das **Werthsnutzungs-Prozent vom Hauptertrage**, ergiebt sich nach dem Verhältnisse des Werthsvorrathes pr. Mg. zur Hauptwerthsnutzung pr. Mg.:

$$\frac{Mwv}{A} : \frac{Mw}{A} = 100 : Hwn\,\%;$$

für den 50jährigen Umtrieb von 1 = 4,97 % nach:

$$8560{,}8 : 425{,}6 = 100 : 4{,}97.$$

8) Gwn%, das **Werthsnutzungs-Prozent vom Gesammtertrage**, ist, nach der Proportion:

$$\frac{Mwv}{A} : \frac{Mw+Saw}{A} = 100 : Gwn\,\%,$$

für obige 50jährige Lärchenwaldung = 6,11 % nach:

$$8560{,}8 : 523{,}2 = 100 : 6{,}11.$$

§. 440. Allgemeines Verhalten des Werthsertrages im normalen Wirthschaftswalde.

Die in §. 433. vorangesetzten Holzpreise der verschiedenen Altersklassen führen den Massenergebnissen gegenüber zu folgenden Werthsverhältnissen:

1) Der Werthsvorrath (Mwv) einer Normalwaldung wird gegen den Holzvorrath noch durch die Preiszunahme gehoben und stellt sich im einträglichsten Umtriebsalter bei der starken Entstehung bedeutend niedriger, als bei der schwachen. Letztere erfordert daher stets ein weit größeres Bestandeskapital.

2) Der Hauptertrags-Werth pr. Morgen $\left(\frac{Mw}{A}\right)$, oder auch die Durchschnitts-Werthszunahme vom Hauptertrage des Musterbestandes (§. 424.), gleicht nicht minder der verbleibenden Werthszunahme aller Jahresschläge des Waldverbandes. Die Abweichung im Gange des Hauptswerthsertrages von dem des Haupt-Holzertrages wird durch die Preissteigung bedingt.

3) Der Gesammtertrags-Werth pr. Morgen $\left(\frac{Mw+Saw}{A}\right)$ ist der Durchschnitts-Werthszunahme vom Gesammtertrage des Musterbestandes gleich (§. 424.), und so auch der laufenden Werthszunahme aller Jahresschläge des Waldverbandes. Derselbe hebt sich ebenfalls mit steigendem Umtriebsalter nach Maßgabe der Preissteigung bis dahin, wo diese aufhört; dann hält er mit dem Gesammt-Holzertrage gleichen Schritt. Das Umtriebsalter zur höchsten Werthsnutzung des Normalwaldes fällt mit dem Werths-Schlagbarkeitsalter des Musterbestandes zusammen, und zwar bei gleichen Holzpreisen stets in das zur höchsten Holznutzung, bei steigenden Preisen aber um so viel später, als dies Steigen noch erheblich genug ist.

4) Bedeutend sind die Unterschiede der Werthserträge je nach der starken oder schwachen Entstehung. Die starke gewährt bei dem kürzern Umtriebsalter, die schwache aber bei dem längern ihren höchsten jährlichen Werthsertrag.

§. 441. Allgemeines Verhalten der Werthsnutzungs-Prozente im normalen Wirthschaftswalde.

Am bedeutungsvollesten für die wirthschaftliche Benutzung der Wälder sind endlich die aus dem Werthsvorrathe und dem Werthsertrage entwickelten Prozent-Verhältnisse. Die normalen Werthnutzungs-Prozente stellen sich für die Walderziehung weit günstiger, als man bisher gemeint hat. Hier können wir uns jedoch nur erst mit Vergleichung der rohen Werthsverhältnisse unter sich beschäftigen, ohne alle weitere Abrechnung der Bodenrente und Nutzungskosten.

1) Das Werthsnutzungs-Prozent vom Hauptertrage (Hwn %) sinkt ebenfalls in Folge der starken Entstehung rascher, und steht zur Zeit der größten Haupt-Werthsnutzung bei dieser auf 3,43 und bei der schwachen auf 2,42. Die 4- und 3prozentigen Werthsnutzungen vom Hauptertrage schließen sich in der Lärchenwaldung an das 61. und 76., in der Buchenwaldung an das 74. und 94. Jahr.

2) Werthnutzungs-Prozent vom Gesammtertrage (Gwn %). Wie überhaupt, so sinkt bei der starken Entstehung das Gesammtwerths-Nutzungsprozent weit rascher, als bei der schwachen; dennoch stellt sich dasselbe im Zeipunkte ihres früher eintretenden höchsten Gesammtwerths-Ertrages bedeutend höher, nämlich zu 4,41 %, wogegen die schwache Entstehung im gleichen Falle nur 3,26 % bietet. Die 4- und 3prozentigen Gesammtwerths-Nutzungen schließen sich in dem Lärchenwalde an das 75. und 90., im Buchenhochwalde an das 91. und 116. Jahr, nämlich bei der vorausgesetzten Preissteigung. Hierin liegen schon Andeutungen genug, daß auch die Hochwaldzucht recht gut im Stande ist, eine sehr annehmliche Kapitalnutzung zu gewähren, indem deren rohe Werthsnutzungs-Prozente sich auf 4 bis 7 stellen können.

Hieraus entspringen wichtige Andeutungen für den Waldangriff. Derjenige Forstbetrieb, welcher den höchsten durchschnittlichen Werthsertrag gewinnt, ist nicht immer im Stande, auch das Waldkapital gehörig zu verzinsen. Dazu dient das kürzere Umtriebsalter weit mehr, als das längere. Der fleißige Durchforstungsbetrieb ist das Hauptmittel, den Werthsertrag und die Kapitalnutzung des Waldes zu heben und eine höhere Umtriebszeit vortheilhaft zu machen.

§. 442. Ertragsverhältnisse ungleichwüchsiger Waldungen.

Die aus Ober- und Unterbestand zusammengesetzten Waldungen fügen sich wegen der Mannigfaltigkeit ihrer Formen und Zustände weniger unter allgemeine Erwachs- und Ertragsgesetze. Dagegen erleichtern sie unsere Untersuchungen durch die kürzere Umtriebszeit A, die ziemlich gleiche Jahresmehrung und die einfachere Abnutzung. Indessen spielen diese Waldformen stets eine minder bedeutende Rolle; wir haben hier bloß die Mittelwaldung und die Plänterwaldung zu betrachten.

1) In dem Mittelwalde müßte der Taxator den Unterwuchs von dem Oberholze sondern. Der Unterwuchs wäre am kürzesten als ein ganz für sich bestehender, gleichwüchsiger Waldtheil anzusehen, dem ein angemessener Flächentheil des Bestandes allein angehörte und der stets mit ziemlich gleicher Jahresmehrung a erwüchse. Das kleinere und größere Oberholz, den andern Flächentheil einnehmend, bestände aus der, bei jeder Schlaghauung zurückbleibenden Überhaltsmasse B und der eben auch ziemlich gleichen Jahresmehrung b.

a) Hiernach stiege der einzelne Musterbestand

im 1. Jahre auf $B + (a + b) \times 1$,
" 2. " " $B + (a + b) \times 2$,
. . . .
" A. " " $B + (a + b) \times A$.

Die ganze Jahresmehrung betrüge $a + b$, und das

Mehrungs-Prozent p im A-jährigen Alter ergäbe sich aus der Proportion:

$$\left(B + (a + b) \times A\right) : a + b = 100 : p.$$

In einem Mittelwalde mit 20jähriger Umtriebszeit betrage z. B. die Jahresmehrung des Unterwuchses a = 20 c′, der jedesmalige Überhalt 600 c′ und dessen mittlere Jahresmehrung b = 15 c′: so steigt der Musterbestand

im 1. Jahre auf 600 + (20 + 15) × 1 = 635 c′,
„ 2. „ „ 600 + 35 × 2 = 670 „
.
.
„ 20. „ „ 600 + 35 × 20 = 1300 „

Da nun die ganze Jahresmehrung vom Ober- und Unterholz zusammen 20 + 15 = 35 c′ beträgt: so ist das Mehrungsprozent unmittelbar vor dem Abtriebe im 20. Jahre =

$$1300 : 35 = 100 : 2{,}691 \tfrac{0}{0}.$$

b) Der normale Waldverband enthielte an Massenvorrath (Mv) die Summe aller von 1 zum A-jährigen Umtriebsalter aufsteigenden Schläge, nämlich:

$$\left(B + (a + b) \times 1, + B + (a + b) \times A\right) \times \frac{A}{2} = Mv.$$

Dessen jährlicher Holzertrag wäre:

$$(a + b) \times A,$$

und das Holznutzungs-Prozent p ergäbe sich mittels der Proportion:

$$Mv : (a + b) \times A = 100 : p.$$

In unserem Beispiele also wäre

der Massenvorrath $Mv = (635 + 1300) \times \frac{20}{2} = 19350$ c′,

der jährliche Holzertrag = (20 + 15) × 20 = 700 c′, und

das Holznutzungs-pCt. p = 19350 : 700 = 100 : 3,618 $\tfrac{0}{0}$.

Begreiflich sinkt dies Nutzungs-Prozent um so mehr, je größer der ständige Überhalt B und die Stärke der darin befindlichen Bäume ist. — Mittels gegebener Preise läßt sich der Werthsvorrath und Werthsertrag nebst dem Werthsnu-

zungs=Prozente leicht ermitteln. Letzteres erhebt sich wohl selten über das Holznutzungs=Prozent, weil eine erhebliche Preis=steigung wegen der mehr beständigen Stammstärken und der kurzen Umtriebszeit nicht leicht Statt findet. Bei diesen Untersuchungen erscheint überhaupt der gewöhnliche Mittelwald nicht sonderlich zinstragend, indem dessen Bestandeskapital mehr aus werthvollerm Oberholze und dessen Abnutzung mehr aus werthloserm Unterholze besteht.

2) Im Plänterwalde wird auf der ganzen Fläche jedes Jahr genutzt; die Umtriebszeit A ist also = 1; die ständige Überhaltsmasse B ist aber auch gleich dem Massenvorrathe oder B = M = Mv; zur Nutzung kommt unmittelbar alsbald wieder die Jahresmehrung b, und das Holznutzungs=Prozent p ergiebt sich demnach aus B : b = 100 : p. Wäre z. B. der ständige Überhalt B = 2000 c′, die Jahresmehrung oder jährliche Nutzung aber 30: so ist p = 2000 : 30 = 100 : 1,5 %. Dieses wird von dem Werthsnutzungs=Prozente bedeutend übertroffen, weil man von dem ganzen Massenvorrathe in der Regel nur die werthvollesten Oberbäume ausnutzt.

§. 443. Normale Ertragsverhältnisse, angewendet auf unregelmäßige Waldungen.

Wollte man die Ertragsverhältnisse unregelmäßiger Waldungen nach Maßgabe normaler Sätze regeln, so wäre vor Allem die Bestandesgüte im Einzelnen und das Altersklassen-Verhältniß im Ganzen vergleichend zu beurtheilen. Hierbei ergiebt sich aber, daß die wirklich vorhandenen, mehr oder minder vom Zufall gebildeten Bestände solcher Waldungen keineswegs in dem Maße zuwachsen und ertragen können, wie wir es den normalen Vollbeständen zumuthen; gewöhnlich ist ihre Erziehung vernachlässigt, ihre Bestandesform ungeeignet, ihr Schluß minder voll und ihr Wachsthum minder gut. Noch größer ist aber die Ertragsabweichung, welche aus dem mangelhaften Altersklassen=Verhältnisse entspringt. Hier fehlt es an schlagbarem Holze, dort an den erforderlichen Junghölzern; meist aber macht der Mangel an

36 *

tüchtigen Mittelhölzern die fühlbarste Lücke. Daher hat auch eine jede Waldung ihr ganz eigenes Verhältniß des Vorrathes, Erwachses und Ertrages; und daher schwebt auch jeder allgemeine Schluß von den Ertragsverhältnissen idealer Wirthschaftswälder auf die Erträge unserer heutigen Waldungen ohne allen zureichenden Grund im bloßen Ungefähr. Nur durch ganz besondere Aufnahmen können und müssen diese abnormen Ertragsverhältnisse ermittelt und geordnet werden; und dabei darf das Normale nur als Ziel, nie als Maß dienen. Eine ganz gemeine Unkunde, sowohl im wirklichen Wälderzustande, als in der Größenlehre, würde es verrathen, wollten wir für so höchst unbestimmte Aufgaben allgemeine Formeln ersinnen und unbedingt anwenden.

§. 444. Normaler Nachhiebsrückstand im Besamungswalde.

Wo verjüngende Besamungsschläge Statt finden, wird der ausgehaltene Schlagbestand mit einigem Zuwachsgewinne allmählich nachgehauen. Diesen Nachhiebsbestand, welcher sich stets hinter der vorausgehenden Anhiebslinie befindet, nennen wir Nachhiebsrückstand. Dessen Betrag kommt bei der Waldschätzung dreifach zur Frage, einmal wegen Bestimmung der wirklichen Nachhiebserträge, zweitens wegen Einrichtung der normalen Angriffslinie und drittens wegen Ermittelung des normalen Massenvorrathes und Ertrages.

1) Nachhiebserträge von den Besamungsschlägen: Der volle Ertrag vom Nachhiebsrückstande eines Musterbestandes nach erfolgter Schlaghauung ist abhängig von der Holzhaltigkeit B und dem Jahreszuwachse z in dem vollen Schlagbestande, dann von der Nachhiebszeit n und von dem Nachhiebsbetriebe in dieser Zeit. B und z werden an Ort und Stelle geschätzt. Der Nachhiebsbetrieb wird nach Maßgabe der Forstverhältnisse bestimmt, und zwar so, daß die Nachhauungen während der Nachhiebszeit, wie gewöhnlich, in gleichen Zwischenräumen und gleichen Theilen erfolgen. Der fragliche Nachhiebstheil läßt sich folgendermaßen berechnen:

Fänden z. B. in einem Buchenwalde drei solche Nachhauungen Statt, so wäre der sämmtliche Zuwachs:

in der ersten Zwischenzeit an $B = \frac{1}{3}n \times z$,
in der zweiten Zwischenzeit an $\frac{2}{3}B = \frac{1}{3}n \times \frac{2}{3}z$,
in der dritten Zwischenzeit an $\frac{1}{3}B = \frac{1}{3}n \times \frac{1}{3}z$.

Es betrüge mithin die ganze Nachhiebsmasse: $B + \frac{1}{3}n \times 2z$,
$= B + \frac{2}{3}nz$,

und davon jeder Nachhiebstheil: $\frac{B + \frac{2}{3}nz}{3}$,
$= \frac{1}{3}B + \frac{2}{9}nz$.

Ließe man nun in einem Schlage auf dem Morgen etwa 1500 Kfß. Bestand mit 30 Kfß. Zuwachs stehen und dauerte die Nachhiebszeit 15 Jahre: so gewährte ein jeder der drei Nachhiebstheile

$\frac{1}{3}B = 500$ Kfß. von dem anfänglichen Schlagbestande,
$\frac{2}{9}nz = 100$ „ von dem Zuwachse,
600 Kfß. zusammen.

Der gesammte Schlagbestands-Zuwachs ist $\frac{2}{3}nz = 300$ Kfß.

Zum Behufe der besondern Ertragsabschätzung können die eben erforderlichen Schlagbestände, Nachhiebszeiten und Nachhiebstheile voraus bestimmt und der Lokalertragstafel in geeigneten Abstufungen unmittelbar angefügt werden *).

2) **Einrichtung der normalen Angriffslinie im Besamungswalde:** Betrüge die jährliche Schlagfläche S Morgen, so müßten in dem ganzen Waldverbande eigentlich zu jeder Zeit nS Morgen mit Samen- und Schirmbäumen bestanden sein, und zwar bei dem oben vorausgesetzten Nachhiebsbetriebe derge-

---

*) Ist der Schlagbestandes-Zuwachs von Anfang jährlich z und während der ganzen Nachhiebszeit (n) zusammen $\frac{2}{3}$ nz; beträgt z von dem Vorbestandes-Zuwachse Z einen gewissen Theil, etwa 0,6: so ist $\frac{2}{3}nz = (\frac{2}{3} \times \frac{6}{10})n \times Z$, oder der gesammte Schlagbestandes-Zuwachs stellt sich dem Vorbestandes-Zuwachse von $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ der Nachhzlebseit gleich. Hiernach könnte man den vom Schlagbestande noch erfolgenden Zuwachs auch gleich als Vorbestandes-Zuwachs mit veranschlagen; ein bedeutender Gewinn für die Fachwerksabschätzung.

stalt, daß der einjährige Schlag $(B + z)\,S$, der $n$jährige aber eben noch $(\frac{1}{3}B + \frac{2}{9}nz)\,S$ enthielte. Die Bestände aller dazwischen befindlichen Schläge dürften füglich als Zwischenglieder einer arithmetischen Reihe angenommen werden. Die Summe des normalen Nachhiebsrückstandes betrüge also (n. §. 87. 4.):

$$[(B+z)S+(\tfrac{1}{3}B+\tfrac{2}{9}nz)S] \times \frac{n}{2} = (B+z+\tfrac{1}{3}B+\tfrac{2}{9}nz) \times \frac{n}{2}\,S.$$

Man brauchte also nur die Summe der Holzhaltigkeit und des Jahreszuwachses im vollen Schlagbestande und noch eines Nachhiebstheiles mit der halben Nachhiebsfläche zu multipliziren. Bezeichnen wir den Nachhiebstheil mit N, so ist die allgemeine Formel

$$(B + z + N) \times \frac{n}{2}\,S.$$

Andere Nachhiebsbetriebe bedingen auch andere Sätze, die indeß auf gleiche Weise zu entwickeln sind. So ergeben sich folgenden allgemeine Werthe für die Nachhiebstheile N:

bei 2 gleichen Nachhauungen: $\frac{1}{2}B + \frac{3}{8}nz$;
„ 3 „ „ $\frac{1}{3}B + \frac{2}{9}nz$;
„ 4 „ „ $\frac{1}{4}B + \frac{5}{32}nz$;
„ 5 „ „ $\frac{1}{5}B + \frac{3}{25}nz$.

Hätte ein Buchenwald-Verband 800 Morgen Flächengehalt mit einer 100jährigen Umtriebszeit, wäre also $S = 8$ Mg., zudem $B = 1500$ Kfß., $z = 30$ Kfß., $n = 15$ Jahre, und erfolgte die Nachhauung auf 3 Mal: so enthielte dessen normale Nachhiebsfläche $nS = 120$ Morgen und dessen normale Nachhiebsmasse

$$(B + z + N) \times \frac{n}{2}\,S = (1530 + 600) \times 60 = 127800 \text{ Kfß.}$$

Eine Vergleichung dieser normalen Nachhiebsfläche und Nachhiebsmasse mit der eben wirklich in Verjüngung begriffenen Fläche und Masse würde nun ergeben, wiefern der Nachhiebsrückstand etwa berichtigt werden müßte, entweder durch ein einstweiliges Einstellen der Besamungsschläge mit stärkerm Betriebe der Nachhauungen, oder durch angemessenes Vorrücken des Anhiebes.

Dieser gar wichtige Gegenstand der Forstbetriebs-Regelung wurde bis jetzt noch sehr wenig beachtet. Man richtete Besamungswälder ein und fragte nicht nach dem Besamungsstande.

3) Normaler Vorrath und Ertrag im Besamungswalde: Um für einen Besamungswald den normalen Massenvorrath zu bestimmen, muß dem klassenweise ermittelten Massenvorrathe Mv (§. 434. 2.) die normale Nachhiebsmasse $(B + z + N) \times \frac{n}{2} S$ noch zugerechnet werden. Diese ist als zufälliger Bestandtheil der jüngsten Altersklasse anzusehen.

Die aus den Altersklassen ermittelten jährlichen Massenerträge M, oder M + Sa (§. 434. 4. 6.), ergänzt man zu gleichem Behufe durch den gesammten Schlagbestands-Zuwachs; im obigen Beispiele durch $\frac{2}{3} nz$.

Für die Umtriebszeit A ist also:

a) der ständige Massenvorrath pr. Morgen (§. 434. 3.)

$$\frac{Mv + (B + z + N) \times \frac{n}{2} S}{A};$$

b) der jährliche Hauptertrag pr. Mg. (§. 434. 5.)

$$\frac{M + \frac{2}{3} nz}{A};$$

c) der jährliche Gesammtertrag pr. Mg. (§. 434. 7.)

$$\frac{M + Sa + \frac{2}{3} nz}{A}.$$

Für den normalen Buchenhochwald, wie er §. 432. II. dargestellt ist, ein Umtriebszeit A = 100 Jahre, mit anfänglichem Schlagbestande B = 2100 und Zuwachs davon z = 30, eine Nachhiebszeit n = 15 Jahre und dreimaligen Nachhieb vorausgesetzt *), ergiebt sich:

---

*) Die jährliche Schlagfläche S ist also = 1 Morgen; der Massenvorrath Mv nach §. 432. II. = 159230; die Hauptertragsmasse M nach §. 423. II. = 3660; die Vorertragsmasse Sa nach §. 423. II. = 20 + 90 + 150 + 200 + 240 + 270 + 290 + 300 = 1560; und der Nachhiebstheil N = ⅓ . 2100 + ⅔ . 15 . 30 = 800.

der ständige Massenvorrath pr. Morgen zu

$$\frac{159230 + (2130 + 800) \times 7{,}5 \times 1}{100} = 1812;$$

der jährliche Hauptertrag zu

$$\frac{3660 + 300}{100} = 39{,}6;$$

der jährliche Gesammtertrag pr. Morgen zu

$$\frac{3660 + 1560 + 300}{100} = 55{,}2 \text{ *)}.$$

§. 445. Regeln zur Einhaltung der normalen Angriffslinie im Besamungswalde.

Es ist nicht leicht, in einem Besamungswalde den Anhieb mit Benutzung aller zufälligen Umstände zu leiten und dabei die normale Angriffslinie gehörig einzuhalten. Diejenigen, welche meinen, man brauche die jährliche Verjüngungsfläche S nur von Jahr zu Jahr in Besamungsschlag zu stellen, irren nicht minder, als Diejenigen, welche die Flächenfortschritte gar nicht berücksichtigen und sich beim bloßen Massenangriff nur nach einem normalen Anhiebsbestande richten wollen. Der gute Forstwirth sucht sich hier stets in geregelten Verjüngungsgrenzen zu bewegen. Diese bestimmt man nach der Ruhezeit r von einer Besamung zur andern, nach der erforderlichen Vorbereitungszeit v und der Nachhiebszeit n. Alle drei Zeitmaße sind zwar örtlich, sie stehen aber unter sich in übereinstimmigem Verhältnisse. Denn was die Fruchtbarkeit und Bodenempfänglichkeit fördert, begünstigt auch den Anwuchs und kürzt somit die Nachhiebszeit. Hält man die, wenn auch nur mittels des Betriebsplanes gegebene, von Jahr zu Jahr als Richtschnur fortschreitend gedachte, normale Angriffslinie der Besamungsschläge nicht zeitig ein, so wird bald zu viel, bald zu wenig besamt und die Ertragsentnehmung kommt in Verlegenheiten. Schreiten die Vor-

*) Ohne Nachhiebsrückstand waren diese drei Größen in §. 432. II. gefunden zu 1592,3; 36,6; 52,2.

bereitungen nicht verhältnißmäßig vor, so sind die Besamungen unwirksam, oder sie breiten sich hülflos und störend aus u. s. w. Jede eintretende Besamung sollte rS empfängliche Schlagfläche vorfinden, und diese müßte stets v Jahre früher zur Vorbereitung gezogen worden sein.

Die Besamschlagshauung geht der Besamung voraus; sie dürfte aber in der Regel nicht über $\frac{1}{2}$ rS von der normalen Angriffslinie weichen und müßte dabei so geleitet werden, daß sich bei eintretendem Samenjahre wo möglich $\frac{1}{2}$ rS hinter und $\frac{1}{2}$ rS vor derselben besamen könnte, man also diese Richtlinie ziemlich in der Mitte seiner Besamung hätte. Nach weiterm Verlauf von $\frac{1}{2}$ r Jahren erreichte die normale Angriffslinie wieder den indeß nicht fortgesetzten Anhieb, und nun wäre während der nächsten $\frac{1}{2}$ r Jahre abermals rS Fläche zu schlagen u. s. w. Die eigentlichen Schlaghauungen fielen somit am geeignetsten in die zweite Hälfte der Ruhezeit.

Die Vorbereitungshiebe dürften höchstens $v + \frac{1}{2}r$ Jahre mit $(v + \frac{1}{2}r)$ S Fläche vor der normalen Angriffslinie vorausgehen, im Fall v nicht kleiner ist als r, so daß die Schlaghauung in ihrem größten Vorausschreiten einen hinlänglich vorbereiteten Zustand findet. Man erweitert sie am geeignetsten kurz nach der Besamung.

Die ersten Nachhauungen gehören der zweiten Hälfte der Ruhezeit mehr an, wofern nicht der eben erfolgte Anwuchs einer alsbaldigen Lüftung bedarf; die weitern Nachhauungen in hinlänglich befestigtem Anwuchse werden beian betrieben und dienen nebst den Durchforstungen zur einstweiligen Übertragung der in Folge ausbleibender Besamung eben ruhenden Hiebsarten. Zur normalen Nachhiebszeit n könnte füglich die zwei- bis dreifache Ruhezeit 2 r bis 3 r angenommen werden. Bei gleich gutem Gedeihen des Anwuchses ist die längere Nachhiebszeit entschieden vortheilhafter, als die kürzere. Sie ist naturgemäßer, sichert mehr vor Widerwärtigkeiten aller Art, gewährt der Gegenwart mehr Zuwachs und werthvolleres Starkholz, wenn auch auf Kosten der spätern Zukunft, und bietet mehr Rückhalt in Verlegenheiten, die ein Mangel an gedeihlicher Besamung herbeiführt.

Die rasche Räumung dient dagegen nur zum eitlen Ruhme beklagenswerther Umsichtslosigkeit.

§. 446. Anwendung des Waldwerth-Nutzungs-Prozentes, dem Bestandes-Werth-Zunahme-Prozente gegenüber.

Vor Allem müssen wir hier auf den leicht zu übersehenden Unterschied aufmerksam machen zwischen dem Werthzunahme-Prozente vom einzelnen Holzbestande (§. 424.) und dem Werthnutzungs-Prozente vom ganzen Waldverbande (§. 433.). Das Bestandeswerth-Zunahme-Prozent dient uns bekanntlich zur Bestimmung des werthvollsten Schlagbarkeitsalters eines jeden Holzbestandes an sich, daneben zur Beurtheilung der vortheilhafteren Abkömmlichkeit eines oder des andern Bestandes derselben Waldung. Das Waldwerth-Nutzungs-Prozent wird dagegen bei Regelung des allgemeinen Umtriebsalters ganzer Waldbetriebs-Verbände mit gebraucht. Wir betrachteten dasselbe bis daher nur in seinen rohen Verhältnissen, entnommen von dem Werthe der Waldmassen, ohne alle wirthschaftlichen Beziehungen. Bei der Umtriebsfrage in Bezug auf das Einkommen muß man es aber ganz rein von allem weitern Erzeugungs-Aufwande darstellen. Dies geschieht am kürzesten, wenn man ohne Weiteres die Waldnutzungskosten nebst der Bodenrente in Geld anschlägt, den jährlichen Betrag davon gleich als Theil der gegebenen Roheinnahme auswirft und diesen Antheil unmittelbar von dem rohen Waldwerth-Nutzungs-Prozente abzieht. Ertrüge z. B. eine Waldung 12000 Thlr. und erforderte die Erzeugung an gleichzeitigem Kostenaufwande (d. h. an Rente des Bodenkapitals, Verwaltungs-Anbau- und sonstigem Aufwande 3000 Thlr, also $\frac{1}{4}$ von der ganzen Roheinnahme, stellte sich zudem das rohe Werthnutzungs-Prozent der Waldmasse auf 4: so rechnete man auch hiervon, wegen jener abfallenden Erzeugungskosten, nur das $\frac{1}{4}$ ab und behielt $4 - 4 \times \frac{1}{4} = 3$ pCt. als reine Werthsnutzung.

Wollte man die Umtriebszeit nach dem Waldwerths-Nutzungs-Prozente allein bestimmen, so entsteht die wichtige Gegenfrage:

Soll und muß nicht vielmehr das Werthszunahme-Prozent des je ältesten, als schlagbar zu erachtenden Bestandes über das Umtriebsalter entscheiden? Wir wollen diese Frage nach unsern obigen Waldertrags-Darstellungen I und II näher erörtern und dabei voraussetzen: der Eigenthümer verlange einen 4prozentigen Rohertrag von dem Werthe seines stehenden Holzvorrathes. Diese 4prozentige Waldwerthsnutzung an Gesammtertrag (§. 441. 2.) böte der Lärchenwald im 75. und der Buchenwald im 91. Jahre. Ein solches Umtriebsalter würde also jene Anforderung im Ganzen wohl erfüllen, könnte aber keineswegs die höchste Kapitalnutzung gewähren, indem die zum Abtrieb gelangenden Jahresschläge, nach der Werthserwachs-Darstellung (§. 424. 430. 2.), ihr Bestandeswerths-Zunahme-Prozent schon von dem 60. und 74. Jahre an unter 4 hinunter sinken ließen, und zwar der Lärchenwald bis zu 1½, der Buchenwald zu 3 pCt.

Somit befänden sich in dem Lärchenwalde 15, in dem Buchenwalde 17 Jahresschläge vom ältesten Bestande offenbar in überständigem Werthszunahme-Prozent. Dies verursachte aber im Ganzen, besonders bei den stark entstehenden Waldungen, einen gar bedeutenden, von Jahr zu Jahr wiederkehrenden Zinsenverlust, welcher auf keine Weise anders gehoben werden könnte, als durch die Gleichstellung des Umtriebsalters mit dem Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, nämlich demjenigen Bestandesalter, dessen Werthszunahme das verlangte Prozent eben noch gewährt. Nehmen wir im vorliegenden Falle für den Lärchenwald das 60. und für den Buchenwald, hier nur einigermaßen nachgebend, das 80. Jahr an: so hebt sich dadurch die Werthsnutzung im Ganzen von jenem auf 5,17 und von diesem auf 4,59 pCt. Das Waldwerths-Nutzungs-Prozent kann uns also weniger zur Bestimmung des einträglichsten Umtriebsalters dienen, als zur Beurtheilung des Prozentsatzes, auf den sich die angenommene Umtriebszeit im Ganzen stellt, so wie zur Bezeichnung der Grenze, über welche hinaus die Umtriebszeit ohne summarischen Zinsenverlust nicht steigen dürfte. Jedes kürzere Umtriebsalter, als das vom entsprechenden Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter bedingte, böte zwar

höhere Prozente, minderte aber (n. §. 421. 1.) in der Wirklichkeit das Bestandes-Kapital selbst und somit auch das Einkommen.

Hierin finden wir gar wichtige Gründe, die Umtriebsalter dem Zeitpunkte des wirthschaftlichen Werthszunahme-Prozentes vom Musterbestande so viel als möglich anzuschließen und dabei durch rasche Walderziehung die Nutzbarkeit der Hölzer einträglich zu fördern. Wir überzeugen uns daneben auch mehr und mehr, daß die schwach entstehenden, aber an Masse und Werth reicheren Waldgattungen, mit höhern Umtriebszeiten, sich für die Versorgungszwecke des Staates, der Gemeinden und Stiftungen, so wie für große Waldkörper besser eignen, daß dagegen die stark entstehenden Waldgattungen mit höherem Zinsenabwurf besonders für kleinere Privatbesitzungen weit zweckmäßiger und einträglicher sind. Der stark entstehende, aber an Bestandes-Kapital arme Niederwald macht hiervon öfter eine Ausnahme, obschon er an sich die höchsten Rohnutzungs-Prozente bietet; denn sein minder werthvoller Ertrag wird von der Bodenrente und den Waldnutzungskosten meist wieder erschöpft. Daher ist diese Waldgattung im Ganzen wohl eher ein Behelf für den Unbemittelten, der nicht vermag, zinstragendes Kapital im Hochwald anzulegen. Indessen finden vielfältig Ausnahmen Statt, welche auch diese Waldgattung einträglicher oder doch nutzbarer machen, wie die Lohnutzung, der Zwischenfruchtbau u. a. m.

§. 447. Normale Umtriebszeit.

1) Wie wir eben gesehen, sollte das Umtriebsalter eines im Normalzustande befindlichen Wirthschaftswaldes in der Regel nicht unter dem Bestandesalter stehen, in welchem das Werthszunahme-Prozent des eben schlagbaren Bestandes von dem erforderlichen Zinsfuße abfällt, aber wo möglich auch nicht über dem Umtriebsalter mit gleichem Werthsnutzungs-Prozente vom ganzen Waldverbande (§. 441.). Zwischen diesen beiden Grenzen, nämlich dem Verzinsungs-Schlagbarkeits- und äußersten Umtriebs-Alter, machen sich folgende Bedingungen mehr oder minder geltend: Erziehung eines größern, werthvollern Holzertrags zu allgemeinen Versorgungszwecken; besondere Ver-

bindlichkeiten, Anforderungen und Bedürfnisse; Gefahren der Holzvorräthe durch Entwendung und Unglücksfälle; sichere und leichte Wiederverjüngung mit Erhaltung eines kräftigen Bodenzustandes u. a. m. Dabei kommen noch manche Nebenzwecke und Nebennutzungen mit zur Frage. Sind letztere von erheblichem Werthe, z. B. Lohe, Harz, Streu, Weide, Fruchtbau: so können sie das Umtriebsalter ebensowohl wesentlich mit bedingen. Ja es können auch noch andere Verhältnisse obwalten, welche selbst außerhalb obiger Grenzen entweder einen größern Massen- und Werthsertrag nachhaltig fordern, oder einen kleinern nur in Anspruch nehmen. Nach allen diesen maßgebenden Umständen bestimmt man das wirthschaftliche Schlagbarkeitsalter und weiter die normale Umtriebszeit.

2) Bei den allgemeinen Darstellungen der Erwachs- und Ertrags-Verhältnisse mußten wir der Kürze wegen voraussetzen, daß in jedem Waldverbande nicht nur eine gleiche Ertragsgüte, sondern auch ein durchgängig gleiches Schlagbarkeitsalter Statt finde. In der Wirklichkeit ist dies aber keineswegs der Fall. Die Güteverschiedenheit der mit einander verbundenen Forstorte bedingt in einer und derselben Waldung hier ein früheres, dort ein späteres Alter der höchsten Nutzbarkeit und Einträglichkeit und daher zur normalen Umtriebszeit die geometrische Durchschnittszahl aller örtlichen Schlagbarkeitsalter.

Wäre z. B. ein Waldbetriebsverband von 2000 Mg. mit folgenden Standorts-Verschiedenheiten gegeben:

a) 210 Mg. zu 70jährigem Schlagbarkeitsalter,
b) 480 » » 80 » » »
c) 680 » » 85 » » »
d) 630 » » 90 » » »

berechnete sich somit die jährliche Abtriebsfläche von

a) 210 : 70 = 3 Mg.,
b) 480 : 80 = 6 »
c) 680 : 85 = 8 »
d) 630 : 90 = 7 »

im Ganzen auf 24 Mg.:

so wäre das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter oder die normale Umtriebszeit

$$\frac{2000}{24} = 83\tfrac{1}{3}\ \text{Jahr.}$$

Schlüge man nun, der Theorie nach, alle Jahre in einer jeden Gütenabtheilung ganz für sich nach dem örtlichen Schlagbarkeitsalter: so wären zu Ende des ersten 83⅓jährigen Umtriebs von a) 83⅓ — 70 = 13⅓ Schläge, und von b) 83⅓ — 80 = 3⅓ Schläge auf's neue genommen; dagegen aber von c) 85 — 83⅓ = 1⅔ Schläge und von d) 90 — 83⅓ = 6⅔ Schläge noch rückständig für den zweiten Umtrieb.

3) Hieraus wird klar, daß die Umtriebszeit nur ausnahmsweise einen Flächenraum umfassen kann, der während ihrer Dauer in allen seinen Theilen mit ganz gleichem Umlauf abgetrieben und wieder verjüngt würde. Ihre Bestimmung ist vielmehr, als durchschnittliches Schlagbarkeitsalter und gemeinschaftlicher Theiler des Waldverbandes, einen nachhaltigen Angriff zu sichern. Im obigen Beispiele ergäbe die Theilung der ganzen Waldfläche durch die normale Umtriebszeit

$$\frac{2000}{83\tfrac{1}{3}} = 24\ \text{Mg.}$$

zur jährlichen Abtriebsfläche. Dazu würden wir jedem der vier ersten Jahrzwanzigte 24 × 20 = 480 Mg., dem 5. aber die übrigen 80 Mg. vom ersten und noch 400 Mg. vom zweiten Umtrieb zutheilen u. s. w., ohne diesen Abtriebs-Divisor als solchen weiter zu berücksichtigen.

4) Man zwängte die Forstbewirthschaftung mit den aus großen Periodenzahlen willkührlich zusammengesetzten Umtriebszeiten in ganz unnöthig beschwerliche und nicht selten sehr nachtheilige Fachwerke. So lange 30jährige Perioden üblich waren, herrschten 150-, 120- und 90jährige Umtriebszeiten; nachher führten die 20jährigen Perioden zu 120, 100 und 80. Alles wurde und wird noch jetzt über solche Periodenleisten geschlagen. Wer kann aber beweisen, daß es außer jenen Umtriebsaltern von 30 × n und 20 × n keine zweckmäßigern giebt? Dieser Umtriebszwang wurde auch auf verschiedene, neben einander bestehende Wald-

gattungen ausgedehnt; man verband z. B. 120jährigen Buchenwald mit 90jährigem Nadelwald und 30jährigem Ausschlagwald; und noch dürfte es als Räthsel gelten, die Umtriebszeiten 110, 75 und 24 zusammen einzurichten. Diese Unbehülflichkeiten sind leicht zu vermeiden, wenn man für jeden Waldverband geeignete Betriebs-Perioden annimmt, einer jeden ihren Abtriebsantheil zuschreibt und, wie schon gesagt, die Umtriebszeiten daran hinlaufen läßt, ohne darauf zu beharren, daß die Umtriebswechsel auch genau mit den Periodenwechseln zusammenfallen sollen.

5) Leicht begreiflich kann die normale Umtriebszeit, als das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter, nur für den vollkommenen Waldzustand passen, der durch seine geregelte Altersabstufung auch im Stande ist, unausgesetzt die schlagbaren Bestände gleichmäßig darzubieten. Keineswegs läßt sich aber jener Begriff auf unregelmäßige Waldungen anwenden. Wie könnte man z. B. dem zur Umwandlung bestimmten Mittelwalde sogleich ein Hochwaldsalter anpassen? Wird diesem eine solche Umtriebszeit beigelegt, so ist das bloß eine Maßregel für die Zukunft, zur Herstellung des normalen Altersklassen-Verhältnisses und zur nachhaltigen Eintheilung der vorhandenen Waldvorräthe. Ja es kann selbst im Normalzustande eines Waldes die Umtriebszeit alle Bedeutung verlieren, wie z. B. in einem Waldverbande, der wegen seiner ganz verschiedenartigen Ortsbeschaffenheit die unvereinbarsten Holzgattungen mit 40- bis 100jährigen Schlagbarkeitsaltern nahe bei einander in sich fassen muß. Wir werden uns der rationellen Forstbewirthschaftung viel mehr nähern, wenn von Umtriebszeit viel weniger die Rede ist.

§. 448. Waldreserven.

Beim Waldbetrieb sucht man gewisse Holzvorräthe in Rückhalt zu stellen für unvorhergesehene Wechselfälle. Der Waldeigenthümer kann wohl ein im Walde zu Rathe gehaltenes Kapital weiter und besser brauchen; strenge Winter, Brände, Krieg können das Holzbedürfniß ungewöhnlich steigern, oder es ist Mangel an starken Hölzern zu befürchten; Fehler der Ertragsabschätzung, so wie der Wirthschaftsführung können das Wald-

vermögen unversehens schwächen; die eben zum Abtrieb gezogenen Bestände können minder ergiebig ausfallen, oder Mangel an Besamung kann den Betrieb der Haupthauung hemmen; man hat wohl auch guten Grund, auf ein allgemeines Steigen der Holzpreise oder Sinken des herrschenden Zinsfußes zu rechnen u. s. w. Zwar bieten alle Waldgattungen schon in ihren Massenvorräthen eine gewisse Nothhülfe; der Hochwald die meiste, der Niederwald die geringste; allein dies Stammkapital ist minder entbehrlich. Um nun nicht das Unentbehrliche dem Zufall anheim zu geben, legt der sorgsame Forstwirth ganz besondere Waldreserven an.

1) Als vorzügliche Mittel und Wege zur Bildung der erforderlichen Rückhaltsmassen machen sich geltend:

a) Eigene Aushülfsbestände von vollkommenerem Wuchse und einträglicherer Werthszunahme, vorzugsweise um Starkholz zu erziehen. Diese kann man während ihres Bestehens als selbstständige, von jedem Wirthschaftsverbande ausgeschlossene Reserven behandeln.

b) Angemessene Erhöhung des Umtriebsalters, so daß im Nothfall einige Jahresschläge ohne Nachtheil des Ganzen zu Hülfe genommen werden können. Dies Mittel erscheint um so rathsamer, als Niemand im Stande ist, die einträglichste Umtriebszeit mit gänzlicher Gewißheit zu bestimmen, auch meist ein Steigen der Holzpreise und Sinken des Zinsfußes vorauszusehen ist.

c) Gemäßigte Schätzung des Waldvermögens und Ertragssatzes.

d) Geeigneter Überhalt werthvoller seltener Bäume, besonders an Waldrändern, Wegen u. s. w.

e) Größere Nachhiebsrückstände, selbst in den Mittelwaldungen; es versteht sich, innerhalb wirthschaftlicher Grenzen.

f) Kluge Sparsamkeit durch mäßigern Angriff des Massenvorrathes, mindere Überfüllung der Verkaufsmaße, fleißige Nutzung der geringen, unbeachteten Holzmassen, umsichtige Ausnutzung der werthvollern Hölzer, höhere Verwerthung jeder Sorte, sorgfältige Verhütung der vermeidlichen Nutzungsverluste und ganz

hauptsächlich, durch Steuerung des Holzdiebstahls. Die Übung solcher Sparmittel hebt das Waldvermögen und bezeichnet den tüchtigen Forstwirth vor Allem, sie ist die Frucht einer umsichtigen und emsigen Praxis.

2) Bei Auswahl dieser Rückhaltsmittel ist hauptsächlich zu berücksichtigen:

a) Die Größe der bestimmten Reserveanlage muß dem zu befürchtenden Nothfalle, oder zu erwartenden Vortheile angemessen sein; nicht minder muß die Art derselben dem Zwecke entsprechen.

b) Die Rückhaltsmasse muß zu jeder Zeit leicht entnehmbar sein.

c) Die Walderziehung darf dadurch nicht gehemmt, oder gar gestört werden.

d) Der Zinsenverlust wegen zurückgestellter Nutzung muß sich in mäßigen Grenzen halten, damit das Opfer nicht größer ist, als der beabsichtigte Nutzen.

Die neuere Zeit hat durch Erfindung, Transportserleichterung und freiern Holzhandel die Nothwendigkeit und Dringlichkeit der Waldreserven um Vieles gemindert und dem ganzen Waldbetriebe zu einem mehr gewerblichen Charakter verholfen; dennoch behält dieser Gegenstand stets eine wichtige Bedeutung in der Forsttaxation.

4. Ertragsabschätzung.

§. 449. Zwecke der Ertragsabschätzung.

Die Abschätzung des jetzigen und künftigen Waldertrages hat wesentlich zwei Zwecke; sie dient entweder zur Einrichtung des Forstbetriebs mit Regelung des nachhaltigen Ertrags, oder als Grundlage zur Werthsbestimmung, sei es von ganzen Waldkörpern, einzelnen Waldstücken oder besondern Nutzungen. Beide Zwecke erfordern ganz gleiche Mittel, sowohl in der Erforschung des Waldvermögens, als in der Anordnung des Wirthschaftsbetriebs und in der Schätzung des Ertrags aller Orte und Zeiten. Denn auch zur bloßen Forsteinrichtung muß jedes nutzbare Erzeugniß des Waldes nach

seiner Abkömmlichkeit und seinem Werthe beurtheilt und nach dem Werthszunahme-Prozente in die Summe des höchsten Einkommens eingestellt werden. Anders ist es gar nicht möglich, den Forstbetrieb nach den Bedingungen eines guten Forsthaushaltes einzurichten.

Man hat zwar den Wäldern bald nach der vorgefundenen Altersklassen-Ausdehnung, bald nach ihrem gesammten Massenvorrathe bestimmte Ertragssätze auferlegt, dabei das unerforschliche Leben, Wachsen und Gedeihen derselben hier in starre Formen landüblicher Umtriebszeiten und fester Periodenstallungen eingezwängt, dort nach trüglichen Ertragstafeln und Etatsformeln gleichsam gesetzlos verurtheilt. Doch ist dadurch im Ganzen kaum mehr geschehen, als daß den Forsten hier diese, dort jene naturwidrige Landesuniform angelegt wurde. Wer hieran zweifelt, der rechtfertige das Gegentheil. Wie läßt es sich aber entschuldigen, daß man noch in ganzen Ländern einerlei Umtriebszeit festhält, z. B. hier 80, dort 120, während es längst entschieden ist, daß nicht einmal in einem und demselben Forste das Schlagbarkeitsalter durchgängig gleich sein darf; und warum werden noch heute ausgedehnte Waldungen in großen Umtriebsvierteln künftigen Jahrhunderten vorgeschnitten und dadurch alle sinnigen Bestrebungen im bessern Baue der Wälder so handwerksmäßig gefesselt?

§. 450. Gegenstände der Ertragsabschätzung.

Die wesentlichen Grundlagen der Waldertragsschätzung sind: die Fläche mit ihrer Ertragsgüte, und der Holzbestand mit seinem Zuwachse. Zur Flächenkenntniß führt die Forstvermessung und die damit verbundene Begrenzung, Ab- und Eintheilung und Kartirung. Setzen wir hier die Forstvermessung als gegeben und vollendet voraus, so sind demnach die Schätzung der Ertrags- und Bestandesgüte (des Holzvorrathes und Zuwachses) als nächste und unerläßliche Vorarbeiten zu betrachten, mag diese Schätzung nun, je nach dem Zweck und den Mitteln, genauer oder minder genau ausgeführt werden. — So wie aber der vorhandene Holzvorrath ein wichtiger Faktor für die Ordnung

des künftigen Forstbetriebes ist, so ist auch umgekehrt von letzterem der gegenwärtige und künftige Ertrag wesentlich abhängig; Betrieb und Ertrag bedingen sich gegenseitig, und ohne einen Betriebsplan, mag dieser nur auf die allgemeinsten Feststellungen sich beschränken oder auf die speziellsten Anordnungen eingehen, ist keine Ertragsbestimmung möglich. Gegenstände der Ertragsabschätzung sind demnach: die Vorarbeiten, die Betriebsanordnung und die eigentliche Ertragsberechnung. — Wir können uns hier jedoch nur mehr mit dem mathematischen Theile dieser Arbeiten befassen; der forstliche gehört einer besonderen Lehre (der Forstbetriebseinrichtung) an, und wird hier nur in so weit berührt, als es zum besseren Verständniß nothwendig erscheint.

a. Vorarbeiten.

§. 451. Vorerörterungen.

Zur zweckmäßigen Einleitung des Waldertrags-Regelungs-Geschäftes, und insbesondere zur allgemeinen Beurtheilung der maßgebenden Forstverhältnisse dienen hauptsächlich — nach beendeter Forstvermessung — folgende Vorerörterungen:

1) Vorläufige Waldbesichtigung. Deren Zweck ist: die Standorts- und Bestandesverhältnisse des Waldes und dessen äußere Beziehungen erst im Allgemeinen kennen zu lernen, seine Behandlung und Benutzung vorläufig zu beurtheilen und wegen des Schätzungs-Verfahrens Maßregeln zu nehmen.

2) Bestimmung, ob und wiefern eine genaue Schätzung erforderlich ist; ob diese mehr ausführlich sein muß, oder durch ungefähre Aufnahmen ersetzt werden kann. Maßgebende Umstände sind hierbei hauptsächlich: einerseits die Zwecke und Mittel der Schätzung, andererseits der Waldzustand.

3) Vorfragen, besonders an den Forstinhaber zu richten: nach Besitzstand, äußern Gerechtsamen, innern Dienstbarkeiten und sonstigen Belastungen; nach Absetzbarkeit, Maßen und Preisen, forstlicher Betriebsamkeit und Sicherheit der stehenden Holzvorräthe; nach den Eigenthümlichkeiten der natürlichen Lage, des Bodens und der Standortsgüte, der Holzarten

und Waldgattungen, wie sich dieselben in der Erfahrung ergaben; nach dem Waldzustande und der Altersabstufung, den seitherigen Betriebsweisen und Abtriebsaltern, den etwa nöthigen Umformungen oder Umwandlungen; welche Betriebsarten, Wirthschaftsverbände und Hiebsfolgen einzurichten, welche Holzgattungen, Sorten und sonstigen Nutzungen zu sondern sein würden?

4) Auswahl und Aufbereitung der etwaigen Probehauungen zur Untersuchung der Wachsthumsgänge, Gehaltsfaktoren u. A. m., so wie zur Aufnahme der erforderlichen Ertrags- und Nutzungsproben u. s. w. Meist können die eben in Arbeit begriffenen Hauungen hierzu dienen.

5) Aufstellung der letztern Forsterträge aus den Rechnungen; eine höchst wichtige Sammlung zur Beurtheilung des seitherigen Angriffs in Massen und Sorten, so wie der Einträglichkeit an Holz und Geld, der Preise und Löhne, des äußern Bedürfnisses und Verbrauchs.

Nach diesen Vorerörterungen beginnen die eigentlichen Aufnahmen, d. h. die Schätzung der Ertrags- und Bestandesgüten. — Diese Aufnahmen sind zunächst allgemeine, zur Ermittelung und Feststellung der Hülfsfaktoren und sonst erforderlichen Anhaltsgrößen; gestützt auf diese folgt dann die besondere Schätzung jedes einzelnen Forstortes. Wir nennen jene die allgemeine Vorschätzung, diese die besondere Einschätzung.

§. 452. Allgemeine Vorschätzungen.

Die allgemeinen Vorermittlungen sind:

1) Probeuntersuchungen an gefällten Musterbäumen, aus den herrschenden Stammklassen, zur Vorausbestimmung ihrer Holzhaltigkeit im Allgemeinen und der anzunehmenden Formzahlen und Formklassen, Zuwachs- und Sortenverhältnisse insbesondere; zugleich werden damit die nöthigen Ermittelungen über die Holzhaltigkeit der gebräuchlichen Maße verbunden, Behufs Umrechnung der geschätzten Massen in Verkaufsmaße rc.

2) Aufnahme von Probeflächen in den herrschenden Bestandesklassen, die nachher als Anhalt und Vergleichsgrößen dienen. Diese Vorschätzung, welche von jeder im Forste

vorkommenden Bestandesform ihre eigenthümlichen Holzhaltigkeits- und Zuwachsgrößen aus dem Ganzen durch angemessene Probeflächen heraushebt, wo möglich auch mit Zuziehung von wirklichen Hauungsergebnissen vervollständigt und in Bestandesgüteklassen aufstellt, gewährt nicht nur einen gar sichern Maßstab zur besondern Einschätzung der Bestandesgüten, forstmäßigen Stellung und Haltung der vorhandenen Bestände, sondern giebt auch die erforderliche Übung zum Gebrauche der Waldmassentafeln und die sicherste Grundlage zu den Lokalertragstafeln.

3) Vorläufige Bestimmung der im Ganzen vorkommenden Ortsgüteklassen, wenigstens der höchsten und niedrigsten, nach Maßgabe der Ortsbeschaffenheit, des Bodenzustandes und der erreichbaren Bestandeshöhe.

4) Aufstellung der Lokalertragstafeln für die vorhandenen Waldgattungen und Standortsgüten, auf dem Grunde der allgemeinen Bestandesaufnahme und mit Gebrauch der Durchschnittsertrags- und Waldmassentafeln.

§. 453. Besondere Einschätzungen *).

Sind die allgemeinen Ermittelungen in den erforderlichen Überſichten gesammelt, so nimmt man von Ort zu Ort gehend die besondere Beschreibung des Standortes und die Schätzung des Bestandes nebst Beurtheilung der etwaigen Nebennutzungen vor.

1) Standortsbeschreibung. Diese begreift von jeder Abtheilung mit besonderer Örtlichkeit: die Beschreibung der Lage und des Bodens, die Schätzung der Ortsgüte und besondern Ertragsfähigkeit in Bezug auf angemessene Holzart und Waldgattung.

2) Holzbestandesschätzung, oder vielmehr die geeignete Aufnahme aller Bestandesverhältnisse einer jeden Abtheilung, nämlich: Bezeichnung und Bestandesfläche nebst etwaiger Lückenfläche; Form, Alter, Stammgröße, Stel-

*) Die besondere Einschätzung umfaßt Alles, was man im sogenannten Taxations-Protokolle niederzulegen pflegt.

lung, Wachsthum und Güte des Bestandes; allgemeine Vorschläge zu dessen Behandlung und Benutzung. Hieran reihet man noch besondere Vorbemerkungen wegen des künftigen Betriebes, hauptsächlich in Betracht der nutzbarsten Holz= und Betriebsart mit dem örtlichen Schlagbarkeitsalter, der künftigen Alters= und Hiebsfolge, der Mittel zum Ausgleichen folgewidriger Altersabstufungen und Zwischenbestände, zum Herstellen sturmfester Hiebsanwände u. dergl. m.

Die Bestandesgüte ist eigentlich von allen vorkommenden Altersklassen einzuschätzen, selbst bis zu den jüngsten herab, nur mehr oder minder genau, je nachdem das Holz älter oder jünger ist und früher oder später zum Abtriebe kommt. In der Regel schätzt man die Bestandesmasse mit ihrem Zuwachse bloß nach den mittels der Vorschätzung im Ganzen gefundenen und in Massengehaltsklassen abgetheilten Bestandesgüten (§. 452. 2.) und den allgemeinen Waldmassen=Tafeln mit erwägender Vergleichung der paßlichen Richtproben und vorfindlichen Gehaltsfaktoren. Reichen diese Mittel eben nicht zu, so nimmt man noch besondere Nachproben; und wo die Ungleichmäßigkeit des Bestandes unübersehbar ist, oder werthvolles Starkholz zerstreut vorkommt, bedient man sich der stammweisen Auszählung.

3) Nebenschätzung. Diese umfaßt die aufbringbare Nutzung an Nebenerzeugnissen, mag diese vom einzelnen Forstorte, oder vom Ganzen zu erwarten sein, oder auch auf eine etwa thuliche, anderweite Benutzung des Waldbodens sich beziehen.

§. 454. Musterung der eingeschätzten Orts= und Bestandesgüten.

Die Schätzungsergebnisse aller Ortsgüten, Massengehalte und Zuwachsbeträge sind je unter sich vergleichend zu berichtigen, ehe sie weiter verwendet werden dürfen; denn bei der von Ort zu Ort fortschreitenden Einschätzung verliert nicht selten das Auge sein Maß und das Urtheil seine Schärfe. In einer geeigneten Übersicht, worin alles Gleichgeschätzte unter den angenommenen Güteklassen und hinter den Ortsbezeichnungen zusammengestellt ist, giebt sich dem von Reihe zu Reihe musternden Blicke fast

jede, nur irgend erhebliche Ungleichheit von selbst zu erkennen. Hat man mit Zuziehung des ortskundigen Forstpersonals alle Reihen auf- und abwärts prüfend durchgangen und aus jeder das Größere oder Kleinere geschieden und der angemessenern Klasse überwiesen; hat man sich dann noch mit Hülfe der frischen Rückerinnerung die gefundenen Gütegrößen von der höchsten zur niedrigsten und wieder von der niedrigsten zur höchsten in Gedanken nochmals aus der Gesammtheit ausgehoben, mit deren Einreihung verglichen und die etwa gebliebenen Zweifel an Ort und Stelle durch Nachschätzung erledigt: so kann man sich auf die Verhältnißmäßigkeit der Gütenaufstellung aller Orte und Bestände sicher verlassen. Diese vergleichende Musterung berichtigt die genaueste, wie die ungefähre, selbst die mangelhafte Schätzung ganz ausnehmend; sie ist ein vortreffliches Mittel, die eingewohnte Bestandeskenntniß und das treffende Augenmaß der Forstdienerschaft für die Taxation nach Möglichkeit zu nützen.

§. 455. Berechnung des vorgefundenen Stammvermögens.

Die vollendete Musterung der Orts- und Bestandesgüten dient nun hiernächst als Mittel zur sichern Berechnung des gesammten Grundwerthes, wirklichen und normalen Massenvorrathes und Massenzuwachses, indem man die Flächensumme einer jeden Güteklasse auswirft, mit der ihr angehörigen Gütezahl multiplizirt und die Beträge summirt.

1) Gefundener Grundwerth (§. 389.) Von den nach Zehnteln oder Hunderteln abgestuften Ortsgüten, z. B. 0,a — 0,b — 0,c . . ., wirft man nun noch die Flächensummen D, E, F . . . aus und multiplizirt eine jede mit ihrer Gütezahl. Diese Grundwerthszahlen aller Ortsgüteabtheilungen zusammen 0,aD + 0,bE + 0,cF . . . geben den gesammten Grundwerth, oder die Anzahl von Vollwerthsmorgen. Wird diese wieder mit der ganzen Flächensumme S dividirt: so ergiebt sich die durchschnittliche Ortsgüte vom Ganzen, $\frac{0{,}aD + 0{,}bE + 0{,}cF \ldots}{S}$

jene Zahl, an welche sich so manche Ertrags- und Werthsüberschläge knüpfen lassen.

2) Gefundener Massenvorrath (§. 391.). Die Massenhaltigkeit der Bestände g — h — i . . . stuft man zu 100 oder 200 Kfß. ab. Das Produkt der Fläche K — L — M . . . einer jeden dieser Abtheilungen mit ihrer Massenhaltigkeit giebt nun den Massengehalt derselben, und die Massenbeträge aller Stufen zusammen geben den gesammten Massenvorrath $gK + hL + iM$ . . . Dividirt man diesen mit der ganzen Flächensumme S, so geht der wirkliche Durchschnitts-Massenvorrath $\frac{gK + hL + iM \ldots}{S}$ pr. Morgen hervor. Diese Einordnung der Massenhaltigkeitszahlen unter abgerundete Gehaltsklassen gewährt zugleich den nicht unerheblichen Rechnungsvortheil, daß dadurch die unmittelbaren Ertragsfaktoren bedeutend abgekürzt werden.

3) Gefundener Massenzuwachs (§. 392.). Die zu 1 oder 2 Kfß. abgestuften Zuwachsgrößen n — o — p . . . lassen sich auf gleiche Weise nach der, einer jeden Abtheilung zukommenden Fläche Q, R, T . . . berechnen und zum gesammten Massenzuwachs aufsummiren, aus welchem sich wieder der wirkliche Durchschnitts-Massenzuwachs pr. Morgen $\frac{nQ + oR + pT \ldots}{S}$ ergiebt. Das wirkliche Massenzuwachs-Prozent ist danach leicht auszuwerfen.

4) Der normale Massenvorrath im vollkommenen Waldzustande ergiebt sich am kürzesten durch das Produkt der gefundenen Vollwerths-Morgenzahl $0{,}aD + 0{,}bE + 0{,}cF$ . . . mit dem aus der Lokalertragstafel (n. §. 434. 2. s.) zu entziffernden normalen Massenvorrathe vom Morgen $\left(\frac{Mv}{A}\right)$ der ausgesucht besten Ertragsgüte. Man könnte denselben auch nach den besondern Flächen der eben vorkommenden Standortsklassen theilweise berechnen. Theilt man den normalen Massenvorrath vom Ganzen durch die wirkliche

Flächensumme, so ergiebt sich der normale Durchschnitts-Massenvorrath vom Morgen.

5) Den normalen Massenzuwachs findet man zusammen in dem Produkte der Vollwerths-Morgenzahl mit der Durchschnittsmehrung $\left(\frac{M}{A}\right)$, oder mit dem Durchschnittszuwachse $\left(\frac{M + Sa}{A}\right)$ von der ausgesucht besten Ertragsklasse (§. 434. 5. 7.). Die Theilung desselben mittels der wirklichen Flächensumme ergiebt den normalen Durchschnitts-Massenerwachs vom Morgen. Wo die Lokalertragstafel nicht bis zur höchsten Ertragsklasse hinaufreicht, läßt sich die höchste Ertragsgüte leicht nachberechnen. Wären z. B., wie oben, nur 0,8 aufgestellt, so würden jeder Zahl noch ⅖ zugesetzt. Zu §. 432. I. betrüge der höchste Durchschnittserwachs pr. Mg. im 50jährigen Umtrieb 75 und 100 Kfß. Übrigens könnte man auch den normalen Massenzuwachs theilweise berechnen, nach der Flächenausdehnung jeder Standortsklasse, wie den normalen Massenvorrath. Nach beiden wird noch das normale Massenzuwachs-Prozent ausgeworfen.

6) Zu allen diesen Massengrößen berechnet man in der Regel noch die summarischen Werthsbeträge von den verschiedenen Holzgattungen und Altersklassen nach geeigneten Durchschnittspreisen, nämlich: den Werthsvorrath im Ganzen und pr. Morgen, die gesammte Werthszunahme mit dem Werthszunahme-Prozente.

b. Betriebsordnung.

§. 456. Allgemeine Betriebsanordnungen.

Auf dem Grunde der gesammelten nähern Kenntniß von den äußern und innern Forstverhältnissen, so wie von dem gesammten Betrage des wirklich vorhandenen und des annehmbar normalen Massenvorrathes und Zuwachses, nebst den fraglichen Werthen, schreitet der Schätzer nun weiter zu den allgemeinen Betriebsanordnungen. Denn die Art und Weise, durch welche der Waldung eine gewisse höchste Nutzbarkeit verschafft und abgewonnen werden kann, ist durchaus erst festzustellen, bevor man

über die Massen- und Werthserträge ein bestimmtes Urtheil fällen darf. Diese Anordnungen können aber in der Regel jetzt nur noch bedingt getroffen werden, indem die periodische Ertragsberechnung und vergleichende Zusammenstellung erst über ihre Haltbarkeit entscheiden müssen.

1) Vor Allem trifft man Bestimmungen über die künftigen Waldbetriebsarten und die zu sondernden Betriebsverbände, über die zu erzielende Bestandesordnung und die erforderliche Betriebsführung, jedoch vor der Hand bloß nach allgemein forstwirthschaftlichen Grundsätzen. Sicherer läßt sich jetzt schon die Zeiteintheilung anordnen, mit folgenden Zeitmaßen.

2) Die normale Umtriebszeit oder das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter (§. 447.).

3) Das örtliche Schlagbarkeitsalter, in welchem jeder normale Waldbestand seinem Ortsverhältnisse gemäß einen gewissen höchsten Ertrag abwirft, und zwar:

a) in dem Massen-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Durchschnitts-Massenertrag (§. 426. 2. c.);

b) in dem Werths-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Durchschnitts-Werthsertrag (§. 429. 2.);

c) in dem Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Zinsengewinn (§. 430. 2.).

4) Das Abtriebsalter, oder dasjenige Haubarkeitsalter, in welchem ein vorgefundener Waldbestand, nach Maßgabe der vorwaltenden Bestandesverhältnisse, bald zur Herstellung einer geregelten Bestandesfolge, bald wegen ausgezeichneter oder umgekehrt abnormer, rückgängiger Beschaffenheit, bald wegen Überflusses oder Mangels an schlagbaren Beständen u. s. w. wirklich zum Abtrieb gezogen werden muß, früher oder später, als das örtliche Schlagbarkeitsalter es bedingt *).

*) Haubarkeit bezeichnet bloß im Allgemeinen den Zeitpunkt, wenn ein Baum oder Bestand für die Walderziehung am abkömmlichsten, für die Nutzung am ergiebigsten und nach den zufälligen Umständen am verwerthbarsten ist. Schlagbarkeits-, Umtriebs- und Abtriebsalter verbinden daher mehr untergeordnete, aber schärfer bestimmende Begriffe von Haubarkeitsalter.

5) Der Einrichtungs=Zeitraum erstreckt sich bis zur erzielten Herstellung eines ziemlich normalen Altersklassen=Verhältnisses, von welchem Zeitpunkte erst die normale Umtriebszeit in Wirkung tritt. Diesen Zeitraum muß der aufzustellende Betriebsplan durchaus umfassen.

6) Der Abschätzungs=Zeitraum, so weit man die Massen- und Werthserträge nach Maßgabe des vorgefundenen Waldstandes und der äußern Nutzungsverhältnisse näher bestimmt.

7) Betriebs=Perioden. Diese bekommt jeder Betriebsverband ganz für sich; ihre Größe wird gewöhnlich auf 5, 10 oder 20 Jahre gesetzt, so daß die Umtriebszeit deren 3 bis 5 (etwas mehr oder weniger) beiläufig umfaßt. Erleichternd ist es, besonders für die Ertragszusammenstellung, wenn die Betriebs=Perioden der verschiedenen Betriebsverbände eines Forstes in einander aufgehen *).

Schließlich ist nochmals hervorzuheben, daß allen diesen allgemeinen Betriebsanordnungen unerläßlich eine geregelte Ortsabtheilung vorausgehen muß, die nicht nur jeder Betriebseinrichtung und Nachberichtigung, sondern auch dem Betriebe aller Zeiten zum festen Rahmen dient, in welchem der Waldstand nach und nach gleichsam von selbst geordnet, die Hiebe folgerecht und sicher geleitet und die Größen aller Nutzungsflächen leicht abgegriffen werden können. Es ist bedauerlich, daß dies Fachwerk, ohne welches ein geregelter Betrieb nie bestehen kann, noch so wenig beachtet wurde. Die kostbarsten Vermessungen sind darüber unbrauchbar geworden.

§. 457. Aufstellung des Betriebsplanes.

Wollte man bei den gar sehr verschiedenen, oft ganz unregelmäßigen Waldzuständen und bei den noch weit verschiedenern, oft ganz irrigen Wirthschaftsmeinungen den Forstbetrieb einer Ertragsabschätzung ohne alle nähere Andeutung von Ort und Zeit,

*) Die Etats- oder Finanz=Perioden beziehen sich bloß auf das Einkommen und dessen Verwendung; man sollte sie mit dem Forstbetriebe nie vermischen. Mittels einer ganz leichten Rechnung können die ihnen aus den Betriebs=Perioden zukommenden Beträge ausgeworfen und etatisirt werden.

von Maß und Ziel der Ertrags-Erzeugung und Entnehmung unterwerfen: so wäre das ein unverantwortlicher Fehlgriff. Jede Waldbehandlungsweise versetzt das Waldvermögen in ganz eigene Wuchsverhältnisse und hat somit auch einen eigenen Ertrag zur Folge. Jede Ertragsabschätzung muß daher auch eine gewisse Art und Weise der Behandlung voraussetzen, einen Betriebsplan unterstellen, wenn ihre Ergebnisse sichern Grund fassen und guten Glauben finden sollen. Keine Abschätzungs-Methode kann und darf sich hiervon freisprechen, und jeder Taxator ist es sich selbst schuldig, genügend darzulegen, auf welche vorausgesetzten Mittel und Wege sein Schätzungsergebniß gegründet ist.

Ein solcher Betriebsplan braucht keinesweges umständlich und streng bindend zu sein, sich auch als solcher nicht eben mit Ertragsgrößen zu befassen; er muß vielmehr den eingerichteten Betriebsgang einfach, klar und übersichtlich darlegen und dem Wirthschafter als rathender und belehrender Leitfaden dienen. Freilich ist eine nicht gemeine Meisterschaft erforderlich, in demselben alle Anforderungen der verschiedenen Interessen, so wie der Wirthschaft und Wissenschaft für Gegenwart und Zukunft zu erfüllen. Unser Betriebsplan stellt in Übereinstimmung mit der Bestandeskarte jeden Betriebsverband für sich auf und ordnet theils mit Zahlen, theils mit kurzen Worten, von jeder Orts- und Bestandes-Abtheilung folgende Gegenstände ein:

A. Linke Seite.

1) Grund und Boden: Voran die Ortsbezeichnung, dann der gesammte Flächengehalt und die besondere Ertragsfähigkeit.

2) Vorgefundener Waldbestand: Die abgetheilten Alters- oder Wuchsklassen des Hauptbestandes, die Zwischenbestände und unbestockten Waldflächen.

B. Rechte Seite.

3) Getroffene Betriebsanordnung: Den Betrieb jeder Periode auf den ganzen Einrichtungs-Zeitraum erstreckt, nur für die eigentliche Abschätzungszeit ausführlicher gehalten. Hiervon werden die Schritte der verjüngenden Hauptauungen zur künftigen Bestandesordnung und die des neuen Waldanbaues

mit Flächenzahlen, die Zwischenhauungen, so wie der laufende Wiederanbau aber nur wörtlich bezeichnet.

4) Nebenbestimmungen: Wegen Abweichung des Schlagbarkeitsalters, Herstellung der Bestandesfolgen, Berücksichtigung der Nachbarbestände, Vertheilung seltener Hölzer; auch wegen örtlicher Berechtigungen und Ansprüche, Zugänglichkeit in die hutbaren Theile u. s. w.

So eingerichtet ersetzt der Betriebsplan zugleich das Vermessungsregister und die Altersklassentabelle und giebt dabei eine klare Übersicht, wie und wann des Waldes Normalzustand erzielt wird. Denn alle Verjüngungsflächen der Betriebsperioden rücken ihrer Zeitfolge gemäß vollkommen bestanden in den folgenden Umtrieb über, zur Begründung einer ganz geregelten Altersabstufung wohlgeordneter Bestände. Diesen Betriebsplan erkennen wir als den Kern aller Forstbetriebs-Einrichtungen und Abschätzungen und als das Meisterstück aller forstlichen Kunst und Wissenschaft. Kein Wunder also, wenn Forstgelehrte, denen die tiefere Einsicht in das Wesen der Wälder zu fern vom Schreibtische liegt, sich davon lossagen und mit den Etatsformeln behelfen, oder wenn man in Befangenheit meint, dem Forstwirthe dürften die Hände nicht gebunden werden! — Eine solche Entzügelung der Unkunde und Verwahrlosung würde die Wälder immer tiefer in's Verderben führen.

c. Ertragsabschätzung insbesondere.

§. 458. Abschätzungs-Methoden.

Bis hierher beschäftigten wir uns bloß mit den Vorarbeiten zur Begründung und Regelung des Waldbetriebes und der Ertragsentnehmung, welche in jedem gegebenen Falle und zu jedem weitern Behufe mehr oder minder erforderlich sind. Jetzt handelt es sich nun um die verschiedene Art und Weise, wie die ermittelten Massen- und Werthsgehalte zur wirklichen Ertragsabschätzung verwendet werden können. Zunächst bieten sich uns zwei wesentliche Verschiedenheiten des Verfahrens dar, je nachdem die Forsterträge von einem ganzen Waldverbande zusam-

men oder von jedem einzelnen Waldbestande besonders abgeschätzt werden. Von beiden Hauptverfahren können wir das erstere die summarische Abschätzung nennen; für das andere, mehr das Einzelne in Orts- und Zeitfache ordnende, hat sich Fachwerksabschätzung geltend gemacht.

Die summarische Abschätzung bestimmt den, von jedem Waldverbande überhaupt zu entnehmenden Massenertrag nach gewissen Rechnungsformeln, welche den vorgefundenen Massenvorrath auf eine oder die andere Weise zum Grund legen. Von diesem kann man den Massenzuwachs, oder einen in Prozenten ausgedrückten Antheil, oder auch gleich einen Durchschnittstheil abnutzen. Dies begründet drei verschiedene Verfahrungsarten der summarischen Abschätzung, nämlich: nach dem Nutzungszuwachse, dem Nutzungs-Prozente und der Durchschnittsnutzung.

Die Fachwerksabschätzung erhebt ihre nach Ort und Zeit aufzustellenden Nutzungsgrößen entweder kurzweg mittels besonderer Durchschnittserträge und gemeinschaftlicher Ertragsberechnung, oder ganz ausführlich aus dem gesondert abgeschätzten Ertragsvermögen eines jeden Bestandes an sich.

Hiernach ergäben sich folgende fünf Abschätzungsmethoden:

1) Die summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

2) Die summarische Abschätzung nach dem Nutzungs-Prozente.

3) Die summarische Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen.

4) Die Fachwerks-Abschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

5) Die Fachwerks-Abschätzung nach Sondererträgen.

Von diesen fünf verschiedenen Verfahrungsarten kann jede nicht nur für sich, sondern auch zur Aushülfe einer andern, und alle können in demselben Forste recht füglich neben und hinter

einander gebraucht werden. Wer durchaus nur eine einzige bevorzugt und die andern verwirft, beweist damit seine Kurzsichtigkeit, etwa wie jener Geometer, der mit Kette und Stab die ganze Meßkunst üben wollte.

Summarische Abschätzung.

§. 459. Darstellung eines normalen Wirthschaftswaldes zu weiteren Erläuterungen.

Um die in den folgenden §§. 460—462. kurz geschilderten Eigenthümlichkeiten der verschiedenen summarischen Abschätzungsmethoden an erläuternden Beispielen besser verdeutlichen zu können, geben wir hier zuvörderst die Darstellung eines normalen Wirthschaftswaldes, welchem das §. 422. I. für die starke Entstehung mitgetheilte Musterbeispiel zu Grunde liegt. In derselben sind die Bestandesmasse, die periodische *) und durchschnittliche Jahresmehrung für die einzelnen Jahre bis zum 50jährigen Bestandesalter, nebst deren Summen von 10 zu 10 Jahren ausgeworfen, so wie die zugehörigen normalen Nutzungs-Prozente (nach §. 462. 2.) berechnet worden; die Vorerträge durften dabei für unsern Zweck unberücksichtigt bleiben.

Bestandesalter.	Bestandesmasse.	Periodische Jahresmehrung.	Durchschnittliche Jahresmehrung.	Summe des Massenvorrathes.	Summe der periodischen Jahresmehrung.	Summe d. durchschnittl. Jahresmehrung.	Nutzungs-Prozent.
1	40	40	40				
2	80	40	40				
3	120	40	40				
4	160	40	40				
5	200	40	40				
6	240	40	40				
7	280	40	40				
8	320	40	40				
9	360	40	40				
10	400	40	40				
	2200	400	400	2200	400	400	0,1818

*) Die periodische, von 10 zu 10 Jahren sich gleich bleibende Jahresmehrung wurde hier statt der laufenden Jahresmehrung angenommen, theils der Einfachheit wegen, theils um die Zahlen des Musterbeispieles in §. 422. unverändert beibehalten zu können.

Bestandesalter.	Bestandesmasse.	Periodische Jahresmehrung	Durchschnittliche Jahresmehrung	Summe des Massenvorrathes.	Summe der periodischen Jahresmehrung	Summe d. durchschnittl. Jahresmehrung	Nutzungs-Prozent.
11	464	64	42,2				
12	528	64	44,0				
13	592	64	45,5				
14	656	64	46,9				
15	720	64	48,0				
16	784	64	49,0				
17	848	64	49,9				
18	912	64	50,7				
19	976	64	51,4				
20	1040	64	52,0				
	7520	640	479,6	9720	1040	879,6	0,1069
21	1110	70	52,9				
22	1180	70	53,7				
23	1250	70	54,3				
24	1320	70	55,0				
25	1390	70	55,6				
26	1460	70	56,2				
27	1530	70	56,7				
28	1600	70	57,1				
29	1670	70	57,6				
30	1740	70	58,0				
	14250	700	557,1	23970	1740	1436,7	0,0726
31	1808	68	58,3				
32	1876	68	58,6				
33	1944	68	58,9				
34	2012	68	59,2				
35	2080	68	59,5				
36	2148	68	59,7				
37	2216	68	59,9				
38	2284	68	60,1				
39	2352	68	60,3				
40	2420	68	60,5				
	21140	680	595,0	45110	2420	2031,7	0,0536
41	2482	62	60,5				
42	2544	62	60,5				
43	2606	62	60,5				
44	2668	62	60,6				
45	2730	62	60,6				
46	2792	62	60,6				
47	2854	62	60,7				
48	2916	62	60,7				
49	2978	62	60,7				
50	3040	62	60,8				
	27610	620	606,2	72720	3040	2637,9	0,0418

§. 460. Summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

Diese Abschätzungs-Methode bestimmt den Waldmassen-Ertrag bloß nach dem vorgefundenen wirklichen Massenzuwachse, von dem Grundsatze ausgehend: daß eine jede Waldung, sei sie in vollkommenem Zustande oder nicht, von Jahr zu Jahr gerade so viel Masse nachhaltig abgeben kann, als ihr Jahreszuwachs eben beträgt, ohne an ihrem Stammkapitale zu verlieren. Man schätzt zu ihrer Anwendung den stehenden Massenvorrath und den laufenden Massenzuwachs und beurtheilt nach beiden die weitern Ertragsverhältnisse.

1) Die Zuwachsschätzung ist hierbei der hauptsächliche Gegenstand; sie wird auf dreierlei Weise bewirkt; entweder nach der vorgefundenen Durchschnittsmehrung, oder nach Prozenten einer Normal-Ertragstafel, oder nach dem laufenden Zuwachse selbst.

a) Wendet man die vorgefundene Durchschnittsmehrung an, so wird von jedem einzelnen Bestande des abzuschätzenden Waldverbandes Masse und Alter bestimmt, darnach die Durchschnittsmehrung ausgeworfen und deren Summe als Ertrag angenommen. In unserem erläuternden Beispiele (§. 459.) wäre dieselbe also = 2637,9 c'. Sie bleibt stets hinter dem wirklichen laufenden Zuwachse zurück (in unserem Beispiele um 3040 — 2637,9 = 402,1 c' oder circa 16 %), weil, wie schon §. 436. ausführlicher dargethan, der geringere Zuwachs der jugendlichen Altersperioden mit zum Durchschnitt gezogen wird. Diese Abweichung kann, zumal beim Vorwalten jüngerer, schwach entstehender Bestände, sehr bedeutend sein, und die Durchschnittsmehrung ist daher als Stellvertreter für den laufenden Zuwachs ganz unbrauchbar, wenn es auch möglich wäre, von jedem Bestande Massengehalt und mittleres Alter durchgängig genau zu erforschen. Letzteres aber unterliegt auch noch manchem Zweifel, zumal in unregelmäßigen Beständen, und zu welchen Abweichungen falsche Ermittelungen in dieser Hinsicht führen können, ist schon §. 385. an einem Beispiele gezeigt. — Die fehlerhafte Stellvertretung der laufenden Jahresmehrung durch die Durchschnittsmehrung führt übrigens

stets zu einem kleinern Ergebnisse, was einigermaßen noch zu ihrer Duldung gereichen dürfte.

b) Anderwärts hat man, um diesen offenbaren Fehler zu umgehen, den fraglichen Zuwachs nach dem Massengehalte und Alter der Bestände mittels der Prozente einer Normalertragstafel berechnet. Dürfte man z. B. die Cotta'schen Prozenttafeln *) für die vorliegende Abschätzung eines Buchenwaldes als maßgebend betrachten: so hätte ein 40jähriger Bestand mit 2400 c' Masse $\frac{2400 \times 2{,}874}{100} = 70$ c' laufenden Zuwachs und die Summe des auf gleiche Weise ermittelten Zuwachses von allen Beständen ergäbe den Ertrag. Bei dieser Zuwachsschätzung begiebt man sich indeß auf drei Abwege: Einmal ist, wie bekannt, die Bestimmung des Bestandesalters höchst unsicher; zweitens mangelt allen Ertragstafeln die hierzu erforderliche Zuverlässigkeit; endlich drittens kann der wirkliche Zuwachs doch wohl nur zufällig mit einem idealen übereinstimmen, sonst müßten ja auch in der Wirklichkeit alle an Masse und Alter gleichen Bestände derselben Waldgattung in ganz gleichem Zuwachse stehen, was offenbar widersinnig ist.

c) Der laufende Zuwachs selbst, welchen man nach unserm Verfahren, von Ort zu Ort gehend, mit der Bestandesmasse wirklich ermittelt — er würde in unserm Beispiele = 3040 c' sein — ist unbedingt die sicherste Grundlage dieser Abschätzungs-Methode und legt nebenher auch die Unbrauchbarkeit jener beiden Verfahren an den Tag. Nur hält man eine solche Schätzung für weit schwieriger und umständlicher, als sie es wirklich ist, indem dabei das Augenmaß mittels vergleichbarer Proben sehr thätig sein kann.

2) Diese Abschätzungsmethode, obschon sie unter allen summarischen in der theoretischen Prüfung am besten besteht, nimmt gerade denjenigen Ertragsfaktor zur Grundlage, dessen Ermittelung am unzuverlässigsten ist, und dem deßhalb der kundige Schä-

*) Sie sind in dem Grundrisse der Forstwissenschaft (Dresden und Leipzig) unter ♂ mitgetheilt und daraus hier (Taf. 120.) entlehnt.

ßer nie eine Entscheidung über das Vorhandene wesentlich einräumt. Zudem bleibt sich diese Größe keinesweges auf längere Zeit gleich; denn jede Hauung, jeder neue Nachwuchs ändert den summarischen Massenzuwachs, besonders in einem noch unvollkommen bestandenen Walde. Durch geeigneten Abtrieb der zuwachsarmen Hölzer, durch fleißige Lüftung der gedrängten Wüchse und durch rasche Nachzucht läßt sich derselbe eben so heben, als durch Verwahrlosungen herunterbringen. Wenn nun auch diese Methode ein gewisses Auf- und Absteigen des Massenzuwachses mit in Rechnung nimmt, so geschieht dies doch nur muthmaßlich und ganz im Allgemeinen. Sie läßt sich nicht darauf ein, die Mittel und Wege nach Ort und Zeit zu würdigen, durch welche der Waldzustand gebessert, der Zuwachs gehoben und darauf hin auch sogleich der Ertrag gesteigert werden kann, was die Fachwerksabschätzung so geflissentlich leistet.

3) Erwägt man, daß diese Zuwachsabschätzung mit dem Fachwerk ganz gleiche Vorarbeiten bedarf, jene genauen Aufnahmen aber, die dem örtlichen Betriebe zu so nützlichem Anhalt dienen können, zu weiter nichts gebraucht, als einen summarischen Ertragssatz herauszurechnen, anstatt mit Anwendung einer gar kleinen Mühe noch den ausführlichen Wirthschaftsplan zu entwerfen, und daß dabei dennoch von einer öftern Wiederholung die Rede ist: so muß es ganz befremdend erscheinen, wenn auf diese Abschätzungsart ein so hoher Werth gelegt wird. Ist hier nicht die Scheu vor einer meisterhaften Aufstellung des Wirthschaftsplanes mit im Spiele? Zur selbstständigen Abschätzung dürfte sich diese Methode nur in dem seltenen Falle eignen, wo man entweder jetzt noch nicht oder ganz und gar nicht im Stande ist, einen geregelten Schlagbetrieb einzurichten, wie in dem Plänterwalde, so wie in einem Waldgemenge von ganz unvereinbaren Holzwüchsen, das sich zuweilen wohl auf den grellesten Standortsverschiedenheiten vorfindet. Hauptsächlich empfehlen wir dies Verfahren als ein vorzügliches Hülfs- und Bewährungsmittel der Fachwerksabschätzung, welcher es zum großen Vorwurfe gereicht, daß sie sich dessen nicht längst bediente. — Soll jedoch diese Ertragsregelung mehr Sicherheit und Brauchbarkeit gewin-

nen: so müssen die zur allgemeinen Vergleichung geeigneten Durchschnittsnutzungen und Massennutzungs-Prozente mit ausgeworfen werden, und es müßte ihr das Werthnutzungs-Prozent durchaus zur wirthschaftlichen Richtschnur dienen.

§. 461. Summarische Abschätzung nach dem Nutzungs-Prozente.

Die Ertragsabschätzung nach dem Massennutzungs-Prozente stützt sich zwar auch auf den Jahreszuwachs, sie legt aber nicht den im gegebenen Walde eben Statt findenden Nutzungserwachs zum Grund, sondern ein fremdes, wegen des leichtern Gebrauches in Prozenten des Massenvorrathes ausgedrücktes Zuwachsverhältniß. Dieses Zuwachs- oder Nutzungs-Prozent nimmt man entweder als ein reales von anderwärts wirklich gefundenen Zuwachsverhältnissen, oder als normales unmittelbar aus einer Normalertragstafel und wendet dasselbe auf den vorgefundenen Massenvorrath an.

1) Anwendung eines realen Nutzungs-Prozentes. Sammelt man sich die bei ausführlichen Ertragsabschätzungen gefundenen und in Prozenten ausgedrückten Verhältnisse des Massenvorrathes zum Nutzungsbetrage: so gewinnt man wohl ein, aus der Wirklichkeit gegriffenes Vergleichungsmittel zur kurzen Ertragsabschätzung anderer, in Standort und Waldgattung, Altersverhältniß und Bestandesgüte, Behandlung und Benutzung ganz gleicher Waldungen, von denen hierzu weiter nichts, als der Massenvorrath bekannt zu sein braucht.

Gesetzt, der wirkliche Massenvorrath eines genau abgeschätzten Forstes sei 55000 Klaftern, der bewährte Ertragssatz desselben aber 1320 Klaftern: so wäre das reale Nutzungs-Prozent $= \frac{1320 \times 100}{55000} = 2{,}4$. Könnte dasselbe nun auf einen andern, in allen seinen Verhältnissen ähnlichen Forst angewendet werden, dessen Massenvorrath $= 200000$ Klaftern betrüge, so wäre der Ertragssatz desselben $= \frac{200000 \times 2{,}4}{100} = 4800$ Klaftern.

Freilich sind solche Vergleichungsgrößen nicht leicht zu gewinnen; noch unsicherer ist aber ihre Anwendung, weil die Vergleichungs-Gegenstände dem Auge zu entfernt liegen und die Prozentsätze gewöhnlich in zu kurzen Zahlen gegeben und genommen werden. Der Unterschied von 2 und 2½ pCt. scheint z. B. ganz unbedeutend, läßt aber doch die Wahl zwischen sehr erheblichen Ertragsunterschieden, so z. B. in dem eben angeführten Beispiele zwischen 4000 und 5000 Klaftern. Dies Abschätzungsmittel kann also eigentlich nur zu ungefähren Überschlägen dienen, theils wo eine genauere Erhebung des Ertragsvermögens eben nicht thulich ist und man den vorhandenen Massenvorrath nur flüchtig überrechnet, theils zur Vergleichung der auf andere Weise ermittelten Abschätzungsergebnisse. Weit vorzüglicher und leichter ist statt dessen die Abschätzung nach realen Durchschnittsnutzungen (§. 462. 3.) anzuwenden.

2) Das normale Nutzungs-Prozent soll von einer Normalertragstafel ausgehoben werden, welche den Standortsverhältnissen, der Waldgattung, Behandlung und Benutzung genau entspricht, und zwar ohne Berücksichtigung des abnormen Waldzustandes. Dieses Abschätzungsverfahren, welches zuerst von Hundeshagen begründet und von ihm das rationelle genannt wurde, geht also von dem Grundsatze aus: daß sich der jährliche Nachhaltsertrag e zu dem eben vorhandenen wirklichen Massenvorrathe wv verhält, wie der Normalzuwachs nz zu dem Normalvorrathe nv, oder

$$nv : nz = wv : e,$$

$$\frac{nz}{nv} \times wv = e.$$

$\frac{nz}{nv}$, das sog. normale Nutzungs-Prozent, wie es eine Normaltafel ergiebt, braucht also nur mit dem wirklich vorgefundenen Massenvorrathe multiplizirt zu werden, um den Ertrag zu finden. In unserm Beispiele (§. 459) ist das normale Nutzungs-Prozent

für den 30jährigen Umtrieb = 0,0726,
" " 40 " " = 0,0536,
" " 50 " " = 0,0418 *),

und wäre demnach für einen Forst, auf den unser Musterbestand Anwendung finden dürfte, der wirkliche Massenvorrath zu 40000 Klftrn. gefunden und die Umtriebszeit zu 50 Jahren festgestellt: so ergäbe sich als Ertragssatz 40000 × 0,0418 = 1672 Klaftern.

Die Auswahl des normalen Nutzungs-Prozentes bleibt indeß stets eine mißliche Aufgabe, wäre man auch wirklich im Besitze recht zuverlässiger Ertragstafeln. Denn wer will und kann dabei so auf's Allgemeine hin bestimmen: in welchem Maße die Verjüngung beeilt oder versäumt, die Wachsthumskraft gehoben oder geschwächt wird, was Alles natürlich auf die Umtriebszeit und somit auch auf das Nutzungs-Prozent einwirkt; ferner welche Einmischungen fremdartiger Hölzer zugelassen oder befördert werden, so daß die Normaltafeln ihre Anwendbarkeit verlieren; endlich, ob man früher oder später, stärker oder gelinder oder gar nicht durchforstet; wie viel die Vorbereitungshiebe und die Nachhiebsrückstände auf das Nutzungs-Prozent einwirken dürften u. s. w.? Wäre nun auch die Auswahl der angemessenen Normalertragstafel hinsichtlich des Betriebes gelungen, wer will und kann nun solche idealen Zuwachsverhältnisse treffend übertragen auf jene abnormen Waldzustände, worin sich hier überwiegende Althölzer mit den allerniedrigsten, dort überwiegende Junghölzer mit den allerhöchsten Zuwachs-Prozenten in den abweichendsten Bestandesgüten finden? Die Theorie klügelte sich das normale Nutzungs-Prozent heraus, um die ihr stets unbequeme Praxis kurz zu umgehen, und gewann für die darauf gegründete Abschätzungsweise manche eifrigen Anhänger, die sich zu schwach fühlten, in die innern Wachsthumsverhältnisse der Wälder mit erfahrungskundigem Blicke einzudringen und der künfti-

*) Eigentlich bezieht sich dies sogenannte normale Nutzungs-Prozent nur auf die Einheit des Massenvorrathes. Sollte es als wirkliches Prozent ausgedrückt werden, so müßte man noch mit 100 multipliziren, und die obigen Zahlen ergäben dann 7,26 %; 5,36 %; 4,18 %.

gen Bewirthschaftung in Voraus geeignete Rathschläge zu geben. Es ist nicht schwer, zu beweisen, daß es dieser Methode ebensowohl an theoretischem Grunde, als an praktischer Anwendbarkeit mangelt.

3) Um zunächst die Theorie der Prozent-Abschätzung zu beurtheilen, darf man nur Folgendes erwägen:

a) Alle oben dargelegten Mängel der summarischen Abschätzung nach dem Zuwachse wohnen ihr in weit größerm Maße bei, weil sie den Zuwachs nicht selbst erhebt, sondern bloß nach fremden Sätzen anspricht.

b) Solchen, von Normalertragstafeln entnommenen Nutzungssätzen mangelt es durchaus an der erforderlichen Gründlichkeit. Wer fähig ist, die Ertragsverhältnisse mit sicherer Hand in der Natur aufzugreifen, der erkennt auch die Trüglichkeit aller Normirungen des Nutzungs-Prozentes und fällt ab von dieser irrigen Lehre. Warum theilte selbst deren Meister keine vollständigen Ertragstafeln mit?

c) Das normale Nutzungs-Prozent schwankt in den verschiedenen Umtriebsaltern (§. 432 u. 459.) so bedeutend, daß nur wenige Jahrzehnde eine Abweichung von mehren Prozenten zur Folge haben können. Wie höchst verschieden sind aber die Benutzungsalter in unsern Wirthschaftswäldern, und wie dürfte auf dieselben ein gleiches Nutzungs-Prozent allgemein angewendet werden, das zumal nach einem idealen Umtriebsalter normirt ist, über dessen sicherm Grunde den Etatsformlern noch ein so undurchdringliches Dunkel vorschwebt?

d) Dieses normale Nutzungs-Prozent kann auch schon wegen des stets zweifelhaften Ausfalles der Vorerträge zu einer sichern Richtschnur nicht wohl dienen. Man will zwar nur den Hauptertrag festsetzen. Keineswegs läßt sich aber im Laufe der Wirthschaft scheiden, was dem Vorertrage und was dem Hauptertrage eigentlich angehört. Die in der letztern Vergangenheit nicht ausgeforsteten Unterstämme mehren z. B. den Hauptertrag, so wie die Vorbereitungshiebe denselben bedeutend mindern. Jede summarische Abschätzung, die eine solche Sonderung des Hauptertra-

ges vom Vorertrage eingeht, verirrt sich offenbar in unhaltbare Bestimmungen.

e) Endlich dürfte es doch wohl weit zweckmäßiger und sicherer sein, gleich die vorfindlichen Holzvorräthe an sich den Abtriebszeiten zuzutheilen, als den von ihnen im Allgemeinen zu entnehmenden Ertragstheil nach solchen, bloß in der Einbildung schwebenden Verhältnissen summarisch zu bestimmen.

4) Der Praxis empfiehlt sich dieses normale Nutzungs-Prozent eben so wenig. Denn

a) alle Vergleichungen, die man mittels der sondernden Abschätzung angestellt hat und anstellen wird, ergeben, daß in einer jeden Waldung der wirkliche Jahreszuwachs, das wirthschaftliche Nutzungs-Prozent und das normale Nutzungs-Prozent gar bedeutend von einander abweichen.

b) Diese, dem Ungefähr zu sehr anheim gegebene Prozentschätzung bietet durchaus nicht genug Sicherheit und Brauchbarkeit; Niemand kann dieselbe den wechselnden Verhältnissen der Zukunft recht anpassen. Wollte man aber von Zeit zu Zeit nachtaxiren, wie sich die Bestandes- und Wachsthums-Verhältnisse des Waldes und die Meinungen der Wirthschafter nur irgend ändern: so nähme das Taxiren kein Ende, und dennoch fände man nie, wo und wiefern gefehlt worden ist, weil sich die ganze Schätzung immer nur um die Summe dreht. Dies, und daß sich der Wirthschafter auf die verheißene Nachschätzung verläßt, ohne einen wohl geordneten Betriebsplan einhalten zu müssen, gefährdet das Waldvermögen weit mehr, als man glaubt.

c) Übrigens wäre auch die genaue Bestandesaufnahme zum bloßen Gebrauche des Nutzungs-Prozentes offenbar eine unzweckmäßige Taxations-Verschwendung. Muß man zum Behufe dieser Abschätzung den Massenvorrath aufnehmen, so ist es ein Leichtes, an Ort und Stelle auch alsbald den Massenzuwachs zu ermitteln und sich dadurch wenigstens eine minder zweifelhafte Grundlage zu verschaffen, im Falle die Bearbeitung eines ausführlichen Wirthschaftsplanes nicht den Vorzug gewänne.

Sollen wir nun die Ertrags-Abschätzung nach dem Holznutzungs-Prozente in die Grenzen ihrer Brauchbarkeit weisen: so dürfte dieselbe nur zur Vergleichung der Ergebnisse späterer Normalzustände und als bedauerliches Beispiel dienen, wie weit die unpraktische Theorie Herr über das heutige Forstwesen geworden ist.

§. 462. Summarische Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen.

Die Waldabschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen nimmt weder den wirklichen, noch einen fremden Zuwachs als unmittelbare Grundlage, sondern bedient sich bloß eines Durchschnittstheiles von dem Massenvorrathe. Wir unterscheiden in dieser Beziehung dreierlei Durchschnittsnutzungen, nämlich: die progressionale, normale und reale, somit auch drei verschiedene Arten der Durchschnittsabschätzung.

1) Abschätzung der progressionalen Durchschnittsnutzung eines Waldverbandes. Man nimmt in allen Altersklassen eine von der ersten Entstehung bis zum Eintritte des Abtriebsalters jährlich ganz gleiche Massenmehrung an und berechnet, wie in §. 88. 2. (wo $S : \frac{n+1}{2} = nd$), nach dem geschätzten wirklichen Massenvorrathe wv (= S) und der ganzen Umtriebszeit u (= n) einen jährlichen Durchschnitts-Hauptertrag wd (= nd) mittels der schon bekannten Formel:

$$wv : \frac{u+1}{2} = wd,$$

oder kürzer und meist treffender nach:

$$wv : \frac{u}{2} = wd.$$

In unserm Beispiele (§. 459.) ist der Massenvorrath = 72720; für den 50jährigen Umtrieb wäre demnach der Ertragssatz:

$$72720 : \frac{50}{2} = 2909 \text{ c}'.$$

Die etwaigen Vorerträge könnten daneben nach §. 437. und dem besondern Waldzustande veranschlagt werden.

Da sich eine hierbei vorausgesetzte, ganz gleiche Massenmehrung in der Natur nicht findet, so kann diese unter dem Namen der Östreichschen Kameraltaxation längst bekannte und gebrauchte, neuerlich (von Heyer) wieder aufgefrischte Formel auch nur für Waldungen von starker Entstehung annäherungsweise passen, und zwar ganz allein zur Berechnung des Hauptertrages für ein Umtriebsalter, das zwischen die Wendepunkte der Durchschnittsmehrung und des Durchschnittszuwachses fällt. Übrigens kann dieser Progressional-Durchschnitt eigentlich nur zu Überschlägen dienen und etwa als Beiläufer der mittels anderer Abschätzungsmethoden gefundenen Ertragssätze.

2) Abschätzung der normalen Durchschnittsnutzung. Hierbei hat man keinen andern Zweck, als muthmaßliche Bestimmung des Vollertrages im einstigen Normalzustande des Waldes. Die Forstfläche jeder vorfindlichen Standortsklasse wird summirt und mit dem ihr nach Waldgattung und Umtriebszeit zukommenden normalen Durchschnittsertrage vom Morgen multiplizirt; die Summe dieser Produkte ergiebt den normalen Vollertrag vom Ganzen (§. 455.). Es ist dies eine Berechnung, deren Gegenstand nur in der Idee beruht; dennoch gedenkt Mancher, den gegenwärtigen Waldangriff nach solchen höchst unsichern Ergebnissen reguliren zu können. Wir stellen diese idealen Durchschnittsnutzungen an den Schluß unserer Wirthschaftsplane, gleichsam als endliches Ziel der beabsichtigten Waldvervollkommnung.

3) Abschätzung nach realen Durchschnittsnutzungen. Man sammelt sich die Ertragsergebnisse gut geführter Waldwirthschaften und anderwärtiger Abschätzungen ganzer Waldkörper, mit Bemerkung aller dazu beitragenden Forstverhältnisse, drückt jene als jährlichen Durchschnittsertrag in Körperfußen pr. Morgen aus und spricht danach die allgemeine Durchschnittsnutzung der fraglichen Waldungen in Gemäßheit ihres gegenwärtigen Zustandes ohne Weiteres an. Betrüge z. B. ein solcher erfahrungsmäßig begründeter, jährlicher Durchschnittsertrag pr.

Morgen 36 c′, und könnte derselbe auf die abzuschätzende, in Standort, Bestand und Betrieb ähnliche Waldung von 3500 Mg. Flächengröße angewendet werden: so wäre deren Ertragssatz = 3500 × 36 = 126000 c′.

Wurden in dem abzuschätzenden Forste während der letztern Jahre die erfolgten Abtriebe nach Schlagfläche und Holzertrag gehörig aufgezeichnet, finden sich auch die vorhandenen schlagbaren Bestände den eben abgetriebenen ziemlich gleich, und rücken die jüngern Altersklassen mit der Zeit verhältnißmäßig nach: so dienen die seitherigen Abtriebsergebnisse zu einem sehr sichern Schätzungsgrunde der künftigen Durchschnittsnutzung. Oft findet der mehr auf seine Waldung, als auf die Etatisirungs-Künsteleien achtende Praktiker jede weitere Schätzung ganz überflüssig, wenn er mit einem wohldurchdachten Betriebsplane versehen ist, seinen Abtrieb auf die Fläche basirt und den vorläufig angenommenen Nutzungssatz durch den gewonnenen Ertrag nach und nach mehr berichtigt. Solche Durchschnittsschätzungen leisten in wenigen Tagen meist mehr Brauchbares, als die umständlichsten Bearbeitungen in mehren Monaten. Sie empfehlen sich überdies, insbesondere dem realen Nutzungsprozent (§. 461. 1.) gegenüber, durch die Leichtigkeit ihrer Anwendung, da sie nicht den Massenvorrath, sondern nur die Flächengröße als Faktor gebrauchen und etwa nöthige Modifikationen in dem Durchschnittsertrage viel sicherer bemessen und in ihrem Resultate beurtheilt werden können, als an dem nur in kleinen Zahlen gegebenen realen Nutzungs-Prozente.

Übrigens könnte man bei der Durchschnittsschätzung den mittlern Durchschnittserwachs der vorhandenen schlagbaren Bestände mit zum Anhalt nehmen und die der nächsten Betriebsperiode zugewiesenen Hölzer fachwerksartig mit einschätzen.

Fachwerksabschätzung.

§. 463. Fachwerksschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

Diese Abschätzungs-Methode erhebt auf dem Grunde eines näher entworfenen Betriebsplanes die örtlichen und periodischen

Abnutzungen bloß nach besondern, vom Morgen und Jahr ermittelten Durchschnittserträgen. Dabei leisten die Waldmassentafeln nebst einer angemessenen Mehrungstafel sehr wesentliche Dienste. Dies Einrichtungsgeschäft geht auf folgende Weise von Statten:

1) Zuvörderst entwirft man den Betriebsplan und theilt in diesem einer jeden Periode der Einrichtungszeit die passenden Abnutzungsbestände zu, nach Maßgabe der Fläche, des Alters, der Hiebsfolge und sonstiger Bestimmungsgründe.

2) Von den, der Abnutzung zunächst überwiesenen Beständen schätzt man den Hauptertrag nach der eben vorhandenen Bestandesmasse und dem darin befindlichen Durchschnittsertrage. Dieser wird dem Bestande anstatt des laufenden Jahreserwachses (nach §. 88. 1.) bis zur bestimmten Abtriebszeit noch aufgerechnet. Dabei findet wenigstens eine Überschätzung nicht leicht Statt, fehlte auch das Ansprechen des Alters um etliche Jahre (§. 411. 423.).

3) Zur Einschätzung des Hauptertrages von den, der spätern Abnutzung zugetheilten Beständen bedient man sich der schon vorgefundenen oder auch fremder vergleichbarer Durchschnittserträge, die in einer kurzen Übersicht zusammengestellt werden können, je nach Waldgattung, Bestandesgüte und Schlagbarkeitsalter. Mittels dieser ist leicht zu bestimmen, wie viel jede der fraglichen Bestandesabtheilungen in dem angeordneten Abtriebsalter an Schlagbarkeitsertrag vom Morgen erwarten läßt, nimmt man zumal die schärfern Ertragsfaktoren mit zum Anhalt.

4) Die inzwischen nutzbaren Vorerträge können recht füglich von jeder durchforstbaren Altersklasse nach den maßgebenden Umständen durchschnittlich pr. Morgen angesprochen und summarisch ausgeworfen werden.

5) Zur kürzern und leichtern Ertragsberechnung stellt man die Abnutzungsflächen jeder näher zu schätzenden Betriebsperiode je nach den pr. Morgen zu erwartenden Ertragsgüten in angemessenen Abstufungen klassenweise zusammen und

multiplizirt die Flächensumme einer jeden dieser Ertragsklassen mit der überschriftlich angesetzten Ertragszahl. Diese Produkte ergeben zusammen den periodischen Hauptertrag, welcher, nach Hinzurechnung der gleichzeitigen Vorerträge, durch geeignetes Verschieben (Vorziehen oder Zurückstellen) der zu einer solchen Ausgleichung am besten passenden Bestände von Periode zu Periode noch planmäßig gemehrt oder gemindert werden kann.

6) Was die Nutzung späterer Zeiten betrifft, so pflegt man dieselbe nach den Abtriebsflächen und Durchschnittserträgen nur erst ungefähr zu überschlagen und es der Zukunft zu überlassen, mit Ablauf einer jeden weitern Periode die genauere Ertragsabschätzung berichtigend fortzusetzen, gestützt auf die indeß gesammelten Erfahrungen. Die Nachhaltigkeit des Angriffes ist durch den Betriebsplan hinlänglich gesichert, wofern derselbe nur allen künftigen Zeiten die schlagbar bestandenen Abnutzungsflächen gleichmäßig zutheilt.

Diese Abschätzungsmethode*) hält sich streng an diejenigen Formen und Größen, mit welchen der ausübende Forstwirth am vertrautesten ist; sie räumt dem praktischen Blicke und dem ortskundigen Urtheile volle Wirksamkeit ein, kürzt die Ertragsberechnung bedeutend ab und kann zu jeder Zeit den veränderten Umständen leicht angepaßt werden. — Die gleichwüchsigen Waldgattungen mit reinem Abtrieb sind das Feld ihrer vorzüglichen Anwendbarkeit.

§. 464. Fachwerksabschätzung nach Sondererträgen.

Bei dieser eigentlichen Sonderabschätzung wird jede Bestandesabtheilung nach Ertragsfähigkeit, Massengehalt und Zuwachs geschätzt und jeder davon abfallende Ertrag der Verfallzeit besonders auffummirt. Man stellt sich in einem vorläufigen Betriebsplane den vorgefundenen Bestand und den beabsichtigten Betrieb aller Abtheilungen von Ort zu Ort

*) Man dürfte sie die Baierische nennen.

unter die Betriebsverbände, bloß mittels der Fläche und kurzer Andeutungen zusammen, wirft dann einerseits den Massengehalt-und Zuwachs, andrerseits den davon in jeder Periode zu erwartenden Holzertrag besonders aus und ergänzt mit diesen Ergebnissen und mit den weitern Bestimmungen über Nachzucht und Pflege den vorläufigen Betriebsplan zum ausführlichen Wirthschaftsplan. Dabei ist hauptsächlich Folgendes zu bemerken:

1) Der Schätzungszeitraum beginnt in der Regel mit dem ersten Jahre nach der Schätzung. Das Schätzungsjahr kann nicht wohl zum ersten Wirthschaftsjahre genommen werden. Letzteres aber, vielleicht der Finanzperioden wegen, mehre Jahre zurück in die Vergangenheit, oder weiter hinaus in die Zukunft zu verlegen, verursacht gar mühsame und unnöthige, die ganze Taxation gleich von vorn herein störende Zu = und Abrechnungen. Die von dem kürzern oder längern Umtriebsalter und der Regelmäßigkeit des Bestandes abhängige Dauer des Schätzungszeitraumes müßte sich zwar bis zum Eintritte des Waldnormal-Zustandes erstrecken; aber es ist eben nicht nöthig, daß auch die Sonderabschätzung so weit fortgeführt werde. So wie die Betriebsregelung auf eine einfachere Weise bewirkbar ist, bedient man sich auch einer leichtern Abschätzungsart. Übrigens kann in jedem Betriebsverbande desselben Forstes die Größe des Abschätzungszeitraumes, so wie die der Betriebsperioden eine andere sein.

2) Vorläufige Aufstellung summarischer Periodenerträge. Durch diese muß der besondern Ertragseinschätzung erst eine gewisse, von den allgemeinen Umständen bedingte Richtung gegeben werden.

a) Zuvörderst bestimmt man für den nächsten oder in der ersten Periode eintretenden Ertrag eine vorläufige Größe. Diese ist zu bemessen: erstens, nach dem seitherigen Ertrage, dem Bedürfnisse und den allgemeinen Nutzungsverhältnissen; zweitens, nach dem vorgefundenen Waldzustande, besonders in Ansehung

der Altersklassen-Verhältnisse und der Werthszunahme an den erwachsenen Beständen; drittens, nach einer möglichst genauen summarischen Abschätzung (§. 460. 461. 462. 3.).

b) Hiernächst bestimmt man nach Maßgabe des Betriebsplanes den Zeitpunkt, wann mit den voll- und folgerecht bestandenen Altersklassen die Waldvollkommenheit und der bleibende Vollertrag eintreten könnte. Dieser ist nach §. 462. 2. zu berechnen.

c) Zu jenem Erstertrage und diesem Letztertrage des Abschätzungszeitraumes bestimmt man dann alle zwischenliegenden Periodenerträge wo möglich als arithmetische Zwischenglieder, nach §. 89. 2.

Eine solche vorläufige Ertragsbestimmung kann zwar selten ganz eingehalten werden; sie befreit aber doch die eigentliche Ertrags-Zusammenstellung einigermaßen von jenem anhaltlosen Einschätzen der Bestände auf's Gerathewohl.

3) Wegen der besondern Ertragsberechnung ist zu bemerken: Die Erträge von den schon ziemlich erwachsenen Beständen werden nach der gefundenen Vorbestandesmasse und dem noch zu erwartenden Nutzungszuwachse berechnet; die einstigen Erträge von den Junghölzern setzt man nach der Lokalertragstafel an (§. 406—411.).

Da in eine und dieselbe Periode Erträge von mehren Bestandesabtheilungen zusammenfallen, und es während deß nicht thulich ist, an einem jeden Stücke alljährlich einzeln zu hauen; da es auch nicht voraus bestimmt werden kann, ob die Abnutzung den fraglichen Holzbestand mehr zu Anfang oder mehr zu Ende dieser gemeinschaftlichen Abtriebszeit trifft: so berechnet man jeden Ertrag, als erfolgte derselbe zur Mitte der Periode auf ein Mal. Nachher wird die ganze Ertragssumme in die Zahl der Abtriebsjahre getheilt.

Wären z. B. folgende Bestände zur Abnutzung für das erste Jahrzehnd bestimmt:

1) 30,8 Mg. zu 4200 c′ Holzhaltigkeit mit 50 c′ Zuwachs,
2) 25,5 „ „ 7420 „ „ „ 70 „ „
3) 28,2 „ „ 6230 „ „ „ 60 „ „
4) 46 „ „ 8350 „ „ „ 65 „ „

so wäre davon zu erwarten (nach §. 88.):

1) 30,8 × (4200 + 50 × 5) = 134835 c′,
2) 25,5 × (7420 + 70 × 5) = 198135 „
3) 28,2 × (6230 + 60 × 5) = 184146 „
4) 46 × (8350 + 65 × 5) = 399050 „

Auf 130 Morgen zusammen 916166 c′.

Jährlich im Durchschnitte:

13 Mg. Abtriebsfläche und 91616,6 c′ Abtriebsmasse.

Für das 2. Jahrzehnd käme ein 15jähriger, für das II. Jahrzwanzigt ein 30jähriger Zuwachs mit in Anrechnung.

Fällt von einem Holzbestande die schlagweise Abnutzung in verschiedene Zeiträume, so theilt man dieselbe nach der Abtriebsfläche und rechnet von jeder den geeigneten Zuwachs. Sollten z. B. von den letztern 46 Mg., zu 8350 c′ Holzhaltigkeit mit 65 c′ Zuwachs, 16 Mg. im 1. und 30 Mg. im 2. Jahrzehnd geschlagen werden: so trüge es davon

dem 1. Jahrzehnde 16 × (8350 + 65 × 5) = 138800 c′,
dem 2. Jahrzehnde 30 × (8350 + 65 × 15) = 279750 c′.

Ist aber ein Bestand stammweise auszuhauen und fällt der Aushieb zum Theil in einen spätern Zeitraum: so wird der Ertrag bloß nach Maßgabe der Aushiebszeit angesetzt. Fände sich z. B. in einem Schlage an Samenbäumen auf dem Morgen 2100 c′ Holzgehalt mit 40 c′ Zuwachs, und die Nachhauung erfolgte wahrscheinlich innerhalb der nächsten 30 Jahre ziemlich gleichmäßig: so rechnete man zum Holzgehalte den vollen Zuwachs auf die halbe Abtriebszeit, nämlich pr. Mg. $2100 + 40 \times \frac{30}{2} = 2700$ c′, und theilte davon jedem der ersten drei Jahrzehnde $\frac{2700}{3} = 900$ c′ zu (wofern nicht eben ein, nach §. 444. bestimmtes Zuwachs-Verhältniß gegeben ist).

Fiele das erste Wirthschaftsjahr mit dem Schätzungsjahre

zusammen, so würde ein voller einjähriger Zuwachs weniger angesetzt. Überhaupt rechnet man den Zuwachs von dem Zeitpunkte der Schätzung an.

Beim Ertragsansatze spät erfolgender Abtriebe erwägt man nach Maßgabe der steigenden Stammgrundflächenzunahme, wiefern der Bestand den geschätzten Zuwachs noch als wirkliche Mehrung in sich aufnehmen kann, und ob nicht mittlerweile Zwischenaushiebe eintreten müssen. Zum Schlusse werden alle einzelnen Holzerträge jeder Periode summirt.

4) Der unregelmäßige Ausfall dieser Periodensummen, theils in den Verhältnissen unter sich, theils in Vergleich mit den vorläufig aufgestellten Periodenerträgen, macht noch eine geeignete Ertragsausgleichung nöthig (§. 89. 2.), welche sich wo möglich auf jeden Betriebsverband besonders erstrecken, stets den Nutzungsverhältnissen gehörig entsprechen und die Grenzen einer forstmäßigen Waldbehandlung einhalten muß. Man zeichnet sich dazu die versetzbaren Massen gleich bei der Ertragsberechnung aus. Diese Periodenausgleichung hat nicht nur den Massenertrag, sondern auch den Nutzungswerth zu umfassen. Zuletzt wirft man von jeder Betriebsperiode den jährlichen Hauptertrag, Vorertrag und Nebenentfall nebst der Anbaufläche als Angriffssatz aus.

5) Die Einordnung der Jahreserträge aus den Betriebsperioden in die allgemeinen Etats- oder Finanzperioden ist übrigens ganz leicht. Gesetzt, das erste Wirthschaftsjahr wäre das sechste einer 12jährigen Etatsperiode, und die Schätzung ergäbe an Jahreserträgen:

a) von einem Niederwalde,
im 1. Jahrfünft 532 Massenklaftern,
„ 2. „ 560 „
„ 3. „ 576 „
dann fortwährend 600 „

b) von einem Hochwalde,
im I. Jahrzwanzigt 860 Massenklaftern,
„ II. „ 882 „
u. s. w.:

so würden die Etatsperioden folgende Durchschnittserträge zusammenfassen:

1. Per. zu 7 Jahren: $\frac{532\times5+560\times2+860\times7}{7}=1400$ Mklft.

2. „ „ 12 „ $\frac{560\times3+576\times5+600\times4+860\times12}{12}=1440$ „

3. „ „ 12 „ $\frac{600\times12+860\times1+882\times11}{12}=1480$ „

Die Betriebsperioden könnten also recht füglich neben den Etats- oder Finanzperioden bestehen, und es wäre gar nicht nöthig, die ganzen Forsteinrichtungen auf Finanzabschlüsse zu stellen. Lassen sich doch auch die Domänenpachtungen, fruchtbare und unfruchtbare Jahre, gelinde und kalte Winter, wohlfeile und theure Zeiten, Krieg und Frieden keineswegs in die Finanzperioden einzwängen; warum will man gerade dem Forstordner so mühsame Versetzungen mit schwerfälligen Zeitmaßen aufbürden und der Forsteinrichtung an ihrer innern Paßlichkeit und Revision einen so beengenden Zwang anlegen, um ein so gar einfaches Rechnungs-Exempel zu umgehen?

6) Obgleich die Sonderabschätzung alle Erträge einzeln bestimmt und keinen passiren läßt, dessen Erhebbarkeit nicht geprüft ist: so sollte man dennoch ihre Gesammtergebnisse stets mittels summarischer Abschätzung vergleichend bewähren. Dies geht auch ganz leicht, indem der eben geschätzte Massenvorrath und Zuwachs aller Altersklassen, so wie die Durchschnittsnutzung jedes Betriebsverbandes und jeder Periode leicht ausgeworfen werden können. Den Ausfall dieser Vergleichungen und den Grund der erschienenen Abweichungen hätte jeder Fachwerksschätzer unbedingt nachzuweisen.

7) Zum Schlusse müßte jede ausführlichere Ertragsabschätzung, je nach dem ihr eben vorliegenden Zwecke, noch weiter genügende Auskunft ertheilen über den Waldbestandes- und Bodenwerth und die Waldnutzungskosten, über den gegenwärtigen und künftigen Reinertrag und das zu erwartende Werthsnutzungs-Prozent; erforderlichen Falls auch, wofern verschiedene Behandlungs- und Benutzungsweisen zur

Frage kämen, über die Einträglichkeit einer jeden dieser Betriebsarten. Ohne Darlegung aller wirthschaftlichen Werthsverhältnisse liefert der Schätzer nur halbe Arbeit.

§. 465. Vorzüge der Fachwerksabschätzung.

Vergleichen wir das Fachwerk mit dem summarischen Abschätzungsverfahren, so geben sich uns folgende, demselben ganz eigenthümlichen Vorzüge zu erkennen, die alle in der gesonderten Behandlung eines jeden Gegenstandes ihren Grund haben.

1) Vortheilhaftere Betriebseinrichtungen. Während die Etatsformel nur über das Gesammte ganz oberflächlich bestimmt, sucht die Fachwerksabschätzung alle Wirthschaftsvortheile im Einzelnen so viel als möglich heraus; sie stellt die ärmern Bestände früher zum Abtrieb, trifft Anordnungen zur Förderung der Werthszunahme, trägt Sorge wegen Vertheilung seltener Hölzer, wegen Deckung zeitlicher Ertragsausfälle, und leitet überhaupt allerwärts gewinnbringende Maßregeln ein.

2) Größere Waldordnung. Die Fachwerkseinrichtung macht es sich zur hauptsächlichen Aufgabe und gebraucht die geeignetsten Mittel, den Betrieb aller Orte und Zeiten so zu ordnen und vorzuzeichnen, daß in dem ganzen Walde jeder nur irgend erreichbare Vollkommenheitszustand bald und sicher hergestellt werde. Das Alles überläßt die summarische Behandlung mehr dem Zufall.

3) Genauere Ertragsschätzung. Wenn der Ertrag von jedem Waldstücke und jeder Zeit mit sorgfältiger Berücksichtigung der im Laufe des Betriebs geänderten Zuwachsverhältnisse besonders geschätzt wird, und zwar mehr nach den wirklich vorhandenen Massen und nicht bloß nach unsichern Tafelwerken: so müssen die Ergebnisse für die Gegenwart und Zukunft ohne Zweifel weit genauer sein, als wenn man das Alles bloß summarisch abthut.

4) Sichererer Anhalt. Der ganze Betrieb bewegt sich in dem sichern Fachwerke. Der besonders geschätzte Ertrag eines jeden Stückes kann eben so gesondert wieder entnommen werden; von Ort zu Ort, von Jahr zu Jahr kontrolirt der Forstwirth

die Ertragsschätzung; kein Schätzungsfehler pflanzt sich fort zur Gefährdung des Ganzen.

5) Leichtere Berichtigung. Geben sich aber die Mängel der Ertragsschätzung an Ort und Stelle gleich kund, so berichtigt sich die Ertragsentnehmung durch eine leichte Vergleichung des örtlichen Soll und Hat von selbst. Zudem ist jede von Zeit und Umständen bedingte Abänderung des Betriebes mittels der Nachberichtigungen (Revisionen) leicht einzurichten; man darf nur die Ertragsgegenstände in dem festen Fachwerke geeigneter stellen. Ganz neue Abschätzungen sind nicht nöthig, wie bei den anhaltlosen Etatsformeln.

Gewährt nun überdies die Fachwerksabschätzung Alles, was von der summarischen nur irgend geleistet werden kann, wenn man ihr diese mit einverleibt: so dürfte wohl an die unbedingte Vorzüglichkeit dieser Methode bei Denen kein Zweifel mehr aufkommen, die, frei von aller Befangenheit, eine Meisterschaft im Anordnen des Forstbetriebes errungen haben.

§. 466. Mängel der Fachwerks-Abschätzung.

Wenn von Mängeln der Sonderabschätzung die Rede ist, so können dies nur solche sein, die in einem mangelhaften Vollzug, oder in einer befangenen Meinung ihren Grund haben, wie etwa folgende:

1) Man wirft dieser Methode den größern Aufwand an Zeit und Kosten vor. Jedes andere Schätzungsverfahren bedarf jedoch ebenderselben Aufnahmen. Wer dürfte aber die wenigen Tage, welche zur ausführlichen Ertragsberechnung und Aufstellung des Wirthschaftsplanes erforderlich sind, einem Geschäfte absparen, das des Waldes beste Behandlung und höchste Benutzung auf viele Jahre hinaus einrichten soll? Auch ist es nicht zu übersehen, daß eine solche Taxation ganz besonders geeignet ist, die Forstbeamten zu einem feinern, planmäßigern Betriebe anzuregen.

2) Daß sich die Ertragsabschätzung in die dunkle Zukunft verlor, war allerdings ein Fehlgriff; nicht viel besser ist jetzt die kurze Abfertigung des je nächsten Jahrzehndes.

Jede Waldschätzung müßte zwar in den völligen Normalzustand eingehen, aber nur anfänglich sondernd, später ganz summarisch.

3) Zu hohe Etatisirung, in Folge zu hoch gestellter Ansprüche. Dies ist ein Fehler, den fast alle Schätzungen theilten, und vor dem der Erfahrene nicht genug warnen kann. Er entspringt aus dem Vertrauen des Theoretikers in seine Kunst, das auch oft den Praktiker mit hinreißt, sich in Voraussetzungen zu versteigen, die weder der Waldbestand, noch die Walderziehung erfüllen können. Das Fachwerk hat jedoch überall Anker, um sich gegen diese Gefahren zu sichern, während die anhaltlosen Etatsformeln untergehen.

4) Zudem werden nicht selten einer ganz unnöthigen, oft sogar nachtheiligen Gleichmäßigkeit in Bestandesform und Alter große, unverantwortliche Opfer gebracht; ein Fehler der gehaltlosen Papierfachwerke aus den Händen umsichtsloser Theoretiker.

5) Schwierigkeit in Einhaltung des Wirthschaftsplanes. Dieser Vorwurf trifft einerseits die Anordnung und andrerseits die Ausführung des Betriebes. Ist der Forstordner ein Meister im Forstbetriebe, so erscheint ihm die schwierigste Wirthschaftsaufgabe leicht; ist der Wirthschafter kein Meister, so fällt ihm auch das Leichteste schwer. Die besten Forsteinrichtungen scheitern oft an Ungeschicklichkeit; man taxire daher vor Allem sein Wirthschafts-Personale. Fehlt es freilich dem Taxator selbst an Wirthschafts-Praxis und forstlichem Scharfblick, so werden oft theoretische Anordnungen getroffen, die auch der Geschickteste nicht ausführen kann.

6) Mangelhafte Betriebsanordnungen sind ein nur zu gewöhnlicher Fehler des Fachwerkes, von dem sich die summarische Abschätzung ganz lossagt. Und wenn auch der geschickteste und erfahrenste Forstmann zur Gründung des Betriebsplanes berufen wird, so hält sich die weitere Vollführung der Taxation doch selten ganz frei von solchen Mißständen, besonders bei Einrichtung der kurzen Schutzhiebsfolgen, welche der gewöhn-

lichen Ertragsberechnung eine so mühsame Detailtheilung verursachen.

7) Keine Forstbetriebs-Einrichtung hat Dauer und Halt ohne eine der Bodenform angepaßte, fest begrenzte Ortsabtheilung, die dem ganzen Betriebe zum leitenden Rahmen dienen muß. Nicht selten finden sich die frühern Anordnungen noch brauchbar, aber man ist nicht mehr im Stande, ihre Gegenstände im Walde sicher abzugreifen. Die Meisten haben leider von der Nothwendigkeit einer geregelten Ortsabtheilung im Forsthaushalte noch keinen rechten Begriff.

8) Aus der festen Abtheilung jener umfänglichen Periodenschläge entspringen dagegen vielfache Übel. Ein solch' handwerksmäßiges Zusammenlegen ausgedehnter Abtriebsflächen führt zu großen Verlusten an der Holzausnutzung, Verwerthung und Abfuhre, zu schonungslosen Niederfällungen unreifer Hölzer, während man anderwärts die Überständigkeit einreißen läßt, so wie zu schutzlosen, höchst schwierigen und mißlichen Verjüngungen. Die dadurch verursachte große Ausbreitung der künftigen Altersstufen setzt die Wälder unnöthig in Gefahr vor brechenden Stürmen, auszehrenden Winden und verheerenden Insekten und nimmt den Nachkommen die Möglichkeit, durch kurze Schutzhiebsfolgen den vielfältigen Widerwärtigkeiten zu begegnen, so daß dann stets neue Unordnungen im Waldbestande einreißen können. Überdies hemmen die, solchen Schablonenwerken anklebenden stabilen Umtriebe jeden feinen Betrieb, der den zufälligen Umständen so unglaublich viel abzugewinnen vermag; kein örtliches Schlagbarkeitsalter, kein Bessergerathen und kein Mißrathen der Bestände kann recht verwendet werden; die wirthschaftliche Leitung des Nutzungszuwachses, diese so wichtige Aufgabe für jeden Forstordner und Forstwirth, ist mittels solcher Periodenzwinger auf immer in Fesseln geschlagen. Was läßt sich denken, und was werden die Nachkommen urtheilen über diese stabilen Umtriebszeiten, womit man den Wäldern ganzer Länderstrecken einerlei Lebensziel setzt, so wie über die permanenten Periodenbefestigungen, womit man die Waldwirthschaften einpfercht,

und über die Verhunzung der naturgemäßen Waldzustände auf Jahrhunderte? **Nur das räumliche Fachwerk muß fest bestehen; das zeitliche muß der Zeit gemäß durchaus beweglich bleiben!**

9) Übrigens fehlten auch alle Sonderabschätzungen mehr oder minder, daß sie ihre mühsam gewonnenen Aufnahmen nicht auch summarisch anwendeten zur bewährenden Vergleichung der Schätzungsergebnisse; daß sie ferner nur den Massenertrag und nicht die höchste Werthsnutzung zum Ziele ihrer Einrichtung nahmen, dabei nicht einmal die Größe des Waldvermögens mit dem Werthsnutzungs-Prozente darlegten, also bis jetzt selbstzufrieden auf dem halben Wege stehen blieben. In ihren sogenannten Hauungsplan-Karten wurden die Mängel des forstlichen Scharfblickes mit dem Pinsel gedeckt, und ihre Wirthschaftsvorschriften führten die Wirthschaftsbeamten von einer Verlegenheit in die andere. Dies und nichts Anderes sind die Ursachen, warum die Fachwerksmethode, welche unbedingt der größten Vollkommenheit fähig und zu jeder genauen Werthsbestimmung ganz unentbehrlich ist, in so gar übeln Ruf gerieth!

§. 467. Flächen-Kontrole.

Wenn man die Abnutzung und Wiederverjüngung des Waldes auf dessen Flächenausdehnung angemessen vertheilt und stets die Abtriebsfläche mit zur Richtschnur des Angriffs nimmt, ohne jedoch den Betrieb mittels fester Periodenschläge einzustallen: so ist die Nachhaltigkeit und Gleichmäßigkeit des Waldertrags und die Regelung des künftigen Waldzustandes auf das einfachste und vollkommenste gesichert und zugleich einer jeden Ertrags-Abschätzung und Entnehmung die haltbarste Grundlage gegeben. Zum Beweis diene nur Folgendes:

1) Die Waldbestandesfläche ist der Grundfaktor aller Forstertragsschätzungen. Bei jeder Ertragsberechnung multiplizirt man nämlich, sei es mittelbar oder unmittelbar, die Bestandesfläche F mit der wahrscheinlichen Ertragsgüte e und theilt das Produkt in die fraglichen Abtriebsjahre i. Die Grundformel aller Holzer-

tragsberechnungen ist mithin $\frac{F \times e}{i} = \frac{F}{i} \times e$ und beweis't schon an sich, daß jede Schätzung des jährlichen Waldertrags eine Flächentheilung zum Faktor hat und danach kontrolirt werden kann.

2) Nähme man die geschätzte Abtriebsmasse zum alleinigen Maßstab für den jährlichen Angriff: so befände man sich bis zum vollendeten Abtrieb eines jeden angehauenen Bestandes in gänzlicher Ungewißheit wegen des Erfolgs. Legt man aber die Schläge auch nach der Abtriebsfläche an und theilt sich von $\frac{F}{i} \times e$ den leicht meßbaren Faktor $\frac{F}{i}$ von Jahr zu Jahr erst ab: so werden dadurch sowohl die Schritte des Angriffs gesichert, als auch die Fehler der Ertragsschätzung zeitig zur Kenntniß gebracht. Es ist gewiß weit sicherer, den Ertrag nach seinen Faktoren zu nehmen, als im Ganzen. Folglich begründet die Flächentheilung auch die Ertragsentnehmung in jedem Bestande an sich.

3) In jedem Waldverbande soll aber nicht nur jetzt ein ziemlich gleichmäßiger Ertrag gewonnen, sondern es soll auch für die Zukunft ein völlig geordneter Waldzustand hergestellt werden. Dies bedingt, daß man für alle künftigen Zeiten jetzt schon verhältnißmäßige Waldflächen folgerecht verjüngt. Die Flächentheilung ist also auch der künftigen Waldordnung wegen unerläßlich.

4) Fände sich die Waldung in Alter und Folge durchgängig geregelt und in gleicher Güte: so triebe man alle Jahre den Flächentheil $\frac{F}{i}$ vom ältesten Bestande ab; gleiche Abtriebsflächen ergäben dann gleichen Ertrag. Hier begründete also die gleiche Flächeneintheilung ganz allein den gleichmäßigen Ertrag. Übrigens brauchte die Fläche nur für die Schlaghauungen eingetheilt zu werden; denn hiervon hängen auch alle Vor- und Nachhauungen ab. Diese sind im vorausgesetzten Normalzustande bei gleich geordneter Schlagfläche nicht minder gleich.

5) Ist der gegenwärtige Waldzustand noch unvollkommen, jedoch sogleich vereinbar mit der angenommenen Betriebsart: so kann und muß die Nachhaltigkeit und Gleichheit des Abtriebs ebenfalls mit gleicher Flächeneintheilung begründet werden, sobald es das Verhältniß der Altersklassen nur irgend gestattet, indem man hier ebenfalls den guten und schlechten Bestand gleichmäßig mit vertheilt und die Ertragsantheile aller Zeiten noch durch die Vor- und Nachhauungen ausgleicht. Nur die ersten Perioden können zuweilen wegen Mangels an schlagbarem Holzbestande noch nicht die volle Schlagfläche bekommen. Dem künftigen Umtrieb ersetzen dies jedoch die jetzigen, in solchem Falle mehr ausgedehnten Anwüchse, Schläge und Anbauflächen.

6) Selbst bei gänzlicher Unvollkommenheit und Unvereinbarkeit des vorhandenen Waldzustandes mit der neuen Betriebsart, müßte auch lange Zeit in dem ganzen Walde umher ausgehauen werden ohne eigentlichen Schlagbetrieb, wie bei Umformung des Plänterwaldes oder Mittelwaldes in Hochwald, ist die Flächeneintheilung als Basis des Betriebsplanes und zur Herstellung des vollkommenen Waldzustandes unbedingt nöthig. Denn die bloße Ertragsaufstellung gewährt niemals einen Überblick über den Waldzustand einer jeden Zeit; zudem kann Niemand geregelte Anhiebe nach der bloßen Abtriebsmasse anordnen oder anlegen.

Überdies besteht die Nothwendigkeit eines jährlich ganz gleichen Holzertrags nur in der Einbildung; sie ist sogar ganz unvereinbar mit dem Bedürfnisse, das selbst von den verschiedenen Holzsorten in dem einen Jahre mehr, in dem andern weniger verlangt, und nur ein vorsichtiges Zurathhalten der nöthigen Holzvorräthe gebietet.

7) Hierdurch ist nun genugsam erwiesen: daß eine gut angelegte Forstflächen-Kontrole nicht nur allen Forstertragsschätzungen, sondern auch jedem gleichmäßigen Abtriebe des vorhandenen Holzvorrathes und jeder künftigen Bestandesordnung zur Grundlage dienen muß; daß auch die Flächenantheile aller

Zeiten, bei vollkommenem und unvollkommenem Waldzustande, wo möglich gleich sein müssen. Aber ungebunden muß sich diese Flächenkontrole innerhalb einer festen Ortsabtheilung bewegen, geleitet nach dem zeitgemäßen Urtheile reiferer Erfahrung und besserer Einsicht. Sie muß dem ausübenden Forstwirthe stets zum offenkundigen Sicherungsmittel dienen, womit er seinen Forst pflichtgetreu auch gegen die Mißgriffe der Taxation überwacht.

§. 468. Flächeneintheilung nach der Ortsertragsfähigkeit für den einstigen Normalzustand.

Weil gleiche Bodenflächen von verschiedener Ertragsfähigkeit dereinst nicht gleiche Erträge abwerfen können, so scheint es, als wäre mit der gleichen Flächeneintheilung überhaupt ein gleicher Zukunftsertrag nicht zu begründen, und man müsse zu diesem Behufe allen Betriebsperioden eine gleiche Summe von Ertragsfähigkeit zutheilen. Fiele jedoch bei einer solchen Theilung in den einen Theil besserer, in den andern aber geringerer Standort mit verschiedener Abtriebsfläche: so könnte dies ebenfalls keine Gleichheit im Ertrage gewähren. Denn die Holzarten und Sorten, die Holzpreise und Löhne, ja selbst die Anbaukosten ergäben sich ganz verschieden, wie es z. B. der Fall sein würde auf einem Schlage von 30 Mg. mit 0,8 e gegen einen andern von 60 Mg. mit 0,4 e. In der Theorie müßten also alle künftigen Perioden nicht nur gleiche Schlagflächen bekommen, sondern in diesen müßten sich auch ganz gleiche Theile von einer jeden der vorhandenen Standortsklassen befinden.

Diese Eintheilung der verschiedenen Ortsgüten auf alle Perioden geschieht entweder genau, mittels Berechnung nach der geschätzten Ertragsfähigkeit, oder nur ungefähr, mittels gutachtlicher Verlegung der Abtriebsfläche einer jeden Periode in Besseres und Geringeres zugleich. Das letztere Verfahren erkennt der umsichtige Praktiker stets für zureichend, einmal, weil die Flächentheilung für jeden Betriebsverband selbstständig abgeschlossen wird, die Ertragsfähigkeit der demselben Betriebe zugewiesenen

Forstorte aber nicht leicht sehr bedeutende Abweichungen darbietet, und zweitens, weil es ihm ein Gewohntes und Leichtes ist, die Ausgleichung des wirklichen Ertrags von Jahr zu Jahr und von Periode zu Periode durch kleinere oder größere Schläge und durch die Vor- und Nachhauungen zu bewirken. Die genaue Eintheilung nach der Ertragsfähigkeit lassen wir dem Theoretiker. Denn in Erwägung, daß die wirkliche Ergiebigkeit der Holzbestände, schon wegen des mehr oder minder zufälligen Gerathens, mit dem geschätzten Normalertrage nie genau übereinstimmen kann; daß es zudem nicht möglich ist, den Normalertrag bloß mittels der, unserm Auge so verborgenen Ertragsfähigkeit genau zu schätzen und auf alle Zeiten gleich zu vertheilen; daß endlich diese Eintheilung keinen nähern Zweck hat, als der spätern Zukunft eine eingebildete Normalität zu vererben: dürften wir recht füglich diese Flächeneintheilung nach der geschätzten Ertragsfähigkeit, wo nicht sehr abweichende Standortsverschiedenheiten zusammengefaßt sind, jenen überflüssigen Büchergrübeleien zuzählen, die zu weiter nichts nützen, als den Nachkommen einen Beweis unserer Untüchtigkeit in der Praxis und unseres Mißtrauens in ihre Geschicklichkeit zu überliefern.

§. 469. Summarische Regelung des Massenvorrathes.

Findet die summarische Ertragsabschätzung den wirklichen Massenvorrath (wv) wie gewöhnlich kleiner, wohl auch größer, als den normalen (nv), und gedenkt sie denselben in einem solchen Falle nach und nach auf den normalen Stand zu versetzen: so bestimmt der Taxator die dazu geeignete Ausgleichungszeit (a) und berechnet dann, um wie viel der eben gefundene Ertragssatz inzwischen zu ermäßigen oder zu steigern wäre. Das hierzu dienende Rechnungs-Verfahren ändert sich nach den verschiedenen Abschätzungs-Methoden und scheidet die zwei Fälle:

wv ist entweder kleiner, oder größer als nv.

1) Regelungsweise der Zuwachsabschätzung

(§. 460.). Hier sei der gefundene wirkliche Zuwachs als Ertragssatz wz und der normale Zuwachs nz.

Erster Fall: wv < nv; mithin $\frac{nv - wv}{a}$ der für den Massenvorrath jährlich erforderliche Mehrungstheil. Um diesen hätte man den geschätzten Ertragssatz wz zu mindern. Der Regelungsangriff e stellte sich also

$$= wz - \frac{nv - wv}{a}$$

$$= \frac{wz \times a}{a} - \frac{nv - wv}{a}$$

$$= \frac{wz \times a}{a} - \frac{nv}{a} + \frac{wv}{a} \quad (\S.\ 35.\ 2.)$$

$$= \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a}.$$

Gesetzt, der Normalvorrath sei, wie in dem Beispiele §. 459, = 72720; der Normalzuwachs = 3040; der wirkliche Vorrath aber nur 60000 und der wirkliche Zuwachs = 2600, und es solle der Normalzustand innerhalb der ersten 50jährigen Umtriebszeit hergestellt werden: so ist der Ertragssatz

$$= \frac{(60000 + 2600 \times 50) - 72720}{50} = 2345.$$

Zweiter Fall: wv > nv; mithin $\frac{wv - nv}{a}$ der jährliche Minderungstheil des wirklichen Massenvorrathes; also der Regelungsangriff

$$e = wz + \frac{wv - nv}{a}$$

$$= \frac{wz \times a}{a} + \frac{wv}{a} - \frac{nv}{a}$$

$$= \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a}.$$

Wäre nun Normalvorrath und Normalzuwachs wie vor, der wirkliche Vorrath aber = 80000 und der wirkliche Zuwachs = 3400 : so ist der Ertragssatz

$$= \frac{(80000 + 3400 \times 50) - 72720}{50} = 3545.$$

Der so ausgeworfene Regelungsertrag befaßt freilich die

Zuwachstheile nicht mit, welche der Massenvorrath in der Zwischenzeit durch den schwächern Angriff gewinnt, oder durch den stärkern verliert. Man darf annehmen, daß dieselben sich wie die bezüglichen Massentheile verhalten, denen sie also entweder mit

$$+ \frac{nz - wz}{a}, \text{ oder mit } - \frac{wz - nz}{a}$$

noch zufallen, und zwar im 1. Jahre einfach, im 2. zweifach, im i. ifach. Der Regelungsangriff stellte sich mithin für jedes Jahr besonders, nämlich:

$$\text{I. Fall: } e = \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a} + \frac{nz - wz}{a} \times i;$$

$$\text{II. Fall: } e = \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a} - \frac{wz - nz}{a} \times i.$$

Leicht begreiflich zieht die Minderung des Ertragssatzes einen Zuwachsgewinn und die Mehrung desselben einen Zuwachsverlust am Massenvorrathe nach sich; daher die entgegengesetzten Zeichen der Zuwachstheile.

Für den Beginn des zweiten Jahrzwanzigts, also für das 21. Jahr wäre demnach, das obige Beispiel beibehalten, der Ertragssatz:

$$\text{im I. Fall: } 2345 + \frac{3040 - 2600}{50} \times 21 = 2345 + 184{,}8 = 2529{,}8;$$

$$\text{im II. Fall: } 3545 - \frac{3400 - 3040}{50} \times 21 = 3545 - 151{,}2 = 3393{,}8.$$

Würde für jede Betriebsperiode anstatt der laufenden Wirthschaftsjahre i das Mitteljahr gesetzt, z. B.:

$$\text{für das 1. Jahrzehnd } i = \frac{(1 + 10) \times 5}{10} = 5{,}5,$$

$$\text{für das 2. Jahrzehnd } i = \frac{(11 + 20) \times 5}{10} = 15{,}5 \text{ u. s. w.:}$$

so ergäbe sich eine, die Rechnung erleichternde Gleichheit in den periodischen Jahresbeträgen. So wäre z. B. für den ersten Fall der mittlere Zusatztheil vom Zuwachsgewinn für die Jahre des 2. Jahrzehnds $= \frac{3040 - 2600}{50} \times 15{,}5 = 136{,}4$.

Diese Zuwachsausgleichungen haben jedoch zu unsichere und

veränderliche Grundlagen, um die Zuverlässigkeit ihrer Ergebnisse sonderlich empfehlen zu dürfen. Meist ist zu den dabei beabsichtigten Überschlägen schon der bloße Massentheil genügend. Wäre der Angriffssatz (e) gegeben und die Ausgleichungszeit (a) zu suchen, so würden die Gleichungen leicht danach einzurichten sein.

2) Regelungsweise der Prozentabschätzung (§. 461.). Das Nutzungs-Prozent von dem vorhandenen Massenvorrathe sei als Ertragssatz np.

Erster Fall: $wv < nv$; mithin während der Ausgleichungszeit jährlich zu erübrigen $\frac{nv - wv}{a}$; dies beträgt an Prozenten von wv, nach dem Ansatze:

$$wv : \frac{nv - wv}{a} = 100 : p,$$

$$\frac{(nv - wv) \times 100}{a \times wv}.$$

Das Regelungs-Prozent wäre also:

$$np - \frac{(nv - wv) \times 100}{a \times wv}.$$

Zweiter Fall: $wv > nv$; mithin jährlich mehr zu nehmen $\frac{wv - nv}{a}$; dies gäbe zum Regelungs-Prozent

$$np + \frac{(wv - nv) \times 100}{a \times wv}.$$

Behalten wir unsere Beispiele bei, so ist (nach §. 461. 2.) np $= 4{,}18$ und das Regelungsprozent demnach,

für den ersten Fall:

$$4{,}18 - \frac{(72720 - 60000) \times 100}{50 \times 60000} = 4{,}18 - 0{,}424 = 3{,}756;$$

für den zweiten Fall:

$$4{,}18 + \frac{(80000 - 72720) \times 100}{50 \times 80000} = 4{,}18 + 0{,}182 = 4{,}362.$$

Hiernach wäre der Ertragssatz im ersten Falle: $\frac{60000 \times 3{,}756}{100} = 2253{,}6$, und im zweiten Falle: $\frac{80000 \times 4{,}362}{100} = 3489{,}6$. Man könnte auch das Nutzungs-Prozent in den wirklichen Zuwachs

verwandeln und dann wie oben verfahren, besonders wenn die Zuwachstheile mit anzurechnen wären.

3) Regelungsweise der Durchschnittsabschätzung (§. 462. 1.). Es sei die wirkliche, nach wv berechnete Durchschnittsnutzung als Ertragssatz wd, der Normaldurchschnitt nd, das Umtriebsalter n und der normale Massenvorrath $nv = nd \times \frac{n}{2}$.

Erster Fall: $wv < nv$; mithin während der Ausgleichungszeit (a) jährlich weniger zu schlagen $\frac{nv - wv}{a}$; also der Regelungsangriff:

$$e = wd - \frac{nv - wv}{a}.$$

Setzen wir auch hier voraus, der Normalvorrath sei = 72720 und der wirkliche nur = 60000, so ist der Ertragssatz:

$$\frac{60000}{25} - \frac{72720 - 60000}{50} = 2400 - 254{,}4 = 2145{,}6.$$

Zweiter Fall: $wv > nv$; mithin jährlich $\frac{wv - nv}{a}$ mehr zu schlagen; also der Regelungsangriff

$$e = wd + \frac{wv - nv}{a}.$$

Unser obiges Beispiel beibehaltend, wäre für diesen Fall der Ertragssatz:

$$\frac{80000}{25} + \frac{80000 - 72720}{50} = 3200 + 145{,}6 = 3345{,}6.$$

In diesen Formeln findet sich viele Übereinstimmung. Ist der wirkliche Massenvorrath kleiner, als der normale: so wird der Ausgleichungstheil subtrahirt; im Gegensatze, addirt. Die Ausgleichungszeit will man gewöhnlich, wie wir auch in unserem Beispiele vorausgesetzt haben, der Umtriebszeit gleich setzen; mehr haben jedoch die Werthsnutzungs-Prozente und das Bedürfniß darüber zu entscheiden. Überhaupt möchte der Fall sehr selten sein, wo ein doch nur in der Idee beruhender Normalvorrath durch Schmälerung des Nachhaltsertrags und mit Beeinträchtigung des gewohnten Einkommens aufgespart werden dürfte, und dann

würde der Taxator viel sicherer gehen, dies vermeintliche Wiederaufforsten durch eine recht kluge Leitung des Zuwachses einzurichten, wozu aber nur das Fachwerk geeignete Mittel und Wege darbietet.

Die summarischen Regelungen des Massenvorrathes sind viel zu oberflächlich und durchaus nicht geeignet, den Normalzustand eines Waldes sicher zu umfassen. Einigen Vorzug verdient indeß doch die auf den wirklichen Zuwachs gegründete Formel wegen ihrer Brauchbarkeit bei der Fachwerksabschätzung; deßhalb haben wir sie auch etwas ausführlicher behandelt.

§. 470. Erzielung des Waldnormal-Zustandes.

Das weitere Ziel einer jeden Forstbetriebseinrichtung und Ertragsabschätzung ist die wirthschaftliche Herstellung des Waldnormal-Zustandes zum Nutzen der Zukunft, ohne Opfer der Gegenwart. Dieser Vollkommenheits-Zustand beruht theils in dem gesammten Waldvermögen, theils in dem geordneten Waldzustande.

1) An dem gesammten Waldvermögen versuchten wir so eben die summarische Regelung, fanden jedoch, daß es derselben an zureichendem Grunde fehlt, und sich kein Waldeigenthümer auf das verlangte Zurücklegen vom gewohnten und wirklich fälligen Ertrage ohne sichere Gewähr einläßt. Im Fachwerk ist es weit leichter, mittels kluger Anordnungen und gut berechneter Kunstgriffe, die Waldzustände aller Orte und Zeiten gleichsam durch sich selbst zu heben und der Zeitfolge nach ganz ausführlich darzulegen, wie sich das Waldvermögen seiner Vollkommenheit von Stufe zu Stufe nähert. Hierbei findet der Taxator auch manche Mittel, an dem vermeintlichen normalen Massenvorrathe noch Vieles zu ermäßigen, mit einem bedeutend kleinern Waldkapitale die vollkommenen Walderträge zu gewinnen und dadurch die Waldnutzungs-Prozente mehr und mehr zu heben.

2) Die forstmäßige Ordnung des Waldzustandes, welche der gute Forstwirth unerläßlich fordert, der Etatsformler aber ganz unbeachtet läßt, kann nur durch die Fachwerkseinrich-

tung ermöglicht werden, mittels eines gut angelegten Betriebsplanes, nach welchem von Periode zu Periode die verhältnißmäßige Waldfläche dermaßen verjüngt wird, daß der Zukunft alle Altersklassen an innerer Vollständigkeit, äußerer Ausdehnung und geregelter Reihefolge vollkommen überliefert werden.

3) Bis jetzt war freilich die Fachwerksabschätzung noch viel zu sehr in ihren Einzelheiten befangen, um nach den gegenwärtigen und künftigen Gesammtzuständen des Waldes recht zu fragen; sie begnügte sich meist mit ihren Periodenzwingern und legte nicht weiter dar, wie dereinst die Waldvollkommenheit erzielt werde, dachte auch eben so wenig daran, sich nebenbei, wenn nur versuchsweise, der summarischen Regelung ihrer Massenvorräthe zu bedienen, oder von der Nutzung des Waldkapitales Rechenschaft zu geben, obschon ihr alle dazu erforderlichen Materialien ganz offen in der Hand lagen.

§. 471. Anwendbarkeit der verschiedenen Abschätzungs-Methoden.

Von obigen fünf verschiedenen Abschätzungs-Methoden hat eine jede ihre besondere Anwendbarkeit, bedingt von dem Waldzustande, den Schätzungsmitteln, und dem Schätzungszwecke. Lassen wir hier die Einrichtung des Wirthschaftsbetriebes als Hauptzweck gelten und beziehen wir uns bloß nebenher auf die nur selten mangelnden Mittel: so dürften sich an die Waldzustände des schlagweisen Betriebs folgende Urtheile reihen.

1) Ziemlich geregelter Waldzustand; einfacher Abtrieb: Hier genügt der Betriebsplan mit summarischer Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen. Der vorläufig aufgestellte Ertragssatz würde im Laufe der Zeit nach der wirklichen Ergiebigkeit aller nachgemessenen Abtriebsflächen berichtigt.

2) Minder regelmäßiger Waldzustand, bedeutende Lücken in den Altersklassen, jedoch ohne verwickelten Zwischen- und Umwandlungsbetrieb: Fachwerksabschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

3) Ganz unregelmäßiger Waldzustand mit verwickeltem Be-

triebe und künstlichen Aushülfsmitteln, aber noch zur planmäßigen Einrichtung geeignet: Fachwerksabschätzung nach Sondererträgen.

4) Höchst ordnungsloser Waldzustand, worin dermalen weder eine bestimmte Schlagführung, noch ein fester Betriebsplan Statt finden kann; nicht minder im bleibenden Plänterwalde: Summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

5) Zu bloßen Ertragsüberschlägen dient die reale oder auch progressionale Durchschnittsnutzung, wenn man nicht vorzieht, die Erträge der nächsten Abtriebe besonders zu schätzen.

Diese verschiedenen Methoden können in demselben Forste recht füglich neben und hinter einander angewendet werden, je nachdem der Betrieb eben mehr oder weniger Anhalt bedarf. Nur muß eine und dieselbe Übersichts- und Nachweisungs-Form die Ergebnisse von allen zusammen paßlich aufnehmen.

§. 472. Gelegentlicher Waldnutzungs-Betrieb.

Handelt es sich eben nicht um Regelung des künftigen Waldangriffs mit Herstellung eines forstmäßigen Altersklassen-Verhältnisses, und will man einem Waldgute, als Kapital betrachtet, nur die höchsten Zinsen abgewinnen, ohne eben ein jährlich gleiches Einkommen zu verlangen: so ist jeder ausführliche Betriebsplan und jede umfassende Ertragsabschätzung entbehrlich. Man führt in diesem Falle einen zeitgemäßen, freien Nutzungsbetrieb, bloß und allein nach Maßgabe der sich darbietenden Verkaufsgelegenheiten und der von Zeit zu Zeit in den nutzbaren Hölzern zu untersuchenden Werthszunahme-Prozente. Nachfrage und Zinsfuß bestimmen dabei die Haubarkeit. Alle Bäume und Bestände, welche die erforderliche Werthszunahme nicht mehr gewähren, fallen der Nutzung anheim, so weit sich eben ein guter Käufer findet, wofern es die Nachzucht nur irgend gestattet.

Diese Nutzungsweise wird einerseits durch rasche Verjüngung, pflegliche Durchforstung und Erziehung der gesuchtesten Holzsorten mit Gewinnung aller Nebennutzungen, andrerseits durch Erzielung aller zeitlichen Verkaufsvortheile höchst einträglich. In den kleineren Privatwald-Wirthschaften kann man von diesem freien, in Zwischenzeiten auch auszusetzenden Nutzungsbetriebe den besten

Gebrauch machen; die Ermittelung des Werthszunahme-Prozentes kann einem jeden Holzförster mechanisch angelernt werden.

§. 473. Unerläßliche Leistungen einer jeden Waldtaxation.

Eine jede Forstertrags-Abschätzung, hat sie zumal die Einrichtung des Betriebs zum hauptsächlichen Zwecke, sollte in ihren Leistungen durchaus folgende Anforderungen befriedigen:

1) Zureichende Aufnahme aller Ertragsquellen, welche entspringen aus der Größe und Beschaffenheit des Standortes und Bestandes und aus allen, das Einkommen weiter bedingenden äußern Besitz-, Absatz- und ändern Nutzungs-Verhältnissen.

2) Aufstellung eines meisterhaften, den Forstverhältnissen durchaus entsprechenden Betriebsplanes zur Ertragserzeugung und Entnehmung an allen Orten und zu allen Zeiten.

3) Herbeiziehung aller thulichen Wirthschaftskunstgriffe, um für jede Zeit den werthvollesten Ertrag zu erzielen, ohne einen unnöthig großen, gefährdeten Massenvorrath.

4) Darlegung der Werthszunahme-Prozente jeder ältern Bestandesklasse und der Werthsnutzungs-Prozente jedes Waldverbandes.

5) Rasche, sichere und gewinnbringende Vervollkommnung des vorgefundenen Waldzustandes, so daß während der gegebenen Einrichtungszeit allerwärts die angemessenste Waldgattung mit folgerechter Altersabstufung in wohlgeschlossenen kräftigen Wüchsen entstehe.

6) Auswahl der leichtesten Mittel und Wege zur Verbesserung und Unterhaltung des Waldes, so wie der geeignetsten Maßregeln zur Sparung aller unnöthigen Waldnutzungskosten.

§. 474. Hauptregeln für jede Waldtaxation an sich.

An sich selbst hätte jede Waldtaxation folgende allgemeinen Anforderungen zu erfüllen:

1) Das Verfahren, sowohl bei der Ermittelung, als bei der Regelung, muß nicht nur zweckmäßig, sondern auch einfach und leicht, hinlänglich genau und sicher sein.

2) Die Betriebseinrichtung soll nur Feststehendes zur Grundlage nehmen, und zwar nie etwas Anderes, als die stets verbleibende Abtheilung der Forstorte mit Bestimmung der Betriebsperioden, Betriebsarten, Waldverbände und einstigen Hiebsfolgen; in keinem Falle darf sie ungewisse oder veränderliche Dinge, wie die Umtriebszeiten und Periodenstallungen, Ertragstafeln und Etatsformeln, als Hauptfundamente gebrauchen.

3) Alle Anordnungen müssen den Forstverhältnissen, der örtlichen Erfahrung und der Wissenschaft entsprechen, ohne den künftigen Betrieb in zeitgemäßer Begegnung unerwarteter Ereignisse und in freier Benutzung besserer Einsicht nur irgend zu beschränken. Kein Versehen der Forsttaxation darf auf die Forstwirthschaft dauernden Einfluß haben können.

4) Die ertheilten Vorschriften müssen kurz und verständlich sein, sich nur auf das Nothwendige beschränken und für alle Betriebs- und Abschätzungsarten unbedingt einerlei Form haben. Alle dazu gehörigen Übersichten sind auf handliche Bogengröße zu beschränken.

5) Jede von der Zeit herbeigeführte Abweichung des Betriebes muß durch die leichtesten Mittel wieder eingerichtet werden können, ohne daß die festen Grundlagen im Forste eine wesentliche Veränderung erleiden.

6) Die ganze Forsttaxation muß wenig kosten, wo möglich fortdauernd bestehen, eine wandernde Unterrichtsanstalt sein und die Wirthschaft aller Zeiten sinnig beleben.

Dies sind die Hauptbedingungen, welche man jeder Forsteinrichtung stellen sollte; wir haben uns stets bestrebt, sie in Theorie und Praxis nach Möglichkeit zu erfüllen, und nur wo die Verwaltung nicht in den Geist der Einrichtung eingehen konnte, waren wir es nicht im Stande.

IV. Waldwerthschätzung.

§. 475. Zwecke der Waldwerthschätzung.

Die Waldwerthschätzung hat den Zweck, den Geldwerth irgend eines Waldeigenthums zu bestimmen. Dieser kann in mehrfacher Beziehung zur Frage kommen, theils und vorzugsweise wegen Kauf, Tausch, Erbschaft u. s. w., theils zum Behufe von Expropriationen, theils endlich zur Feststellung des Schadensersatzes bei Holzentwendungen und Beschädigungen. Obschon die Waldwerthschätzung in allen diesen Fällen von denselben allgemeinen Grundsätzen ausgeht, so modifizirt sich dennoch das Verfahren einigermaßen nach dem Zwecke; wir werden daher einer gesonderten Betrachtung unterwerfen:

1) die eigentliche Waldwerthschätzung im engeren Sinne;
2) die Expropriation von Waldeigenthum;
3) die Schätzung des Schadensersatzes bei Holzentwendungen und Beschädigungen.

Daran reihen wir noch:

4) die Werthschätzung von Jagden, und
5) die Schätzung des Wildschadens.

1. Waldwerthschätzung im engeren Sinne.

§. 476. Grundlagen der Waldwerthschätzung.

Der Waldwerth wird zunächst durch die Benutzung des Waldvermögens bedingt; diese begründet den zu erwartenden Waldertrag und ist daher der wesentlichste Gegenstand jeder Waldwerthschätzung; nach ihr basirt sich der Waldwerth, wie nach den Zinsen das Kapital. Obgleich nun der Waldertrag vorzugsweis ein Ausfluß des Waldvermögens an sich ist, so hängt er doch nicht von diesem allein ab, sondern wird auch noch von manchen zufälligen Umständen und persönlichen Zwecken mit bestimmt; daher kann es auch in keinem Falle einen unbedingten Waldwerth geben.

Die zufälligen Umstände beherrschen den Werth des

Geldes an sich, die Absetzbarkeit und den Preis der Walderzeugnisse, die Sicherheit des Holzvorrathes und aller andern Faktoren des Waldwerthes mehr oder minder. Die persönlichen Zwecke machen bald den Geldbesitz, bald den Waldbesitz werthvoller und annehmlicher; sie rufen hier die Nothwendigkeit, dort die bloße Neigung hervor, eine Waldung in dieser oder jener Art zu benutzen, ein Waldeigenthum zu erwerben, oder zu veräußern. Auf diese gar mannigfaltigen Verschiedenheiten, welche sich meist in Zahlen gar nicht darstellen lassen, kann der Schätzer keineswegs einzeln eingehen; aber eben darum darf er sich auch nicht mit einem einseitig bedingten Waldwerth begnügen (§. 132.).

Jede Waldwerthschätzung muß auf einem festen Fundamente beruhen und dabei das mehr Zufällige und Persönliche bloß als Nebensache den wesentlichen Werthsverhältnissen mit anpassen, so daß ein jeder der Betheiligten zur Kenntniß des ihn besonders angehenden Werthes gelange. Dieses Fundament bedarf:

a) eine genaue Ermittelung und Erörterung aller Werthsfaktoren;
b) die Feststellung der eigentlichen Werthsobjekte, nach ihrem Gehalte und ihren Werthsverhältnissen, und
c) die Aufstellung eines angemessenen Nutzungsplanes.

Darauf stützt sich endlich

d) die eigentliche Werthsberechnung, welche entweder in's Einzelne eingeht, oder auch wohl unter Umständen sich mit summarischer Veranschlagung begnügt.

a. Werthsfaktoren.

§. 477. Grundbesitz.

Vor Allem hat man die Verhältnisse des **Grundbesitzes**, dessen Beziehungen zum Nachbarbesitz, die nutzbaren **Forstgerechtsamen** und lastenden **Dienstbarkeiten** aller Art mit dem vom Frevel zu befürchtenden Verluste, hauptsächlich auch die etwaigen **Beschränkungen der Eigenthumsfreiheit** als wesentliche Faktoren des Waldwerthes zu erforschen und aufzunehmen. Zudem ist die **Begrenzung**, **Figur** und **Grundfläche** sowohl von dem Ganzen, als auch von allen Verschieden-

heiten des Grundes und Bodens, des Holzbestandes und der Nebenstücke, selbst vom Bereiche der äußern und innern Grundberechtigungen so genau zu ermitteln, als es der gegebene Zweck bedingt. Besonders wo es sich um Walderwerbung handelt, darf man weder die vorgelegten Karten und Flächengehaltsnachweisungen, noch die angegebenen Grenzen ohne Weiteres als richtig und unbestreitbar annehmen; nicht minder hat man das Eigenthums- und Dispositionsrecht des Veräußerers, so wie den etwaigen hypothekarischen Verband des Erwerbungsgegenstandes genau zu erfragen.

§. 478. Standort.

Von jedem näher abgetheilten Forstorte erhebt und beschreibt man die natürliche Beschaffenheit nach Lage, Boden und Ortsgüte, nicht nur in Bezug auf Waldwirthschaft, sondern auch für den etwa möglichen Acker- und Wiesenbau, oder zu sonstigen Zwecken, und zwar mit näherer Angabe der örtlichen Umstände, namentlich der Belegenheit an Ortschaften, Holzungen, Fluren, so wie mit Andeutungen der angemessenen Holzzucht oder anderartigen Benutzungsweisen. Dazu wirft man noch die durchschnittliche Ortsgüte vom Ganzen aus und bestimmt vorläufig den allgemeinen Bodenwerth.

§. 479. Waldbestand.

Von jeder weiter geschiedenen Bestandesabtheilung ist, außer der besondern Ortsgüte nebst Bodenzustand, aufzunehmen: die Bestandesform, das Alter, die Stammgröße, die Stellung und das Wachsthum, mit der Bestandesgüte an Massengehalt und Zuwachsbetrag nebst geeigneten Betriebsvorschlägen. Hiernach wird vom Ganzen der aufbereitbare Holzvorrath ohne alle weitere Berücksichtigung der Absetzbarkeit ausgeworfen nach den in der Gegend gangbaren Nutz- und Brennholzsorten von verschiedener Form und Güte. Ebenso auch der laufende Jahreszuwachs. Dabei ist die Schätzung der Nebennutzungen von dem Holzbestande und Waldboden, so wie der besondern Nebengrundstücke, nicht zu unterlassen.

§. 480. Absatzverhältnisse.

Weiter hat man sich in Kenntniß zu setzen von allen äußern Verhältnissen, welche im Verkehr auf den örtlichen Werth des Bodens und Bestandes und deren Erzeugnisse wesentlichen Einfluß haben. Sie werden bedingt von der Concurrenz der Nachbarwaldungen, der Holzein- und Ausfuhr; Wegsamkeit der Gegend; von dem Nahrungsstande, Verbrauche und Begehr der Anwohner; von der Absetzbarkeit der rohen Forst- und Landerzeugnisse, nebst den fraglichen Preisen, Arbeitslöhnen u. s. w. im ganzen Absatzbereiche des Forstes.

§. 481. Nutzungsverhältnisse.

Nächstdem wären alle, theils für den Waldbesitzer, theils für einen jeden betheiligten Dritten mehr oder minder zweckdienlichen Personalverhältnisse auszukundschaften. Diese beziehen sich hauptsächlich auf folgende Gegenstände: Die seitherige Benutzung und die etwaigen Verkaufszwecke von Seiten des Besitzers; die nähern oder entferntern Nutzungszwecke eines jeden der etwaigen Bewerber; die Thulichkeit der Waldzerschlagung; die Erzielung des größten Holz- und Werthsertrages, oder des höchsten Geld- und Zinsengewinnes bei fortgesetztem Waldbetriebe; die Sicherung des stehenden Holzvorrathes gegen jede Gefahr; die Ergänzung irgend eines andern Wirthschaftsverbandes; anderartiger Gebrauch zu Ackerbau oder Viehzucht und dergleichen; Selbstverwaltung und Leitung des Wirthschaftsbetriebes, oder irgend ein anderes, besondern Vortheil darbietendes Vorhaben.

§. 482. Verwerthungs-Zinsfuß.

Der den Waldwerth bedingende Zinsfuß ist manchen Zufälligkeiten unterworfen und weicht mehr oder minder von dem gemeinüblichen oder demjenigen Zinsfuße ab, der dem täglichen Verkehre zur maßgebenden Richtschnur dient und sich bei gerichtlich verbrieften Darlehen am sichersten zu erkennen giebt. Folgende Werthsverhältnisse begründen diese Abweichnngen mehr oder minder:

1) Vorzüge des Waldbesitzes an sich. Das Waldkapital steht offenbar sicherer, als jedes gewöhnliche Darlehen, besonders wenn es an wirksamen Maßregeln nicht mangelt zur Steuerung des verderblichen Waldfrevels. Zudem kann der Waldbesitzer seine Nutzungsbeträge leichter voraus entnehmen, als der Kapitalist seine Zinsenbezüge, auch auf die Steigung der Waldpreise mehr rechnen, wogegen der herrschende Zinsfuß wohl eher sinkt. Freilich ist die Umsetzung großer Waldgüter in bares Geld nicht so leicht zu ermöglichen, zumal nach dem unbedingten Gehaltswerthe.

2) Als örtliche Umstände, die auf den Waldwerth besondern Einfluß haben, machen sich geltend:

a) der bei ähnlichen Grundanschlägen in der Gegend übliche Zinsfuß;
b) der Begehr nach Grundbesitz;
c) die etwaige Beschränkung des Waldeigenthums durch Landesgesetze, Grundberechtigungen u. dergl. m.;
d) die Belegenheit des fraglichen Waldgutes, sofern dasselbe ein anderes Besitzthum mehr ergänzen und vervollkommnen kann, oder andere Vortheile darbietet.

3) Zufällige Umstände bestimmen bald den Käufer, bald den Verkäufer, einen höhern oder niedrigern Zinsfuß anzunehmen. So sucht der Käufer einen höhern Zinsfuß und dadurch einen niedrigern Kaufpreis zu gewinnen, wenn der Verkäufer in Geldverlegenheit ist und verkaufen muß, oder wegen besonderer Gefahr oder Unannehmlichkeit gern verkaufen will; auch wenn sich für das Grundstück eben ein anderer Bewerber nicht findet, vielleicht, weil es zu groß oder zu klein, oder zu entlegen ist, oder weil die gestellten Kaufbedingungen nicht annehmlich sind u. s. w. Der Verkäufer macht dagegen einen niedrigern Zinsfuß geltend, wenn er eben nicht zu verkaufen gedenkt, mehr nach Gewinn trachtet, das fragliche Eigenthum aus besonderer Vorliebe oder wegen eines anderweitigen Gebrauches werther hält; auch wenn sich mehr Käufer einfinden, zumal solche, die ihr Besitzthum ergänzen, ihre Wirthschaft erweitern, ihre baren Gelder

gern anlegen wollen u. s. w. Zudem nimmt wohl auch Mancher an, daß ein reger, feiner Betrieb noch Nutzungsquellen eröffnen und Vortheile hervorsuchen könne, die der Schätzer zu erforschen gar nicht im Stande sei.

Den durch die Summe aller eben beitragenden Werthsverhältnisse bedingten Zinsfuß, zur entsprechenden Verwerthung des Waldes, nennen wir Verwerthungs-Zinsfuß.

§. 483. Waldpreise.

Der örtliche Werth und die Preise aller Walderzeugnisse an Bau-, Werk- und Kleinnutzhölzern, an Brennhölzern in Spalt- und Knüppelscheiten, Reisig und Stöcken jeder vorkommenden Werthsgattung, so wie an Nebennutzungen aller Art, müssen zum Behufe der Werthsschätzung genau ermittelt werden. Hierbei darf man aber nicht bloß nach den bestehenden, öfters aus einem umsichtslosen Vertriebe hervorgegangenen Preisen allein fragen, besonders wo noch feste Taxen Statt fanden; nicht selten verspricht auch die nächste Zukunft bedeutend höhere Preise.

Mit den Waldpreisen stehen die Bereitungskosten der Walderzeugnisse in enger Beziehung, und diese werden wieder bedingt von den Arbeitslöhnen der Gegend. Man nimmt davon selbst die üblichen nicht ohne nähere Prüfung an und rechnet sie in der Regel als bloßen Verlag sogleich von den Verkaufspreisen ab.

Wichtig ist die Untersuchung der wirklich Statt findenden Absetzbarkeit und Verkäuflichkeit, sowohl überhaupt, als in Bezug auf besondere Sorten. Derjenige würde sich sehr irren, der einen bedeutenden Massenvorrath, zumal in waldreichen Gegenden, entfernt von Flüssen und Straßen, sogleich ausnutzen und zu Gelde machen wollte. Es giebt Wälder, wo auch nicht das Geringste mehr abgesetzt werden kann, nämlich um gute Preise, als was die seitherige Abgabe beträgt, und wo also der überschüssige Nutzungstheil von Boden und Massenvorrath ein mehr oder minder unverwerthbares Kapital ist, wofern nicht erst neue Absatzwege eröffnet werden.

§. 484. Waldnutzungskosten.

Weiter ist aller Kostenaufwand, welcher mit dem Besitze und Wirthschaftsbetriebe eines nutzbaren Waldgutes ständig verbunden ist, genau zu erörtern, nämlich:

1) Die Entrichtung an Steuern und andern Grundabgaben, an Nutznießungen und andern Bezügen, in barem Gelde oder Erzeugnissen. Füglicherweise wäre hier der Verlust durch Waldfrevel mit in Rechnung zu stellen, so weit die Ertragsabschätzung diesen Betrag nicht unmittelbar ausscheidet.

2) Die Unterhaltungskosten, welche der Holzanbau, der Wege- und Brückenbau, die Sicherung der Grenzen und überhaupt die ganze Waldpflege in Anspruch nimmt.

3) Die Verwaltungskosten an Geld- und Naturalbezügen der Waldaufseher und Wirthschafter, der Kassenverwaltung und Forstüberwachung.

4) Die Zinsen von dem Betriebskapitale zum Verlag der Bereitungs- und anderer Nutzungskosten, welche der Verkaufspreis unmittelbar wieder ersetzt; so auch zu etwaigen Vorschüssen an Unterhaltungs- und Verwaltungskosten. Zu diesen Zinsen kann auch der Verlust an nicht pünktlich eingehenden Geldern gerechnet werden, so wie jede andere noch mögliche Einbuße.

b. Werthsobjekte.

§. 485. Im Allgemeinen.

Die eigentlichen Werthsobjekte bei der Waldwerthschätzung sind: der Boden, der Holzbestand und die Nebennutzungen. Sie kommen entweder einzeln oder in ihrem Gesammtresultate, als Waldrente, zur Frage, und ihre Werthsverhältnisse modifiziren sich einigermaßen, je nachdem es sich um die Werthsschätzung einzelner Waldgrundstücke oder ganzer Wirthschaftswaldungen handelt. Wir schicken daher zuvörderst die erforderlichen Erläuterungen und Betrachtungen über die Werthsobjekte an sich und ihre Verhältnisse voraus.

§. 486. Waldbodenwerthe.

Der Werth des bloßen Waldbodens an sich hängt hauptsächlich von der eigenthümlichen Gebrauchsfähigkeit und der guten Belegenheit ab.

1) Man kann den Boden eintheilen in unbedingtes und bedingtes Waldland, bedingtes und unbedingtes Fruchtland. Jenem entspricht der forstliche, diesem der landwirthschaftliche Bodenwerth.

a) Als unbedingtes oder natürliches Waldland ist derselbe nichts Anderes zu tragen fähig, als Holzwuchs, und insofern giebt ihm die Holzzucht allein einen Werth.

b) Das bedingte Waldland könnte wohl Feldfrüchte tragen, liegt jedoch der Landwirthschaft zu wenig an der Hand, um von dieser anders benutzt werden zu können, als etwa zur Waldverjüngungszeit mit Zwischenfruchtbau ohne weitere Düngung.

c) Das bedingte Fruchtland giebt nach der Waldrodung ganz arme Außenfelder, denen nicht genug künstliche Düngung zugewendet werden kann, und die man deßhalb zu Zeiten wieder durch Holzzucht von neuem bereichern muß.

d) Das unbedingte Fruchtland kann wegen seiner Güte und Belegenheit nach der Rodung ununterbrochen zu landwirthschaftlichen Zwecken selbstständig dienen.

2) Landwirthschaftlicher Bodenwerth. Der unbedingte Waldboden muß Waldland bleiben; der bedingte nur so lange, als ihn die Bevölkerung nicht zu Fruchtbau in Anspruch nimmt; von beiden Bodengattungen könnte der landwirthschaftliche Werth bloß nach dem meist niedrigern Weidewerthe geschätzt werden. Der zu bedingtem und zu unbedingtem Fruchtbau geeignete Waldboden tritt nach der Rodung, welche sich oft schon durch die Wurzeln und die natürliche Düngung bezahlt macht, in den meist höhern Werth gleich guter und gleich belegener Feldgrundstücke, deren ortsüblichen Preise nach andern Verkäufen leicht zu bestimmen sind. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß jedes größere Feilgebot von Neuland diese Preise

herunterdrückt, auch daß hier und da eine eigenmächtige Verwandlung des Waldlandes polizeilichen und privatrechtlichen Einsprüchen begegnet.

3) Der forstliche Bodenwerth entspringt aus der Benutzung zur Holzzucht; er kommt vorzugsweise zur Frage, wenn es sich um die Acquisition 2c. von geringen Fruchtländern, Waldblößen und Weideflächen handelt, oder überhaupt, wenn der von der Bewaldung unbestockten Waldgrundes zu erwartende Gewinn bestimmt werden soll. Dieser Bewaldungswerth ergiebt sich im Jetztwerthe der künftigen Holz- und Nebennutzungen, nach Abzug des gleichzeitigen Kostenaufwandes *). Wir haben bereits in §. 126. ein erläuterndes Beispiel zu einer solchen forstlichen Bodenwerthsberechnung gegeben; stellt sich der entzifferte Bodenwerth über den Kaufpreis, so ist der Überschuß Unternehmungsgewinn und kann in Prozenten angeschlagen werden. Betrüge z. B. der Kaufpreis sammt den Anbaukosten, den kapitalisirten Steuern und sonstigen Nutzungskosten 12 Thlr., und böte die fragliche Bewaldung einen mit 4 pCt. diskontirten Jetztwerth von 15 Thlr.: so gingen davon die 4prozentigen Zinsen (nach $100 : 4 = 15 : x) = \frac{4 \times 15}{100} = \frac{6}{10}$ auf jene 12 Thaler Erwerbungsaufwand über. Diese wären somit (nach $12 : \frac{6}{10} = 100 : p$) zu $\frac{6 \times 100}{10 \times 12} = 5$ pCt. angelegt, was sich auch aus $12 : 15 = 4 : x$ unmittelbar ergiebt. Die stark entstehenden Holzgattungen, welche nicht viel über 40 Jahre zu wachsen brauchen, bieten meist einen nicht unansehnlichen Bewaldungsgewinn.

4) In der Regel stellt sich der landwirthschaftliche Werth von geringem, oft ganz entlegenem Waldboden, wegen dessen minderer Ergiebigkeit bei unerschwinglichem Arbeits- und Düngeraufwande, sehr niedrig, und äußert sich nach demselben irgendwo ein größerer Begehr, so entspringt daraus meist Nachtheil;

*) Unter Umständen kann auch wohl noch die durch den Holzanbau Statt findende Bodenbereicherung in Anrechnung kommen.

denn sobald die natürliche Düngkraft des Neulandes ausgebaut ist und das Waldstreusammeln nicht freigegeben wird, verwandelt sich der eingebildete Nutzen in beklagenswerthen Schaden.

§. 487. Holzbestandeswerthe.

Die vorfindliche Holzbestandesmasse einer Waldung hat nach Umständen sehr verschiedene Werthe; wir heben davon als hauptsächlich den Gehaltswerth, Absatzwerth und Nachhaltswerth aus.

1) Der Gehaltswerth umfaßt den zeitlichen Werth des ganzen Holzvorrathes, ohne Rücksicht auf dessen Absetzbarkeit; man berechnet ihn nach der Summe einer jeden vorhandenen Werthssorte und dem ihr zukommenden Waldpreise. Diese Rechnung läßt sich vereinfachen mittels geeigneter Durchschnittspreise jeder Altersklasse. Wo Massenvorräthe zur Frage kommen, die den laufenden Absatz übersteigen, kann der Gehaltswerth leicht begreiflich nicht unmittelbar geltend gemacht werden.

2) Der Absatzwerth umfaßt die ohne erhebliche Einbuße eben absetzbare Bestandesmasse. So lange derselbe den Gehaltswerth einer Holzung nicht erreicht, muß sich deren gänzliche Abnutzung oder die Verwirklichung des Gehaltswerthes nach der Größe des Absatzes richten. Dieser Werth böte in einem solchen Falle für größere Waldungen von Jahr zu Jahr eine Rente, die dem vom Absatze bedingten Jahresertrage gleich stände und bis zur gänzlichen Erschöpfung des Massenvorrathes dauerte.

3) Der Nachhaltswerth ist bedingt durch die von Jahr zu Jahr in einem Wirthschaftswalde gut abkömmliche und in dessen Absatzbereiche gut verwerthbare Holzmasse. Derselbe kann nicht größer sein, als der Absatzwerth; denn wenn in solchem Falle eine nachhaltig zu benutzende Waldung auch mehr Ertrag bietet, so mangelt es an zureichendem Absatze um gute Preise.

§. 488. Nebennutzungswerthe.

Die Waldnebennutzungen bestehen theils in Abfällen und Ausscheidungen der Holzwüchse selbst, als Früchte, Blätter und Säfte; theils in Nebenerzeugnissen vom Waldboden, als Gras,

Weide, Streusel u. s. w.; theils in Wiesen, Äckern, Hutungen, Steinbrüchen und Erdgruben, Gewässern und andern Nebengrundstücken. Sie kommen zum Behufe der Waldwerthsschätzung vorzugsweise nur nach ihrem wirklichen *) Werthe in Betracht. Dieser muß wo möglich nach den laufenden Preisen der Umgegend ermittelt werden, so weit diese in freiem Verkehre von selbst entstanden sind und einen haltbaren Grund haben, keinesweges aber nach den eingeschlichenen Waldpreisen. Ganz unverantwortlich wurde z. B. früher die Waldstreunutzung unentgeltlich zugelassen und dadurch das große Streubedürfniß herbeigeführt. In Folge jener Vernachlässigung darf man jetzt diese Nutzung kaum zu 0,2 bis 0,3 des Strohwerthes ansetzen, während dem ökonomischen und dem forstlichen Werthe nach das Doppelte wohl nicht zu viel wäre.

§. 489. Werthsverhältnisse einzelner Waldgrundstücke.

Der Werth einzelner Waldgrundstücke, deren Abnutzung kein Hinderniß findet, besteht in dem zur fraglichen Zeit eben statthaften Bodenwerthe und Bestandeswerthe. Man schätzt den Bodenwerth nach den maßgebenden Umständen als Waldland oder Fruchtland, den Holzbestandeswerth aber nach seiner zeitlichen Nutzbarkeit. Der erwachsene Holzbestand mit unzureichender Werthszunahme wird in der Regel nach dem Gehaltswerthe veranschlagt, jedoch mit mehr oder weniger Einbuße, im Fall der Ausverkauf ein zu starkes Feilgebot erforderte. Wenn der Verbrauch die größere Abtriebsmasse nicht als-

---

*) Diesem steht der forstliche Werth der Nebennutzungen gegenüber, welcher nach dem Verluste bestimmt wird, den der Waldbestand durch Ausübung der Nebennutzungen an seiner Ertragsamkeit erleidet. Bei dieser schwierigen, mehr zum Behufe von Ablösungen nöthigen Bestimmung mag sich der Schätzer vor Allem der eingewurzelten Vorurtheile enthalten. Man hat z. B. schon öfter große Opfer zur Ablösung der verrufenen Waldweide gebracht; dessen ungeachtet finden sich jetzt nicht wenig überzeugende Fälle, wo eine beschränkte Wiedereinräumung derselben dem geordneteren Walde offenbar zum besseren Gedeihen diente.

bald um gute Preise aufzunehmen vermag, ist die Abnutzung auf mehre Jahre zu vertheilen. Steht das reine Werthszunahme-Prozent des Bestandes noch höher als der Verwerthungs-Zinsfuß, wie meist bei den Jung- und Mittelhölzern: so pflegt man den dadurch gewinnbaren höhern Zinsenbezug erst noch zu nutzen oder doch mit zu veranschlagen.

§. 490. Werthsverhältnisse ganzer Wirthschaftswaldungen.

Hier handelt es sich ebenfalls zuvörderst um den Bodenwerth und Bestandeswerth, nächstdem aber auch um die davon zu erwartende Rente. In den gewöhnlichen Wirthschaftswaldungen mangelt nicht nur der Vollbestand im Ganzen, sondern auch das geordnete Altersklassen-Verhältniß mehr oder minder; der Boden kann daher seine volle Rente durch den Bestand nicht wohl abwerfen, und deßhalb übersteigt hier auch öfters der landwirthschaftliche Bodenwerth den forstwirthschaftlichen, welcher erst mit dem normalen Waldzustande seinen eigentlichen Höhenpunkt erreichen könnte.

Was den Bestandeswerth an sich betrifft, so sind dessen Verhältnisse am besten in Vergleich mit der Normalwaldung zu beurtheilen und zu ordnen. Hauptsächlich kommt hierbei die überständige Nutzungsmasse zur Frage, nämlich diejenige, deren reines Werthszunahme-Prozent unter den Verwerthungs-Zinsfuß gesunken ist. Diese müßte so bald als thulich abgenutzt werden, und zwar mit der eingängigsten beginnend. Man bestimmt dazu einen Zeitraum, in welchem diese Überstandsmasse mit dem mindesten Verluste gut absetzbar und dabei für die Walderziehung gut abkömmlich ist. Zu Ende dieser Nachnutzungszeit müßten die schwachhaubaren Hölzer stellvertretend einrücken können. Von da an nähern sich die Werthsverhältnisse mehr den normalen, wenn auch in den Nachwüchsen, besonders durch die beschleunigte Abnutzung überständiger Holzvorräthe, ein neues Mißverhältniß eingetreten ist. Dies läßt sich durch forstliche Kunstgriffe, besonders durch Anbau rasch entstehender Waldmassen vielseitig heben.

§. 491. Werthsverhältnisse hinsichtlich des Werthsnutzungs-Prozentes.

Entspricht das Werthsnutzungs-Prozent einer Wirthschaftswaldung dem Verwerthungs-Zinsfuße, so gewährt dieselbe auch im Ganzen die erforderliche Boden- und Bestandesrente. Jede Waldung bietet in ihrem äußersten Werthsnutzungs-Prozente, stehe dasselbe gegen den Verwerthungs-Zinsfuß hoch oder niedrig, ein sehr einfaches Werthschätzungs-Mittel. Bezeichnen wir den Gehaltswerth ihres Bodens mit b, den ihres Massenvorrathes mit mv, ihren Reinertrag mit e und das dadurch bedingte Werthsnutzungs-Prozent mit np: so giebt die daraus gebildete Proportion

$$(b + mv) : e = 100 : np$$

den Grund zu folgenden Vergleichungen:

Steht das Werthsnutzungs-Prozent np dem Verwerthungs-Zinsfuße vz gleich: so stellt sich der wirkliche Waldwerth W, welcher hervorgeht, wenn man den jährlichen Ertrag e mit dem Verwerthungs-Zinsfuße vz kapitalisirt, genau dem Gehaltswerthe b + mv gleich. Denn ist in den Proportionen

$$np : 100 = e : (b + mv)$$
$$vz : 100 = e : W$$

np = vz, so muß auch W = b + mv sein.

Stellt sich np größer als vz, ein durch Steigerung der Werthszunahme wohl zu ermöglichender Fall: so ist W größer als b + mv. Steht im Gegentheile vz höher als np, so ist W kleiner als b + mv. Stets verhält sich

$$vz : np = (b + mv) : W.$$

Zur Erläuterung nehmen wir an, ein Wald von 1000 Morgen à 20 Thlr. = 20000 Thlr. Bodenwerth (b) und 20000 Klftrn. Massenvorrath à 2 Thlr. = 40000 Thlr. Bestandeswerth (mv), liefere an nachhaltigem Reinertrage e = 2000 Thlr.; sein Werthsnutzungs-Prozent np ist also = 3,33, nach:

$$(20000 + 40000) : 2000 = 100 : 3{,}33.$$

Wäre nun der herrschende (Verwerthungs-) Zinsfuß vz zufällig auch 3,33, so stellt sich der wirkliche Waldwerth W, den man

durch Kapitalisirung des Reinertrages e erhält, dem eigentlichen Gehaltswerthe = 60000 Thlr. gleich; denn es ist

$$3{,}33 : 100 = 2000 : 60000.$$

Wäre der Verwerthungs-Zinsfuß kleiner, etwa nur 3 %, so ist W > als b + mv; denn der jährliche Ertrag entspräche dann einem Werthskapitale W von 66666,6 Thlr., nach:

$$3 : 100 = 2000 : 66666{,}6 \text{ Thlr.};$$

umgekehrt, wenn der Verwerthungs-Zinsfuß höher, etwa auf $3\frac{1}{2}$ %, stände; das Werthskapital W wäre dann 57143,3 Thlr., nach:

$$3\tfrac{1}{2} : 100 = 2000 : 57143{,}3 \text{ Thlr.}$$

In allen Fällen aber ist

$$3 : 3\tfrac{1}{3} = 60000 : 66666{,}6 \text{ und}$$

$$3\tfrac{1}{2} : 3\tfrac{1}{3} = 60000 : 57143{,}3$$

d. h. der herrschende (Verwerthungs-) Zinsfuß verhält sich zum Werthsnutzungs-Prozent wie der zeitliche Boden- und Bestandeswerth zum wirklichen Waldwerthe.

Findet sich das Werthsnutzungs-Prozent np niedriger, als der Verwerthungs-Zinsfuß vz, mithin der Gehaltswerth (b+mv) höher, als der wirkliche Waldwerth W, und läßt sich dasselbe durch geschickte Maßnahmen nicht heben: so liegt der Grund stets in dem mehr oder minder unabsetzbaren Werthstheile einer solchen Waldung. Diesen eigentlich unverwerthbaren Betrag (b + mv) — W = x kann man veranschlagen und in seinem relativen Werthe von dem Gehaltswerthe abziehen; der Rest ergiebt in (b + mv) — x = W das eigentlich verwerthbare Waldkapital. Bei dem gleichbleibenden Reinertrage e steigt das bezügliche Waldnutzungs-Prozent als wahres Werthsnutzungs-Prozent wp mit x in nachstehender Proportion:

$$(b + mv - x) : e = 100 : wp.$$

In unserem letzten Beispiele wäre der unverwerthbare Betrag x = (20000 + 40000) — 57143,3 = 2856,7 Thlr., und das wahre Werthsnutzungs-Prozent demnach (20000 + 40000 — 2856,7) : 2000 = 100 : 3,5.

In großen Waldkörpern steht also das nach dem mehr eingebildeten ganzen Gehaltswerthe ausgeworfene relative Werthsnutzungs-Prozent weit niedriger, als das von dem verwerthbaren

Waldkapitale bedingte wahre Werthsnutzungs-Prozent. Das Verhältniß zwischen dem wahren und dem eingebildeten Gehaltswerthe ist ziemlich dasselbe, wie bei gesunkenen Papieren das zwischen dem Cours- und Nominalwerthe. Diese Betrachtungen führen zu denkwürdigen Aufschlüssen über die Werthsverhältnisse der Wälder.

c. Waldnutzungsplan.

§. 492. Überhaupt.

Hat der Taxator alle Werthsfaktoren erforscht, auch den (zeitlichen) Werthsgehalt aller zur Frage kommenden Objekte so weit als nöthig festgestellt: so befindet er sich im Stande, über die Art und Weise der Werthsausnutzung einen Plan zu entwerfen, welcher der eigentlichen Werthsberechnung zur Grundlage dient. Diesem Waldnutzungsplane darf er aber keineswegs nur eine einfach gemeine Waldwirthschaft unterstellen. Ihm ist eine ganz andere Aufgabe ertheilt; er soll im Interesse des betheiligten Verkäufers oder Käufers von jeder fraglichen Waldgebrauchsweise den entsprechenden Werth wohlbegründet veranschlagen. Dies kann aber nicht anders geschehen, als mittels Unterstellung aller eben anwendbaren, nur irgend vortheilhaften Gewinnunternehmungen. Ja der umsichtige Waldschätzer richtet jeden seiner Nutzungsanschläge noch auf eine gemeinübliche und eine feinere, minder und mehr einträgliche Ausführung.

Wir unterscheiden hier drei wesentlich verschiedene Waldnutzungsweisen, von welchen der Taxator vorzüglich diejenige auszuwählen und zu verfolgen hat, welche den vorliegenden Umständen eben am besten entspricht und zur maßgebenden Richtschnur dienen müßte oder dürfte. Jede bedingt eine ganz eigene Auswerthung, je nachdem das zu schätzende Waldgut in ganz unbeschränktem Grundbesitze einer Zerschlagung anheim fallen kann, oder in freieigenem Waldbesitze die volle Verzinsung des angelegten Waldkapitals abwerfen soll, oder in beschränktem, an die Erhaltung eines gewissen Waldvermögens gebundenen Besitze mit geeigneter Schonung behandelt werden muß. Hieraus entspringen drei ganz verschiedene Nutzungswerthe, welche wir Waldzerschlagungs-Werth, Wald-

verzinsungs-Werth und Waldschonungs-Werth nennen wollen.

§. 493. Waldzerschlagungs-Werth.

Dieser geht hervor aus einer gänzlichen Zerschlagung des Waldgutes mit Ausverkauf des Holzvorrathes. Die wichtigsten Bedingungen dieser Waldnutzungsweise sind: Gestattung der Rodung von Seiten der Landesgesetze und sonstiger (etwa fideikommissarischer) Verfügungen, vorausgegangene Ablösung der etwaigen Grundberechtigungen, die Möglichkeit einer höheren Nutzbarkeit des Waldbodens zu landwirthschaftlichen Erzeugungen, mindere Werthszunahme und gute Verkäuflichkeit des Holzvorrathes, wohl auch Neigung des Waldbesitzers zu einer solchen zerstörenden Umwandlung. Die Waldzerschlagung mit gänzlichem Ausverkaufe verspricht nicht selten, den gewöhnlichen Waldwerthsschätzungen gegenüber, einen hohen Gewinn; sie ist jedoch meist nur in kleinern Stücken rathsam und nur bei stärkerer Nachfrage nach Grundbesitz mit bereiten Arbeitskräften und Geldmitteln ausführbar. Größere Waldungen können nicht leicht zerschlagen werden, und dies kann nur nach und nach geschehen, so daß in der Zwischenzeit noch eine geeignete, von Jahr zu Jahr an Flächenbereich und Ertrag schwindende Waldwirthschaft Statt findet. Je größer ein Unternehmen dieser Art ist, und je mehr dasselbe aus den Granzen des gewöhnlichen Verkehres heraustritt, um so mehr trügen solche, das Waldkapital ausbeutenden Gewinnschätzungen. Manche schlägt ganz fehl, die Gelder gehen nicht sogleich wieder ein, und bedeutende Einbußen finden Statt. Deßhalb rechnet man in diesem Falle auch wegen Wagniß und Gefährdung geeignete Assekuranz-Prozente zu Gute. Der kluge Spekulant findet hierbei jedoch meist seine Rechnung. Daher könnte auch das auf solche Weise auszubeutende Kapital Spekulations-Werth genannt werden.

§. 494. Waldverzinsungs-Werth.

Die den höchsten Zinsengewinn einbringende Waldwirthschaft, welche alle Haupt- und Nebenerzeugnisse im geeig-

netsten Zeitpunkte ausnutzt, so daß ihr Reinertrag den Boden- und Bestandeswerth, genügend verzins't und also das reine Werthsnutzungs-Prozent mindestens dem angemessenen Verwerthungs-Zinsfuße gleichkommt, ist diejenige Waldnutzungsweise, welche dem Verzinsungswerthe entspricht. Ein feiner, Alles klug berechnender, mehr die höchste Kapitalnutzung, als die ergiebigste Holzerziehung im Blicke haltender Betrieb macht sich dazu als wesentliches Erforderniß geltend und führt den Schätzer hauptsächlich auf folgende Gesichtspunkte: Minderung des Massenvorrathes, Abkürzung der Umtriebszeit und Beschleunigung des Holzwuchses mit möglich rascher Hervorziehung der Holzerträge; Verwandlung aller Holzvorräthe, die eine genugsame Werthszunahme nicht mehr darbieten, in einträglicheres Geldkapital; zudem Vermehrung der Nebennutzungen, Steigerung der Waldpreise, Minderung der Waldnutzungskosten u. s. w. Der kleinere Forsthaushalt und der Privatbesitz, besonders in Verbindung mit Landgütern, begünstigen diese feinere Musterforstwirthschaft ganz vorzüglich; sie wird mehr und mehr in's Leben treten, je mehr der Waldeigenthümer seinen Vortheil erkennen und berechnen lernt; ist es dahin gekommen, so dürfte der ihr entsprechende höhere Werth wohl vorzugsweise Privatwaldwerth heißen.

§. 495. Waldschonungs-Werth.

Dieser Werth wird von der gewöhnlichen Forstwirthschaft begründet, welche mehr eine gewisse Waldschonung zur Obliegenheit hat und daher auf den nachhaltig höchsten oder einen sonst bedingten Holzertrag gerichtet ist. Größerer Massenvorrath, höhere Umtriebszeit, Erziehung stärkerer und besserer Hölzer, oft auch bedingte, mitunter veralterte Holzpreise, zudem ein Gemisch von Solidität und Stabilität sind der Charakter dieser Verwalter-Wirthschaft. Das reine Einkommen von dem unverfügbaren Waldkapitale steht meist bedeutend niedriger, als der gewerbliche Zinsfuß. In Staatsforsten, Stiftungs- und Kommunwäldern, bei ausgedehnten Holzungsrechten, besonders mehr innerhalb großer Waldungen, ist diese Benutzungsweise die herrschende; Mangel an Holzabsatz gestattet oft keine andere. Wir

dürfen den auf solche Weise begründeten Waldwerth auch mit dem Worte Staatsforstwerth bezeichnen und schließlich auf die große Verschiedenheit zwischen Spekulations-, Privatwald- und Staatsforstwerth zurückdeuten.

d. Werthsberechnung.

§. 496. Feststellung des Naturalertrages.

Auf dem Grunde des angemessen aufgestellten Waldnutzungsplanes wird nun der zu erwartende Naturalertrag an Holz- und Nebennutzungen, so wie von den etwaigen Grundveräußerungen aufgestellt. Diese Aufstellung muß sich auf eine ausführliche Ertragsschätzung stützen, von Ort zu Ort die erwartbaren Erträge in geeigneten Nutzungsperioden nachweisen, und zwar mit den Verkaufspreisen, ausschließlich der Bereitungskosten. —

Selten wird übrigens, bei wirklichen Waldverkäufen, die Aufstellung eines einseitigen Nutzungsplanes genügen; gar oft steht die Wahl unter jenen drei wesentlichen Nutzungsweisen frei, sei es zwischen dem Zerschlagungs- und dem Verzinsungsbetriebe, oder zwischen diesem und dem Schonungsbetriebe; oder man kann hier diesen, dort jenen Zwischenweg einschlagen; oder es dürften doch wenigstens gewisse Theile der Waldung ausnahmsweise einer oder der anderen Spekulation unterliegen. — Für alle diese Fälle muß, nach Maßgabe der getrennt aufgestellten Nutzungspläne, der Naturalertrag nach Maß und Zeit ausführlich dargelegt werden.

§. 497. Feststellung des Geldertrages.

Mittels der aufgestellten Naturalerträge, Grundveräußerungen und Verkaufspreise, welche jede angenommene Waldnutzungsweise während jeder Nutzungsperiode erwarten läßt, ist man nun leicht im Stande, die gesammte Geldeinnahme auszuwerfen. Um von dieser den Reinertrag zu scheiden, müssen alle mit dem fraglichen Nutzungsbetriebe unzertrennlichen Kosten veranschlagt und in Abzug gebracht werden. Dahin gehören:

1) Bei dem Zerschlagungsbetriebe:

a) Etwaige Abfindungssummen;

b) Grundabgaben und sonstige Entrichtungen in der Zwischenzeit;
c) Zinsen von dem etwa nöthigen Vorschußkapitale;
d) Verlust und Einbuße in Folge des außerordentlichen Arbeitsbedarfes, Holz- und Bodenverkaufes u. s. w.;
e) Unterhaltungs- und Verwaltungskosten, so lange die Waldung noch besteht.

2) Bei fortgesetztem Waldbetriebe würden dagegen zur Frage kommen:
a) Grundabgaben und sonstige Entrichtungen;
b) Unterhaltungskosten;
c) Verwaltungskosten;
d) Zinsen vom baren Betriebskapitale;
e) Verluste an verfallenen Forderungen, unvorhergesehenen Unkosten u. s. w.

§. 498. Feststellung des Verwerthungs-Zinsfußes.

Meist wird die Annahme des Verwerthungs-Zinsfußes gleich von vorn herein dem Urtheile des Taxators stillschweigend überlassen. Dies ermächtigt denselben aber keineswegs, den von ihm eben als annehmlich erachteten Zinsfuß seiner Werthsschätzung nur allein unterzulegen. Er muß im Gegentheil seine Rechnung auch nach jedem andern Zinsfuße, welcher (§. 482.) von den Betheiligten nur irgend in Frage gestellt werden könnte, mit anlegen. Der zwischen den örtlich und zufällig bedingten Prozentsätzen mitten inne stehende Zinsfuß kann hierbei zunächst als Richtschnur dienen und ist eben so sehr veränderlich nicht; in Deutschlands wohlgeordneten Staatshaushalten dürfte man denselben jetzt recht füglich dem Course unaufkündbarer öffentlicher Schuldscheine gleichstellen, also etwa zu 3½.

§. 499. Werthsberechnung.

Hat man nun den reinen Gelbertrag des Waldgutes oder Waldstückes nach der eben statthaften einträglichsten Waldnutzungsweise, wohl auch für einen gemeinüblichen und einen fes-

nern Betrieb durch alle Nutzungsperioden veranschlagt; hat man zudem einen geeigneten mittlern Verwerthungs-Zinsfuß angenommen: so ist die Berechnung der bezüglichen Zerschlagungs-, Verzinsungs- oder Schonungswerthe eine leichte Aufgabe, welche bereits im VIII. Abschnitte der Arithmetik ausführlich gelehrt und durch Musterbeispiele genügend erläutert worden ist. Die dabei nach den verschiedenen Waldnutzungsweisen so sehr verschieden ausfallenden Werthsergebnisse dürften die Überzeugung vollends befestigen, daß man mittels der Zinseszinsrechnung, den feinsten Spekulanten überbietend, die verborgensten Vortheile herausrechnen kann, wenn der Schätzer deren Quelle nur erst aufgesucht hat und dazu keineswegs der vorgeschlagenen Vermittelungsrechnungen (§. 131.) bedarf. Öfters ist es zweckmäßig, besonders bei Zerschlagungs- oder Theilungsfragen, die Werthe aller einzelnen Stücke für sich aufzustellen.

Da die gar verschiedenen Einflüsse der örtlichen und zufälligen Umstände auf den Verwerthungszinsfuß im Voraus nicht wohl alle zu bestimmen sind und die Auswahl desselben von den Betheiligten meist erst beim Abschlusse des Handels getroffen wird: so führt man die erste und hauptsächliche Werthsberechnung nach dem vorläufig angenommenen mittlern Verwerthungs-Zinsfuße genauer durch, kann jedoch neben dem so gefundenen Hauptwerthe, zu etwaiger beliebiger Auswahl, noch einige Mitwerthe für den um ½ pCt. höher oder niedriger gestellten Zinsfuß auswerfen. Dies geht, wenn auch nur annäherungsweise, leicht nach dem einfachen, aber umgekehrten Zinsfußverhältnisse. Wäre z. B. das Verwerthungs-Prozent 3½ und der Hauptwerth W: so nähme man als Mitwerth für 4 pCt., nach $4 : 3\frac{1}{2} = W : x$, ohne Weiteres $\frac{W \times 3\frac{1}{2}}{4}$; für 3 Prozent, $\frac{W \times 3\frac{1}{2}}{3}$. Ein für den Zinsfuß von 3½ pCt. gefundener Waldwerth von 10000 Thlr. würde sich demnach stellen:

bei 4 pCt. auf $4 : 3\frac{1}{2} = 10000 : 8750$ Thlr.;
bei 3 pCt. auf $3 : 3\frac{1}{2} = 10000 : 11666$ Thlr.

Obgleich diese Rechnung zwar nur annähernd ist, so darf sie doch

für den beabsichtigten Gebrauch als völlig zureichend betrachtet werden, indem die weitere Zinsfußannahme, wie überhaupt der ganze Handel meist von persönlicher Ansicht und Willkür der Betheiligten abhängt.

§. 500. Werthsveranschlagung.

Endlich wird der Werthsanschlag gefertigt mit kurzer Beschreibung der wesentlich in Frage stehenden, in den vorhergehenden Paragraphen näher betrachteten Gegenstände und mit Darlegung aller Gründe für die Feststellung der Waldnutzungsweisen, verwerthbaren Erzeugnisse, angenommene Preise, Kosten und Zinssätze. Der Anschlag selbst muß sich so weit als erforderlich auf Ort und Zeit erstrecken und die Faktoren, Produkte und Summen der Werthsberechnung übersichtlich darstellen, so daß der Beurtheilende bis auf die kleinsten Erhebungsquellen prüfend zurückgehen kann. Dabei darf der Schätzer nicht unterlassen, zu jeder vorgeschlagenen Waldnutzungsweise die aus der Abschätzung hervorgegangenen Durchschnittswerthe vom Morgen auszuwerfen, diese Werthe aber nicht nur unter sich und mit den aus der seitherigen Bewirthschaftung entsprungenen Nutzungswerthen, sondern auch mit den gewöhnlichen Kaufpreisen ähnlicher Grundstücke derselben Gegend zu vergleichen. Zudem ist meist noch ein vertrauliches Gutachten erforderlich über alle Interessen der Betheiligten und Mitbewerber in Bezug auf den fraglichen Handel.

e. Summarische Waldwerthsschätzungen.

§. 501. Überhaupt.

Öfters mangelt es an Zeit und Mitteln zur ausführlichen Werthsschätzung; nicht selten finden sich auch die Nutzungsverhältnisse so ungewiß, daß man kaum im Stande ist, das Einzelne nach Ort und Zeit gesondert zu erheben. In solchen Fällen darf wohl eine summarische Werthsschätzung des Bestandes und Bodens genügen. Hierbei nimmt man entweder eine durchgängig zusammengefaßte oder eine nach Bestandesklassen

und Perioden mehr gesonderte Abnutzung des vorhandenen Holzbestandes an, nebst einer alsbaldigen Weiterverwerthung des mittlerweile frei werdenden Bodens, und setzt voraus, daß die bezüglichen Bestandes- und Bodenwerthe während jedes fraglichen Abnutzungszeitraumes in jährlich gleichen Theilen einlaufen. Der Holzvorrath wird nach den verschiedenen Bestandesklassen, wenn auch nur durchschnittlich, bestimmt.

§. 502. Summarische Waldwerthsschätzung auf dem Grunde einer zusammengefaßten Abnutzung.

Die summarische Werthsschätzung mittels zusammengefaßter Bestandes-Abnutzung läßt sich durch ein Beispiel am deutlichsten darstellen. Setzen wir voraus, es fänden sich in einer 300 Mg. großen Holzung auf

20 Mg.	mit 51-	bis 60jähr.	Best. zu	24 Mkl.	an Vorr.	480 Mkl.
40 „	„ 41	„ 50 „	„ „	21 „	„ „	840 „
50 „	„ 31	„ 40 „	„ „	17 „	„ „	850 „
50 „	„ 21	„ 30 „	„ „	12 „	„ „	600 „
60 „	„ 11	„ 20 „	„ „	6 „	„ „	360 „
80 „	„ 1	„ 10 „	„ „	1 „	„ „	80 „

und mithin an ganzem Holzvorrathe: 3210 Mkl.; man habe den Abnutzungszeitraum auf 50 Jahre gesetzt und den inzwischen noch erfolgenden Holzzuwachs ermittelt: so könnte folgende Werthsveranschlagung Statt finden.

1) Der Massenertrag ist auf drei verschiedenen Wegen zu entziffern.

a) Man nimmt so weit als thulich den Jahreszuwachs, wenn auch von allen Bestandesklassen nur summarisch, und rechnet denselben (nach §. 88. 1.) ohne Weiteres auf die halbe Abtriebszeit $\left(\frac{50}{2}\right)$ zum Holzvorrathe. Bei dem jährlichen Zuwachs von etwa 132 Mkl. betrüge der Gesammtzuwachs 132×25 = 3300 Mkl., und der jährliche Holzertrag stellte sich zu

$$\frac{3210+3300}{50} = 130{,}2 \text{ Mkl.}$$

b) Oder man bestimmt den Perioden-Zuwachs, wie derselbe nämlich, in Gemäßheit eines gleichen Flächenangriffes, jeder Abtriebsperiode durchschnittlich zu Theil würde. Z. B.

1. Jahrzehnd	60 Mg.	zu etwa	0,3 Mkl.	× 5,	beträgt	90 Mkl.
2. „	60 „	„ „	0,35 „	× 15	„	315 „
3. „	60 „	„ „	0,4 „	× 25	„	600 „
4. „	60 „	„ „	0,45 „	× 35	„	945 „
5. „	60 „	„ „	0,45 „	× 45	„	1215 „
					Dies giebt an Gesammtzuwachs	3165 Mkl.

und zum jährlichen Holzertrag:

$$\frac{3210+3165}{50} = 127{,}5 \text{ Mkl.}$$

c) Darf man eine Progressional-Mehrung voraussetzen, so ergiebt sich (nach §. 462. 1.) als jährlicher Holzertrag:

$$3210 : \frac{50}{2} = 128{,}4 \text{ Mkl.}$$

Nach diesen Ergebnissen dürfte man den jährlichen Holzertrag etwa zu 130 Mkl. annehmen.

2) Der nach und nach einlaufende Bestandeswerth ist außer diesem Holzertrage noch von den gegenwärtigen und künftigen Holzpreisen bedingt. Diese steigen und fallen, je nachdem die zum Abtrieb kommenden Bestände mehr oder minder nutzbar sind. Meist bleibt die Nutzbarkeit bei gleichem Alter ziemlich gleich. Rechnen wir durch alle Zeiten die Massenklafter, nach Abzug der Bereitungskosten, zu 4 Thlr.: so ergiebt die Holznutzung eine 50 Jahre dauernde Rente von jährlich 130 × 4 = 520 Thlr. und bei 3 pCt. einen Kapitalwerth von

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 520 = 13379 \text{ Thlr.}$$

3) Den Bodenwerth schätzt man durchschnittlich nach der mittlern Ortsgüte und der geeigneten Nutzungsweise, welche als geregelte Holzzucht oder als Fruchtbau u. dergl. eintritt, so wie die Abnutzung des vorgefundenen Bestandes den Boden

frei giebt. Wäre dessen künftiger Nutzungswerth pr. Morgen 20 Thlr., so käme auf jedes Abnutzungsjahr (von $\frac{300}{50} = 6$ Mg.) $6 \times 20 = 120$ Thlr. Daraus ergiebt sich an gegenwärtigem Kapitalwerthe zu 3 pCt.:

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 120 = 3087 \text{ Thlr.}$$

4) Die von dem vorhandenen Holzbestande noch abfallenden Nebennutzungen, welche nicht in die neue Bodennutzung überlaufen, stellen sich als abnehmend aufhörende Renten in Rechnung. Gingen z. B. von jedem noch bewaldeten Morgen, nach Abzug der Sammlungskosten, 3 Sgr. nebenher ein: so betrüge das im 1. Jahre 300×3 Sgr. = 30 Thlr., dann in jedem folgenden Jahre, wegen der abgehenden 6 Mg. Schlagfläche, 6×3 Sgr. = 0,6 Thlr. weniger, also zuletzt im 50. Jahre noch 0,6 Thlr. Der Jetztwerth dieser Nebennutzung ist, ebenfalls zu 3 pCt. berechnet (nach §. 121. 3.): das Kapital einer zu 30 Thlr. anzunehmenden Hauptrente $\frac{100}{3} \times 30 = 1000$ Thlr., mit Abzug einer aus den Stammwerthen des zu 0,6 Thlr. angenommenen jährlichen Abganges $\left(\frac{100}{3} \times 0{,}6 = 20 \text{ Thlr.}\right)$ gebildeten, 50 Jahre dauernden Nebenrente

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 20 = 515 \text{ Thlr.},$$

also 1000 — 515 = 485 Thlr.

Der Praxis würde es mehr entsprechen, wenn man die Beträge eines jeden Jahrzehndes summarisch auf den mittlern Vorwerth führte.

5) Unser Gesammtwerth umfaßte nun, ohne Abzug der weitern Ausgaben:

an Bestandeswerth	13379 Thlr.,
an späteren Bodenwerth	3087 „
an Nebenerträgen	485 „
im Ganzen	16951 Thlr.

§. 503. Summarische Waldwerthsschätzung auf dem Grunde einer mehr gesonderten Abnutzung.

Ein solches summarisches Abschätzungsverfahren gestattet mehr Genauigkeit, wenn die Bestandesabnutzung nach Altersklassen und Perioden gesondert wird. Man könnte nämlich die mehr erwachsenen Hölzer vornweg nach ihren besondern Massenbeträgen, die Junghölzer aber klassenweise nach allgemeinen Nutzungswerthen veranschlagen, in beiden Fällen einschließlich des eben mit frei gegebenen Bodenwerthes. Das oben gebrauchte Beispiel mag hier wieder zur Erläuterung dienen.

1) Obige mehr erwachsenen Bestände ergäben, in dem nächsten Jahrzwanzigt mit 10jährigem Zuwachs abgenutzt, von

20 Mg.	zu 24 Mkl. Best.	mit 10 × 0,3 Mkl. Zuw.	— 540 Mkl.,
40 „	„ 21 „ „	„ 10 × 0,3 „ „	— 960 „
50 „	„ 17 „ „	„ 10 × 0,35 „ „	— 1025 „
110 Mg.		an Holzertrag:	2525 Mkl.,

und an jährlichem Wertheinkommen:

von der Holznutzung $\frac{2525}{20}$ Mkl. × 4 Thlr. = 505 Thlr.,

von der Nebennutzung $\frac{110 \text{ Mg.} \times 3 \text{ Sgr.}}{2}$ = 5,5 „

vom Bodenwerthe $\frac{110}{20}$ Mg. × 20 Thlr. = 110 „

zusammen: 620,5 Thlr.;

somit an Jetztwerth zu 3 pCt. als Rente:

$$620{,}5 \times (33{,}33333 - 18{,}45588) = 9231 \text{ Thlr.}$$

2) Die Junghölzer sollten im 50. Altersjahre pr. Mg. erwarten lassen: (23 Mkl. zu 4 Thlr. =) 92 Thlr. Bestandeswerth mit (50 × 3 Sgr. =) 5 Thlr. angesammelten Nebennutzungswerth und 20 Thlr. Bodenwerth; zusammen also 117 Thlr. Dieser von den verschiedenen Altersklassen nach 25, 35 und 45 Jahren entfallende Morgenwerth gäbe an ganzem Jetztwerthe:

50 Mg.	× 117 × 0,47761	=	2794 Thlr.,
60 „	× 117 × 0,35538	=	2495 „
80 „	× 117 × 0,26444	=	2475 „
190 Mg.	zusammen		7764 Thlr.

3) Der Gesammtwerth wäre mithin:

Von den mehr erwachsenen Beständen	9231 Thlr.,
von den Junghölzern	7764 „
Im Ganzen, ziemlich wie der obige:	16995 Thlr.

Solche summarischen Werthsschätzungen gestatten bei aller Einfachheit die genaueste, so wie die oberflächlichste Behandlung ihres Gegenstandes und sichern dabei vor manchen Mißgriffen, indem die Mitanrechnung des, durch den Abtrieb frei gegebenen, Bodenwerthes alle weitern Nutzungsanschläge beseitigt.

2. Werthschätzungen behufs der Expropriation.

§. 504. Überhaupt.

Die Expropriationen von Grund und Boden zu Landstraßen, Eisenbahnen, Kanälen und anderen öffentlichen Bauwerken betreffen nicht selten auch Bäume und Gehölze. Nach deren Entschädigungswerthen wird sorgfältig gefragt, sowohl von der Behörde, als von dem Eigenthümer. Zur Erledigung dieser mehr oder minder forstlichen Aufgabe hat der Taxator die Boden- und Holzwerthe stets getrennt zu behandeln und den Verwerthungs-Zinsfuß geeignet zu wählen, sofern solcher nicht etwa gesetzlich vorgeschrieben ist.

1) Die Schätzung des Boden-Entschädigungswerthes darf und muß in einem solchen Falle diejenige Gebrauchs- und Kulturart zum Grunde legen, welche nach Maßgabe der Bodenart und Beschaffenheit, so wie der Gelegenheit und Nutzbarkeit den höchsten Reinertrag thulich und dauernd verspricht, wenn auch zuvor das Grundstück mittels der darauf befindlichen Bäume oder Gehölze weniger einträglich benutzt wurde. In der Regel hat man zwischen den Werthen von Gartenland,

Ackerland, Wiese, Holzland und Weideland zu wählen. Ist freilich die Nutzungsart des Grundstückes durch irgend eine Dienstbarkeit unabänderlich bedingt, und muß diese von dem Erwerber besonders mit abgelös't werden: so hebt dies jede willkürliche Wahl einer andern Bebauungsart.

Der vom Grund und Boden geschätzte Reinertrag oder auch der vom gangbaren Bodenpreise nach einem geeigneten mittlern Zinsfuß berechnete Kapitalabwurf gilt als Bodenrente. Diese wird in allen folgenden Anweisungen zum Schätzen der Entschädigungswerthe als schon ermittelt und gegeben vorausgesetzt.

2) Die Schätzung des Holzentschädigungs-Werthes hat es entweder mit Vergangenheits- oder mit Zukunftsbeträgen zu thun. Diese sind als für sich angelegte Betriebskapitale anzusehen, um deren Ersatz es sich handelt, die aber von der ebenfalls abgesondert betrachteten Bodenrente mehr oder weniger mit aufzehren. Aller Holzentschädigungs-Werth wird entweder auf dem Grunde der aufgewendeten Erzeugungskosten oder auf dem der erwartbaren Zukunftsnutzungen entwickelt. Auf beide zugleich hat der Entschädigungsberechtigte keinen Anspruch; denn mit dem Einen wird das Andere ersetzt, und in diesem Ersatze ist dann auch das eben enteignete Holz an sich mit begriffen. Dessen wirklicher Werth gilt nur dann als Entschädigungswerth, wenn ihn die Jetztwerthe der aufgewendeten Erzeugungskosten und der erwartbaren Zukunftsnutzungen nicht übersteigen.

a) Die Erzeugungskosten umfassen die Anlagekosten, die Unterhaltungskosten und den Entgang an mittlerweile aufgezehrter Bodenrente, jedoch mit Abzug der indeß etwa schon eingegangenen Zwischennutzungen von der Anlage; sie dienen zum billigsten Entschädigungsbetrage und finden nur bei jüngern Anlagen Statt, von denen die Zukunftsnutzungen noch zu fern liegen und nicht sicher genug veranschlagt werden können.

b) Zukunftsnutzungen. Deren Entschädigungsbetrag wird hauptsächlich bedingt von der einstigen Holzabnutzung und den bis dahin eingehenden Zwischennutzungen, nach Abzug des Entganges an aufgezehrter Bodenrente.

3) Verwerthungs-Zinsfuß. Da die Expropriation nur wirklich Verwerthbares entschädigt, bei jeder Baum- und Holzanlage aber mancher Spekulationsverlust aus dem unvermeidlichen Mißlingen entspringt, und da ohnehin der Eigenthümer durch die erzwungene Abtretung in seinem Wirthschaftsverbande manchen Nebenverlust erleidet: so hätte die Entschädigungsberechnung diese Verluste billigerweise durch einen angemessenen Verwerthungs-Zinsfuß zu decken und mithin allen Vergangenheitsaufwand mit geeignet höhern und alle Zukunftsnutzung mit geeignet niedrigern Prozentsätzen auf die Entschädigungswerthe der Gegenwart zu discontiren.

§. 505. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Obstbäumen.

Die Werthsschätzung der Obstbäume liegt zwar außer dem eigentlichen Bereiche des Forsttaxators; doch wendet sich die Expropriation auch mit dieser Aufgabe an ihn, weil dies Geschäft ganz nach forstlicher Schätzungsweise vollführt werden muß und Andere wenigstens mit den Werthsberechnungen nicht so leicht umgehen können. Die Ermittelung des Entschädigungswerthes von Obstbäumen ändert sich, je nachdem man entweder noch junge oder schon tragbare Bäume, oder vollständige Obstplantagen zum Gegenstande hat.

1) Entschädigungswerth für junge Obstbäume. Hier sind nur die Erzeugungskosten in ihrem dermaligen Kapitalwerthe zu entschädigen. Diese bestehen aus den Anlage- und Unterhaltungskosten und dem Bodenrente-Entgang, mit Abrechnung des etwaigen Zwischennutzungs-Abfalles.

Beispiel von einer 15jährigen, zu 4 pCt. verwertheten Obstpflanzung:

a) **Anlagekosten.** Jetztwerth von 60 Obststämmen, jeder für 6 Sgr. angekauft, für ½ Sgr. gepflanzt und für 1½ Sgr. verwahrt, zusammen für 16 Thlr. angelegt
= 16 Thlr. × 1,801 = 28,8 Thlr.

b) **Unterhaltungskosten,** für Ergänzung, Reinhaltung und sonstige Pflege, seit der Anlage im Durchschnitt jährlich 25 Sgr.
= $\frac{25}{30}$ Thlr. × 20,825 = 17,3 „

c) **Entgang von der landwirthschaftlichen Bodenrente,** an Dünger, Körnerverlust und dergl., jährlich 8 Sgr.
= $\frac{8}{30}$ Thlr. × 20,825 = 5,6 „

Gesammter Aufwand: 51,7 Thlr.

d) Dagegen hat die anfängliche **Obstnutzung** während der letzten 5 Jahre abgeworfen jährlich 15 Sgr. Diese abzurechnende Zwischennutzung beträgt (§. 111.)
$\frac{15}{30}$ Thlr. × 5,633 = 2,8 „

Es bleibt also an **Entschädigungswerth:** 48,9 Thlr.

2) **Entschädigungswerth für tragbare Obstbäume.** Hat der Obstbaum das eigentliche Fruchtbarkeitsalter erreicht, so dienen die **erwartbaren Zukunftsnutzungen** zur Schätzungsgrundlage, und diese bestehen theils in den **Zwischennutzungen** an Obst, nach Abrechnung der Nutzungskosten und des Bodenrente-Entganges im Verdämmungsbereiche des Baumes, theils in der **Holzabnutzung,** wenn die Obstnutzung aufhört, einen Überschuß zu geben. Dieser Nutzungszeitraum muß erfahrungsmäßig bestimmt werden.

Beispiel. Ein Obstbaum halte sich in seiner überschüssigen Nutzbarkeit wahrscheinlich noch 24 Jahre; dessen dermaliger

Kapitalwerth solle nach den erwartbaren Zukunftsnutzungen zu 3 pCt. berechnet werden.

a) Zwischennutzungswerth.

14 Sgr. an jährlichen Obsternten,
5 „ an jährlichem Bodenrente-Entgang,

9 Sgr. überschüssige Zwischennutzung. Davon beträgt der Jetztwerth: 9 Sgr. × 16,94 = 152 Sgr. Dieser könnte ebensowohl auch periodisch verschieden angesetzt werden.

b) Holzabnutzungswerth, nach 24 Jahren 32 Sgr. und jetzt: 32 Sgr. × 0,49 = 16 „

Gesammter Entschädigungswerth: 168 Sgr.

Befriedigt eine reichlich geschätzte Zukunftsnutzung den Entschädigungsberechtigten nicht, so läßt sich mit Zuhülfenahme der erwartbaren Zwischennutzungen — wenn man diese in progressiver Abnahme auf die Vergangenheit anwendet — ein Erzeugungswerth herausrechnen, welcher die Haltbarkeit des gebotenen Zukunftsnutzungswerthes genügend beweis't.

3) Entschädigungswerth für volle Obstplantagen. Eine solche vollständige Obstpflanzung, wo alt und jung durch einander steht, und deren Erträge als immerwährend gleiche Renten anzunehmen sind, wird am leichtesten und sichersten summarisch abgeschätzt. Dabei ist der jährlich zu erwartende, gesammte Obstnutzungsbetrag, ausschließlich der Nutzungskosten und des gleichzeitigen Bodenrente-Entganges, zu ermitteln und festzustellen. Der Holzabnutzungswerth bleibt unberücksichtigt, wofern man die im Laufe der Zeit abgängigen Äste und Bäume zum Unterhaltungsersatze aufrechnet.

Betrüge z. B. jährlich im Durchschnitt die Obstnutzung ausschließlich der Nutzungskosten 15 Thlr.,
der Bodenrente-Entgang 9 „
also die überschüssige Obstnutzung 6 Thlr.:
so stellte sich der 3prozentige Entschädigungswerth auf 6 Thlr. × $\frac{100}{3}$ = 200 Thlr.

§. 506. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Köpf- und Schneidelbäumen.

Die Köpf- und Schneidelbäume gewähren ebenfalls zwei wesentlich verschiedene Nutzungsformen. Bei jenen sind die Holzabnutzungsbeträge, bei diesen die Zwischennutzungsbeträge untergeordnet; bei beiden hat man die Nutzungsdauer, die periodische Zwischennutzung und die endliche Holzabnutzung zu bestimmen.

Die Nutzungsdauer richtet sich mehr nach dem Zeitpunkte, bis zu welchem der Köpfbaum eine gewisse Eingängigkeit und der Schneidelbaum eine bestimmte Brauchbarkeit erreicht. Die durch's Köpfen und Schneideln von Zeit zu Zeit eintretende Zwischennutzung wird, nach Abzug des etwaigen Bodenrente-Entganges und der Nutzungskosten, gleich in reinem Geldertrage entweder als periodische Einnahme angesetzt oder als jährliche Rente vertheilt. Den Holzabnutzungsertrag bestimmt man ganz nach forstlicher Schätzungsweise.

Erstes Beispiel.

Eine Kopfweide werde alle 7 Jahre geköpft, stehe jetzt im 3ten Köpfjahre und gebe an 3prozentigem Jetztwerthe zu erwarten:

a) Überschüssige Zwischennutzungswerthe:

Nach 4 Jahren	für 8 Sgr. Kopfholz:	8×0,888 = 7,1	Sgr.
„ 11 „	„ 7 „ „	7×0,722 = 5,1	„
„ 18 „	„ 5 „ „	5×0,587 = 2,9	„
„ 25 „	„ 3 „ „	3×0,478 = 1,4	„
	Zusammen:	16,5	Sgr.

b) Holzabnutzungswerth nach 25 Jahren 12 Sgr., mithin jetzt: 12×0,478 = 5,7 „

Betrag des gesammten Entschädigungswerthes: 22,2 Sgr.

Zweites Beispiel.

Hätte man 20 Kopfweiden von ziemlich gleicher Stärke und Wachsbarkeit in eine Berechnungspartie zusammengefaßt und da-

von 25 Jahre hindurch jährlich 10 Sgr. an Kopfholzzwischennutzung und endlich 135 Sgr. an Stammholzabnutzung geschätzt: so ergäbe sich zu 3 pCt.

an Zwischennutzungswerth,	10 × 17,41 =	174 Sgr.,
an Holzabnutzungswerth,	135 × 0,48 =	65 „
an ganzem Entschädigungswerthe:		239 Sgr.;

für jeden Stamm im Durchschnitt etwa 12 Sgr.

Da volle Kopfholzbestände mit wirthschaftlicher Altersabstufung einen jährlich gleichen Ertrag an Zwischennutzung und Holzabnutzung ergeben, so ist deren Werth auf dieselbe Weise zu berechnen, wie bei normalen Waldungen. — Die Werthsschätzung der Schneidelstämme entnimmt von den Kopfhölzern die Regeln zum Veranschlagen der Zwischennutzungen und von den Wildbäumen die zum Veranschlagen der Holzabnutzung.

§. 507. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Wildbäumen.

Bei der Enteignung ungestutzt erwachsender Wildbäume kommt bloß der Holzabnutzungswerth zur Frage. Dessen Schätzung beschäftigt sich hauptsächlich mit dem gegenwärtigen Massengehalte und Geldwerthe nebst dem Massenzuwachse und der Werthszunahme, und zwar im einmaligen Betrage. Der abzuziehende Bodenrente-Entgang ist hier meist unbedeutend. Das Geschäft erstreckt sich entweder auf einzelne Wildbäume oder auf mehre zusammen.

1) Werthsschätzung einzelner Wildbäume. Man bestimmt den gegenwärtigen wirklichen Werth und dazu für mehre fragliche Abnutzungszeiten die Zukunftswerthe mit deren Jetztwerthen. Der höchste unter diesen Jetztwerthen dient als Entschädigungswerth, wofern er den gegenwärtigen wirklichen Holzwerth übersteigt, was bei einigermaßen erwachsenen Bäumen selten Statt findet, zumal wenn durch ihre Werthszunahme ein Bodenrente-Entgang mit gedeckt werden muß.

Beispiel. Hätten sich von einer Ufererle, deren gegenwärtiger Gehaltswerth 44 Sgr. betrüge, bei 3prozentiger Kapitalisirung folgende Schätzungswerthe herausgestellt:

für den Ablauf des	**10.** —	**20.** —	**30.** —	**40.** Jahres,
die Holzabnutzungswerthe:	60 —	80 —	95 —	105 Sgr.;
davon die Jetztwerthe:	45 —	44 —	39 —	32 Sgr.:

so träte die einträglichste Abnutzungszeit gleich nach dem 10. Jahre ein und böte an Entschädigungswerth 45 Sgr.

2) Werthsschätzung mehrer Wildbäume zusammen. Um Angerhölzer von vereinzelt wachsenden Wildbäumen, deren Benutzung doch nur stammweise Statt finden kann, in der Gesammtheit näher zu schätzen, wäre ein eigner Abnutzungsplan zu entwerfen. Dies führte aber in eben so weitläufige als unsichere Erörterungen, von welchen die weit vorzüglichere stammweise Werthsschätzung und Entschädigung sich ganz frei hält. Wollte man in einem solchen Falle die summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse (§. 460.) anwenden, so könnte der Entschädigungs-Berechtigte an seinem Stammkapitale bedeutend verlieren, indem der Zuwachs jener Hölzer meist unter dem gangbaren Zinsfuße steht.

§. 508. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Junghölzern.

Von jungen Holzwüchsen, die eine wirthschaftliche Nutzbarkeit noch nicht erreicht haben, bemißt man den in Frage gestellten Entschädigungswerth nach den Erzeugungskosten, so lange diese nur irgend noch geltend gemacht werden können, jedoch eben auch unvermischt mit dem ganz für sich zu entschädigenden Bodenwerthe.

Beispiel. Ein 3 Morgen enthaltender, 16jähriger Kiefernanwuchs sei dem unfreiwilligen Enteigner mit 4 pCt. zu entschädigen, und zwar in folgenden Kostenbeträgen:

a) Anlagekosten.

Kiefernansaat, vor 16 Jahren, pr. Morgen $3\frac{1}{2}$, im Ganzen 10,5 Thlr. Davon der Jetztwerth:

10,5 Thlr. × 1,873 = 19,66 Thlr.

b) Unterhaltungskosten.

Nachbesserung, vor 14 Jahren 3 Thlr.; Jetztwerth:

3 Thlr. × 1,732 = 5,2 Thlr.

c) Bodenrente-Entgang.

1,2 Thlr. jährliche Bodenrente; davon ab
0,4 „ wegen jährlicher Gras- und Streunutzung.

0,8 Thlr. jährlich verbleibender Entgang. Dessen Jetztwerth:

0,8 Thlr. × 22,697 = 18,16 Thlr.

Gesammter Entschädigungswerth: 43,02 Thlr.
Auf den Morgen 14,34 Thlr.

§. 509. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Althölzern.

Hat sich der Holzbestand an Masse und Gebrauchswerth erst einigermaßen nutzbar ausgeformt, so wird der ihm für irgend einen Zeitpunkt eigenthümliche höchste Jetztwerth ohne Weiteres als Entschädigungswerth angenommen, mag derselbe nun in dem wirklichen zeitlichen Gehaltswerthe, oder in irgend einem auf die Gegenwart discontirten Zukunftswerthe bestehen.

Beispiel. Ein angehend haubarer Kiefernbestand in 60jährigem Alter sei pr. Morgen geschätzt zu 2400 Kfß. Massengehalt und 70 Thlr. Holzwerth und lasse erwarten mit 3prozentiger Kapitalisirung:

a) Jährliche Zwischennutzungen während des	I.	II.	III.	IV.	Jahrzehnds.
An Durchforstungen u. Streunutzungen:	24	21	18	15	Groschen.
Gleichzeitiger Entgang von der Bodenrente:	12	12	12	12	Groschen.
Jährlich verbleibender Nutzungsüberschuß:	12	9	6	3	Groschen.
b) Erwartbarer Abnutzungsertrag im Schlusse eines oder des andern dieser Jahrzehnde:	2800	3150	3450	3600	Kfuß.
	90	105	115	120	Thaler.
c) Jetztwerthe beider Zukunftsbeträge a und b zum	70	80	90	100	Alt.=Jahre.
Von den periodischen Zwischennutzungen:	3,4	5,3	6,2	6,6	Thaler.
Von den einmaligen Abnutzungen:	67	58	47	37	Thaler.
Wählbare Entschädigungs=Jetztwerthe	70,4	63,8	53,2	43,6	Thaler.

Unter diesen vier auf die Gegenwart zurückgeführten Zukunftswerthen übersteigt kaum der erstere vom 70. Altersjahre mit seinem Jetztwerthe den gegenwärtigen wirklichen Holzbestandeswerth; die Jetztwerthe der übrigen sinken mit jedem Jahrzehnde, wie an erwachsenen Bäumen (§. 507. 1.).

Um vorläufig zu beurtheilen, ob und wie der nächste Zukunftswerth den wirklich vorhandenen Gehaltswerth überbieten könne, vergleiche man nur die eben zu erwartende Werthszu=

nahme sammt Nebennutzung des Holzbestandes einerseits mit den Zinsen vom wirklichen Gehaltswerthe sammt der Bodenrente andrerseits. Der überwiegende Betrag einer oder der andern Summe deutet an, ob und wie der fragliche Zukunftswerth steigen oder fallen werde. Wo sich kein weiterer Nutzungsüberschuß in Aussicht stellt, gilt der gegenwärtige Gehaltswerth als der höchste Entschädigungswerth.

§. 510. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Mittelhölzern.

Bei mitteljährigen, oft noch ganz unreifen Hölzern kann die Werthsschätzung weder von den Erzeugungskosten ausgehen, noch die Zukunftsnutzungen unterstellen, nicht nur wegen der Zweifelhaftigkeit beider in zu weiter Ferne liegenden Rechnungsmomente, sondern auch wegen der hieraus entspringenden, zu großen Abweichung der Verwerthungsfaktoren. Es bietet sich hier ein ganz anderes und viel einfacheres Schätzungsmittel dar, nämlich die erfahrungsmäßige Altersdurchschnitts-Nutzung anderer, schon mehr erwachsener Holzbestände gleicher Art und Wachsbarkeit.

Der obige Kiefernbestand (§. 509.) gab an Durchschnittsnutzung vom Morgen und Jahre:

im 70. Jahre $\frac{90}{70}$ = 1,28 Thlr.,
„ 80. „ $\frac{105}{80}$ = 1,31 „
„ 90. „ $\frac{115}{90}$ = 1,28 „
also im Mittelbetrage etwa: 1,3 Thlr.

Um aber diese als probemäßig angenommene Durchschnittsnutzung weiter auf jüngere Kiefernwüchse von gleicher Entstehung, Haltung und Ertragsamkeit anzuwenden, müßte erst die Bodenrente davon abgezogen werden. Diese betrug im obigen Probebestande pr. Morgen 12 Sgr. = 0,4 Thlr., und mithin verblieb an eigentlich bodenrentefreier Durchschnittsnutzung für jedes Altersjahr

1,3 Thlr. — 0,4 Thlr. = 0,9 Thlr.

Ein 30jähriger Kiefernbestand, der den Ertrag jenes

Probebestandes erwarten ließe, hätte demnach pr. Morgen Durchschnitts-Nutzungswerth

0,9 Thlr. × 30 = 27 Thlr.

Dem 16jährigen Kiefernwuchse in §. 508. rechnete diese Schätzungsweise bei gleichen Werthsverhältnissen vom Morgen

0,9 Thlr. × 16 = 14,4 Thlr.

als Durchschnitts-Nutzungswerth zu, was mit dem dortigen Erzeugungswerthe zufällig übereinstimmt.

Obschon diese Schätzungsform den Holzwachsthumsgesetzen nicht ganz entspricht, und zumal den schwach entstehenden Holzgattungen im Jugendalter einen etwas zu hohen Nutzungswerth zutheilt: so macht sie sich doch gerade bei solchen Auseinandersetzungen ganz vorzüglich brauchbar.

Dem Entschädigungsberechtigten kann die Thulichkeit eines viel einträglicheren Betriebes, zumal in fleißigerer Aufbringung werther Vorerträge und Nebennutzungen, die in jener Haubarkeits-Durchschnittsnutzung gar nicht begriffen sind, keinesweges abgesprochen werden; zudem sichert dies Rechnungsverfahren vor größern Mißgriffen; dabei sind die erforderlichen Nutzungssätze leicht aufzufinden und von beiden Theilen eben so leicht als überzeugend zu handhaben.

§. 511. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Ausschlagsholzungen.

Bei eigentlichen Ausschlagsgehölzen ist gewöhnlich nur die periodisch wiederkehrende Bestandesabnutzung zu vergüten nach Abzug der Bodenrente und der Waldnutzungskosten; denn eine Nebennutzung kommt selten vor.

Beispiel. Eine Buschholzung in 10jährigem Umtriebe gewähre nach Abzug aller Betriebs- und Unterhaltungskosten bei jeder Schlaghauung 25 Thlr. Abnutzungsertrag. Der 3prozentige Kapitalwerth dieser Periodenrente ist alsbald nach erfolgtem Abtrieb (§. 118.):

25 Thlr. × 2,907 = 72,7 Thlr.

Fällt die Enteignung in den Lauf der Umtriebszeit, so muß dieser Kapitalwerth des eben geräumten Schlages noch für jenen

Zwischen=Zeitpunkt umgerechnet werden, und zwar mittels des entsprechenden Nachwerthsfaktors. Am Schlusse des 7. Jahres wäre derselbe (§. 119.)

$$72{,}7 \text{ Thlr.} \times 1{,}230 = 89{,}4 \text{ Thlr.}$$

Von diesem Kapitalwerthe der Holznutzung hätte man nun den für sich veranschlagten und ebenso auch für sich zu entschädigenden Bodenwerth noch abzuziehen; denn auch in diesem Falle würde das Zusammenfassen desselben mit dem Holzerwachs, schon wegen der mitunter auszuscheidenden Bestandeslücken, nicht immer leicht thulich sein. Überhaupt muß bei allen diesen Werthsschätzungen, schon der Gleichförmigkeit wegen, die Regel festgehalten werden: dem Entschädigungsberechtigten den Bodenwerth stets besonders anzurechnen.

3. Schätzung des Schadensersatzes bei Holzentwendungen und Beschädigungen.

§. 512. Schätzung des Schadensersatzes wegen Stammholzentwendungen.

Der Schadensersatz wegen unmittelbar vom Stocke entwendeter Hölzer wird geschätzt nach Maßgabe des Holzbetrages, des wirklichen Holzwerthes und des durch die Entwendung verursachten wirthschaftlichen Nebenverlustes.

1) Um den Holzbetrag entwendeter Stämme so gut als thulich anzusprechen, bemißt man zu der fraglichen Holzart die drei Massengehaltsfaktoren mittels der noch vorfindlichen Vergleichungsgrößen, nämlich: die Stammstärke, nach der Stärke und Form des Stockes, und wenn auch dieser fehlt, nach mittleren Nachbarstämmen und nach dem Umfange des Stockplatzes; die Scheitelhöhe und Stammform, nach den Nachbarstämmen, der ermittelten Stammstärke, der Stockform, dem Abstande und Standorte. Auf dem Grunde dieser Ermittelungen wird die Holzmasse berechnet, das Sortenverhältniß beurtheilt und der Sortenbetrag näher bestimmt. Von mehren Stämmen zusammen, oder ganzen Bestandesstücken schätzt man den Holzbetrag

auf gleiche Weise. Zur Bewährung solcher Thatbestände sind glaubhafte Aussagen sehr dienlich.

2) Bei Bestimmung des wirklichen Holzwerthes, nach Maßgabe des geschätzten Holzbetrages, legt man in der Regel den Marktpreis zum Grunde; denn jede Forsttaxe beruht auf Vertrag oder Vergünstigung, woran der Forstfrevler, der ohnedies das entwendete Holz meist um den höchsten Preis verkauft, keinen Theil haben kann.

3) Wird das entwendete Holz auch im vollen Marktpreise entschädigt, so verursacht dennoch dessen Herausreißung aus dem Wachsthums- und Wirthschaftsverbande dem Beschädigten oft noch manchen Nebenverlust. — Ohne die Beurtheilung dieses Nebenverlustes auf Spitzfindigkeiten zu bauen und etwa zu Gunsten des Beschädigten anzuführen, daß das entwendete Holz mit der Zeit vortheilhafter hätte verwendet werden können, etwa zur Gewinnung besserer Ausnutzungs- oder Gelegenheitspreise, so wie durch vorzugsweise Abgabe anderer, mehr rückgängiger Holzwüchse, oder wohl mittels Benutzung des Stockausschlages, der Besamung oder sonstiger Vortheile, was Alles auf sehr unsichern Gründen beruht und mitunter sogar auf Gegensätze führen könnte; auch ohne die Diskontirung irgend eines vernichteten Zukunftswerthes zu Hülfe zu nehmen, welche von zu fernen und unsichern Grundlagen ausgeht und nicht von Jedem gehandhabt werden kann, dem der Forstschutz obliegt: halten wir uns hier nur allein an die Entschädigung des nebenbei verursachten Werthszunahmeverlustes. Der Schadensersatz, welcher diesen mit einschließt, ergiebt sich aus dem Holzwerthverluste in Verhältniß des landüblichen Zinsfußes zu dem (nach §. 417.) nun verlornen Werthszunahme-Prozente und umfaßt somit zugleich den Verlust an Bodenrente von dem erledigten Standplatze.

Wäre z. B. von einem im Mittelwaldschlage entwendeten Standreitel der wirkliche Holzwerth zu 6 Sgr. und der Werthszunahmeverlust zu 7 Prozent geschätzt worden: so verhielte sich bei 4prozentigem Zinsfuße der geschätzte wirkliche Holzwerth als Entwendungswerth zu dem ganzen Schadensersatze

wie 4 : 7 *), und dieser betrüge mithin $\frac{7}{4} \times 6 = 10{,}5$ Sgr., nämlich 6 Sgr. wegen Holzwerthsverlustes und 4,5 Sgr. wegen Werthszunahmeverlustes.

Diese Berechnung setzt freilich eine unaufhörliche Fortdauer des Werthszunahmeverlustes voraus, welche in der Wirklichkeit nicht besteht; allein man kann den spätern Abfall desselben recht füglich für die übrigen, weniger bestimmbaren Nachtheile des beschädigten Waldbesitzers aufrechnen, dabei aber zur Begegnung von Mißbräuchen das höchste Werthszunahme-Prozent nur auf das Doppelte des gangbaren Zinsfußes beschränken. Dieses Äußerste übersteigt das Wachsthum und die Werthszunahme solcher Hölzer ohnehin nicht leicht.

Hiernach dürfte bei forstwirthschaftlicher Bestimmung des Schadensersatzes wegen entwendeter Stammhölzer die einfache Regel gelten: Man bestimme den Holzbetrag nach den noch ermittelbaren Maßen, den wirklichen Holzwerth nach den Marktpreisen und den Schadensersatz nach dem Holzwerthe in Verhältniß des landüblichen Zinsfußes zum verlornen Werthszunahme-Prozente. Dabei dürfte aber der Schadensersatz das Doppelte des Holzwerthes nicht übersteigen.

Diese Regel hält sich in so engen und bestimmten Grenzen und behilft sich mit so einfachen Schätzungsmitteln, daß jeder Forstaufseher leicht und sicher nach ihr taxiren kann; sie ist ein längst gewünschtes Auskunftsmittel unseres Forststrafverfahrens.

§. 513. Schätzung des Schadensersatzes wegen Holzbeschädigungen.

Die Schätzung des Schadensersatzes wegen bloßer Beschädigung an Gehölzen verfolgt zwei verschiedene Wege,

---

*) Der Entwendungswerth E ist nämlich als Kapital anzusehen, das dem Forste 7 pCt., mithin $E \times \frac{7}{100}$ abwarf. Der Schadensersatz S, zu 4 pCt., also zu $S \times \frac{4}{100}$ angelegt, muß jenen Betrag ersetzen. Daraus ergiebt sich die Gleichung:

$$S \times \frac{4}{100} = E \times \frac{7}{100},$$
$$S \times 4 = E \times 7,$$
$$S = E \times \frac{7}{4}.$$

je nachdem der Schaden an eigentlich nutzbaren Hölzern, oder an jungen Holzwüchsen verübt wurde.

1) Von beschädigten Holzstämmen ist zu schätzen und zu ersetzen: was der zurückgebliebene Stamm einmal an seinem vorhinnigen vollen Holzwerthe, zum Andern an seiner künftigen Werthszunahme verloren hat. Der erstere, einmalige Verlust kann sehr wenig, auch wohl gar keinen wirklichen Nutzungswerth haben, aber doch sehr üble Folgen nach sich ziehen; der letztere und hauptsächliche Verlust tritt als Rente auf, die bis zur dereinstigen wirthschaftlichen Abnutzung des Baumes dauert.

Gesetzt, ein Baum, dessen voller Holzwerth 120 Sgr. betrug, sei entästet worden; man habe die entwendeten Äste an sich zu 20 Sgr. angeschlagen, den Entgang an weiterer Werthszunahme des Baumes aber jährlich zu 3 Prozent geschätzt, und zwar mit 15jähriger Dauer bis zu der daselbst eintretenden Schlaghauung. Davon berechnet sich der Schadensersatz nach 4prozentigem Zinsfuß:

a) An Entwendungswerth = 20 Sgr.

b) An Werthszunahmeverluste, jährlich zu 3 pCt., $120 \times \frac{3}{100} = 3{,}6$ Sgr.*). Davon der 15jährige 4prozentige Rentenwerth: $3{,}6$ Sgr. $\times (25 - 13{,}88)$ = 40 Sgr.

Zusammen: 60 Sgr.

Da in einem solchen Falle die höchste Entschädigung eben auch durch das Doppelte des landüblichen Zinsfußes begrenzt sein müßte (§. 512.), es aber dem Beschädigten frei steht, den zurückgebliebenen Haupttheil des Stammes alsbald niederzuschlagen und den davon erlös'ten Holzwerth sammt dem erstatteten Entwendungswerthe zinstragend anzulegen: so dürfte man, wenigstens bei gewöhnlichen Beschädigungen dieser Art, als Werthszunahmeverlust höchstens nur noch den einfachen Zinsenbetrag

*) Hierbei ist der Werthszunahmeverlust auf das entwendete Astholz, das doch alsbald ersetzt wird, der Kürze wegen mit eingerechnet.

anrechnen. — Bei solchen Beschädigungsfällen kann übrigens der Schadensersatz weit über das Doppelte des entwendeten Holzwerthes steigen und dieser, wie bei bloßen Verletzungen, ganz betragslos sein. Ist ein Stamm tödtlich verletzt, vielleicht durch Entrindung, so wird der Schadensersatz nach §. 512. berechnet und der noch vorhandene Holzwerth dem Beschädiger gut geschrieben.

2) Von beschädigten Holzanwüchsen schätzt man zum Behuf des Schadensersatzes einerseits die Wiederherstellungskosten, andererseits den Wirthschaftsverlust bis zum Wiedereintritte des frühern unbeschädigten Zustandes. Die Kosten der thulichen Wiederherstellung durch das geeignetste Ausbesserungsmittel nebst den etwaigen weitern Nachbesserungen kann jeder Forstwirth ohne Weiteres leicht veranschlagen. Der Wirthschaftsverlust während der Wiederherstellungszeit umfaßt theils die inzwischen verloren gehende Bodenrente und Bodenkraft, theils den gleichzeitigen Zinsenverlust von allen früher aufgewendeten Erzeugungskosten.

So könnte z. B. die Schadensersatzberechnung von einer 6jährigen Kiefernansaat, deren Wiederherstellungszeit 4 Jahre erfordere, zu 3 pCt. und pr. Morgen mit folgenden Ansätzen durchgeführt werden:

a) Alsbaldige Wiederauspflanzung = 25 Sgr.

b) Jährlicher Verlust während der nächsten 4 Jahre:

20 Sgr. an Bodenrente u. Bodenkraft.

10 „ an Zukunftszinsen von allen vorher aufgewendeten Anlage- und Unterhaltungskosten, einschließlich des mittlerweile davon schon aufgelaufenen Zinsenbetrages.

30 Sgr. Diese 4jährige Rente hat an Jetztwerth (§. 115.):

30 Sgr. × (33,33 — 29,61) = 111,6 Sgr.

Ganzer Schadensersatz pr. Morgen: 136,6 Sgr.

§. 514. Schätzung des Schadensersatzes wegen Holzverwüstungen.

Die Schätzung des Schadensersatzes wegen begangener gänzlicher Verwüstung von Gehölzen ändert sich ebenfalls, je nachdem der Verlust in nutzbaren Hölzern oder in jungen Holzwüchsen besteht.

1) Eine gänzliche Verwüstung vorhandener nutzbarer Holzbestände ist ohne zeitige Begegnung von Seiten des Besitzers kaum möglich, zumal als Gegenstand nachheriger, rechtlich begründeter Schadensersatzforderung. Hierbei bietet sich dem Taxator kein anderer Schätzungsweg dar, als die nähere Ermittelung des Verwüstungszustandes und entwendeten Holzwerthes mit Berücksichtigung der etwa geltend zu machenden, verlornen forstwirthschaftlichen Zukunftswerthe, je nach den verschiedenen Benutzungsarten und Zeiten.

2) Bei gänzlicher Verwüstung junger Holzerwüchse sind zu schätzen und zu ersetzen:

a) Die Anlagekosten, als einmalige Ausgabe auf den Jetztwerth berechnet.

b) Die seit der Anlage aufgewendeten Unterhaltungskosten, nach Abzug der etwaigen gleichzeitigen Zwischennutzungen, als Vergangenheitsrente (nach §. 117.) zu kapitalisiren.

c) Der Entgang an Bodenrente und Bodenkraft in der Zwischenzeit, ebenfalls eine Vergangenheitsrente.

d) Der gleichzeitige Verlag an Verwaltungs- und andern ständigen Kosten; nächstdem wohl auch eine Spekulationsvergütung.

Die §§. 504 bis 511. über Expropriations-Entschädigungen von Holzgrundstücken behandeln diese Werthsfragen ausführlich, wenn auch in etwas anderer Beziehung.

4. Werthschätzung von Jagden.

§. 515. Überhaupt.

Kein Gegenstand der Forstnutzung ist schwieriger zu schätzen, als die Jagd auf wilde Thiere, welche ihren Aufenthalt in Wäldern und Feldern nach Willkür nehmen und verändern; deren Angehörigkeit so oft bezweifelt, verletzt und bestritten wird; deren Habhaftwerdung so sehr von Glück und Geschicklichkeit abhängt, und deren oft eben so mühsame als kostbare Erlegung Viele für weit werthvoller achten, als die wirkliche Nutzung. Der Werth eines Jagdeigenthums ist zunächst und hauptsächlich nach dem Jagdbezirke, der Jagdbarkeit, der Jagdgerechtsame und der Jagdnutzung zu bemessen.

1) Vom Jagdbezirke hat man aufzunehmen und zu beschreiben: Flächengehalt, Figur und Begrenzung; Lage, Boden und Fruchtbarkeit; Ausdehnung, Vertheilung und Kulturzustand von Wald, Feld, Wiese, Weide und Gewässer.

2) Jagdbarkeit. Dahin gehören: die Ansässigkeit und Hegbarkeit der verschiedenen Wildgattungen; die Gelegenheit zum Ein- und Auswechsel des Wildes und der eben vorfindliche Wildstand; zudem die äußere Jagdörtlichkeit und Wildhege im ganzen Wechselbereiche.

3) Jagdgerechtsame. Hier ist hauptsächlich zu erörtern:

a) Ob Hohe-, Mittel- oder Nieder-Jagd, ausschließlich oder mitberechtigt, Vorjagd oder Nachjagd; mit welchen Theilhabern und Nachbarn und unter welchen gegenseitigen Beschränkungen; ob unbestritten oder bestritten.

b) Jagddienste, an Frohnen zum Treiben, Fahren oder Tragen des Wildes, zum Zubereiten der Salzlecken, Stallungen, Schirme, Fänge u. dergl., gemessen oder ungemessen; so auch an Lieferungen und andern Leistungen behufs der Jagd.

c) Belastungen durch Besteuerung, Erbzins, Wildprets- und andere Abgaben, durch Frohngebühren, Wildschadensersatz

und andere Vergütungen, so wie Verpflichtung zum Wildabwehren, Einfriedigen u. dergl. m.

4) Jagdnutzung.

a) Allgemeine Nutzungsverhältnisse: Jagdpolizei-Gesetze, Vereinbarkeit der Wildhege mit dem Wald- und Feldbau, Stimmung der Grundbesitzer gegen die Jagd, Wilddieberei, Jagdliebhaberei und freiwillige Jagdgenossen.

b) Jagdbetrieb: angemessene Wildhege und Jagdweise; seitherige und erwartbare Jagdausbeute und Wildpreise; Aufwand für Jagdgehülfen und Jagderfordernisse, Fütterungs- und Unterhaltungskosten, Schuß- und Fanggeld u. s. w.

c) Jagdertrag an Einnahme und Ausgabe und Reinertrag, und zwar bei Selbstbeschießung, Verwaltung und Verpachtung des Jagdrevieres.

5) Der Jagdwerth kommt als realer und relativer in Betracht.

a) Der reale Werth einer Jagdgerechtsame an sich, bestehend in dem absoluten Kapitalwerthe des Jagdeinkommens, bietet wegen der vielen Zufälligkeiten, welchen der Wildstand und die Jagdnutzung unterliegen, selten eine dauernde Sicherheit. Dessen Kapitalisirung nimmt also in der Regel, wo es sich bloß um wirthschaftliche Zwecke handelt, stets einen bedeutend höhern Zinsfuß an, als den bei Güterkäufen üblichen.

b) Der relative Jagdwerth ist in mancherlei weitern Vortheilen des Jagdinhabers zu suchen, hauptsächlich:

α) In der Beabsichtigung, eine, die Jagd ausbeutende, oder doch störende Nachbarschaft los zu werden.

β) Wenn ein Jagdrevier durch weitere Ergänzung oder bessere Abrundung mittels fremder Jagdbezirke zu einem geschlossenern Jagdgehege erhoben werden kann.

γ) In vortheilhafter Erwerbung der Mitjagd zur pfleglichern Behandlung und bessern Benutzung der Jagdbarkeit.

δ) In vortheilhafter Erwerbung der Jagdgerechtsame von Seiten des Grundbesitzers, um das belastete Wald- oder Landgut freier und einträglicher benutzen zu können.

ε) Endlich im Vorliebewerthe. Dieser ist durch vortheilhafte Verpachtung an vermögende Jagdliebhaber zu gewinnen und von dem Forstwirthe da nicht aus dem Blicke zu verlieren, wo Landes- und Grundherren in ihren freieigenen Waldungen an einem Wildgehege Vergnügen finden.

Unter solchen Verhältnissen steigt der relative Jagdwerth oft zu einer Höhe, auf welcher nach dem Reinertrage ebenso wenig, als nach einem Kapitalisirungszinsfuße gefragt wird.

5. Schätzung des Wildschadens.

§. 516. Schätzungen des an Holzungen verübten Wildschadens überhaupt.

Kommt Wildschadensersatz hinsichtlich der Wälder und Holzungen zur Frage, so stehen der Schätzung, je nach Alter und Zustand des beschädigten Holzwuchses, drei ganz verschiedene Ermittelungswege offen, wovon jeder zu einem eigenen Schadensersatze führt, nämlich zum Ersatz der Erzeugungskosten, oder zum Ersatz der Wiederherstellungskosten, oder zum Ersatz der Durchschnittsnutzung. Füglich kann dabei eine Schätzungsweise die andere bewähren.

1) Ersatz der Erzeugungskosten. Kann und soll ein Wildschaden durch den verlorenen Erzeugungsaufwand wieder ersetzt werden, so kommen nach §. 514. folgende Jetztwerthe zur Frage:

a) Die aufgewendeten Anlage- und Unterhaltungskosten, nebst den inzwischen davon aufgelaufenen Zinsen.

b) Der Entgang an Bodenrente und Bodenkraft seit der Anlage.

c) Etwa noch der gleichzeitige Verlust an nutzlos aufgewendeten Betriebskosten.

Diese Art der Schadensberechnung wäre bei gänzlicher oder theilweiser Vernichtung junger Holzsaaten und Pflanzungen anwendbar und könnte selbst für Naturanwüchse geltend gemacht

werden, wenn man diesen einen verhältnißmäßigen Anlagewerth beimäße.

2) Ersatz der Wiederherstellungskosten. Die Summe aller erforderlichen Wiederherstellungskosten, einschließlich des verursachten Wirthschaftsverlustes, entzifferte man nach §. 513. 2. in Gemäßheit folgender Schätzungsgrundlagen:

a) Die Wiederanbau- und etwaigen weiteren Nachbesserungskosten bis zur Herstellung des früheren, unbeschädigten Zustandes;

b) die bis dahin verloren gehende Bodenrente und Bodenkraft;

c) der gleichzeitige Zinsenverlust von den früher aufgewendeten Erzeugungskosten.

Dieser Ermittelungsweg dient vorzüglich bei minderer Anwendbarkeit des Erzeugungskosten-Ersatzes besonders für Mittel- und Niederwaldnachwüchse.

3) Ersatz der Durchschnittsnutzung. Ist seit der Entstehung eines Gehölzes bis zu dessen gänzlicher oder theilweiser Zerstörung ein größerer Zeitraum verflossen und keine der beiden obigen Entschädigungsweisen recht anwendbar: so bleibt die summarische Vergütung der auf diesen Zeitraum ausgeworfenen, nach dem normalen Haubarkeitsertrage berechneten Durchschnittsnutzung das einfachste und sicherste Ersatzmittel. Denn in solchen Rechtsfällen muß stets die Behauptung gelten, daß der fragliche Holzwuchs, ohne den erlittenen Wildschaden, den seiner Standortsgüte entsprechenden Vollertrag abgeworfen hätte. Dabei läßt sich dem arithmetischen Einwande: „der jetzt beanspruchte Antheil von der spätern Haubarkeitsnutzung dürfte eigentlich nur in seinem derzeitigen Vorwerthe angerechnet werden", mit ganz entschiedenen Gründen entgegnen: einmal, daß die hier unterstellte normale Haubarkeits-Durchschnittsnutzung von den früher abfallenden Vorerträgen nichts mit umfasse und keineswegs auf alle, der Spekulation möglichen, forstlichen Vornutzungen eingehe; zweitens, daß bei diesem einfachen

Ersatze der Durchschnittsnutzung kein Verlust an Erzeugungskosten mit in Anrechnung kommt, daß ja auch bis zu dem Haubarkeitseintritte die Holzpreise bedeutend steigen können; drittens, daß ein erheblicher Wildschaden in mehrfacher Hinsicht die ganze Bestandesordnung stört und dadurch noch weitere Wirthschaftsverluste nach sich zieht, die ebenso, wie viele minder auffallende Beschädigungen im Walde umher, gar nicht geschätzt werden können, und endlich, daß auch da, wo irgend ein Zweifel obwaltet, der in seinen Nutzungsrechten Verletzte eine Einbuße durchaus nicht erleiden dürfte. Übrigens würde ja der Beschädigte bei einer durch die ganze Umtriebszeit fortgesetzt wiederholten Bestandesverwüstung nicht anders zum vollen Ersatze seines Verlustes gelangen können! —

Hierneben hat der Jagdberechtigte dem Jagdleidenden die durch den Wildschaden verursachten Kosten des forstordnungsmäßigen Wiederanbaues vollständig zu ersetzen.

Den Ersatz vorübergehender Waldbeschädigungen, die mit der Zeit von selbst wieder verwachsen, schätzt man ebenfalls am leichtesten und sichersten nach der bis zur Wiedererholung verlorenen Durchschnittsnutzung.

Im Allgemeinen wäre noch zu bemerken: Bei theilweisem Wildschaden ist genau zu bestimmen, welcher Flächentheil vom Ganzen der Entschädigung unterliegt. Im Mittelwalde wäre zuvörderst der dem Unterwuchse zukommende Flächenantheil und dann wieder von diesem die wirkliche Beschädigungsfläche zu ermitteln.

Bei beschädigten Pflanzungen könnte man die Zahl der verletzten Pflanzen überschlagen und nach dieser die Beschädigungsfläche auswerfen. Mitunter könnten wohl auch von den vernichteten jungen Pflanzen mehr oder weniger nach dem eben Statt findenden Pflanzenpreise angerechnet werden.

Im Uebrigen ist leicht einzusehen, daß eine auf gewinnsüchtige Zukunftsnutzungen basirte Wildschadentaxation um so weniger gelten kann, als dabei nur junge Wüchse zur Frage kommen, deren zweifelhafte Zukunft gerichtlich wenig Glauben finden dürfte.

§. 517. Wildschadensersatz in Betreff junger Holzwüchse.

Ganz junge, eben in der Entstehung begriffene Holzanwüchse unterliegen dem Wildschaden am meisten. Diese Zerstörungen werden verübt an bloßen Schlagbesamungen, an Anbauwüchsen und Naturanwüchsen.

1) Wird eine erfolgte Schlagbesamung, sei es als Mast oder im eben gekeimten Zustande, vom Wilde aufgezehrt und dadurch die Wiederverjüngung ganz oder nur theilweise vereitelt: so schätzt man entweder die Kosten des Ersatzes durch alsbaldige Saat oder Pflanzung, oder man bestimmt die wahrscheinliche Wiederkehr des nächsten Samenjahres und rechnet auf diese nutzlose Zwischenzeit den Verlust an Bodenrente und Bodenkraft und an Kapitalzinsen von dem Schlagbestandeswerthe, so weit diese von der wirklichen Werthszunahme der um so länger beizubehaltenden Samenbäume nicht übertragen werden.

2) Würden Holzansaaten oder Anpflanzungen von dem Wilde vernichtet oder beschädigt, so ermittelt man zuvörderst den betroffenen Flächengehalt und schätzt dann nach §. 516. 1. den Betrag der Erzeugungskosten.

3) Von den verletzten Naturanwüchsen wäre nur dann ein Erzeugungskostenersatz anzurechnen, wenn die Behauptung geltend gemacht werden kann, daß der Wiederanbau zwar Regel, solcher aber im vorliegenden Falle durch geschickte, oft nicht minder kostbare Beihülfe der Natur eben erspart worden sei. — Außerdem hätte man den Wiederherstellungsersatz nach §. 516. 2. anzuwenden. Bei dessen Ermittelung ist jedoch nicht zu übersehen: daß von den verbissenen Wüchsen noch manche eingehen und viele sich nicht so bald wieder erholen, daß also die Wiederherstellungszeit oft bedeutend weiter hinausrückt, als gewöhnlich vorausgesetzt wird.

Hat bloß ein, das Wachsthum zurücksetzender Verbiß Statt gefunden; so ist es oft am einfachsten und sichersten, auf die Wiedererholungszeit den Ersatz der Durchschnittsnutzung als Entschädigungsbetrag anzurechnen.

§. 518. Wildschadensersatz in Betreff stärkerer Holzaufwüchse.

Die dem Wildverbiß entwachsenen, schon mehr geschlossenen, zum Reinigen vorschreitenden Aufwüchse leiden gewöhnlich nur theilweise durch Schälen und Zerschlagen. Solche Schäden werden dann ausgehauen und mit hochstämmigen Pflänzlingen ausgebessert. In der Regel ist hier der verhältnißmäßige Wiederherstellungsersatz nach §. 516. 2. anzurechnen.

Wo das Alter schon mehr vorgeschritten ist, besonders im Nieder- und Mittelwalde, könnte wohl auch für den beschädigten Flächentheil der Ersatz der entsprechenden Durchschnittsnutzung, nebst den Ausbesserungskosten nach §. 516. 3. in Anspruch genommen und davon das abgeräumte Reisig in Abrechnung gebracht werden. — Hat man die hochstämmigen Pflänzlinge, oder die sonstigen Wiederherstellungsmittel nicht sogleich bei der Hand, dann müßte der Schaden so lange hinaus vergütet werden, bis dieselben beizuschaffen sind. — Wenn die Beschädigungen von selbst wieder verwachsen, fallen die Ausbesserungskosten weg.

§. 519. Wildschadensersatz in Betreff ausgeschafteter Junghölzer.

Die mehr gereinigten Gerten- und Stangenhölzer werden hier und da vom Wilde verderblich geschlagen und geschält. Umfängliche Beschädigungen dieser Art lassen sich gar nicht anders taxiren und ersetzen, als mittels Vergütung der verlornen Durchschnittsnutzung und erforderlichen Wiederanbaukosten nach §. 516. 3. Bei horstweiser Verletzung haut und pflanzt man die beschädigten Stellen aus und rechnet den Werth des gefällten Holzes von dem Entschädigungsbetrage ab. Werden weniger beschädigte Horste ausgehalten, so ist von diesen doch wenigstens der Zuwachsverlust zu ersetzen. — Sind aber die unheilbar verwundeten Stämme nicht horstweise, sondern durchgängig vertheilt und so zahlreich, daß weder eine wieder ersetzende Auspflanzung thulich, noch die von selbst erfolgende Ausbildung eines Vollbestandes möglich ist: so überläßt man dem Jagdberechtigten den ganzen vorhan-

denen Bestand gegen die volle Vergütung der verlorenen Durchschnittsnutzung und Erstattung der Wiederanbaukosten.

Hier und da könnten wohl einige Stämme zur nützlichen Oberholzzucht beibehalten werden.

§. 520. Schätzung wiederholter Wildschäden.

Wildschaden-Wiederholungen nach früher schon geleistetem Schadensersatze und vollführter Wiederherstellung machen vor Allem einen genauen Nachweis der erstatteten Wildschadensvergütungen nöthig, damit die neuen Entschädigungen nicht in die alten erledigten wieder zurückgreifen. Ein solch' wiederholtes Schätzungsverfahren ändert sich auch hier, je nachdem die Erzeugungskosten, die Wiederherstellungskosten oder die Durchschnittsnutzung zur Frage kommt; aber keines davon erstreckt sich über die letztere Entschädigungszeit zurück.

1) Wo die Erzeugungskosten (§. 516. 1.) zur letzten Entschädigung dienten, stellte man so weit einen, von den früheren schon befriedigten Erzeugungsansprüchen ganz unabhängigen neuen Holzwuchs her. Bei dessen abermaliger Beschädigung dürfte also jedes, von der jüngsten Entstehung herzuleitende Schätzungsverfahren angewendet werden, ohne irgend eine Betheiligung mit dem vormaligen Schadensersatze.

2) Fand aber die letztere Entschädigung nach den Wiederherstellungskosten (§. 516. 2.) Statt, so kann wegen des dadurch ganz veränderten Werthsverhältnisses über diesen Zeitpunkt zurück ein Erzeugungskostenersatz nicht mehr geltend gemacht werden. Wäre nun abermals ein Wiederherstellungsersatz anwendbar, dann rechnete man zu den Wiederanbaukosten die in §. 516. unter 2 b. und c. aufgeführten Nebenwerthe, nämlich die weiter verlorene Bodenrente und Bodenkraft mit dem Zinsenverluste von den anfänglich aufgewendeten Erzeugungskosten und zwar auf die neue Entschädigungszeit, von dem vorletzten bis zum nächsten Wiedereintritt des früheren Vollbestandes.

3) Wird bei wiederholtem Wildschaden Ersatz der Durchschnittsnutzung in Anspruch genommen, so darf dieser eben auch nur von dem Zeitpunkte der letzteren Entschädigung ab ge-

rechnet werden, mag damals diese oder jene Entschädigungsweise Statt gefunden haben. Die Wiederanbaukosten sind aber jedesmal von neuem nöthig und mithin vollständig zu ersetzen, nebst dem Zuwachsverluste am bleibenden Bestande. —

Wo der Wildschaden nicht abgestellt werden kann, durch Niederschießen des Wildes oder Umfriedigung der jungen Wüchse, da würde es am geeignetsten sein, die Wildschadentaxation periodisch, etwa von 5 zu 5 Jahren, zu wiederholen.

---

§. 521. Schluß.

Geht die Waldwerth-Schätzung auf alle eben anwendbaren Benutzungsweisen und angemessenen Prozentsätze im Interesse der Betheiligten ein, ohne nur eine einzige in Frage begriffene Werthsbeziehung unerhoben zu lassen, sollte sie auch drei, sechs oder mehr Ergebnisse aufstellen müssen: so wird nicht nur ihre Aufgabe ganz umfassend gelös't und eine Benutzungsweise durch die andere, so wie ein Werthsergebniß durch das andere berichtigt und bewährt, sondern es wird auch dem Besitzer, wie dem Bewerber eine klare Auskunft über die fraglichen Werthsverhältnisse ertheilt und eine ihren Umständen eben angemessene Wahl ganz frei gegeben. Zudem sichert sich die Taxation im Voraus gegen jeden Vorwurf, der sie durch Nachschätzung oder in Folge einer gewinnreichern Verwerthung berühren könnte. Der Forsttaxator darf nie aus dem Blicke verlieren, daß bei allen seinen Werthsschätzungen wenig sicherer Grund zu finden ist und dennoch viel auf dem Spiele steht. Ein solch' umfassend gründliches Verfahren, wie das hier vorgezeichnete, hat sich seit einer langen Reihe von Jahren in den verwickeltsten Fällen genügend bewährt, während andere Werthsermittelungen, in Befangenheit und Zweifel schwebend, selbst die Wissenschaft auf Abwege führten.

Wollte man die Waldwerthschätzung nun auch als Leitungsmittel der Forstwirthschaft mit gebrauchen und stets die Werthsverhältnisse, in welchen diese wirkt und schafft, zur Kenntniß ziehen und zur Richtschnur nehmen: so würde sich die Waldbehand-

lung und Waldbenutzung mit Sicherheit erheben aus ihren schwankenden Zuständen. Überall würde man das Werthszunahme-Prozent im Einzelnen und das Werthsnutzungs-Prozent im Ganzen als beurtheilenden Maßstab anlegen und das Waldvermögen steigern zur höchsten Ergiebigkeit und Einträglichkeit. Niemand würde mehr die irrige, gemeinschädliche Meinung theilen, daß die Walderziehung sich nicht bezahlt mache. Es ist ganz unglaublich, welche Massen, Erträge und Werthe den Wäldern abzugewinnen sind zur Bereicherung der Gegenwart und Zukunft, wenn man die Kräfte der Natur erforscht und der Forstwirthschaft diensam macht. Möchte die Forstmathematik hierbei recht fleißig zu Rathe gezogen werden.

Nachweis

einiger forstmathematischen Kunstausdrücke.

Abschätzungs-Zeitraum, erstreckt sich so weit hinaus, als man die zu erwartenden Erträge je nach dem vorgefundenen Waldzustande näher ermittelt und bestimmt. §. 456.

Abstand, Abstandszahl, die mittlere Entfernung der Stämme eines Bestandes, bemessen nach der gegenseitigen Stammstärke, zur Bestimmung des Waldschlusses. §. 364.

Abtriebsalter, in welchem ein Waldbestand, öfters ganz abweichend vom normalen Schlagbarkeitsalter, nach Maßgabe der zufälligen Umstände abgetrieben oder verjüngt werden muß. §. 456.

Alter, zur Abnutzung fraglicher Holzwüchse, Benutzungsalter, unterscheidet sich als Haubarkeits-, Schlagbarkeits-, Umtriebs- und Abtriebsalter. §. 456.

Benutzungsalter, kommt bei einem Holzwuchse ohne nähere Beziehung mehr überhaupt zur Sprache. §. 416.

Bestandesabfälle (a), Vorerträge, welche ein Holzbestand bis zur eintretenden Abnutzung darbietet.

Bestandesauszählung, Ermittelung der Bestandesgüte durch besondere Schätzung aller Stämme. §. 372 f.

Bestandesfläche, diejenige Bodengrundfläche, welche der Bestand wirklich einnimmt; sie ergiebt sich, wenn man von der Ortsfläche die Lückenfläche abzieht.

Bestandesform, ist bedingt von Holzart, Wuchs und Schluß.

Bestandesgüte, beruht hauptsächlich in dem Massen- und Werthsgehalte, mit dem laufenden Jahreszuwachse, bemessen nach der Forstflächeneinheit. §. 371.

Bestandesklasse, Altersklasse, Wuchs- und Altersabtheilungen der Waldbestände für den Betrieb.

Betriebsplan, giebt die Grundzüge des künftigen Waldwirthschafts-Betriebes, aber bloß mittels des Flächenangriffs. §. 457.

Betriebsverband, Waldverband, Block, ein zu selbstständigem Nachhaltsbetriebe zusammengeordnetes Waldganze.

Bodenklassen, braucht man zur Bestimmung örtlicher Bodengüten, wofern die allgemeinen Standortsklassen nicht ohne Weiteres angewendet werden sollen. §. 389.

Bodenrente, der jährliche Reinertrag. Vom Waldboden bestimmt man dieselbe entweder nach dessen landwirthschaftlichem Werthe und dem angemessenen Zinsfuße, oder nach dem Überschusse, wenn von der

Bestandeswerthszunahme die Zinsen des Bestandeswerthes und die Waldnutzungskosten abgezogen werden. §. 420.

Discontiren, das Berechnen gegenwärtiger, oder gewissen Zeitpunkten zugeschriebener Werthe späterer, auch wohl früherer Zahlungsbeträge.

Durchschnittsertrag, Durchschnittserwachs, der Massen- oder Werthsbetrag eines schlagbaren Waldbestandes vom Morgen und Jahr zu gleichen Theilen, hinsichtlich der Erziehung. §. 435.

Durchschnittsmehrung, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem zum Hauptertrage gelangenden Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 413. 425.

Durchschnittsnutzung, der Durchschnittsabwurf einer Wirthschaftswaldung hinsichtlich des Angriffes.

Durchschnittszuwachs, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem gesammten, zum Haupt- und Vorertrage gelangenden, Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 425.

Einrichtungs-Zeitraum, die Zeit, welche der Betriebsplan eines Waldverbandes umfaßt, bis zum vorausgesetzten Eintritte des Normalzustandes. §. 456.

Entstehung: starke, rascheres Aufwachsen mit ziemlich gleichmäßiger Mehrung; schwache, langsameres Anwachsen mit mehr steigendem Jahreszuwachs. §. 422.

Ertragsfähigkeit, des Standortes volle Wirksamkeit in Erzeugung der ihm besonders angemessenen Holzwüchse und Erträge; der Ortsgüte-Charakter. §. 389.

Ertragsamkeit, des Waldes Ergiebigkeitszustand, der Ertragsfähigkeit gegenüber. §. 390.

Ertragsgüte, Ertragsklasse, d. Bestandes geschätzte oder gewährte Ergiebigkeit, ausgedrückt mittels des jährlichen Durchschnittsertrages von der Flächenmaßeinheit. §. 393.

Ertragsvermögen, der gesammte Reichthum eines Waldes in Stand- orts- und Bestandesgüte, woraus dessen Ertrag hervorgeht. §. 388.

Erwachs, vereinigt die Begriffe von Zuwachs und Mehrung an Masse und Werth in Bezug auf Ertrag.

Formklasse, zur Bestimmung des Massengehaltes stehender Bäume, bloß nach der äußern Baumgestalt, anstatt der Formzahl. §. 349.

Formzahl (f), der Antheil des Stammgehaltes an der bezüglichen Scheitelwalze, das Formhaltigkeits-Verhältniß. §. 348.

Füllmaße, gegebene Raumgrößen, welche man zum Wegmessen des kleingemachten Holzes gebraucht, im Gegensatze der Stückmaße. §. 338.

Gehaltshöhe (h), die Höhe einer dem fraglichen Stamme an Grundfläche und Körperinhalt gleichen Walze. §. 343.

Gehaltswalze, der dem Stamme an Grundfläche G und an Körperinhalt M gleiche Cylinder. §. 343.

Gehaltswerth des ganzen Massenbestandes, nach den laufenden Waldpreisen, ohne weitern Bezug auf Absetzbarkeit, welche dagegen den Absatzwerth bedingt. §. 487.

Gesammtertrag = Hauptertrag + Vorertrag, das Ergebniß des Gesammtzuwachses.

Gesammtzuwachs, der Inbegriff von Mehrungszuwachs zum Hauptertrage + Nebenzuwachs zum Vorertrage. §. 392.

Gleichwüchsiger Bestand, ziemliche Gleichheit der Stämme in Alter und Größe.

Grundwerth, das Produkt der Ortsfläche mit der Ortsgüte.

Hauabfall, die bei jeder Holzaufbereitung unvermeidlichen Abgänge an Spänen und Genist.

Haubarkeitalter, in welchem ein Baum oder Holzbestand nicht nur höchst nutzbar, sondern auch ebenso abkömmlich und verwerthbar ist.

Hauptbestand, die herrschenden Stämme eines Vollbestandes; die

überwachsenen bilden den Nebenbestand.

Hauptertrag, das Ergebniß der endlichen Abnutzung, im Gegensatze von Vorertrag.

Haupthauung, die verjüngende Abnutzung des Bestandes, Schlaghauung mit etwaigen Nachhauungen; die Vorhauungen laufen voraus.

Hauptholzart, die herrschende eines Bestandes, nach welcher sich der Betrieb hauptsächlich richtet; Zwischenholzarten, anderartige Beimischungen.

Höhenzuwachsmaß, ist vom Stärkenzuwachs bedingt; es beträgt gerade so viel von der Stammhöhe, als der Stärkezuwachs von der Stammstärke. Hiernach spricht man die Höhenzuwachsklassen zu 1, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0 an. §. 357 u. 359.

Holznutzungs-Prozent, bezeichnet das Verhältniß der jährlichen Abnutzung vom Massenvorrathe einer Waldung; es kann sich bloß auf den Hauptertrag oder auch mit auf die Vorerträge beziehen. §. 434. 438. Holzausnutzungs-Prozent, das Verhältniß der Sortenausbeute.

Jahresmehrung, laufende oder periodische zum Hauptertrag. §. 413.

Jahreszuwachs, laufender od. periodischer, der theils als Vorertrag, theils als Hauptertrag zur Nutzung kommt.

Jetztwerth, der auf den gegenwärtigen oder einen als gegenwärtig gedachten Zeitpunkt discontirte Werth irgend eines spätern oder auch frühern Zahlungsbetrages.

Lokalertrags-Tafeln, geben den örtlich erwartbaren Vollertrag an als bedingte Normalertrags-Tafeln. §. 406.

Masse (M), der umfassende Ausdruck für den Holz- und Rindengehalt von Bäumen und Beständen, ohne alle Sortenunterscheidung.

Massen-, Holzgehalt, von einem Holzbestande oder Baume im Ganzen.

Massen-, Holzhaltigkeit, der Betrag in Bezug auf ein gewisses, als Einheit gedachtes Raummaß.

Massenklafter, Mkl. = 100 Kfuß der Bestandesmasse.

Massenschätzung, das bloße Ansprechen der Bestandesgüten nach der Massenhaltigkeit. §. 381 f.

Massen-Schlagbarkeitsalter, in diesem giebt ein zur Verjüngung reifer Bestand den höchsten Durchschnittsertrag an Holzmasse. §. 426.

Massentafeln, geben den erfahrungsmäßig mittleren Massengehalt an, entweder für einzelne Bäume zu Höhe und Stärke (Stammtafeln), §. 350., oder für ganze Bestände zur Mittelhöhe und Abstand (Waldmassentafeln), §. 381.

Massenvorrath, Holzvorrath, die Summe aller Bestandesmassen einer Waldung. §. 391.

Massenzuwachs, die wirkliche Vermehrung des Massengehaltes nach Abgang des unvermeidlichen Selbst- und Hauabfalles vom Naturzuwachse. §. 357. 392.

Mehrungs-Prozent, gilt bloß in Bezug auf den Hauptbestand und die laufende Jahresmehrung. §. 413.

Mehrungstafeln, bloß nach der Mehrung aufgereihete Waldertragstafeln. §. 407.

Mehrungszuwachs, Mehrung, der einem Bestande verbleibende Massenzuwachs zum einstigen Hauptertrage, kann als reale, normale, lokale und wieder als altersdurchschnittliche, periodische und laufende Mehrung in Betracht kommen. §. 392.

Mg. = Forstflächeneinheit; pr. Mg. = auf oder von der Forstflächeneinheit.

Mittelstamm, der für eine Auszählklasse, nach Stärke, Höhe und Form, als Mittelgröße (Repräsentant) dient. §. 377.

Nachhiebsrückstand, die Masse der in den Verjüngungsschlägen noch nachzuhauenden Samen- oder Schirmbäume. §. 444.

Nachwerth, der spätere Betrag eines Werthes, sammt Zwischenzinsen. §. 74. 101.

Naturzuwachs, die von Jahr zu Jahr neu erzeugte Holz- und Rindenmasse, ohne Berücksichtigung des gleichzeitigen Selbstabfalles.

Normalertrags-Tafeln, geben den Vollertrag ohne allen Nutzungsverlust ganz allgemein und unbedingt an. §. 402—405.

Normalzuwachs, gehört dem Waldnormalzustande an und ist als unbedingter ganz frei von allem Nutzungsverluste, als bedingter dagegen dem örtlichen Nutzungsverluste unterworfen. §. 392.

Nutzungsanschlag, erhebt die Einnahmen und Ausgaben nach allen Wirthschaftszweigen entweder periodisch auf die ganze Abschätzungszeit, oder im Laufe der Wirthschaft von Jahr zu Jahr.

Nutzungsverlust, was bei der Holzaufbereitung örtlicher Umstände wegen an der Hiebsmasse noch verloren geht, außer dem unvermeidlichen Selbst- und Hauabfall. §. 391.

Nutzungszuwachs, derjenige Theil des Massenzuwachses, welcher der Benutzung wirklich anheim fällt, heißt auch schlechthin Zuwachs; aus ihm entspringt der Hauptertrag und Vorertrag = Gesammtzuwachs.

Ortsertragsfähigkeit, s. Ertragsfähigkeit.

Ortsfläche, der ganze Flächengehalt einer Ortsabtheilung = Bestandesfläche + Lückenfläche.

Ortsgüte = Standortsgüte, die allgemeine forstliche Fruchtbarkeit einer bestimmten Ortsabtheilung; nach 10 Klassen in Zehnteln von 0,1 bis 1 anzusprechen. §. 389.

Periodenrente, eine periodisch wiederkehrende gleiche Zahlung.

Perioden-Rentenwerth, der Kapitalbetrag von periodisch wiederkehrenden Einnahmen oder Ausgaben. §. 118—120.

Probenschätzung, die Ermittelung der Bestandesgüte nach wirklich abgemessenen und stammweise geschätzten Probestücken. §. 380.

Rentenstück, der bestimmte Abschnitt irgend einer Rente. §. 114 bis 117.

Rentenwerth, der Kapitalbetrag einer jährlich oder periodisch wiederkehrenden Einnahme oder Ausgabe. §. 113 u. 118.

Richthöhe = Gehaltshöhe.

Richtwalze = Gehaltswalze.

Schaft, des Baumes Stammtheil vom Stocke bis zur Krone; beim Nutzholzvertrieb auch Stamm genannt.

Scheitelhöhe (H), vom untersten Benutzungspunkte bis zum höchsten Gipfel. §. 343.

Scheitelwalze, eine Walze ($G \times H$), welche mit dem Stamme gleiche Grundfläche und Höhe hat. §. 343.

Schlag, die Verjüngungs-Hauung im Gegensatze von Vor- und Nachhauung; auch die zur Verjüngung eben angehauene oder abgetriebene Waldfläche selbst u. s. w.

Schlagbarkeitsalter, dasjenige Verjüngungsalter, worin ein Bestand den höchsten Ertrag darbietet an Durchschnittsmasse oder Durchschnittswerth, oder aber an höchster Verzinsung. Insofern giebt es eine Massen-, Werths- und Verzinsungs-Schlagbarkeit.

Selbstabfälle, die geringen, forstwirthschaftlich nicht nutzbaren, natürlichen Ausscheidungen der Holzwüchse.

Stamm, der Inbegriff aller oberirdischen festen Massentheile eines Baumes; auch wohl der liegende Schaft.

Stammform, das durch die obere Ausbreitung bedingte Massenhaltigkeits-Verhältniß eines Stammes zu seiner Scheitelwalze, durch die Formzahl oder Formklasse bestimmt. §. 343. So auch Schaftform.

Stammgrundfläche (G), die der

gemessenen Stammstärke zukommende Kreisfläche, welche bei allen Stamm- und Bestandesschätzungen als Körpergrundfläche dient. §. 343. 362.

Stammgrundflächen-Antheil, der Theil, welchen die gesammte Stammgrundfläche eines Bestandes von der Bestandesfläche einnimmt. §. 362.

Stammhöhe, die Höhe vom untern Benutzungspunkte bis zum fraglichen Höhenpunkte.

Stammstärke (U. D), der Umfang oder Durchmesser eines Stammes, in Brusthöhe genommen. §. 343.

Stammtafeln, s. Massentafeln.

Standortsgüte, in Bezug auf einen bestimmten Ort, Ortsgüte: die dem Waldwuchse mehr oder minder zuträgliche Ortsbeschaffenheit überhaupt, bestimmt nach 10 verschiedenen Klassen, - 0,1 bis 1. §. 389.

Stärkezuwachsmaß ist der ½ Zoll im R, nach welchem man die, dem jüngsten Jahrringe zukommende, mittlere Stärke als Bruchtheil anspricht. §. 359.

Stückmaße, gleichmäßig abgepaßte Verkaufshölzer zu bestimmter Verwendung. §. 340.

Umtriebsalter, das mittlere Abtriebsalter eines Waldverbandes, öfters ganz abweichend von dem normalen Schlagbarkeitsalter.

Umtriebszeit, normale: das den ständigen Forstverhältnissen angepaßte, durchschnittliche Massen-, Werths- oder Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter eines Waldverbandes in vollkommenem Zustande. §. 447. Der zeitliche Umtrieb, das Umtriebsalter, hängt von den zufälligen Umständen ab.

Verwerthungs-Zinsfuß, der verlangte oder gebotene Zinsfuß, welcher bei Verwerthung eines Waldbesitzes zur Frage kommt. §. 482. 498.

Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, gewährt vom Waldvermögen den höchsten Zinsenbezug. §. 430.

Vollbestand, ein der Ertragsfähigkeit des Standortes angemessener, vollkommener Waldbestand. Normalbestand.

Vollertrag, der Ortsertragsfähigkeit vollkommen entsprechend, und zwar: unbedingt, ohne allen eigentlichen Nutzungsverlust; bedingt, mit dem örtlichen Nutzungsverluste. Normalertrag.

Vollwerthsmorgen, ein Morgen von der besten Ortsgüte, auf die auch jede minder gute Ortsfläche reduzirt werden kann. §. 389.

Vorbestand, in Bezug auf einen spätern Ergiebigkeitszustand (Nachbestand).

Vorertrag, die mittels der Vorhauung gewinnbaren Bestandesabgänge im Gegensatze zum Hauptertrage.

Vorhauungen, welche vor der Haupthauung Statt finden, als: Ausläuterungen, Durchforstungen und Ausplänterungen.

Vorwerth, der frühere Betrag eines Werthes, ohne die Zwischenzinsen; auf die Gegenwart berechnet, Jetztwerth. §. 75. 103.

Waldkapital = Bestandeswerth + Bodenwerth.

Waldmassentafeln, s. Massentafeln.

Waldnormalzustand, die wirthschaftliche Vollkommenheit eines Waldes in Gattung, Alter, Folge und Vollständigkeit aller Theile.

Waldnutzungskosten, aller mit dem nutzbaren Besitze eines Waldgutes verbundene ständige Aufwand, ausschließlich der von jeder Einnahme in alsbaldige Abrechnung zu bringenden Bereitungskosten. §. 484.

Waldrente = Bestandes- und Bodenrente zusammen, nach Abzug aller Waldnutzungskosten.

Waldschonungs-Werth, mehr dem beschränkten Waldbe-

sitze eigen, welcher an Erhaltung eines gewissen Waldzustandes gebunden ist. §. 495.

Waldverzinsungs-Werth, macht sich im *freien Waldbesitze* geltend, wo man die volle Verzinsung des Waldkapitales erzielen darf. §. 494.

Waldzerschlagungswerth, ergiebt sich im Bereiche des ganz *freien Grundbesitzes* durch Ausverkauf des Holzvorrathes und weitere Verwendung d. Waldbodens. (§. 493.)

Werthsklafter, eine Einheit zum kürzern Summiren und Gleichstellen der Geldwerthe verschiedenartiger Holzerträge, von der Hauptholzart entnommen. Zu deren Gebrauche wird von jeder besonders eingeschätzten Holzgattung oder Sorte bestimmt, wie viel ihrer Maßeinheiten einer solchen allgemeinen Werthsklafter gleich sind, und mittels dieses Betrages wird dann die gesonderte Summe angerechnet.

Werthsnutzungs-Prozent, bezieht sich auf den *ganzen Wirthschaftswald* und bezeichnet das Verhältniß der jährlichen Abnutzung vom Werthsvorrathe. §. 439. 441.

Werths-Schlagbarkeitsalter, bietet von einem verjüngbaren Bestande den höchsten Durchschnittsertrag an Holzwerth. §. 429.

Werthszunahme ist *werbend*, wenn ihr Prozent den gewerblichen Zinsfuß übersteigt und der gewonnene Überschuß das Stammkapital mehrt; im Gegentheil ist sie *zehrend*.

Werthszunahme-Prozent, kommt bloß an *Bäumen* und *Holzbeständen* in Sonderbetracht und bezeichnet die Steigung ihres Massenwerthes in einem fraglichen Altersjahre. §. 414. 417.

Wirthschaftsplan, ordnet den Massenangriff auf dem Grunde des Betriebsplanes und bestimmt den örtlichen und periodischen Ertrag auf die Dauer der Abschätzungszeit.

Zuwachs, an Bäumen und Beständen, kommt in Betracht: a) als *altersdurchschnittlicher*, als *periodischer* und *laufender Jahreszuwachs*; b) als *realer*, *normaler* und *lokaler Nutzungszuwachs*; c) als *Mehrungszuwachs* zum Hauptertrage, oder als *Gesammtzuwachs*, wofür man gewöhnlich auch *Zuwachs* schlechthin gebraucht.

Zuwachsprozent, von dem Hauptbestande als Kapital und dem vollen Nutzungszuwachse als Zinse. §. 425.

Zwischenbestand, der innerhalb einer herrschenden Waldgattung befindliche anderärtige Bestand.

A, das in Frage stehende Bestandes-alter.

a, der eben erfolgende Bestandesab-fall zum Vorertrage.

D, Durchmesser.

d, Differenz, durchschnittlich.

f, Formzahl, der Stämme Massen-haltigkeits-Faktor.

G, Stammgrundfläche, sowohl von einzelnen, als von mehren Stäm-men.

H, Scheitelhöhe, auch Schafthöhe.
h, Gehaltshöhe.
K, Kapital.

$M = G \times H \times f$, Massengehalt und Ertrag von Bäumen und Beständen.

n, eine gegebene Zeit, auch normal.
p, Prozente, Hundertel.
R, Halbmesser, Radius.
r, Rentenpost.
U, Umfang.
v, Vorrath an Masse oder Werth.
W, Walze, Cylinder.
w, Werth, wirklich.
z, einfache Zinsen, auch Zuwachs.
Zz, (auch z''), Zinseszinsen.

$\frac{100}{p}$, Einheitskapital, Kapitalisi-rungssatz.

$\frac{p}{100}$, Prozentsatz.

Sa, die Summe aller Vorerträge ei-nes Bestandes bis zum fraglichen Zeitpunkte.

$\frac{M}{A}$, Alters-Durchschnittsmehrung.

$\frac{M+Sa}{A}$, Alters-Durchschnittszuwachs.

$\frac{M'-M}{10}$, periodische Jahresmehrung.

$\frac{M'-(M-a)}{10}$, periodischer Jahres-zuwachs.

Mv, Massenvorrath einer Waldung.
nv, Normalvorrath.
wv, wirklicher Vorrath.
Mw, Massenwerth eines Bestandes.

$\frac{Mw}{A}$, durchschnittliche Werthszunah-me vom Hauptertrage.

$\frac{Mw+Saw}{A}$, durchschnittliche Werths-zunahme vom Gesammtertrage.

Hülfstafeln

der

Forstmathematik,

zur

Ausmessung, Gehalts- und Werthsschätzung

aufbereiteter Hölzer, stehender Bäume und ganzer Waldbestände,

von

Dr. G. König.

Verzeichniß

der

forstlichen Hülfstafeln.

I. Walzeninhalt-Tafeln

zur Ausmessung und Berechnung

des

Körpergehaltes

von Rundhölzern, Bäumen und Waldbeständen

in zwölftheiligem Maße.

Erläuterungen mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 2 u. 3: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Umfange, in Flächen- und Körperfußen zugleich, für genauere Berechnungen, wo die ausgeführten Tafeln etwa nicht zureichten.

2) Taf. 4 bis 56: Walzeninhalt zu dem Umfange. Obenan steht der Umfang in Zollen und voran die Länge in Fußen; unten ist auch der Durchmesser mit angefügt.

Wollte man den übersprungenen Walzeninhalt für 1' L. nicht aus der 2. oder 3. Tafel nehmen, so findet sich derselbe auch hinter 10' oder 100' derselben Stärke. Eine Walze von 96" U. hat, zu 10' L., 50,92, also zu 1' L. 5,09 Kfß.

Für Bruchtheile der Längenzahl nimmt man den Inhalt hinter einer mit 2, 10 oder 100 ergänzten Länge und dividirt denselben wieder durch den gebrauchten Ergänzungs-Faktor. Für 9½' L. und 4' U. finden sich hinter 19' L. $\frac{24,19}{2}$, wie hinter 95' L. $\frac{120,95}{10}$ = 12,09 Kfß.

Andere Längenzahlen, als die hier aufgereiheten, werden theilweise angewendet: 100" U. und 67,5' L. umfassen (in 60' und 7,5' L.) 331,57 + 41,44 = 373,01 Kfß.

Kommen Umfänge unter 12" mit Zehnteln vor, so sucht man den Inhalt zu einer 10mal größern, ganzen Umfangszahl und schneidet von demselben zwei Stellen ab; z. B. für 11,3" U. und 22' L., unter 113" U., $\frac{155,24}{100}$ = 1,55 Kfß. Der Inhalt zu den Umfängen von 1 bis 5" ergiebt sich auf gleiche Weise.

Zusammengehörige Stücke von gleicher Stärke berechnet man wohl mit gesammter Länge, z. B. 16 Klötze von 3½' L. enthalten (in 16 × 3½ = 56' L.), zu 30" U., 27,85 Kfß., wofür man gewöhnlich 28 Kfß. annimmt.

3) Taf. 57: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Durchmesser. Gebrauch, wie Taf. 2 und 3.

4) Taf. 58 bis 64: Walzeninhalt zu dem Durchmesser. Einrichtung und Gebrauch, wie Taf. 4 bis 56.

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,733020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324615	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884357	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,326454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302688
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566283
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

6 Zoll = ½ Fuß				7 Zoll				8 Zoll			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	[illegible]
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	[illegible]
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	[illegible]
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	[illegible]
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	[illegible]
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	[illegible]
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	[illegible]
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	[illegible]
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	[illegible]
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	[illegible]
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	[illegible]	[illegible]
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	[illegible]	[illegible]
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	[illegible]	[illegible]
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	[illegible]	[illegible]
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	[illegible]	[illegible]
17	0,33	50	0,99	17	0,45	50	1,35	17	0,60	[illegible]	[illegible]
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	[illegible]	[illegible]
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	[illegible]	[illegible]
20	[illegible]	53	1,05	20	[illegible]	53	1,43	20	0,70	[illegible]	[illegible]
21	[illegible]	54	[illegible]	21	[illegible]	54	1,46	21	0,74	[illegible]	[illegible]
22	[illegible]	55	[illegible]	22	[illegible]	55	[illegible]	22	0,77	[illegible]	[illegible]
23	[illegible]	56	[illegible]	23	[illegible]	56	[illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]
24	[illegible]	57	[illegible]	24	[illegible]	57	[illegible]	24	[illegible]	[illegible]	[illegible]
25	[illegible]	58	[illegible]	25	[illegible]	58	[illegible]	25	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

9 Zoll = 3/4 Fuß				10 Zoll				11 Zoll			
fß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

6 Zoll = 1/2 Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = 3/4 Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

6 Zoll = 1/2 Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = 3/4 Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,733020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324615	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884357	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,326454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302688
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566283
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,733020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324615	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884357	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,326454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302683
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566283
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

6 Zoll = 1/2 Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = 3/4 Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

12 Zoll = 1 Fuß.						13 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,15	35	2,78	68	5,41	2	0,18	35	3,26	68	6,35
3	0,23	36	2,86	69	5,49	3	0,28	36	3,36	69	6,44
4	0,31	37	2,94	70	5,57	4	0,37	37	3,45	70	6,53
5	0,39	38	3,02	71	5,65	5	0,46	38	3,54	71	6,63
6	0,47	39	3,10	72	5,72	6	0,56	39	3,64	72	6,72
7	0,55	40	3,18	73	5,80	7	0,65	40	3,73	73	6,81
8	0,63	41	3,26	74	5,88	8	0,74	41	3,82	74	6,91
9	0,71	42	3,34	75	5,96	9	0,84	42	3,92	75	7,00
10	0,79	43	3,42	76	6,04	10	0,93	43	4,01	76	7,09
11	0,87	44	3,50	77	6,12	11	1,02	44	4,10	77	7,19
12	0,95	45	3,58	78	6,20	12	1,12	45	4,20	78	7,28
13	1,03	46	3,66	79	6,28	13	1,21	46	4,29	79	7,37
14	1,11	47	3,74	80	6,36	14	1,30	47	4,38	80	7,47
15	1,19	48	3,81	81	6,44	15	1,40	48	4,48	81	7,56
16	1,27	49	3,89	82	6,52	16	1,49	49	4,57	82	7,65
17	1,35	50	3,97	83	6,60	17	1,58	50	4,66	83	7,75
18	1,43	51	4,05	84	6,68	18	1,68	51	4,76	84	7,84
19	1,51	52	4,13	85	6,76	19	1,77	52	4,85	85	7,93
20	1,59	53	4,21	86	6,84	20	1,86	53	4,94	86	8,03
21	1,67	54	4,29	87	6,92	21	1,96	54	5,04	87	8,12
22	1,75	55	4,37	88	7,00	22	2,05	55	5,13	88	8,21
23	1,83	56	4,46	89	7,08	23	2,14	56	5,23	89	8,31
24	1,90	57	4,53	90	7,16	24	2,24	57	5,32	90	8,40
25	1,98	58	4,61	91	7,24	25	2,33	58	5,41	91	8,49
26	2,06	59	4,69	92	7,32	26	2,42	59	5,51	92	8,59
27	2,14	60	4,77	93	7,40	27	2,52	60	5,60	93	8,68
28	2,22	61	4,85	94	7,48	28	2,61	61	5,69	94	8,77
29	2,30	62	4,93	95	7,55	29	2,70	62	5,79	95	8,87
30	2,38	63	5,01	96	7,63	30	2,80	63	5,88	96	8,96
31	2,46	64	5,09	97	7,71	31	2,89	64	5,97	97	9,05
32	2,54	65	5,17	98	7,79	32	2,98	65	6,07	98	9,15
33	2,62	66	5,25	99	7,87	33	3,08	66	6,16	99	9,24
34	2,70	67	5,33	100	7,95	34	3,17	67	6,25	100	9,33
3,82 Zoll Durchm.						4,14 Zoll Durchm.					

14 Zoll.

Lfs.	Kfs.	Lfs.	Kfs.	Lfs.	Kfs.
2	0,21	35	3,79	68	7,36
3	0,32	36	3,89	69	7,47
4	0,43	37	4,00	70	7,58
5	0,54	38	4,11	71	7,69
6	0,64	39	4,22	72	7,79
7	0,75	40	4,33	73	7,90
8	0,86	41	4,44	74	8,01
9	0,97	42	4,54	75	8,12
10	1,08	43	4,65	76	8,23
11	1,19	44	4,76	77	8,34
12	1,29	45	4,87	78	8,44
13	1,40	46	4,98	79	8,55
14	1,51	47	5,09	80	8,66
15	1,62	48	5,19	81	8,77
16	1,73	49	5,30	82	8,88
17	1,84	50	5,41	83	8,99
18	1,94	51	5,52	84	9,09
19	2,05	52	5,63	85	9,20
20	2,16	53	5,74	86	9,31
21	2,27	54	5,84	87	9,42
22	2,38	55	5,95	88	9,53
23	2,49	56	6,06	89	9,63
24	2,59	57	6,17	90	9,74
25	2,70	58	6,28	91	9,85
26	2,81	59	6,39	92	9,96
27	2,92	60	6,49	93	10,07
28	3,03	61	6,60	94	10,18
29	3,14	62	6,71	95	10,28
30	3,24	63	6,82	96	10,39
31	3,35	64	6,93	97	10,50
32	3,46	65	7,04	98	10,61
33	3,57	66	7,14	99	10,72
34	3,68	67	7,25	100	10,83

4,46 Zoll Durchm.

15 Zoll = 1 1/4 Fuß.

Lfs.	Kfs.	Lfs.	Kfs.	Lfs.	Kfs.
2	0,24	35	4,35	68	8,45
3	0,37	36	4,47	69	8,57
4	0,49	37	4,60	70	8,70
5	0,62	38	4,72	71	8,82
6	0,74	39	4,84	72	8,95
7	0,87	40	4,97	73	9,07
8	0,99	41	5,09	74	9,20
9	1,11	42	5,22	75	9,32
10	1,24	43	5,34	76	9,44
11	1,36	44	5,47	77	9,57
12	1,49	45	5,59	78	9,69
13	1,61	46	5,71	79	9,82
14	1,74	47	5,84	80	9,94
15	1,86	48	5,96	81	10,07
16	1,98	49	6,09	82	10,19
17	2,11	50	6,21	83	10,32
18	2,23	51	6,34	84	10,44
19	2,36	52	6,46	85	10,56
20	2,48	53	6,59	86	10,69
21	2,61	54	6,71	87	10,81
22	2,73	55	6,83	88	10,94
23	2,85	56	6,96	89	11,06
24	2,98	57	7,08	90	11,19
25	3,10	58	7,21	91	11,31
26	3,23	59	7,33	92	11,43
27	3,35	60	7,46	93	11,56
28	3,48	61	7,58	94	11,68
29	3,60	62	7,70	95	11,81
30	3,73	63	7,83	96	11,93
31	3,85	64	7,95	97	12,06
32	3,97	65	8,08	98	12,18
33	4,10	66	8,20	99	12,30
34	4,22	67	8,33	100	12,43

4,77 Zoll Durchm.

16 Zoll.						17 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,28	35	4,95	68	9,62	2	0,31	35	5,58	68	10,86
3	0,42	36	5,09	69	9,76	3	0,47	36	5,74	69	11,01
4	0,56	37	5,23	70	9,90	4	0,63	37	5,90	70	11,17
5	0,70	38	5,37	71	10,04	5	0,79	38	6,06	71	11,33
6	0,84	39	5,51	72	10,18	6	0,95	39	6,22	72	11,49
7	0,99	40	5,65	73	10,32	7	1,11	40	6,38	73	11,65
8	1,13	41	5,80	74	10,46	8	1,27	41	6,54	74	11,81
9	1,27	42	5,94	75	10,61	9	1,43	42	6,70	75	11,97
10	1,41	43	6,08	76	10,75	10	1,59	43	6,86	76	12,13
11	1,55	44	6,22	77	10,89	11	1,75	44	7,02	77	12,29
12	1,69	45	6,36	78	11,03	12	1,91	45	7,18	78	12,45
13	1,83	46	6,50	79	11,17	13	2,07	46	7,34	79	12,61
14	1,98	47	6,64	80	11,31	14	2,23	47	7,50	80	12,77
15	2,12	48	6,79	81	11,45	15	2,39	48	7,66	81	12,93
16	2,26	49	6,93	82	11,60	16	2,55	49	7,82	82	13,09
17	2,40	50	7,07	83	11,74	17	2,71	50	7,98	83	13,25
18	2,54	51	7,21	84	11,88	18	2,87	51	8,14	84	13,41
19	2,68	52	7,35	85	12,02	19	3,03	52	8,30	85	13,57
20	2,82	53	7,49	86	12,16	20	3,19	53	8,46	86	13,73
21	2,97	54	7,63	87	12,30	21	3,35	54	8,62	87	13,89
22	3,11	55	7,78	88	12,44	22	3,51	55	8,78	88	14,05
23	3,25	56	7,92	89	12,59	23	3,67	56	8,94	89	14,21
24	3,39	57	8,06	90	12,73	24	3,83	57	9,10	90	14,37
25	3,53	58	8,20	91	12,87	25	3,99	58	9,26	91	14,53
26	3,67	59	8,34	92	13,01	26	4,15	59	9,42	92	14,69
27	3,81	60	8,48	93	13,15	27	4,31	60	9,58	93	14,85
28	3,96	61	8,62	94	13,29	28	4,47	61	9,74	94	15,01
29	4,10	62	8,77	95	13,43	29	4,63	62	9,90	95	15,17
30	4,24	63	8,91	96	13,58	30	4,79	63	10,06	96	15,33
31	4,38	64	9,05	97	13,72	31	4,95	64	10,22	97	15,49
32	4,52	65	9,19	98	13,86	32	5,11	65	10,38	98	15,65
33	4,66	66	9,33	99	14,00	33	5,27	66	10,54	99	15,81
34	4,81	67	9,47	100	14,14	34	5,43	67	10,70	100	15,97
5,09 Zoll Durchm						5,41 Zoll Durchm.					

18 Zoll = 1½ Fuß.						19 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,35	35	6,26	68	12,17	2	0,39	35	6,98	68	13,56
3	0,53	36	6,44	69	12,35	3	0,59	36	7,18	69	13,76
4	0,71	37	6,62	70	12,53	4	0,79	37	7,38	70	13,96
5	0,89	38	6,80	71	12,71	5	0,99	38	7,58	71	14,16
6	1,07	39	6,98	72	12,89	6	1,19	39	7,78	72	14,36
7	1,25	40	7,16	73	13,07	7	1,39	40	7,97	73	14,56
8	1,43	41	7,34	74	13,24	8	1,59	41	8,17	74	14,76
9	1,61	42	7,52	75	13,42	9	1,79	42	8,37	75	14,96
10	1,79	43	7,69	76	13,60	10	1,99	43	8,57	76	15,16
11	1,96	44	7,87	77	13,78	11	2,19	44	8,77	77	15,36
12	2,14	45	8,05	78	13,96	12	2,39	45	8,97	78	15,56
13	2,32	46	8,23	79	14,14	13	2,59	46	9,17	79	15,76
14	2,50	47	8,41	80	14,32	14	2,79	47	9,37	80	15,95
15	2,68	48	8,59	81	14,50	15	2,99	48	9,57	81	16,15
16	2,86	49	8,77	82	14,68	16	3,19	49	9,77	82	16,35
17	3,04	50	8,95	83	14,86	17	3,39	50	9,97	83	16,55
18	3,22	51	9,13	84	15,04	18	3,59	51	10,17	84	16,75
19	3,40	52	9,31	85	15,21	19	3,79	52	10,37	85	16,95
20	3,58	53	9,48	86	15,39	20	3,98	53	10,57	86	17,15
21	3,76	54	9,66	87	15,57	21	4,18	54	10,77	87	17,35
22	3,93	55	9,84	88	15,75	22	4,38	55	10,97	88	17,55
23	4,11	56	10,02	89	15,93	23	4,58	56	11,17	89	17,75
24	4,29	57	10,20	90	16,11	24	4,78	57	11,37	90	17,95
25	4,47	58	10,38	91	16,29	25	4,98	58	11,57	91	18,15
26	4,65	59	10,56	92	16,47	26	5,18	59	11,77	92	18,35
27	4,83	60	10,74	93	16,65	27	5,38	60	11,96	93	18,55
28	5,01	61	10,92	94	16,83	28	5,58	61	12,16	94	18,75
29	5,19	62	11,10	95	17,00	29	5,78	62	12,36	95	18,95
30	5,37	63	11,28	96	17,18	30	5,98	63	12,56	96	19,15
31	5,55	64	11,45	97	17,36	31	6,18	64	12,76	97	19,35
32	5,72	65	11,63	98	17,54	32	6,38	65	12,96	98	19,55
33	5,90	66	11,81	99	17,72	33	6,58	66	13,16	99	19,75
34	6,08	67	11,99	100	17,90	34	6,78	67	13,36	100	19,94
5,73 Zoll Durchm.						6,05 Zoll Durchm.					

20 Zoll.						21 Zoll = $1^{3}/_{4}$ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,44	35	7,73	68	15,03	2	0,48	35	8,52	68	16,57
3	0,66	36	7,95	69	15,25	3	0,73	36	8,77	69	16,81
4	0,88	37	8,17	70	15,47	4	0,97	37	9,01	70	17,05
5	1,10	38	8,39	71	15,69	5	1,21	38	9,26	71	17,30
6	1,32	39	8,62	72	15,91	6	1,46	39	9,50	72	17,54
7	1,54	40	8,84	73	16,13	7	1,70	40	9,74	73	17,79
8	1,76	41	9,06	74	16,35	8	1,94	41	9,99	74	18,03
9	1,98	42	9,28	75	16,57	9	2,19	42	10,23	75	18,27
10	2,21	43	9,50	76	16,79	10	2,43	43	10,47	76	18,52
11	2,43	44	9,72	77	17,02	11	2,68	44	10,72	77	18,76
12	2,65	45	9,94	78	17,24	12	2,92	45	10,96	78	19,00
13	2,87	46	10,16	79	17,46	13	3,16	46	11,21	79	19,25
14	3,09	47	10,38	80	17,68	14	3,41	47	11,45	80	19,49
15	3,31	48	10,61	81	17,90	15	3,65	48	11,69	81	19,74
16	3,53	49	10,83	82	18,12	16	3,89	49	11,94	82	19,98
17	3,75	50	11,05	83	18,34	17	4,14	50	12,18	83	20,22
18	3,97	51	11,27	84	18,56	18	4,38	51	12,42	84	20,47
19	4,19	52	11,49	85	18,78	19	4,63	52	12,67	85	20,71
20	4,42	53	11,71	86	19,01	20	4,87	53	12,91	86	20,95
21	4,64	54	11,93	87	19,23	21	5,11	54	13,16	87	21,20
22	4,86	55	12,15	88	19,45	22	5,36	55	13,40	88	21,44
23	5,08	56	12,37	89	19,67	23	5,60	56	13,64	89	21,68
24	5,30	57	12,59	90	19,89	24	5,84	57	13,89	90	21,93
25	5,52	58	12,82	91	20,11	25	6,09	58	14,13	91	22,17
26	5,74	59	13,04	92	20,33	26	6,33	59	14,37	92	22,42
27	5,96	60	13,26	93	20,55	27	6,58	60	14,62	93	22,66
28	6,18	61	13,48	94	20,77	28	6,82	61	14,86	94	22,90
29	6,41	62	13,70	95	20,99	29	7,06	62	15,10	95	23,15
30	6,63	63	13,92	96	21,22	30	7,31	63	15,35	96	23,39
31	6,85	64	14,14	97	21,44	31	7,55	64	15,59	97	23,63
32	7,07	65	14,36	98	21,66	32	7,79	65	15,84	98	23,88
33	7,29	66	14,58	99	21,88	33	8,04	66	16,08	99	24,12
34	7,51	67	14,81	100	22,10	34	8,28	67	16,32	100	24,37
6,37 Zoll Durchm.						6,68 Zoll Durchm.					

22 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,53	35	9,36	68	18,18
3	0,80	36	9,62	69	18,45
4	1,06	37	9,89	70	18,72
5	1,33	38	10,16	71	18,99
6	1,60	39	10,43	72	19,25
7	1,87	40	10,69	73	19,52
8	2,13	41	10,96	74	19,79
9	2,40	42	11,23	75	20,06
10	2,67	43	11,50	76	20,32
11	2,94	44	11,76	77	20,59
12	3,20	45	12,03	78	20,86
13	3,47	46	12,80	79	21,13
14	3,74	47	12,57	80	21,39
15	4,01	48	12,83	81	21,66
16	4,27	49	13,10	82	21,93
17	4,54	50	13,37	83	22,19
18	4,81	51	13,64	84	22,46
19	5,08	52	13,90	85	22,73
20	5,34	53	14,17	86	23,00
21	5,61	54	14,44	87	23,26
22	5,88	55	14,71	88	23,53
23	6,15	56	14,97	89	23,80
24	6,41	57	15,24	90	24,07
25	6,68	58	15,51	91	24,33
26	6,95	59	15,78	92	24,60
27	7,22	60	16,04	93	24,87
28	7,48	61	16,31	94	25,14
29	7,75	62	16,58	95	25,40
30	8,02	63	16,85	96	25,67
31	8,29	64	17,11	97	25,94
32	8,55	65	17,38	98	26,21
33	8,82	66	17,65	99	26,47
34	9,09	67	17,92	100	26,74

7,00 Zoll Durchm.

23 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,58	35	10,23	68	19,87
3	0,87	36	10,52	69	20,17
4	1,16	37	10,81	70	20,46
5	1,46	38	11,10	71	20,75
6	1,75	39	11,40	72	21,04
7	2,04	40	11,69	73	21,34
8	2,33	41	11,98	74	21,63
9	2,63	42	12,27	75	21,92
10	2,92	43	12,57	76	22,21
11	3,21	44	12,86	77	22,50
12	3,50	45	13,15	78	22,80
13	3,80	46	13,44	79	23,09
14	4,09	47	13,73	80	23,38
15	4,38	48	14,03	81	23,67
16	4,67	49	14,32	82	23,97
17	4,96	50	14,61	83	24,26
18	5,26	51	14,90	84	24,55
19	5,55	52	15,20	85	24,84
20	5,84	53	15,49	86	25,14
21	6,13	54	15,78	87	25,43
22	6,43	55	16,07	88	25,72
23	6,72	56	16,37	89	26,01
24	7,01	57	16,66	90	26,31
25	7,30	58	16,95	91	26,60
26	7,60	59	17,24	92	26,89
27	7,89	60	17,54	93	27,18
28	8,18	61	17,83	94	27,47
29	8,47	62	18,12	95	27,77
30	8,77	63	18,41	96	28,06
31	9,06	64	18,70	97	28,35
32	9,35	65	19,00	98	28,64
33	9,64	66	19,29	99	28,94
34	9,93	67	19,58	100	29,23

7,32 Zoll Durchm.

24 Zoll = 2 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,63	35	11,14	68	21,64
3	0,95	36	11,45	69	21,96
4	1,27	37	11,77	70	22,28
5	1,59	38	12,09	71	22,60
6	1,90	39	12,41	72	22,91
7	2,22	40	12,73	73	23,23
8	2,54	41	13,05	74	23,55
9	2,86	42	13,36	75	23,87
10	3,18	43	13,68	76	24,19
11	3,50	44	14,00	77	24,50
12	3,81	45	14,32	78	24,82
13	4,13	46	14,64	79	25,14
14	4,45	47	14,96	80	25,46
15	4,77	48	15,27	81	25,78
16	5,09	49	15,59	82	26,10
17	5,41	50	15,91	83	26,41
18	5,72	51	16,23	84	26,73
19	6,04	52	16,55	85	27,05
20	6,36	53	16,87	86	27,37
21	6,68	54	17,18	87	27,69
22	7,00	55	17,50	88	28,01
23	7,32	56	17,82	89	28,32
24	7,63	57	18,14	90	28,64
25	7,95	58	18,46	91	28,96
26	8,27	59	18,78	92	29,28
27	8,59	60	19,09	93	29,60
28	8,91	61	19,41	94	29,92
29	9,23	62	19,73	95	30,23
30	9,54	63	20,05	96	30,55
31	9,86	64	20,37	97	30,87
32	10,18	65	20,69	98	31,19
33	10,50	66	21,00	99	31,51
34	10,82	67	21,32	100	31,83

7,64 Zoll Durchm.

25 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,69	35	12,08	68	23,48
3	1,03	36	12,43	69	23,83
4	1,38	37	12,77	70	24,17
5	1,72	38	13,12	71	24,52
6	2,07	39	13,47	72	24,86
7	2,41	40	13,81	73	25,21
8	2,76	41	14,16	74	25,55
9	3,10	42	14,50	75	25,90
10	3,45	43	14,85	76	26,24
11	3,79	44	15,19	77	26,59
12	4,14	45	15,54	78	26,94
13	4,49	46	15,88	79	27,28
14	4,83	47	16,23	80	27,63
15	5,18	48	16,57	81	27,97
16	5,52	49	16,92	82	28,32
17	5,87	50	17,26	83	28,66
18	6,21	51	17,61	84	29,01
19	6,56	52	17,96	85	29,35
20	6,90	53	18,30	86	29,70
21	7,25	54	18,65	87	30,04
22	7,59	55	18,99	88	30,39
23	7,94	56	19,34	89	30,73
24	8,28	57	19,68	90	31,08
25	8,63	58	20,03	91	31,43
26	8,98	59	20,37	92	31,77
27	9,32	60	20,72	93	32,12
28	9,67	61	21,06	94	32,46
29	10,01	62	21,41	95	32,81
30	10,36	63	21,75	96	33,15
31	10,70	64	22,10	97	33,50
32	11,05	65	22,45	98	33,84
33	11,39	66	22,79	99	34,19
34	11,74	67	23,14	100	34,53

7,96 Zoll Durchm.

26 Zoll.						27 Zoll = 2¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,74	35	13,07	68	25,40	2	0,80	35	14,10	68	27,39
3	1,12	36	13,44	69	25,77	3	1,20	36	14,50	69	27,79
4	1,49	37	13,82	70	26,15	4	1,61	37	14,90	70	28,20
5	1,86	38	14,19	71	26,52	5	2,01	38	15,30	71	28,60
6	2,24	39	14,56	72	26,89	6	2,41	39	15,71	72	29,00
7	2,61	40	14,94	73	27,27	7	2,82	40	16,11	73	29,40
8	2,98	41	15,31	74	27,64	8	3,22	41	16,51	74	29,81
9	3,36	42	15,69	75	28,01	9	3,62	42	16,92	75	30,21
10	3,73	43	16,06	76	28,39	10	4,02	43	17,32	76	30,61
11	4,10	44	16,43	77	28,76	11	4,43	44	17,72	77	31,02
12	4,48	45	16,81	78	29,13	12	4,83	45	18,12	78	31,42
13	4,85	46	17,18	79	29,51	13	5,23	46	18,53	79	31,82
14	5,23	47	17,55	80	29,88	14	5,64	47	18,93	80	32,22
15	5,60	48	17,93	81	30,25	15	6,04	48	19,33	81	32,63
16	5,97	49	18,30	82	30,63	16	6,44	49	19,74	82	33,03
17	6,85	50	18,67	83	31,00	17	6,84	50	20,14	83	33,43
18	6,72	51	19,05	84	31,37	18	7,25	51	20,54	84	33,84
19	7,09	52	19,42	85	31,75	19	7,65	52	20,94	85	34,24
20	7,47	53	19,79	86	32,12	20	8,05	53	21,35	86	34,64
21	7,84	54	20,17	87	32,50	21	8,46	54	21,75	87	35,04
22	8,21	55	20,54	88	32,87	22	8,86	55	22,15	88	35,45
23	8,59	56	20,92	89	33,24	23	9,26	56	22,56	89	35,85
24	8,96	57	21,29	90	33,62	24	9,66	57	22,96	90	36,25
25	9,33	58	21,66	91	33,99	25	10,07	58	23,36	91	36,66
26	9,71	59	22,04	92	34,36	26	10,47	59	23,76	92	37,06
27	10,08	60	22,41	93	34,74	27	10,87	60	24,17	93	37,46
28	10,45	61	22,78	94	35,11	28	11,28	61	24,57	94	37,86
29	10,83	62	23,16	95	35,48	29	11,68	62	24,97	95	38,27
30	11,20	63	23,53	96	35,86	30	12,08	63	25,38	96	38,67
31	11,58	64	23,90	97	36,23	31	12,48	64	25,78	97	39,07
32	11,95	65	24,28	98	36,60	32	12,89	65	26,18	98	39,48
33	12,82	66	24,65	99	36,98	33	13,29	66	26,58	99	39,88
34	12,70	67	25,02	100	37,85	34	13,69	67	26,99	100	40,28
8,28 Zoll Durchm.						8,59 Zoll Durchm.					

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kbfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kbfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kbfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kbfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,783020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324616	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884857	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,826454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302688
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566288
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

6 Zoll = 1/2 Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = ³/₄ Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

12 Zoll = 1 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,15	35	2,78	68	5,41
3	0,23	36	2,86	69	5,49
4	0,31	37	2,94	70	5,57
5	0,39	38	3,02	71	5,65
6	0,47	39	3,10	72	5,72
7	0,55	40	3,18	73	5,80
8	0,63	41	3,26	74	5,88
9	0,71	42	3,34	75	5,96
10	0,79	43	3,42	76	6,04
11	0,87	44	3,50	77	6,12
12	0,95	45	3,58	78	6,20
13	1,03	46	3,66	79	6,28
14	1,11	47	3,74	80	6,36
15	1,19	48	3,81	81	6,44
16	1,27	49	3,89	82	6,52
17	1,35	50	3,97	83	6,60
18	1,43	51	4,05	84	6,68
19	1,51	52	4,13	85	6,76
20	1,59	53	4,21	86	6,84
21	1,67	54	4,29	87	6,92
22	1,75	55	4,37	88	7,00
23	1,83	56	4,45	89	7,08
24	1,90	57	4,53	90	7,16
25	1,98	58	4,61	91	7,24
26	2,06	59	4,69	92	7,32
27	2,14	60	4,77	93	7,40
28	2,22	61	4,85	94	7,48
29	2,30	62	4,93	95	7,55
30	2,38	63	5,01	96	7,63
31	2,46	64	5,09	97	7,71
32	2,54	65	5,17	98	7,79
33	2,62	66	5,25	99	7,87
34	2,70	67	5,33	100	7,95

3,82 Zoll Durchm.

13 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,18	35	3,26	68	6,35
3	0,28	36	3,36	69	6,44
4	0,37	37	3,45	70	6,53
5	0,46	38	3,54	71	6,63
6	0,56	39	3,64	72	6,72
7	0,65	40	3,73	73	6,81
8	0,74	41	3,82	74	6,91
9	0,84	42	3,92	75	7,00
10	0,93	43	4,01	76	7,09
11	1,02	44	4,10	77	7,19
12	1,12	45	4,20	78	7,28
13	1,21	46	4,29	79	7,37
14	1,30	47	4,38	80	7,47
15	1,40	48	4,48	81	7,56
16	1,49	49	4,57	82	7,65
17	1,58	50	4,66	83	7,75
18	1,68	51	4,76	84	7,84
19	1,77	52	4,85	85	7,93
20	1,86	53	4,94	86	8,03
21	1,96	54	5,04	87	8,12
22	2,05	55	5,13	88	8,21
23	2,14	56	5,23	89	8,31
24	2,24	57	5,32	90	8,40
25	2,33	58	5,41	91	8,49
26	2,42	59	5,51	92	8,59
27	2,52	60	5,60	93	8,68
28	2,61	61	5,69	94	8,77
29	2,70	62	5,79	95	8,87
30	2,80	63	5,88	96	8,96
31	2,89	64	5,97	97	9,05
32	2,98	65	6,07	98	9,15
33	3,08	66	6,16	99	9,24
34	3,17	67	6,25	100	9,33

4,14 Zoll Durchm.

14 Zoll.						15 Zoll = 1¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,21	35	3,79	68	7,36	2	0,24	35	4,35	68	8,45
3	0,32	36	3,89	69	7,47	3	0,37	36	4,47	69	8,57
4	0,43	37	4,00	70	7,58	4	0,49	37	4,60	70	8,70
5	0,54	38	4,11	71	7,69	5	0,62	38	4,72	71	8,82
6	0,64	39	4,22	72	7,79	6	0,74	39	4,84	72	8,95
7	0,75	40	4,33	73	7,90	7	0,87	40	4,97	73	9,07
8	0,86	41	4,44	74	8,01	8	0,99	41	5,09	74	9,20
9	0,97	42	4,54	75	8,12	9	1,11	42	5,22	75	9,32
10	1,08	43	4,65	76	8,23	10	1,24	43	5,34	76	9,44
11	1,19	44	4,76	77	8,34	11	1,36	44	5,47	77	9,57
12	1,29	45	4,87	78	8,44	12	1,49	45	5,59	78	9,69
13	1,40	46	4,98	79	8,55	13	1,61	46	5,71	79	9,82
14	1,51	47	5,09	80	8,66	14	1,74	47	5,84	80	9,94
15	1,62	48	5,19	81	8,77	15	1,86	48	5,96	81	10,07
16	1,73	49	5,30	82	8,88	16	1,98	49	6,09	82	10,19
17	1,84	50	5,41	83	8,99	17	2,11	50	6,21	83	10,32
18	1,94	51	5,52	84	9,09	18	2,23	51	6,34	84	10,44
19	2,05	52	5,63	85	9,20	19	2,36	52	6,46	85	10,56
20	2,16	53	5,74	86	9,31	20	2,48	53	6,59	86	10,69
21	2,27	54	5,84	87	9,42	21	2,61	54	6,71	87	10,81
22	2,38	55	5,95	88	9,53	22	2,73	55	6,83	88	10,94
23	2,49	56	6,06	89	9,63	23	2,85	56	6,96	89	11,06
24	2,59	57	6,17	90	9,74	24	2,98	57	7,08	90	11,19
25	2,70	58	6,28	91	9,85	25	3,10	58	7,21	91	11,31
26	2,81	59	6,39	92	9,96	26	3,23	59	7,33	92	11,43
27	2,92	60	6,49	93	10,07	27	3,35	60	7,46	93	11,56
28	3,03	61	6,60	94	10,18	28	3,48	61	7,58	94	11,68
29	3,14	62	6,71	95	10,28	29	3,60	62	7,70	95	11,81
30	3,24	63	6,82	96	10,39	30	3,73	63	7,83	96	11,93
31	3,35	64	6,93	97	10,50	31	3,85	64	7,95	97	12,06
32	3,46	65	7,04	98	10,61	32	3,97	65	8,08	98	12,18
33	3,57	66	7,14	99	10,72	33	4,10	66	8,20	99	12,30
34	3,68	67	7,25	100	10,83	34	4,22	67	8,33	100	12,43
4,46 Zoll Durchm.						4,77 Zoll Durchm.					

16 Zoll.						17 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,28	35	4,95	68	9,62	2	0,31	35	5,58	68	10,86
3	0,42	36	5,09	69	9,76	3	0,47	36	5,74	69	11,01
4	0,56	37	5,23	70	9,90	4	0,63	37	5,90	70	11,17
5	0,70	38	5,37	71	10,04	5	0,79	38	6,06	71	11,33
6	0,84	39	5,51	72	10,18	6	0,95	39	6,22	72	11,49
7	0,99	40	5,65	73	10,32	7	1,11	40	6,38	73	11,65
8	1,13	41	5,80	74	10,46	8	1,27	41	6,54	74	11,81
9	1,27	42	5,94	75	10,61	9	1,43	42	6,70	75	11,97
10	1,41	43	6,08	76	10,75	10	1,59	43	6,86	76	12,13
11	1,55	44	6,22	77	10,89	11	1,75	44	7,02	77	12,29
12	1,69	45	6,36	78	11,03	12	1,91	45	7,18	78	12,45
13	1,83	46	6,50	79	11,17	13	2,07	46	7,34	79	12,61
14	1,98	47	6,64	80	11,31	14	2,23	47	7,50	80	12,77
15	2,12	48	6,79	81	11,45	15	2,39	48	7,66	81	12,93
16	2,26	49	6,93	82	11,60	16	2,55	49	7,82	82	13,09
17	2,40	50	7,07	83	11,74	17	2,71	50	7,98	83	13,25
18	2,54	51	7,21	84	11,88	18	2,87	51	8,14	84	13,41
19	2,68	52	7,35	85	12,02	19	3,03	52	8,30	85	13,57
20	2,82	53	7,49	86	12,16	20	3,19	53	8,46	86	13,73
21	2,97	54	7,63	87	12,30	21	3,35	54	8,62	87	13,89
22	3,11	55	7,78	88	12,44	22	3,51	55	8,78	88	14,05
23	3,25	56	7,92	89	12,59	23	3,67	56	8,94	89	14,21
24	3,39	57	8,06	90	12,73	24	3,83	57	9,10	90	14,37
25	3,53	58	8,20	91	12,87	25	3,99	58	9,26	91	14,53
26	3,67	59	8,34	92	13,01	26	4,15	59	9,42	92	14,69
27	3,81	60	8,48	93	13,15	27	4,31	60	9,58	93	14,85
28	3,96	61	8,62	94	13,29	28	4,47	61	9,74	94	15,01
29	4,10	62	8,77	95	13,48	29	4,63	62	9,90	95	15,17
30	4,24	63	8,91	96	13,58	30	4,79	63	10,06	96	15,33
31	4,38	64	9,05	97	13,72	31	4,95	64	10,22	97	15,49
32	4,52	65	9,19	98	13,86	32	5,11	65	10,38	98	15,65
33	4,66	66	9,33	99	14,00	33	5,27	66	10,54	99	15,81
34	4,81	67	9,47	100	14,14	34	5,43	67	10,70	100	15,97
5,09 Zoll Durchm						5,41 Zoll Durchm.					

18 Zoll = 1½ Fuß.						19 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,35	35	6,26	68	12,17	2	0,39	35	6,98	68	13,56
3	0,53	36	6,44	69	12,35	3	0,59	36	7,18	69	13,76
4	0,71	37	6,62	70	12,53	4	0,79	37	7,38	70	13,96
5	0,89	38	6,80	71	12,71	5	0,99	38	7,58	71	14,16
6	1,07	39	6,98	72	12,89	6	1,19	39	7,78	72	14,36
7	1,25	40	7,16	73	13,07	7	1,39	40	7,97	73	14,56
8	1,43	41	7,34	74	13,24	8	1,59	41	8,17	74	14,76
9	1,61	42	7,52	75	13,42	9	1,79	42	8,37	75	14,96
10	1,79	43	7,69	76	13,60	10	1,99	43	8,57	76	15,16
11	1,96	44	7,87	77	13,78	11	2,19	44	8,77	77	15,36
12	2,14	45	8,05	78	13,96	12	2,39	45	8,97	78	15,56
13	2,32	46	8,23	79	14,14	13	2,59	46	9,17	79	15,76
14	2,50	47	8,41	80	14,32	14	2,79	47	9,37	80	15,95
15	2,68	48	8,59	81	14,50	15	2,99	48	9,57	81	16,15
16	2,86	49	8,77	82	14,68	16	3,19	49	9,77	82	16,35
17	3,04	50	8,95	83	14,86	17	3,39	50	9,97	83	16,55
18	3,22	51	9,13	84	15,04	18	3,59	51	10,17	84	16,75
19	3,40	52	9,31	85	15,21	19	3,79	52	10,37	85	16,95
20	3,58	53	9,48	86	15,39	20	3,98	53	10,57	86	17,15
21	3,76	54	9,66	87	15,57	21	4,18	54	10,77	87	17,35
22	3,93	55	9,84	88	15,75	22	4,38	55	10,97	88	17,55
23	4,11	56	10,02	89	15,93	23	4,58	56	11,17	89	17,75
24	4,29	57	10,20	90	16,11	24	4,78	57	11,37	90	17,95
25	4,47	58	10,38	91	16,29	25	4,98	58	11,57	91	18,15
26	4,65	59	10,56	92	16,47	26	5,18	59	11,77	92	18,35
27	4,83	60	10,74	93	16,65	27	5,38	60	11,96	93	18,55
28	5,01	61	10,92	94	16,83	28	5,58	61	12,16	94	18,75
29	5,19	62	11,10	95	17,00	29	5,78	62	12,36	95	18,95
30	5,37	63	11,28	96	17,18	30	5,98	63	12,56	96	19,15
31	5,55	64	11,45	97	17,36	31	6,18	64	12,76	97	19,35
32	5,72	65	11,63	98	17,54	32	6,38	65	12,96	98	19,55
33	5,90	66	11,81	99	17,72	33	6,58	66	13,16	99	19,75
34	6,08	67	11,99	100	17,90	34	6,78	67	13,36	100	19,94
5,78 Zoll Durchm.						6,05 Zoll Durchm.					

20 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,44	35	7,73	68	15,03
3	0,66	36	7,95	69	15,25
4	0,88	37	8,17	70	15,47
5	1,10	38	8,39	71	15,69
6	1,32	39	8,62	72	15,91
7	1,54	40	8,84	73	16,13
8	1,76	41	9,06	74	16,35
9	1,98	42	9,28	75	16,57
10	2,21	43	9,50	76	16,79
11	2,43	44	9,72	77	17,02
12	2,65	45	9,94	78	17,24
13	2,87	46	10,16	79	17,46
14	3,09	47	10,88	80	17,68
15	3,31	48	10,61	81	17,90
16	3,53	49	10,83	82	18,12
17	3,75	50	11,05	83	18,34
18	3,97	51	11,27	84	18,56
19	4,19	52	11,49	85	18,78
20	4,42	53	11,71	86	19,01
21	4,64	54	11,93	87	19,23
22	4,86	55	12,15	88	19,45
23	5,08	56	12,37	89	19,67
24	5,30	57	12,59	90	19,89
25	5,52	58	12,82	91	20,11
26	5,74	59	13,04	92	20,33
27	5,96	60	13,26	93	20,55
28	6,18	61	13,48	94	20,77
29	6,41	62	13,70	95	20,99
30	6,63	63	13,92	96	21,22
31	6,85	64	14,14	97	21,44
32	7,07	65	14,36	98	21,66
33	7,29	66	14,58	99	21,88
34	7,51	67	14,81	100	22,10

6,37 Zoll Durchm.

21 Zoll = 1¾ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,48	35	8,52	68	16,57
3	0,73	36	8,77	69	16,81
4	0,97	37	9,01	70	17,05
5	1,21	38	9,26	71	17,30
6	1,46	39	9,50	72	17,54
7	1,70	40	9,74	73	17,79
8	1,94	41	9,99	74	18,03
9	2,19	42	10,23	75	18,27
10	2,43	43	10,47	76	18,52
11	2,68	44	10,72	77	18,76
12	2,92	45	10,96	78	19,00
13	3,16	46	11,21	79	19,25
14	3,41	47	11,45	80	19,49
15	3,65	48	11,69	81	19,74
16	3,89	49	11,94	82	19,98
17	4,14	50	12,18	83	20,22
18	4,38	51	12,42	84	20,47
19	4,63	52	12,67	85	20,71
20	4,87	53	12,91	86	20,95
21	5,11	54	13,16	87	21,20
22	5,36	55	13,40	88	21,44
23	5,60	56	13,64	89	21,68
24	5,84	57	13,89	90	21,93
25	6,09	58	14,13	91	22,17
26	6,33	59	14,37	92	22,42
27	6,58	60	14,62	93	22,66
28	6,82	61	14,86	94	22,90
29	7,06	62	15,10	95	23,15
30	7,31	63	15,35	96	23,39
31	7,55	64	15,59	97	23,63
32	7,79	65	15,84	98	23,88
33	8,04	66	16,08	99	24,12
34	8,28	67	16,32	100	24,37

6,68 Zoll Durchm.

22 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,53	35	9,36	68	18,18
3	0,80	36	9,62	69	18,45
4	1,06	37	9,89	70	18,72
5	1,33	38	10,16	71	18,99
6	1,60	39	10,43	72	19,25
7	1,87	40	10,69	73	19,52
8	2,13	41	10,96	74	19,79
9	2,40	42	11,23	75	20,06
10	2,67	43	11,50	76	20,32
11	2,94	44	11,76	77	20,59
12	3,20	45	12,03	78	20,86
13	3,47	46	12,30	79	21,13
14	3,74	47	12,57	80	21,39
15	4,01	48	12,83	81	21,66
16	4,27	49	13,10	82	21,93
17	4,54	50	13,37	83	22,19
18	4,81	51	13,64	84	22,46
19	5,08	52	13,90	85	22,73
20	5,34	53	14,17	86	23,00
21	5,61	54	14,44	87	23,26
22	5,88	55	14,71	88	23,53
23	6,15	56	14,97	89	23,80
24	6,41	57	15,24	90	24,07
25	6,68	58	15,51	91	24,33
26	6,95	59	15,78	92	24,60
27	7,22	60	16,04	93	24,87
28	7,48	61	16,31	94	25,14
29	7,75	62	16,58	95	25,40
30	8,02	63	16,85	96	25,67
31	8,29	64	17,11	97	25,94
32	8,55	65	17,38	98	26,21
33	8,82	66	17,65	99	26,47
34	9,09	67	17,92	100	26,74

7,00 Zoll Durchm.

23 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,58	35	10,23	68	19,87
3	0,87	36	10,52	69	20,17
4	1,16	37	10,81	70	20,46
5	1,46	38	11,10	71	20,75
6	1,75	39	11,40	72	21,04
7	2,04	40	11,69	73	21,34
8	2,33	41	11,98	74	21,63
9	2,63	42	12,27	75	21,92
10	2,92	43	12,57	76	22,21
11	3,21	44	12,86	77	22,50
12	3,50	45	13,15	78	22,80
13	3,80	46	13,44	79	23,09
14	4,09	47	13,73	80	23,38
15	4,38	48	14,03	81	23,67
16	4,67	49	14,32	82	23,97
17	4,96	50	14,61	83	24,26
18	5,26	51	14,90	84	24,55
19	5,55	52	15,20	85	24,84
20	5,84	53	15,49	86	25,14
21	6,13	54	15,78	87	25,43
22	6,43	55	16,07	88	25,72
23	6,72	56	16,37	89	26,01
24	7,01	57	16,66	90	26,31
25	7,30	58	16,95	91	26,60
26	7,60	59	17,24	92	26,89
27	7,89	60	17,54	93	27,18
28	8,18	61	17,83	94	27,47
29	8,47	62	18,12	95	27,77
30	8,77	63	18,41	96	28,06
31	9,06	64	18,70	97	28,35
32	9,35	65	19,00	98	28,64
33	9,64	66	19,29	99	28,94
34	9,93	67	19,58	100	29,23

7,32 Zoll Durchm.

24 Zoll = 2 Fuß.						25 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,63	35	11,14	68	21,64	2	0,69	35	12,08	68	23,48
3	0,95	36	11,45	69	21,96	3	1,03	36	12,43	69	23,83
4	1,27	37	11,77	70	22,28	4	1,38	37	12,77	70	24,17
5	1,59	38	12,09	71	22,60	5	1,72	38	13,12	71	24,52
6	1,90	39	12,41	72	22,91	6	2,07	39	13,47	72	24,86
7	2,22	40	12,73	73	23,23	7	2,41	40	13,81	73	25,21
8	2,54	41	13,05	74	23,55	8	2,76	41	14,16	74	25,55
9	2,86	42	13,36	75	23,87	9	3,10	42	14,50	75	25,90
10	3,18	43	13,68	76	24,19	10	3,45	43	14,85	76	26,24
11	3,50	44	14,00	77	24,50	11	3,79	44	15,19	77	26,59
12	3,81	45	14,32	78	24,82	12	4,14	45	15,54	78	26,94
13	4,13	46	14,64	79	25,14	13	4,49	46	15,88	79	27,28
14	4,45	47	14,96	80	25,46	14	4,83	47	16,23	80	27,63
15	4,77	48	15,27	81	25,78	15	5,18	48	16,57	81	27,97
16	5,09	49	15,59	82	26,10	16	5,52	49	16,92	82	28,32
17	5,41	50	15,91	83	26,41	17	5,87	50	17,26	83	28,66
18	5,72	51	16,23	84	26,73	18	6,21	51	17,61	84	29,01
19	6,04	52	16,55	85	27,05	19	6,56	52	17,96	85	29,35
20	6,36	53	16,87	86	27,37	20	6,90	53	18,30	86	29,70
21	6,68	54	17,18	87	27,69	21	7,25	54	18,65	87	30,04
22	7,00	55	17,50	88	28,01	22	7,59	55	18,99	88	30,39
23	7,32	56	17,82	89	28,32	23	7,94	56	19,34	89	30,73
24	7,63	57	18,14	90	28,64	24	8,28	57	19,68	90	31,08
25	7,95	58	18,46	91	28,96	25	8,63	58	20,03	91	31,43
26	8,27	59	18,78	92	29,28	26	8,98	59	20,37	92	31,77
27	8,59	60	19,09	93	29,60	27	9,32	60	20,72	93	32,12
28	8,91	61	19,41	94	29,92	28	9,67	61	21,06	94	32,46
29	9,23	62	19,73	95	30,23	29	10,01	62	21,41	95	32,81
30	9,54	63	20,05	96	30,55	30	10,36	63	21,75	96	33,15
31	9,86	64	20,37	97	30,87	31	10,70	64	22,10	97	33,50
32	10,18	65	20,69	98	31,19	32	11,05	65	22,45	98	33,84
33	10,50	66	21,00	99	31,51	33	11,39	66	22,79	99	34,19
34	10,82	67	21,32	100	31,83	34	11,74	67	23,14	100	34,53
7,64 Zoll Durchm.						7,96 Zoll Durchm.					

26 Zoll.						27 Zoll = 2¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,74	35	13,07	68	25,40	2	0,80	35	14,10	68	27,39
3	1,12	36	13,44	69	25,77	3	1,20	36	14,50	69	27,79
4	1,49	37	13,82	70	26,15	4	1,61	37	14,90	70	28,20
5	1,86	38	14,19	71	26,52	5	2,01	38	15,30	71	28,60
6	2,24	39	14,56	72	26,89	6	2,41	39	15,71	72	29,00
7	2,61	40	14,94	73	27,27	7	2,82	40	16,11	73	29,40
8	2,98	41	15,31	74	27,64	8	3,22	41	16,51	74	29,81
9	3,36	42	15,69	75	28,01	9	3,62	42	16,92	75	30,21
10	3,73	43	16,06	76	28,39	10	4,02	43	17,32	76	30,61
11	4,10	44	16,43	77	28,76	11	4,43	44	17,72	77	31,02
12	4,48	45	16,81	78	29,13	12	4,83	45	18,12	78	31,42
13	4,85	46	17,18	79	29,51	13	5,23	46	18,53	79	31,82
14	5,23	47	17,55	80	29,88	14	5,64	47	18,93	80	32,22
15	5,60	48	17,93	81	30,25	15	6,04	48	19,33	81	32,63
16	5,97	49	18,30	82	30,63	16	6,44	49	19,74	82	33,03
17	6,35	50	18,67	83	31,00	17	6,84	50	20,14	83	33,43
18	6,72	51	19,05	84	31,37	18	7,25	51	20,54	84	33,84
19	7,09	52	19,42	85	31,75	19	7,65	52	20,94	85	34,24
20	7,47	53	19,79	86	32,12	20	8,05	53	21,35	86	34,64
21	7,84	54	20,17	87	32,50	21	8,46	54	21,75	87	35,04
22	8,21	55	20,54	88	32,87	22	8,86	55	22,15	88	35,45
23	8,59	56	20,92	89	33,24	23	9,26	56	22,56	89	35,85
24	8,96	57	21,29	90	33,62	24	9,66	57	22,96	90	36,25
25	9,33	58	21,66	91	33,99	25	10,07	58	23,36	91	36,66
26	9,71	59	22,04	92	34,36	26	10,47	59	23,76	92	37,06
27	10,08	60	22,41	93	34,74	27	10,87	60	24,17	93	37,46
28	10,45	61	22,78	94	35,11	28	11,28	61	24,57	94	37,86
29	10,83	62	23,16	95	35,48	29	11,68	62	24,97	95	38,27
30	11,20	63	23,53	96	35,86	30	12,08	63	25,38	96	38,67
31	11,58	64	23,90	97	36,23	31	12,48	64	25,78	97	39,07
32	11,95	65	24,28	98	36,60	32	12,89	65	26,18	98	39,48
33	12,32	66	24,65	99	36,98	33	13,29	66	26,58	99	39,88
34	12,70	67	25,02	100	37,35	34	13,69	67	26,99	100	40,28
8,28 Zoll Durchm.						8,59 Zoll Durchm.					

28 Zoll.						29 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,86	35	15,16	68	29,46	2	0,92	35	16,26	68	31,60
3	1,29	36	15,59	69	29,89	3	1,39	36	16,73	69	32,06
4	1,73	37	16,03	70	30,32	4	1,85	37	17,19	70	32,53
5	2,16	38	16,46	71	30,76	5	2,32	38	17,66	71	32,99
6	2,59	39	16,89	72	31,19	6	2,78	39	18,12	72	33,46
7	3,03	40	17,33	73	31,62	7	3,25	40	18,59	73	33,92
8	3,46	41	17,76	74	32,06	8	3,71	41	19,05	74	34,39
9	3,89	42	18,19	75	32,49	9	4,18	42	19,51	75	34,85
10	4,33	43	18,62	76	32,92	10	4,64	43	19,98	76	35,32
11	4,76	44	19,06	77	33,36	11	5,11	44	20,44	77	35,78
12	5,19	45	19,49	78	33,79	12	5,57	45	20,91	78	36,25
13	5,63	46	19,92	79	34,22	13	6,04	46	21,37	79	36,71
14	6,06	47	20,36	80	34,66	14	6,50	47	21,84	80	37,18
15	6,49	48	20,79	81	35,09	15	6,97	48	22,30	81	37,64
16	6,93	49	21,22	82	35,52	16	7,43	49	22,77	82	38,10
17	7,36	50	21,66	83	35,95	17	7,90	50	23,23	83	38,57
18	7,79	51	22,09	84	36,39	18	8,36	51	23,70	84	39,03
19	8,23	52	22,52	85	36,82	19	8,83	52	24,16	85	39,50
20	8,66	53	22,96	86	37,25	20	9,29	53	24,63	86	39,96
21	9,09	54	23,39	87	37,69	21	9,75	54	25,09	87	40,43
22	9,53	55	23,82	88	38,12	22	10,22	55	25,56	88	40,89
23	9,96	56	24,26	89	38,55	23	10,68	56	26,02	89	41,36
24	10,39	57	24,69	90	38,99	24	11,15	57	26,49	90	41,82
25	10,83	58	25,12	91	39,42	25	11,61	58	26,95	91	42,29
26	11,26	59	25,56	92	39,85	26	12,08	59	27,42	92	42,75
27	11,69	60	25,99	93	40,29	27	12,54	60	27,88	93	43,22
28	12,13	61	26,42	94	40,72	28	13,01	61	28,35	94	43,68
29	12,56	62	26,86	95	41,15	29	13,47	62	28,81	95	44,15
30	12,99	63	27,29	96	41,59	30	13,94	63	29,27	96	44,61
31	13,43	64	27,72	97	42,02	31	14,40	64	29,74	97	45,08
32	13,86	65	28,16	98	42,45	32	14,87	65	30,20	98	45,54
33	14,29	66	28,59	99	42,89	33	15,33	66	30,67	99	46,01
34	14,73	67	29,02	100	43,32	34	15,80	67	31,13	100	46,47
8,91 Zoll Durchm.						9,23 Zoll Durchm.					

30 Zoll = **2**½ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,99	35	17,40	68	33,82
3	1,49	36	17,90	69	34,31
4	1,98	37	18,40	70	34,81
5	2,48	38	18,89	71	35,31
6	2,98	39	19,39	72	35,80
7	3,48	40	19,89	73	36,30
8	3,97	41	20,39	74	36,80
9	4,47	42	20,88	75	37,30
10	4,97	43	21,38	76	37,79
11	5,47	44	21,88	77	38,29
12	5,96	45	22,38	78	38,79
13	6,46	46	22,87	79	39,29
14	6,96	47	23,37	80	39,78
15	7,46	48	23,87	81	40,28
16	7,95	49	24,37	82	40,78
17	8,45	50	24,86	83	41,28
18	8,95	51	25,36	84	41,77
19	9,44	52	25,86	85	42,27
20	9,94	53	26,36	86	42,77
21	10,44	54	26,85	87	43,27
22	10,94	55	27,35	88	43,76
23	11,43	56	27,85	89	44,26
24	11,93	57	28,34	90	44,76
25	12,43	58	28,84	91	45,25
26	12,93	59	29,34	92	45,75
27	13,42	60	29,84	93	46,25
28	13,92	61	30,33	94	46,75
29	14,42	62	30,83	95	47,24
30	14,92	63	31,33	96	47,74
31	15,41	64	31,83	97	48,24
32	15,91	65	32,32	98	48,74
33	16,41	66	32,82	99	49,23
34	16,91	67	33,32	100	49,73

9,55 Zoll Durchm.

31 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,06	35	18,58	68	36,11
3	1,59	36	19,11	69	36,64
4	2,12	37	19,64	70	37,17
5	2,65	38	20,18	71	37,70
6	3,18	39	20,71	72	38,23
7	3,71	40	21,24	73	38,76
8	4,24	41	21,77	74	39,29
9	4,77	42	22,30	75	39,83
10	5,31	43	22,83	76	40,36
11	5,84	44	23,36	77	40,89
12	6,37	45	23,89	78	41,42
13	6,90	46	24,42	79	41,95
14	7,43	47	24,96	80	42,48
15	7,96	48	25,49	81	43,01
16	8,49	49	26,02	82	43,54
17	9,02	50	26,55	83	44,07
18	9,55	51	27,08	84	44,60
19	10,09	52	27,61	85	45,14
20	10,62	53	28,14	86	45,67
21	11,15	54	28,67	87	46,20
22	11,68	55	29,20	88	46,73
23	12,21	56	29,73	89	47,26
24	12,74	57	30,27	90	47,79
25	13,27	58	30,80	91	48,32
26	13,80	59	31,33	92	48,85
27	14,33	60	31,86	93	49,38
28	14,86	61	32,39	94	49,92
29	15,40	62	32,92	95	50,45
30	15,93	63	33,45	96	50,98
31	16,46	64	33,98	97	51,51
32	16,99	65	34,51	98	52,04
33	17,52	66	35,05	99	52,57
34	18,05	67	35,58	100	53,10

9,87 Zoll Durchm.

32 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,13	35	19,80	68	38,48
3	1,69	36	20,37	69	39,04
4	2,26	37	20,93	70	39,61
5	2,82	38	21,50	71	40,17
6	3,39	39	22,06	72	40,74
7	3,96	40	22,63	73	41,30
8	4,52	41	23,20	74	41,87
9	5,09	42	23,76	75	42,44
10	5,65	43	24,33	76	43,00
11	6,22	44	24,89	77	43,57
12	6,79	45	25,46	78	44,13
13	7,35	46	26,03	79	44,70
14	7,92	47	26,59	80	45,27
15	8,48	48	27,16	81	45,83
16	9,05	49	27,72	82	46,40
17	9,62	50	28,29	83	46,96
18	10,18	51	28,86	84	47,53
19	10,75	52	29,42	85	48,09
20	11,31	53	29,99	86	48,66
21	11,88	54	30,55	87	49,23
22	12,44	55	31,12	88	49,79
23	13,01	56	31,68	89	50,36
24	13,58	57	32,25	90	50,92
25	14,14	58	32,82	91	51,49
26	14,71	59	33,38	92	52,06
27	15,27	60	33,95	93	52,62
28	15,84	61	34,51	94	53,19
29	16,41	62	35,08	95	53,75
30	16,97	63	35,65	96	54,32
31	17,54	64	36,21	97	54,89
32	18,10	65	36,78	98	55,45
33	18,67	66	37,34	99	56,02
34	19,24	67	37,91	100	56,58

10,19 Zoll Durchm.

33 Zoll = 2³/₄ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,20	35	21,06	68	40,92
3	1,80	36	21,66	69	41,52
4	2,40	37	22,26	70	42,12
5	3,00	38	22,86	71	42,72
6	3,61	39	23,47	72	43,32
7	4,21	40	24,07	73	43,93
8	4,81	41	24,67	74	44,53
9	5,41	42	25,27	75	45,13
10	6,01	43	25,87	76	45,73
11	6,61	44	26,47	77	46,33
12	7,22	45	27,08	78	46,94
13	7,82	46	27,68	79	47,54
14	8,42	47	28,28	80	48,14
15	9,02	48	28,88	81	48,74
16	9,62	49	29,48	82	49,34
17	10,23	50	30,09	83	49,94
18	10,83	51	30,69	84	50,55
19	11,43	52	31,29	85	51,15
20	12,03	53	31,89	86	51,75
21	12,63	54	32,49	87	52,35
22	13,23	55	33,09	88	52,95
23	13,84	56	33,70	89	53,56
24	14,44	57	34,30	90	54,16
25	15,04	58	34,90	91	54,76
26	15,64	59	35,50	92	55,36
27	16,24	60	36,10	93	55,96
28	16,85	61	36,71	94	56,56
29	17,45	62	37,31	95	57,17
30	18,05	63	37,91	96	57,77
31	18,65	64	38,51	97	58,37
32	19,25	65	39,11	98	58,97
33	19,85	66	39,71	99	59,57
34	20,46	67	40,32	100	60,18

10,50 Zoll Durchm.

34 Zoll.						35 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,27	35	22,35	68	43,44	2	1,35	35	23,69	68	46,03
3	1,91	36	22,99	69	44,07	3	2,03	36	24,37	69	46,71
4	2,55	37	23,63	70	44,71	4	2,70	37	25,04	70	47,38
5	3,19	38	24,27	71	45,35	5	3,38	38	25,72	71	48,06
6	3,83	39	24,91	72	45,99	6	4,06	39	26,40	72	48,74
7	4,47	40	25,55	73	46,63	7	4,73	40	27,07	73	49,41
8	5,11	41	26,19	74	47,27	8	5,41	41	27,75	74	50,09
9	5,74	42	26,83	75	47,91	9	6,09	42	28,43	75	50,77
10	6,38	43	27,46	76	48,55	10	6,76	43	29,10	76	51,44
11	7,02	44	28,10	77	49,18	11	7,44	44	29,78	77	52,12
12	7,66	45	28,74	78	49,82	12	8,12	45	30,46	78	52,80
13	8,30	46	29,38	79	50,46	13	8,80	46	31,14	79	53,47
14	8,94	47	30,02	80	51,10	14	9,47	47	31,81	80	54,15
15	9,58	48	30,66	81	51,74	15	10,15	48	32,49	81	54,83
16	10,22	49	31,30	82	52,38	16	10,83	49	33,17	82	55,51
17	10,86	50	31,94	83	53,02	17	11,50	50	33,84	83	56,18
18	11,49	51	32,58	84	53,66	18	12,18	51	34,52	84	56,86
19	12,13	52	33,21	85	54,30	19	12,86	52	35,20	85	57,54
20	12,77	53	33,85	86	54,93	20	13,53	53	35,87	86	58,21
21	13,41	54	34,49	87	55,57	21	14,21	54	36,55	87	58,89
22	14,05	55	35,13	88	56,21	22	14,89	55	37,23	88	59,57
23	14,69	56	35,77	89	56,85	23	15,57	56	37,90	89	60,24
24	15,33	57	36,41	90	57,49	24	16,24	57	38,58	90	60,92
25	15,97	58	37,05	91	58,13	25	16,92	58	39,26	91	61,60
26	16,60	59	37,69	92	58,77	26	17,60	59	39,94	92	62,28
27	17,24	60	38,32	93	59,41	27	18,27	60	40,61	93	62,95
28	17,88	61	38,96	94	60,05	28	18,95	61	41,29	94	63,63
29	18,52	62	39,60	95	60,68	29	19,63	62	41,97	95	64,31
30	19,16	63	40,24	96	61,32	30	20,30	63	42,64	96	64,98
31	19,80	64	40,88	97	61,96	31	20,98	64	43,32	97	65,66
32	20,44	65	41,52	98	62,60	32	21,66	65	44,00	98	66,34
33	21,08	66	42,16	99	63,24	33	22,33	66	44,67	99	67,01
34	21,72	67	42,80	100	63,88	34	23,01	67	45,35	100	67,69
10,82 Zoll Durchm.						11,14 Zoll Durchm.					

36 Zoll = 3 Fuß.						37 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,43	35	25,06	68	48,70	2	1,51	35	26,47	68	51,44
3	2,14	36	25,78	69	49,41	3	2,26	36	27,23	69	52,20
4	2,86	37	26,49	70	50,13	4	3,02	37	27,99	70	52,95
5	3,58	38	27,21	71	50,85	5	3,78	38	28,74	71	53,71
6	4,29	39	27,93	72	51,56	6	4,53	39	29,50	72	54,47
7	5,01	40	28,64	73	52,28	7	5,29	40	30,26	73	55,22
8	5,72	41	29,36	74	52,99	8	6,05	41	31,01	74	55,98
9	6,44	42	30,08	75	53,71	9	6,80	42	31,77	75	56,74
10	7,16	43	30,79	76	54,43	10	7,56	43	32,53	76	57,49
11	7,87	44	31,51	77	55,14	11	8,32	44	33,28	77	58,25
12	8,59	45	32,22	78	55,86	12	9,07	45	34,04	78	59,01
13	9,31	46	32,94	79	56,57	13	9,83	46	34,80	79	59,76
14	10,02	47	33,66	80	57,29	14	10,59	47	35,55	80	60,52
15	10,74	48	34,37	81	58,01	15	11,34	48	36,31	81	61,27
16	11,45	49	35,09	82	58,72	16	12,10	49	37,07	82	62,03
17	12,17	50	35,81	83	59,44	17	12,86	50	37,82	83	62,79
18	12,89	51	36,52	84	60,16	18	13,61	51	38,58	84	63,54
19	13,60	52	37,24	85	60,87	19	14,37	52	39,34	85	64,30
20	14,32	53	37,95	86	61,59	20	15,13	53	40,09	86	65,06
21	15,04	54	38,67	87	62,30	21	15,88	54	40,85	87	65,81
22	15,75	55	39,39	88	63,02	22	16,64	55	41,60	88	66,57
23	16,47	56	40,10	89	63,74	23	17,40	56	42,36	89	67,33
24	17,18	57	40,82	90	64,45	24	18,15	57	43,12	90	68,08
25	17,90	58	41,53	91	65,17	25	18,91	58	43,87	91	68,84
26	18,62	59	42,25	92	65,89	26	19,67	59	44,63	92	69,60
27	19,33	60	42,97	93	66,60	27	20,42	60	45,39	93	70,35
28	20,05	61	43,68	94	67,32	28	21,18	61	46,14	94	71,11
29	20,76	62	44,40	95	68,03	29	21,93	62	46,90	95	71,87
30	21,48	63	45,12	96	68,75	30	22,69	63	47,66	96	72,62
31	22,20	64	45,83	97	69,47	31	23,45	64	48,41	97	73,38
32	22,91	65	46,55	98	70,18	32	24,20	65	49,17	98	74,14
33	23,63	66	47,26	99	70,90	33	24,96	66	49,93	99	74,89
34	24,35	67	47,98	100	71,62	34	25,72	67	50,68	100	75,65
11,46 Zoll Durchm.						11,78 Zoll Durchm.					

38 Zoll.						39 Zoll = 3¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,59	35	27,92	68	54,26	2	1,68	35	29,41	68	57,15
3	2,39	36	28,72	69	55,06	3	2,52	36	30,25	69	57,99
4	3,19	37	29,52	70	55,85	4	3,36	37	31,09	70	58,83
5	3,98	38	30,32	71	56,65	5	4,20	38	31,94	71	59,67
6	4,78	39	31,12	72	57,45	6	5,04	39	32,78	72	60,51
7	5,58	40	31,91	73	58,25	7	5,88	40	33,62	73	61,35
8	6,38	41	32,71	74	59,05	8	6,72	41	34,46	74	62,19
9	7,18	42	33,51	75	59,84	9	7,56	42	35,30	75	63,04
10	7,97	43	34,31	76	60,64	10	8,40	43	36,14	76	63,88
11	8,77	44	35,11	77	61,44	11	9,24	44	36,98	77	64,72
12	9,57	45	35,90	78	62,24	12	10,08	45	37,82	78	65,56
13	10,37	46	36,70	79	63,04	13	10,92	46	38,66	79	66,40
14	11,17	47	37,50	80	63,83	14	11,76	47	39,50	80	67,24
15	11,96	48	38,30	81	64,63	15	12,60	48	40,34	81	68,08
16	12,76	49	39,10	82	65,43	16	13,44	49	41,18	82	68,92
17	13,56	50	39,89	83	66,23	17	14,28	50	42,02	83	69,76
18	14,36	51	40,69	84	67,03	18	15,12	51	42,86	84	70,60
19	15,16	52	41,49	85	67,82	19	15,97	52	43,70	85	71,44
20	15,95	53	42,29	86	68,62	20	16,81	53	44,54	86	72,28
21	16,75	54	43,09	87	69,42	21	17,65	54	45,38	87	73,12
22	17,55	55	43,88	88	70,22	22	18,49	55	46,22	88	73,96
23	18,35	56	44,68	89	71,02	23	19,33	56	47,07	89	74,80
24	19,15	57	45,48	90	71,81	24	20,17	57	47,91	90	75,64
25	19,94	58	46,28	91	72,61	25	21,01	58	48,75	91	76,48
26	20,74	59	47,08	92	73,41	26	21,85	59	49,59	92	77,32
27	21,54	60	47,87	93	74,21	27	22,69	60	50,43	93	78,17
28	22,34	61	48,67	94	75,01	28	23,53	61	51,27	94	79,01
29	23,14	62	49,47	95	75,80	29	24,37	62	52,11	95	79,85
30	23,93	63	50,27	96	76,60	30	25,21	63	52,95	96	80,69
31	24,73	64	51,07	97	77,40	31	26,05	64	53,79	97	81,53
32	25,53	65	51,86	98	78,20	32	26,89	65	54,63	98	82,37
33	26,33	66	52,66	99	79,00	33	27,73	66	55,47	99	83,21
34	27,13	67	53,46	100	79,79	34	28,57	67	56,31	100	84,05
12,10 Zoll Durchm.						12,41 Zoll Durchm.					

40 Zoll.						41 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,76	35	30,94	68	60,12	2	1,85	35	32,51	68	63,16
3	2,65	36	31,83	69	61,00	3	2,78	36	33,44	69	64,09
4	3,53	37	32,71	70	61,89	4	3,71	37	34,37	70	65,02
5	4,42	38	33,59	71	62,77	5	4,64	38	35,30	71	65,95
6	5,30	39	34,48	72	63,66	6	5,57	39	36,22	72	66,88
7	6,18	40	35,36	73	64,54	7	6,50	40	37,15	73	67,81
8	7,07	41	36,25	74	65,43	8	7,43	41	38,08	74	68,74
9	7,95	42	37,13	75	66,31	9	8,36	42	39,01	75	69,67
10	8,84	43	38,02	76	67,19	10	9,28	43	39,94	76	70,60
11	9,72	44	38,90	77	68,08	11	10,21	44	40,87	77	71,52
12	10,61	45	39,78	78	68,96	12	11,14	45	41,80	78	72,45
13	11,49	46	40,67	79	69,85	13	12,07	46	42,73	79	73,38
14	12,37	47	41,55	80	70,73	14	13,00	47	43,66	80	74,31
15	13,26	48	42,44	81	71,61	15	13,93	48	44,59	81	75,24
16	14,14	49	43,32	82	72,50	16	14,86	49	45,51	82	76,17
17	15,03	50	44,20	83	73,38	17	15,79	50	46,44	83	77,10
18	15,91	51	45,09	84	74,27	18	16,72	51	47,37	84	78,03
19	16,79	52	45,97	85	75,15	19	17,65	52	48,30	85	78,96
20	17,68	53	46,86	86	76,04	20	18,57	53	49,23	86	79,89
21	18,56	54	47,74	87	76,92	21	19,50	54	50,16	87	80,81
22	19,45	55	48,63	88	77,80	22	20,43	55	51,09	88	81,74
23	20,33	56	49,51	89	78,69	23	21,36	56	52,02	89	82,67
24	21,22	57	50,39	90	79,57	24	22,29	57	52,95	90	83,60
25	22,10	58	51,28	91	80,46	25	23,22	58	53,87	91	84,53
26	22,98	59	52,16	92	81,34	26	24,15	59	54,80	92	85,46
27	23,87	60	53,05	93	82,22	27	25,08	60	55,73	93	86,39
28	24,75	61	53,93	94	83,11	28	26,01	61	56,66	94	87,32
29	25,64	62	54,82	95	83,99	29	26,93	62	57,59	95	88,25
30	26,52	63	55,70	96	84,88	30	27,86	63	58,52	96	89,18
31	27,41	64	56,58	97	85,76	31	28,79	64	59,45	97	90,10
32	28,29	65	57,47	98	86,65	32	29,72	65	60,38	98	91,03
33	29,17	66	58,35	99	87,53	33	30,65	66	61,31	99	91,96
34	30,06	67	59,24	100	88,41	34	31,58	67	62,24	100	92,89
12,78 Zoll Durchm.						13,05 Zoll Durchm.					

42 Zoll = 3½ Fuß.						43 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,94	35	34,11	68	66,28	2	2,04	35	35,76	68	69,48
3	2,92	36	35,09	69	67,26	3	3,06	36	36,78	69	70,50
4	3,89	37	36,06	70	68,23	4	4,08	37	37,80	70	71,52
5	4,87	38	37,04	71	69,21	5	5,10	38	38,82	71	72,54
6	5,84	39	38,01	72	70,18	6	6,13	39	39,85	72	73,56
7	6,82	40	38,99	73	71,16	7	7,15	40	40,87	73	74,59
8	7,79	41	39,96	74	72,13	8	8,17	41	41,89	74	75,61
9	8,77	42	40,94	75	73,11	9	9,19	42	42,91	75	76,63
10	9,74	43	41,91	76	74,08	10	10,21	43	43,93	76	77,65
11	10,72	44	42,89	77	75,06	11	11,23	44	44,95	77	78,67
12	11,69	45	43,86	78	76,03	12	12,26	45	45,98	78	79,70
13	12,67	46	44,84	79	77,01	13	13,28	46	47,00	79	80,72
14	13,64	47	45,81	80	77,98	14	14,30	47	48,02	80	81,74
15	14,62	48	46,79	81	78,96	15	15,32	48	49,04	81	82,76
16	15,59	49	47,76	82	79,93	16	16,34	49	50,06	82	83,78
17	16,57	50	48,74	83	80,91	17	17,37	50	51,09	83	84,80
18	17,54	51	49,71	84	81,88	18	18,39	51	52,11	84	85,83
19	18,52	52	50,69	85	82,85	19	19,41	52	53,13	85	86,85
20	19,49	53	51,66	86	83,83	20	20,43	53	54,15	86	87,87
21	20,47	54	52,64	87	84,80	21	21,45	54	55,17	87	88,89
22	21,44	55	53,61	88	85,78	22	22,47	55	56,19	88	89,91
23	22,42	56	54,58	89	86,75	23	23,50	56	57,22	89	90,94
24	23,39	57	55,56	90	87,73	24	24,52	57	58,24	90	91,96
25	24,37	58	56,53	91	88,70	25	25,54	58	59,26	91	92,98
26	25,34	59	57,51	92	89,68	26	26,56	59	60,28	92	94,00
27	26,32	60	58,48	93	90,65	27	27,58	60	61,30	93	95,02
28	27,29	61	59,46	94	91,63	28	28,61	61	62,32	94	96,04
29	28,26	62	60,43	95	92,60	29	29,63	62	63,35	95	97,07
30	29,24	63	61,41	96	93,58	30	30,65	63	64,37	96	98,09
31	30,21	64	62,38	97	94,55	31	31,67	64	65,39	97	99,11
32	31,19	65	63,36	98	95,53	32	32,69	65	66,41	98	100,13
33	32,16	66	64,33	99	96,50	33	33,71	66	67,43	99	101,15
34	33,14	67	65,31	100	97,48	34	34,74	67	68,46	100	102,18
13,87 Zoll Durchm.						13,69 Zoll Durchm.					

44 Zoll.						45 Zoll = $3^3/_4$ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,13	35	37,44	68	72,75	2	2,23	35	39,16	68	76,09
3	3,20	36	38,51	69	73,82	3	3,35	36	40,28	69	77,21
4	4,27	37	39,58	70	74,89	4	4,47	37	41,40	70	78,33
5	5,34	38	40,65	71	75,96	5	5,59	38	42,52	71	79,45
6	6,41	39	41,72	72	77,03	6	6,71	39	43,64	72	80,57
7	7,48	40	42,79	73	78,10	7	7,83	40	44,76	73	81,69
8	8,55	41	43,86	74	79,17	8	8,95	41	45,88	74	82,81
9	9,62	42	44,93	75	80,24	9	10,07	42	47,00	75	83,92
10	10,69	43	46,00	76	81,31	10	11,19	43	48,11	76	85,04
11	11,76	44	47,07	77	82,37	11	12,30	44	49,23	77	86,16
12	12,83	45	48,14	78	83,44	12	13,42	45	50,35	78	87,28
13	13,90	46	49,21	79	84,51	13	14,54	46	51,47	79	88,40
14	14,97	47	50,28	80	85,58	14	15,66	47	52,59	80	89,52
15	16,04	48	51,35	81	86,65	15	16,78	48	53,71	81	90,64
16	17,11	49	52,42	82	87,72	16	17,90	49	54,83	82	91,76
17	18,18	50	53,49	83	88,79	17	19,02	50	55,95	83	92,88
18	19,25	51	54,56	84	89,86	18	20,14	51	57,07	84	94,00
19	20,32	52	55,63	85	90,93	19	21,26	52	58,19	85	95,12
20	21,39	53	56,70	86	92,00	20	22,38	53	59,31	86	96,23
21	22,46	54	57,77	87	93,07	21	23,50	54	60,42	87	97,35
22	23,53	55	58,84	88	94,14	22	24,61	55	61,54	88	98,47
23	24,60	56	59,91	89	95,21	23	25,73	56	62,66	89	99,59
24	25,67	57	60,98	90	96,28	24	26,85	57	63,78	90	100,71
25	26,74	58	62,05	91	97,35	25	27,97	58	64,90	91	101,83
26	27,81	59	63,12	92	98,42	26	29,09	59	66,02	92	102,95
27	28,88	60	64,19	93	99,49	27	30,21	60	67,14	93	104,07
28	29,95	61	65,26	94	100,56	28	31,33	61	68,26	94	105,19
29	31,02	62	66,33	95	101,63	29	32,45	62	69,38	95	106,31
30	32,09	63	67,40	96	102,70	30	33,57	63	70,50	96	107,42
31	33,16	64	68,47	97	103,77	31	34,69	64	71,61	97	108,54
32	34,23	65	69,54	98	104,84	32	35,80	65	72,73	98	109,66
33	35,30	66	70,61	99	105,91	33	36,92	66	73,85	99	110,78
34	36,37	67	71,68	100	106,98	34	38,04	67	74,97	100	111,90
14,01 Zoll Durchm.						14,32 Zoll Durchm.					

46 Zoll						47 Zoll					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,33	35	40,92	68	79,51	2	2,44	35	42,72	68	83,01
3	3,50	36	42,09	69	80,68	3	3,66	36	43,94	69	84,23
4	4,67	37	43,26	70	81,85	4	4,88	37	45,16	70	85,45
5	5,84	38	44,43	71	83,02	5	6,10	38	46,38	71	86,67
6	7,01	39	45,60	72	84,19	6	7,32	39	47,60	72	87,89
7	8,18	40	46,77	73	85,36	7	8,54	40	48,82	73	89,11
8	9,35	41	47,94	74	86,53	8	9,76	41	50,05	74	90,33
9	10,52	42	49,11	75	87,70	9	10,98	42	51,27	75	91,55
10	11,69	43	50,28	76	88,87	10	12,20	43	52,49	76	92,77
11	12,86	44	51,45	77	90,03	11	13,42	44	53,71	77	93,99
12	14,03	45	52,62	78	91,20	12	14,64	45	54,93	78	95,21
13	15,20	46	53,79	79	92,37	13	15,86	46	56,15	79	96,43
14	16,87	47	54,95	80	93,54	14	17,09	47	57,37	80	97,65
15	17,54	48	56,12	81	94,71	15	18,31	48	58,59	81	98,87
16	18,70	49	57,29	82	95,88	16	19,53	49	59,81	82	100,10
17	19,87	50	58,46	83	97,05	17	20,75	50	61,03	83	101,32
18	21,04	51	59,63	84	98,22	18	21,97	51	62,25	84	102,54
19	22,21	52	60,80	85	99,39	19	23,19	52	63,47	85	103,76
20	23,88	53	61,97	86	100,56	20	24,41	53	64,69	86	104,98
21	24,55	54	63,14	87	101,73	21	25,63	54	65,91	87	106,20
22	25,72	55	64,31	88	102,90	22	26,85	55	67,14	88	107,42
23	26,89	56	65,48	89	104,07	23	28,07	56	68,36	89	108,64
24	28,06	57	66,65	90	105,24	24	29,29	57	69,58	90	109,86
25	29,23	58	67,82	91	106,41	25	30,51	58	70,80	91	111,08
26	30,40	59	68,99	92	107,58	26	31,73	59	72,02	92	112,30
27	31,57	60	70,16	93	108,74	27	32,95	60	73,24	93	113,52
28	32,74	61	71,33	94	109,91	28	34,18	61	74,46	94	114,74
29	33,91	62	72,49	95	111,08	29	35,40	62	75,68	95	115,97
30	35,08	63	73,66	96	112,25	30	36,62	63	76,90	96	117,19
31	36,24	64	74,83	97	113,42	31	37,84	64	78,12	97	118,41
32	37,41	65	76,00	98	114,59	32	39,06	65	79,34	98	119,63
33	38,58	66	77,17	99	115,76	33	40,28	66	80,56	99	120,85
34	39,75	67	78,34	100	116,93	34	41,50	67	81,78	100	122,07
14,64 Zoll Durchm.						14,96 Zoll Durchm.					

48 Zoll = 4 Fuß.						49 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,54	35	44,56	68	86,58	2	2,65	35	46,43	68	90,22
3	3,81	36	45,83	69	87,85	3	3,98	36	47,76	69	91,55
4	5,09	37	47,10	70	89,12	4	5,30	37	49,09	70	92,87
5	6,36	38	48,38	71	90,40	5	6,63	38	50,41	71	94,20
6	7,63	39	49,65	72	91,67	6	7,96	39	51,74	72	95,53
7	8,91	40	50,92	73	92,94	7	9,28	40	53,07	73	96,85
8	10,18	41	52,20	74	94,21	8	10,61	41	54,40	74	98,18
9	11,45	42	53,47	75	95,49	9	11,94	42	55,72	75	99,51
10	12,73	43	54,74	76	96,76	10	13,26	43	57,05	76	100,83
11	14,00	44	56,02	77	98,03	11	14,59	44	58,38	77	102,16
12	15,27	45	57,29	78	99,31	12	15,92	45	59,70	78	103,49
13	16,55	46	58,56	79	100,58	13	17,24	46	61,03	79	104,82
14	17,82	47	59,84	80	101,85	14	18,57	47	62,36	80	106,14
15	19,09	48	61,11	81	103,13	15	19,90	48	63,68	81	107,47
16	20,37	49	62,38	82	104,40	16	21,22	49	65,01	82	108,80
17	21,64	50	63,66	83	105,67	17	22,55	50	66,34	83	110,12
18	22,91	51	64,93	84	106,95	18	23,88	51	67,66	84	111,45
19	24,19	52	66,20	85	108,22	19	25,20	52	68,99	85	112,78
20	25,46	53	67,48	86	109,49	20	26,53	53	70,32	86	114,10
21	26,73	54	68,75	87	110,77	21	27,86	54	71,64	87	115,43
22	28,01	55	70,02	88	112,04	22	29,19	55	72,97	88	116,76
23	29,28	56	71,30	89	113,31	23	30,51	56	74,30	89	118,08
24	30,55	57	72,57	90	114,59	24	31,84	57	75,62	90	119,41
25	31,83	58	73,84	91	115,86	25	33,17	58	76,95	91	120,74
26	33,10	59	75,12	92	117,13	26	34,49	59	78,28	92	122,06
27	34,37	60	76,39	93	118,41	27	35,82	60	79,61	93	123,39
28	35,65	61	77,66	94	119,68	28	37,15	61	80,93	94	124,72
29	36,92	62	78,94	95	120,95	29	38,47	62	82,26	95	126,04
30	38,19	63	80,21	96	122,23	30	39,80	63	83,59	96	127,37
31	39,47	64	81,48	97	123,50	31	41,13	64	84,91	97	128,70
32	40,74	65	82,76	98	124,77	32	42,45	65	86,24	98	130,03
33	42,01	66	84,03	99	126,05	33	43,78	66	87,57	99	131,35
34	43,29	67	85,30	100	127,82	34	45,11	67	88,89	100	132,68
15,28 Zoll Durchm.						15,60 Zoll Durchm.					

50 Zoll.						51 Zoll = 4¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,76	35	48,35	68	93,94	2	2,87	35	50,30	68	97,74
3	4,14	36	49,73	69	95,32	3	4,31	36	51,74	69	99,17
4	5,52	37	51,11	70	96,70	4	5,74	37	53,18	70	100,61
5	6,90	38	52,49	71	98,09	5	7,18	38	54,62	71	102,05
6	8,28	39	53,88	72	99,47	6	8,62	39	56,05	72	103,49
7	9,67	40	55,26	73	100,85	7	10,06	40	57,49	73	104,92
8	11,05	41	56,64	74	102,23	8	11,49	41	58,93	74	106,36
9	12,43	42	58,02	75	103,61	9	12,93	42	60,36	75	107,80
10	13,81	43	59,40	76	104,99	10	14,37	43	61,80	76	109,24
11	15,19	44	60,78	77	106,37	11	15,81	44	63,24	77	110,67
12	16,57	45	62,16	78	107,76	12	17,24	45	64,68	78	112,11
13	17,96	46	63,55	79	109,14	13	18,68	46	66,11	79	113,55
14	19,34	47	64,93	80	110,52	14	20,12	47	67,55	80	114,98
15	20,72	48	66,31	81	111,90	15	21,56	48	68,99	81	116,42
16	22,10	49	67,69	82	113,28	16	22,99	49	70,43	82	117,86
17	23,48	50	69,07	83	114,66	17	24,43	50	71,86	83	119,30
18	24,86	51	70,45	84	116,05	18	25,87	51	73,30	84	120,73
19	26,24	52	71,84	85	117,43	19	27,31	52	74,74	85	122,17
20	27,63	53	73,22	86	118,81	20	28,74	53	76,18	86	123,61
21	29,01	54	74,60	87	120,19	21	30,18	54	77,61	87	125,05
22	30,39	55	75,98	88	121,57	22	31,62	55	79,05	88	126,48
23	31,77	56	77,36	89	122,95	23	33,05	56	80,49	89	127,92
24	33,15	57	78,74	90	124,33	24	34,49	57	81,93	90	129,36
25	34,53	58	80,12	91	125,72	25	35,93	58	83,36	91	130,80
26	35,92	59	81,51	92	127,10	26	37,37	59	84,80	92	132,23
27	37,30	60	82,89	93	128,48	27	38,80	60	86,24	93	133,67
28	38,68	61	84,27	94	129,86	28	40,24	61	87,67	94	135,11
29	40,06	62	85,65	95	131,24	29	41,68	62	89,11	95	136,55
30	41,44	63	87,03	96	132,62	30	43,12	63	90,55	96	137,98
31	42,82	64	88,41	97	134,01	31	44,55	64	91,99	97	139,42
32	44,20	65	89,80	98	135,39	32	45,99	65	93,42	98	140,86
33	45,59	66	91,18	99	136,77	33	47,43	66	94,86	99	142,29
34	46,97	67	92,56	100	138,15	34	48,87	67	96,30	100	143,73
15,92 Zoll Durchm.						16,23 Zoll Durchm.					

52 Zoll						53 Zoll					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,98	35	52,30	68	101,61	2	3,10	35	54,33	68	105,55
3	4,48	36	53,79	69	103,10	3	4,65	36	55,88	69	107,10
4	5,97	37	55,28	70	104,60	4	6,20	37	57,43	70	108,66
5	7,47	38	56,78	71	106,09	5	7,76	38	58,98	71	110,21
6	8,96	39	58,27	72	107,58	6	9,31	39	60,54	72	111,76
7	10,46	40	59,77	73	109,08	7	10,86	40	62,09	73	113,31
8	11,95	41	61,26	74	110,57	8	12,41	41	63,64	74	114,87
9	13,44	42	62,76	75	112,07	9	13,97	42	65,19	75	116,42
10	14,94	43	64,25	76	113,56	10	15,52	43	66,74	76	117,97
11	16,43	44	65,74	77	115,06	11	17,07	44	68,30	77	119,52
12	17,93	45	67,24	78	116,55	12	18,62	45	69,85	78	121,08
13	19,42	46	68,73	79	118,04	13	20,18	46	71,40	79	122,63
14	20,92	47	70,23	80	119,54	14	21,73	47	72,95	80	124,18
15	22,41	48	71,72	81	121,03	15	23,28	48	74,51	81	125,73
16	23,90	49	73,22	82	122,53	16	24,83	49	76,06	82	127,28
17	25,40	50	74,71	83	124,02	17	26,38	50	77,61	83	128,84
18	26,89	51	76,20	84	125,52	18	27,94	51	79,16	84	130,39
19	28,39	52	77,70	85	127,01	19	29,49	52	80,72	85	131,94
20	29,88	53	79,19	86	128,50	20	31,04	53	82,27	86	133,49
21	31,38	54	80,69	87	130,00	21	32,59	54	83,82	87	135,05
22	32,87	55	82,18	88	131,49	22	34,15	55	85,37	88	136,60
23	34,36	56	83,68	89	132,99	23	35,70	56	86,92	89	138,15
24	35,86	57	85,17	90	134,48	24	37,25	57	88,48	90	139,70
25	37,35	58	86,66	91	135,98	25	38,80	58	90,03	91	141,26
26	38,85	59	88,16	92	137,47	26	40,36	59	91,58	92	142,81
27	40,34	60	89,65	93	138,96	27	41,91	60	93,13	93	144,36
28	41,84	61	91,15	94	140,46	28	43,46	61	94,69	94	145,91
29	43,33	62	92,64	95	141,95	29	45,01	62	96,24	95	147,46
30	44,82	63	94,14	96	143,45	30	46,56	63	97,79	96	149,02
31	46,32	64	95,63	97	144,94	31	48,12	64	99,34	97	150,57
32	47,81	65	97,12	98	146,44	32	49,67	65	100,90	98	152,12
33	49,31	66	98,62	99	147,93	33	51,22	66	102,45	99	153,67
34	50,80	67	100,11	100	149,42	34	52,77	67	104,00	100	155,23
16,55 Zoll Durchm.						16,87 Zoll Durchm.					

54 Zoll = 4½ Fuß.						55 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,22	35	56,40	68	109,57	2	3,34	35	58,50	68	113,67
3	4,83	36	58,01	69	111,18	3	5,01	36	60,18	69	115,34
4	6,44	37	59,62	70	112,80	4	6,68	37	61,85	70	117,01
5	8,05	38	61,23	71	114,41	5	8,35	38	63,52	71	118,68
6	9,66	39	62,84	72	116,02	6	10,03	39	65,19	72	120,36
7	11,28	40	64,45	73	117,63	7	11,70	40	66,86	73	122,03
8	12,89	41	66,06	74	119,24	8	13,37	41	68,53	74	123,70
9	14,50	42	67,68	75	120,85	9	15,04	42	70,21	75	125,37
10	16,11	43	69,29	76	122,46	10	16,71	43	71,88	76	127,04
11	17,72	44	70,90	77	124,08	11	18,38	44	73,55	77	128,71
12	19,33	45	72,51	78	125,69	12	20,06	45	75,22	78	130,39
13	20,94	46	74,12	79	127,30	13	21,73	46	76,89	79	132,06
14	22,56	47	75,73	80	128,91	14	23,40	47	78,56	80	133,73
15	24,17	48	77,34	81	130,52	15	25,07	48	80,24	81	135,40
16	25,78	49	78,96	82	132,13	16	26,74	49	81,91	82	137,07
17	27,39	50	80,57	83	133,74	17	28,41	50	83,58	83	138,74
18	29,00	51	82,18	84	135,36	18	30,09	51	85,25	84	140,42
19	30,61	52	83,79	85	136,97	19	31,76	52	86,92	85	142,09
20	32,22	53	85,40	86	138,58	20	33,43	53	88,59	86	143,76
21	33,84	54	87,01	87	140,19	21	35,10	54	90,27	87	145,43
22	35,45	55	88,62	88	141,80	22	36,77	55	91,94	88	147,10
23	37,06	56	90,24	89	143,41	23	38,44	56	93,61	89	148,77
24	38,67	57	91,85	90	145,02	24	40,12	57	95,28	90	150,45
25	40,28	58	93,46	91	146,64	25	41,79	58	96,95	91	152,12
26	41,89	59	95,07	92	148,25	26	43,46	59	98,62	92	153,79
27	43,50	60	96,68	93	149,86	27	45,13	60	100,30	93	155,46
28	45,12	61	98,29	94	151,47	28	46,80	61	101,97	94	157,13
29	46,73	62	99,90	95	153,08	29	48,47	62	103,64	95	158,80
30	48,34	63	101,52	96	154,69	30	50,15	63	105,31	96	160,48
31	49,95	64	103,13	97	156,30	31	51,82	64	106,98	97	162,15
32	51,56	65	104,74	98	157,92	32	53,49	65	108,65	98	163,82
33	53,17	66	106,35	99	159,53	33	55,16	66	110,33	99	165,49
34	54,78	67	107,96	100	161,14	34	56,83	67	112,00	100	167,16
17,19 Zoll Durchm.						17,51 Zoll Durchm.					

56 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,46	35	60,65	68	117,84
3	5,19	36	62,38	69	119,57
4	6,93	37	64,12	70	121,31
5	8,66	38	65,85	71	123,04
6	10,39	39	67,58	72	124,77
7	12,13	40	69,32	73	126,51
8	13,86	41	71,05	74	128,24
9	15,59	42	72,78	75	129,97
10	17,33	43	74,51	76	131,70
11	19,06	44	76,25	77	133,44
12	20,79	45	77,98	78	135,17
13	22,52	46	79,71	79	136,90
14	24,26	47	81,45	80	138,64
15	25,99	48	83,18	81	140,37
16	27,72	49	84,91	82	142,10
17	29,46	50	86,65	83	143,84
18	31,19	51	88,38	84	145,57
19	32,92	52	90,11	85	147,30
20	34,66	53	91,85	86	149,03
21	36,39	54	93,58	87	150,77
22	38,12	55	95,31	88	152,50
23	39,85	56	97,04	89	154,23
24	41,59	57	98,78	90	155,97
25	43,32	58	100,51	91	157,70
26	45,05	59	102,24	92	159,43
27	46,79	60	103,98	93	161,17
28	48,52	61	105,71	94	162,90
29	50,25	62	107,44	95	164,63
30	51,99	63	109,18	96	166,36
31	53,72	64	110,91	97	168,10
32	55,45	65	112,64	98	169,83
33	57,18	66	114,37	99	171,56
34	58,92	67	116,11	100	173,30

17,83 Zoll Durchm.

57 Zoll = 4³/₄ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,59	35	62,84	68	122,09
3	5,38	36	64,63	69	123,88
4	7,18	37	66,43	70	125,68
5	8,97	38	68,22	71	127,47
6	10,77	39	70,02	72	129,27
7	12,56	40	71,81	73	131,06
8	14,36	41	73,61	74	132,86
9	16,15	42	75,40	75	134,66
10	17,95	43	77,20	76	136,45
11	19,75	44	79,00	77	138,25
12	21,54	45	80,79	78	140,04
13	23,34	46	82,59	79	141,84
14	25,13	47	84,38	80	143,63
15	26,93	48	86,18	81	145,43
16	28,72	49	87,97	82	147,22
17	30,52	50	89,77	83	149,02
18	32,31	51	91,56	84	150,81
19	34,11	52	93,36	85	152,61
20	35,90	53	95,15	86	154,41
21	37,70	54	96,95	87	156,20
22	39,50	55	98,75	88	158,00
23	41,29	56	100,54	89	159,79
24	43,09	57	102,34	90	161,59
25	44,88	58	104,13	91	163,38
26	46,68	59	105,93	92	165,18
27	48,47	60	107,72	93	166,97
28	50,27	61	109,52	94	168,77
29	52,06	62	111,31	95	170,56
30	53,86	63	113,11	96	172,36
31	55,65	64	114,91	97	174,16
32	57,45	65	116,70	98	175,95
33	59,25	66	118,50	99	177,75
34	61,04	67	120,29	100	179,54

18,14 Zoll Durchm.

58 Zoll.						59 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,71	35	65,06	68	126,41	2	3,84	35	67,32	68	130,80
3	5,57	36	66,92	69	128,27	3	5,77	36	69,25	69	132,73
4	7,43	37	68,78	70	130,13	4	7,69	37	71,17	70	134,65
5	9,29	38	70,64	71	131,99	5	9,61	38	73,09	71	136,58
6	11,15	39	72,50	72	133,84	6	11,54	39	75,02	72	138,50
7	13,01	40	74,36	73	135,70	7	13,46	40	76,94	73	140,42
8	14,87	41	76,21	74	137,56	8	15,38	41	78,87	74	142,35
9	16,73	42	78,07	75	139,42	9	17,31	42	80,79	75	144,27
10	18,59	43	79,93	76	141,28	10	19,23	43	82,71	76	146,19
11	20,44	44	81,79	77	143,14	11	21,16	44	84,64	77	148,12
12	22,30	45	83,65	78	145,00	12	23,08	45	86,56	78	150,04
13	24,16	46	85,51	79	146,86	13	25,00	46	88,48	79	151,96
14	26,02	47	87,37	80	148,72	14	26,93	47	90,41	80	153,89
15	27,88	48	89,23	81	150,58	15	28,85	48	92,33	81	155,81
16	29,74	49	91,09	82	152,43	16	30,77	49	94,25	82	157,74
17	31,60	50	92,95	83	154,29	17	32,70	50	96,18	83	159,66
18	33,46	51	94,81	84	156,15	18	34,62	51	98,10	84	161,58
19	35,82	52	96,66	85	158,01	19	36,54	52	100,03	85	163,51
20	37,18	53	98,52	86	159,87	20	38,47	53	101,95	86	165,43
21	39,03	54	100,38	87	161,73	21	40,39	54	103,87	87	167,35
22	40,89	55	102,24	88	163,59	22	42,82	55	105,80	88	169,28
23	42,75	56	104,10	89	165,45	23	44,24	56	107,72	89	171,20
24	44,61	57	105,96	90	167,31	24	46,16	57	109,64	90	173,13
25	46,47	58	107,82	91	169,17	25	48,09	58	111,57	91	175,05
26	48,33	59	109,68	92	171,02	26	50,01	59	113,49	92	176,97
27	50,19	60	111,54	93	172,88	27	51,93	60	115,42	93	178,90
28	52,05	61	113,40	94	174,74	28	53,86	61	117,34	94	180,82
29	53,91	62	115,25	95	176,60	29	55,78	62	119,26	95	182,74
30	55,77	63	117,11	96	178,46	30	57,71	63	121,19	96	184,67
31	57,62	64	118,97	97	180,32	31	59,63	64	123,11	97	186,59
32	59,48	65	120,83	98	182,18	32	61,55	65	125,03	98	188,51
33	61,34	66	122,69	99	184,04	33	63,48	66	126,96	99	190,44
34	63,20	67	124,55	100	185,90	34	65,40	67	128,88	100	192,36
18,46 Zoll Durchm.						18,78 Zoll Durchm.					

60 Zoll = 5 Fuß.						61 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,97	35	69,63	68	135,28	2	4,11	35	71,97	68	139,82
3	5,96	36	71,61	69	137,27	3	6,16	36	74,02	69	141,88
4	7,95	37	73,60	70	139,26	4	8,22	37	76,08	70	143,94
5	9,94	38	75,59	71	141,25	5	10,28	38	78,13	71	145,99
6	11,93	39	77,58	72	143,23	6	12,33	39	80,19	72	148,05
7	13,92	40	79,57	73	145,22	7	14,39	40	82,25	73	150,10
8	15,91	41	81,56	74	147,21	8	16,45	41	84,30	74	152,16
9	17,90	42	83,55	75	149,20	9	18,50	42	86,36	75	154,22
10	19,89	43	85,54	76	151,19	10	20,56	43	88,42	76	156,27
11	21,88	44	87,53	77	153,18	11	22,61	44	90,47	77	158,33
12	23,87	45	89,52	78	155,17	12	24,67	45	92,53	78	160,39
13	25,86	46	91,51	79	157,16	13	26,73	46	94,58	79	162,44
14	27,85	47	93,50	80	159,15	14	28,78	47	96,64	80	164,50
15	29,84	48	95,49	81	161,14	15	30,84	48	98,70	81	166,56
16	31,83	49	97,48	82	163,13	16	32,90	49	100,75	82	168,61
17	33,82	50	99,47	83	165,12	17	34,95	50	102,81	83	170,67
18	35,80	51	101,46	84	167,11	18	37,01	51	104,87	84	172,72
19	37,79	52	103,45	85	169,10	19	39,06	52	106,92	85	174,78
20	39,78	53	105,44	86	171,09	20	41,12	53	108,98	86	176,84
21	41,77	54	107,42	87	173,08	21	43,18	54	111,04	87	178,89
22	43,76	55	109,41	88	175,07	22	45,23	55	113,09	88	180,95
23	45,75	56	111,40	89	177,06	23	47,29	56	115,15	89	183,01
24	47,74	57	113,39	90	179,04	24	49,35	57	117,20	90	185,06
25	49,73	58	115,38	91	181,03	25	51,40	58	119,26	91	187,12
26	51,72	59	117,37	92	183,02	26	53,46	59	121,32	92	189,17
27	53,71	60	119,36	93	185,01	27	55,52	60	123,37	93	191,23
28	55,70	61	121,35	94	187,00	28	57,57	61	125,43	94	193,29
29	57,69	62	123,34	95	188,99	29	59,63	62	127,49	95	195,34
30	59,68	63	125,33	96	190,98	30	61,68	63	129,54	96	197,40
31	61,67	64	127,32	97	192,97	31	63,74	64	131,60	97	199,46
32	63,66	65	129,31	98	194,96	32	65,80	65	133,65	98	201,51
33	65,65	66	131,30	99	196,95	33	67,85	66	135,71	99	203,57
34	67,64	67	133,29	100	198,94	34	69,91	67	137,77	100	205,63
19,10 Zoll Durchm.						19,42 Zoll Durchm.					

62 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,24	35	74,34	68	144,45
3	6,37	36	76,47	69	146,57
4	8,49	37	78,59	70	148,69
5	10,62	38	80,72	71	150,82
6	12,74	39	82,84	72	152,94
7	14,86	40	84,97	73	155,07
8	16,99	41	87,09	74	157,19
9	19,11	42	89,21	75	159,32
10	21,24	43	91,34	76	161,44
11	23,36	44	93,46	77	163,56
12	25,49	45	95,59	78	165,69
13	27,61	46	97,71	79	167,81
14	29,73	47	99,84	80	169,94
15	31,86	48	101,96	81	172,06
16	33,98	49	104,08	82	174,19
17	36,11	50	106,21	83	176,31
18	38,23	51	108,33	84	178,43
19	40,36	52	110,46	85	180,56
20	42,48	53	112,58	86	182,68
21	44,60	54	114,71	87	184,81
22	46,73	55	116,83	88	186,93
23	48,85	56	118,95	89	189,06
24	50,98	57	121,08	90	191,18
25	53,10	58	123,20	91	193,30
26	55,23	59	125,33	92	195,43
27	57,35	60	127,45	93	197,55
28	59,47	61	129,58	94	199,68
29	61,60	62	131,70	95	201,80
30	63,72	63	133,82	96	203,93
31	65,85	64	135,95	97	206,05
32	67,97	65	138,07	98	208,17
33	70,10	66	140,20	99	210,30
34	72,22	67	142,32	100	212,42

19,74 Zoll Durchm.

63 Zoll = 5¹/₄ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,38	35	76,76	68	149,14
3	6,58	36	78,96	69	151,34
4	8,77	37	81,15	70	153,53
5	10,96	38	83,34	71	155,72
6	13,16	39	85,54	72	157,92
7	15,35	40	87,73	73	160,11
8	17,54	41	89,92	74	162,30
9	19,74	42	92,12	75	164,50
10	21,93	43	94,31	76	166,69
11	24,12	44	96,50	77	168,88
12	26,32	45	98,70	78	171,08
13	28,51	46	100,89	79	173,27
14	30,70	47	103,08	80	175,46
15	32,90	48	105,28	81	177,66
16	35,09	49	107,47	82	179,85
17	37,28	50	109,66	83	182,04
18	39,48	51	111,86	84	184,24
19	41,67	52	114,05	85	186,43
20	43,86	53	116,24	86	188,62
21	46,06	54	118,44	87	190,82
22	48,25	55	120,63	88	193,01
23	50,44	56	122,82	89	195,20
24	52,64	57	125,02	90	197,40
25	54,83	58	127,21	91	199,59
26	57,02	59	129,40	92	201,78
27	59,22	60	131,60	93	203,98
28	61,41	61	133,79	94	206,17
29	63,60	62	135,98	95	208,36
30	65,80	63	138,18	96	210,56
31	67,99	64	140,37	97	212,75
32	70,18	65	142,56	98	214,94
33	72,38	66	144,76	99	217,14
34	74,57	67	146,95	100	219,33

20,05 Zoll Durchm.

64 Zoll.						65 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,52	35	79,22	68	153,92	2	4,66	35	81,71	68	158,76
3	6,79	36	81,48	69	156,18	3	7 00	36	84,05	69	161,10
4	9,05	37	83,75	70	158,44	4	9.33	37	86,38	70	163,43
5	11,31	38	86,01	71	160,71	5	11,67	38	88,72	71	165,77
6	13,58	39	88,27	72	162.97	6	14,00	39	91,05	72	168,10
7	15,84	40	90,54	73	165,23	7	16,34	40	93,39	73	170,44
8	18,10	41	92,80	74	167,50	8	18,67	41	95,72	74	172,77
9	20,37	42	95,06	75	169,76	9	21,01	42	98,06	75	175,11
10	22,63	43	97,33	76	172,02	10	23,34	43	100.39	76	177,44
11	24,89	44	99,59	77	174,29	11	25.68	44	102,73	77	179,78
12	27,16	45	101,85	78	176,55	12	28.01	45	105,06	78	182,11
13	29,42	46	104,12	79	178,81	13	30.35	46	107,40	79	184,45
14	31,68	47	106,38	80	181,08	14	32,68	47	109,73	80	186,78
15	33,95	48	108,64	81	183,34	15	35,02	48	112,07	81	189,12
16	36,21	49	110,91	82	185,61	16	37,35	49	114,40	82	191,45
17	38,48	50	113,17	83	187,87	17	39,69	50	116,74	83	193,79
18	40,74	51	115,44	84	190,13	18	42,02	51	119,07	84	196,12
19	43,00	52	117,70	85	192,40	19	44,36	52	121,41	85	198,46
20	45,27	53	119,96	86	194,66	20	46,69	53	123,74	86	200,79
21	47,53	54	122,23	87	196,92	21	49.03	54	126,08	87	203,13
22	49,79	55	124,49	88	199,19	22	51,36	55	128,41	88	205,46
23	52,06	56	126,75	89	201,45	23	53,70	56	130,75	89	207,79
24	54,32	57	129,02	90	203,71	24	56,03	57	133,08	90	210,13
25	56,58	58	131,28	91	205,98	25	58,37	58	135,42	91	212,46
26	58,85	59	133,54	92	208,24	26	60.70	59	137,75	92	214,80
27	61,11	60	135,81	93	210,50	27	63,04	60	140,08	93	217,13
28	63,37	61	138,07	94	212,77	28	65,37	61	142.42	94	219,47
29	65,64	62	140,33	95	215,03	29	67,71	62	144.75	95	221,80
30	67,90	63	142,60	96	217,29	30	70,04	63	147,09	96	224.14
31	70,16	64	144,86	97	219,56	31	72,37	64	149,42	97	226,47
32	72,43	65	147,13	98	221,82	32	74,71	65	151,76	98	228,81
33	74,69	66	149,39	99	224.09	33	77,04	66	154,09	99	231,14
34	76,96	67	151,65	100	226,35	34	79.38	67	156,43	100	233,48
20,37 Zoll Durchm.						20,69 Zoll Durchm.					

66 Zoll = 5 1/2 Fuß.						67 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,81	35	84,25	68	163,69	2	4,96	35	86,82	68	168,68
3	7,22	36	86,65	69	166,09	3	7,44	36	89,30	69	171,16
4	9,62	37	89,06	70	168,50	4	9,92	37	91,78	70	173,65
5	12,03	38	91,47	71	170,91	5	12,40	38	94,26	71	176,13
6	14,44	39	93,88	72	173,31	6	14,88	39	96,74	72	178,61
7	16,85	40	96,28	73	175,72	7	17,36	40	99,22	73	181,09
8	19,25	41	98,69	74	178,13	8	19,84	41	101,70	74	183,57
9	21,66	42	101,10	75	180,54	9	22,32	42	104,19	75	186,05
10	24,07	43	103,51	76	182,94	10	24,80	43	106,67	76	188,53
11	26,47	44	105,91	77	185,35	11	27,28	44	109,15	77	191,01
12	28,88	45	108,32	78	187,76	12	29,76	45	111,63	78	193,49
13	31,29	46	110,73	79	190,17	13	32,24	46	114,11	79	195,97
14	33,70	47	113,13	80	192,57	14	34,73	47	116,59	80	198,45
15	36,10	48	115,54	81	194,98	15	37,21	48	119,07	81	200,93
16	38,51	49	117,95	82	197,39	16	39,69	49	121,55	82	203,41
17	40,92	50	120,36	83	199,79	17	42,17	50	124,03	83	205,89
18	43,32	51	122,76	84	202,20	18	44,65	51	126,51	84	208,38
19	45,73	52	125,17	85	204,61	19	47,13	52	128,99	85	210,86
20	48,14	53	127,58	86	207,02	20	49,61	53	131,47	86	213,34
21	50,55	54	129,98	87	209,42	21	52,09	54	133,95	87	215,82
22	52,95	55	132,39	88	211,83	22	54,57	55	136,43	88	218,30
23	55,36	56	134,80	89	214,24	23	57,05	56	138,92	89	220,78
24	57,77	57	137,21	90	216,64	24	59,53	57	141,40	90	223,26
25	60,18	58	139,61	91	219,05	25	62,01	58	143,88	91	225,74
26	62,58	59	142,02	92	221,46	26	64,49	59	146,36	92	228,22
27	64,99	60	144,43	93	223,87	27	66,97	60	148,84	93	230,70
28	67,40	61	146,84	94	226,27	28	69,46	61	151,32	94	233,18
29	69,80	62	149,24	95	228,68	29	71,94	62	153,80	95	235,66
30	72,21	63	151,65	96	231,09	30	74,42	63	156,28	96	238,14
31	74,62	64	154,06	97	233,50	31	76,90	64	158,76	97	240,62
32	77,03	65	156,46	98	235,90	32	79,38	65	161,24	98	243,11
33	79,43	66	158,87	99	238,31	33	81,86	66	163,72	99	245,59
34	81,84	67	161,28	100	240,72	34	84,34	67	166,20	100	248,07
21,01 Zoll Durchm.						21,88 Zoll Durchm.					

68 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,11	35	89,43	68	173,76
3	7,66	36	91,99	69	176,31
4	10,22	37	94,54	70	178,87
5	12,77	38	97,10	71	181,42
6	15,33	39	99,65	72	183,98
7	17,88	40	102,21	73	186,53
8	20,44	41	104,76	74	189,09
9	22,99	42	107,32	75	191,64
10	25,55	43	109,87	76	194,20
11	28,10	44	112,43	77	196,75
12	30,66	45	114,98	78	199,31
13	33,21	46	117,54	79	201,87
14	35,77	47	120,10	80	204,42
15	38,32	48	122,65	81	206,98
16	40,88	49	125,21	82	209,53
17	43,44	50	127,76	83	212,09
18	45,99	51	130,32	84	214,64
19	48,55	52	132,87	85	217,20
20	51,10	53	135,43	86	219,75
21	53,66	54	137,98	87	222,31
22	56,21	55	140,54	88	224,86
23	58,77	56	143,09	89	227,42
24	61,32	57	145,65	90	229,97
25	63,88	58	148,20	91	232,53
26	66,43	59	150,76	92	235,08
27	68,99	60	153,31	93	237,64
28	71,54	61	155,87	94	240,20
29	74,10	62	158,42	95	242,75
30	76,65	63	160,98	96	245,31
31	79,21	64	163,54	97	247,86
32	81,77	65	166,09	98	250,42
33	84,32	66	168,65	99	252,97
34	86,88	67	171,20	100	255,53

21,65 Zoll Durchm.

69 Zoll = 5¾ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,26	35	92,08	68	178,91
3	7,89	36	94,71	69	181,54
4	10,52	37	97,34	70	184,17
5	13,15	38	99,97	71	186,80
6	15,78	39	102,61	72	189,43
7	18,41	40	105,24	73	192,06
8	21,04	41	107,87	74	194,69
9	23,67	42	110,50	75	197,32
10	26,31	43	113,13	76	199,95
11	28,94	44	115,76	77	202,58
12	31,57	45	118,39	78	205,22
13	34,20	46	121,02	79	207,85
14	36,83	47	123,65	80	210,48
15	39,46	48	126,28	81	213,11
16	42,09	49	128,92	82	215,74
17	44,72	50	131,55	83	218,37
18	47,35	51	134,18	84	221,00
19	49,98	52	136,81	85	223,63
20	52,62	53	139,44	86	226,26
21	55,25	54	142,07	87	228,89
22	57,88	55	144,70	88	231,53
23	60,51	56	147,33	89	234,16
24	63,14	57	149,96	90	236,79
25	65,77	58	152,59	91	239,42
26	68,40	59	155,23	92	242,05
27	71,03	60	157,86	93	244,68
28	73,66	61	160,49	94	247,31
29	76,29	62	163,12	95	249,94
30	78,93	63	165,75	96	252,57
31	81,56	64	168,38	97	255,20
32	84,19	65	171,01	98	257,84
33	86,82	66	173,64	99	260,47
34	89,45	67	176,27	100	263,10

21,96 Zoll Durchm.

70 Zoll.						71 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,41	35	94,77	68	184,13	2	5,57	35	97,50	68	189,43
3	8,12	36	97,48	69	186,84	3	8,35	36	100,28	69	192,21
4	10,83	37	100,19	70	189,54	4	11,14	37	103,07	70	195,00
5	13,53	38	102,89	71	192,25	5	13,92	38	105,85	71	197,78
6	16,24	39	105,60	72	194,96	6	16,71	39	108,64	72	200,57
7	18,95	40	108,31	73	197,67	7	19,50	40	111,43	73	203,36
8	21,66	41	111,02	74	200,38	8	22,28	41	114,21	74	206,14
9	24,37	42	113,72	75	203,08	9	25,07	42	117,00	75	208,93
10	27,07	43	116,43	76	205,79	10	27,85	43	119,78	76	211,71
11	29,78	44	119,14	77	208,50	11	30,64	44	122,57	77	214,50
12	32,49	45	121,85	78	211,21	12	33,42	45	125,35	78	217,28
13	35,20	46	124,56	79	213,91	13	36,21	46	128,14	79	220,07
14	37,90	47	127,26	80	216,62	14	39,00	47	130,93	80	222,86
15	40,61	48	129,97	81	219,33	15	41,78	48	133,71	81	225,64
16	43,32	49	132,68	82	222,04	16	44,57	49	136,50	82	228,43
17	46,03	50	135,39	83	224,75	17	47,35	50	139,28	83	231,21
18	48,74	51	138,09	84	227,45	18	50,14	51	142,07	84	234,00
19	51,44	52	140,80	85	230,16	19	52,92	52	144,85	85	236,78
20	54,15	53	143,51	86	232,87	20	55,71	53	147,64	86	239,57
21	56,86	54	146,22	87	235,58	21	58,50	54	150,43	87	242,36
22	59,57	55	148,93	88	238,28	22	61,28	55	153,21	88	245,14
23	62,28	56	151,63	89	240,99	23	64,07	56	156,00	89	247,93
24	64,98	57	154,34	90	243,70	24	66,85	57	158,78	90	250,71
25	67,69	58	157,05	91	246,41	25	69,64	58	161,57	91	253,50
26	70,40	59	159,76	92	249,12	26	72,42	59	164,35	92	256,28
27	73,11	60	162,47	93	251,82	27	75,21	60	167,14	93	259,07
28	75,81	61	165,17	94	254,53	28	78,00	61	169,93	94	261,86
29	78,52	62	167,88	95	257,24	29	80,78	62	172,71	95	264,64
30	81,23	63	170,59	96	259,95	30	83,57	63	175,50	96	267,43
31	83,94	64	173,30	97	262,66	31	86,35	64	178,28	97	270,21
32	86,65	65	176,00	98	265,36	32	89,14	65	181,07	98	273,00
33	89,35	66	178,71	99	268,07	33	91,93	66	183,86	99	275,79
34	92,06	67	181,42	100	270,78	34	94,71	67	186,64	100	278,57
22,28 Zoll Durchm.						22,60 Zoll Durchm.					

72 Zoll = 6 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,72	35	100,26	68	194,80
3	8,59	36	103,13	69	197,67
4	11,45	37	105,99	70	200,53
5	14,32	38	108,86	71	203,40
6	17,18	39	111,72	72	206,26
7	20,05	40	114,59	73	209,12
8	22,91	41	117,45	74	211,99
9	25,78	42	120,32	75	214,85
10	28,64	43	123,18	76	217,72
11	31,51	44	126,05	77	220,58
12	34,37	45	128,91	78	223,45
13	37,24	46	131,78	79	226,31
14	40,10	47	134,64	80	229,18
15	42,97	48	137,50	81	232,04
16	45,83	49	140,37	82	234,91
17	48,70	50	143,23	83	237,77
18	51,56	51	146,10	84	240,64
19	54,43	52	148,96	85	243,50
20	57,29	53	151,83	86	246,37
21	60,16	54	154,69	87	249,23
22	63,02	55	157,56	88	252,10
23	65,89	56	160,42	89	254,96
24	68,75	57	163,29	90	257,83
25	71,61	58	166,15	91	260,69
26	74,48	59	169,02	92	263,56
27	77,34	60	171,88	93	266,42
28	80,21	61	174,75	94	269,29
29	83,07	62	177,61	95	272,15
30	85,94	63	180,48	96	275,01
31	88,80	64	183,84	97	277,88
32	91,67	65	186,21	98	280,74
33	94,53	66	189,07	99	283,61
34	97,40	67	191,94	100	286,47

22,92 Zoll Durchm.

73 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,88	35	103,07	68	200,25
3	8,83	36	106,01	69	203,19
4	11,77	37	108,96	70	206,14
5	14,72	38	111,90	71	209,08
6	17,66	39	114,85	72	212,03
7	20,61	40	117,79	73	214,97
8	23,55	41	120,74	74	217,92
9	26,50	42	123,68	75	220,86
10	29,44	43	126,63	76	223,81
11	32,39	44	129,57	77	226,75
12	35,33	45	132,52	78	229,70
13	38,28	46	135,46	79	232,64
14	41,22	47	138,41	80	235,59
15	44,17	48	141,35	81	238,53
16	47,11	49	144,30	82	241,48
17	50,06	50	147,24	83	244,42
18	53,00	51	150,19	84	247,37
19	55,95	52	153,13	85	250,31
20	58,89	53	156,08	86	253,26
21	61,84	54	159,02	87	256,20
22	64,78	55	161,97	88	259,15
23	67,73	56	164,91	89	262,09
24	70,67	57	167,86	90	265,04
25	73,62	58	170,80	91	267,98
26	76,56	59	173,75	92	270,93
27	79,51	60	176,69	93	273,87
28	82,45	61	179,64	94	276,82
29	85,40	62	182,58	95	279,76
30	88,34	63	185,52	96	282,71
31	91,29	64	188,47	97	285,65
32	94,23	65	191,41	98	288,60
33	97,18	66	194,36	99	291,54
34	100,12	67	197,30	100	294,49

23,24 Zoll Durchm.

74 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,05	35	105,91	68	205,77
3	9,07	36	108,94	69	208,80
4	12,10	37	111,96	70	211,83
5	15,13	38	114,99	71	214,85
6	18,15	39	118,01	72	217,88
7	21,18	40	121,04	73	220,90
8	24,20	41	124,07	74	223,93
9	27,23	42	127,09	75	226,96
10	30,26	43	130,12	76	229,98
11	33,28	44	133,15	77	233,01
12	36,31	45	136,17	78	236,03
13	39,33	46	139,20	79	239,06
14	42,36	47	142,22	80	242,09
15	45,39	48	145,25	81	245,11
16	48,41	49	148,28	82	248,14
17	51,44	50	151,30	83	251,17
18	54,47	51	154,33	84	254,19
19	57,49	52	157,35	85	257,22
20	60,52	53	160,38	86	260,24
21	63,54	54	163,41	87	263,27
22	66,57	55	166,43	88	266,30
23	69,60	56	169,46	89	269,32
24	72,62	57	172,49	90	272,35
25	75,65	58	175,51	91	275,37
26	78,67	59	178,54	92	278,40
27	81,70	60	181,56	93	281,43
28	84,73	61	184,59	94	284,45
29	87,75	62	187,62	95	287,48
30	90,78	63	190,64	96	290,51
31	93,81	64	193,67	97	293,53
32	96,83	65	196,69	98	296,56
33	99,86	66	199,72	99	299,58
34	102,88	67	202,75	100	302,61

23,55 Zoll Durchm.

75 Zoll = 6¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,21	35	108,79	68	211,37
3	9,32	36	111,90	69	214,48
4	12,43	37	115,01	70	217,59
5	15,54	38	118,12	71	220,70
6	18,65	39	121,23	72	223,81
7	21,75	40	124,33	73	226,91
8	24,86	41	127,44	74	230,02
9	27,97	42	130,55	75	233,13
10	31,08	43	133,66	76	236,24
11	34,19	44	136,77	77	239,35
12	37,30	45	139,88	78	242,46
13	40,41	46	142,99	79	245,57
14	43,51	47	146,09	80	248,67
15	46,62	48	149,20	81	251,78
16	49,73	49	152,31	82	254,89
17	52,84	50	155,42	83	258,00
18	55,95	51	158,53	84	261,11
19	59,06	52	161,64	85	264,22
20	62,16	53	164,74	86	267,33
21	65,27	54	167,85	87	270,43
22	68,38	55	170,96	88	273,54
23	71,49	56	174,07	89	276,65
24	74,60	57	177,18	90	279,76
25	77,71	58	180,29	91	282,87
26	80,82	59	183,40	92	285,98
27	83,92	60	186,50	93	289,08
28	87,03	61	189,61	94	292,19
29	90,14	62	192,72	95	295,30
30	93,25	63	195,83	96	298,41
31	96,36	64	198,94	97	301,52
32	99,47	65	202,05	98	304,63
33	102,58	66	205,16	99	307,74
34	105,68	67	208,26	100	310,84

23,87 Zoll Durchm.

76 Zoll.						77 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,38	35	111,71	68	217,05	2	6,55	35	114,67	68	222,80
3	9,57	36	114,90	69	220,24	3	9,82	36	117,95	69	226,07
4	12,76	37	118,10	70	223,43	4	13,10	37	121,23	70	229,35
5	15,95	38	121,29	71	226,62	5	16,38	38	124,50	71	232,63
6	19,15	39	124,48	72	229,81	6	19,65	39	127,78	72	235,90
7	22,34	40	127,67	73	233,01	7	22,93	40	131,05	73	239,18
8	25,53	41	130,86	74	236,20	8	26,21	41	134,33	74	242,46
9	28,72	42	134,06	75	239,39	9	29,48	42	137,61	75	245,73
10	31,91	43	137,25	76	242,58	10	32,76	43	140,88	76	249,01
11	35,11	44	140,44	77	245,77	11	36,04	44	144,16	77	252,28
12	38,30	45	143,63	78	248,97	12	39,31	45	147,44	78	255,56
13	41,49	46	146,82	79	252,16	13	42,59	46	150,71	79	258,84
14	44,68	47	150,02	80	255,35	14	45,87	47	153,99	80	262,11
15	47,87	48	153,21	81	258,54	15	49,14	48	157,27	81	265,39
16	51,07	49	156,40	82	261,73	16	52,42	49	160,54	82	268,67
17	54,26	50	159,59	83	264,93	17	55,70	50	163,82	83	271,94
18	57,45	51	162,78	84	268,12	18	58,97	51	167,10	84	275,22
19	60,64	52	165,98	85	271,31	19	62,25	52	170,37	85	278,50
20	63,83	53	169,17	86	274,50	20	65,52	53	173,65	86	281,77
21	67,03	54	172,36	87	277,69	21	68,80	54	176,93	87	285,05
22	70,23	55	175,55	88	280,89	22	72,08	55	180,20	88	288,33
23	73,41	56	178,74	89	284,08	23	75,35	56	183,48	89	291,60
24	76,60	57	181,94	90	287,27	24	78,63	57	186,75	90	294,88
25	79,79	58	185,13	91	290,46	25	81,91	58	190,03	91	298,16
26	82,99	59	188,32	92	293,65	26	85,18	59	193,31	92	301,43
27	86,18	60	191,51	93	296,85	27	88,46	60	196,58	93	304,71
28	89,37	61	194,70	94	300,04	28	91,74	61	199,86	94	307,99
29	92,56	62	197,90	95	303,23	29	95,01	62	203,14	95	311,26
30	95,75	63	201,09	96	306,42	30	98,29	63	206,41	96	314,54
31	98,95	64	204,28	97	309,61	31	101,57	64	209,69	97	317,81
32	102,14	65	207,47	98	312,81	32	104,84	65	212,97	98	321,09
33	105,33	66	210,66	99	316,00	33	108,12	66	216,24	99	324,37
34	108,52	67	213,85	100	319,19	34	111,40	67	219,52	100	327,64
24,19 Zoll Durchm.						24,51 Zoll Durchm.					

78 Zoll = 6½ Fuß.						79 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,72	35	117,67	68	228,62	2	6,89	35	120,71	68	234,52
3	10,08	36	121,03	69	231,98	3	10,34	36	124,16	69	237,97
4	13,44	37	124,39	70	235,35	4	13,79	37	127,60	70	241,42
5	16,81	38	127,76	71	238,71	5	17,24	38	131,05	71	244,87
6	20,17	39	131,12	72	242,07	6	20,69	39	134,50	72	248,32
7	23,53	40	134,48	73	245,43	7	24,14	40	137,95	73	251,77
8	26,89	41	137,84	74	248,79	8	27,59	41	141,40	74	255,21
9	30,25	42	141,21	75	252,16	9	31,04	42	144,85	75	258,66
10	33,62	43	144,57	76	255,52	10	34,48	43	148,30	76	262,11
11	36,98	44	147,93	77	258,88	11	37,93	44	151,75	77	265,56
12	40,34	45	151,29	78	262,24	12	41,38	45	155,20	78	269,01
13	43,70	46	154,65	79	265,60	13	44,83	46	158,64	79	272,46
14	47,07	47	158,02	80	268,97	14	48,28	47	162,09	80	275,91
15	50,43	48	161,38	81	272,33	15	51,73	48	165,54	81	279,36
16	53,79	49	164,74	82	275,69	16	55,18	49	168,99	82	282,81
17	57,15	50	168,10	83	279,05	17	58,63	50	172,44	83	286,25
18	60,51	51	171,46	84	282,42	18	62,08	51	175,89	84	289,70
19	63,88	52	174,83	85	285,78	19	65,52	52	179,34	85	293,15
20	67,24	53	178,19	86	289,14	20	68,97	53	182,79	86	296,60
21	70,60	54	181,55	87	292,50	21	72,42	54	186,24	87	300,05
22	73,96	55	184,91	88	295,86	22	75,87	55	189,69	88	303,50
23	77,32	56	188,28	89	299,23	23	79,32	56	193,13	89	306,95
24	80,69	57	191,64	90	302,59	24	82,77	57	196,58	90	310,40
25	84,05	58	195,00	91	305,95	25	86,22	58	200,03	91	313,85
26	87,41	59	198,36	92	309,31	26	89,67	59	203,48	92	317,29
27	90,77	60	201,72	93	312,67	27	93,12	60	206,93	93	320,74
28	94,14	61	205,09	94	316,04	28	96,56	61	210,38	94	324,19
29	97,50	62	208,45	95	319,40	29	100,01	62	213,83	95	327,64
30	100,86	63	211,81	96	322,76	30	103,46	63	217,28	96	331,09
31	104,22	64	215,17	97	326,12	31	106,91	64	220,73	97	334,54
32	107,58	65	218,53	98	329,49	32	110,36	65	224,17	98	337,99
33	110,95	66	221,90	99	332,85	33	113,81	66	227,62	99	341,44
34	114,31	67	225,26	100	336,21	34	117,26	67	231,07	100	344,89
24,88 Zoll Durchm.						25,15 Zoll Durchm.					

80 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,07	35	123,78	68	240,50
3	10,61	36	127,32	69	244,03
4	14,14	37	130,86	70	247,57
5	17,68	38	134,39	71	251,11
6	21,22	39	137,93	72	254,64
7	24,75	40	141,47	73	258,18
8	28,29	41	145,00	74	261,72
9	31,83	42	148,54	75	265,25
10	35,36	43	152,08	76	268,79
11	38,90	44	155,61	77	272,33
12	42,44	45	159,15	78	275,86
13	45,97	46	162,69	79	279,40
14	49,51	47	166,22	80	282,94
15	53,05	48	169,76	81	286,47
16	56,58	49	173,30	82	290,01
17	60,12	50	176,83	83	293,55
18	63,66	51	180,37	84	297,08
19	67,19	52	183,91	85	300,62
20	70,73	53	187,44	86	304,16
21	74,27	54	190,98	87	307,69
22	77,80	55	194,52	88	311,23
23	81,34	56	198,05	89	314,77
24	84,88	57	201,59	90	318,31
25	88,41	58	205,13	91	321,84
26	91,95	59	208,67	92	325,38
27	95,49	60	212,20	93	328,92
28	99,02	61	215,74	94	332,45
29	102,56	62	219,28	95	335,99
30	106,10	63	222,81	96	339,53
31	109,64	64	226,35	97	343,06
32	113,17	65	229,89	98	346,60
33	116,71	66	233,42	99	350,14
34	120,25	67	236,96	100	353,67

25,46 Zoll Durchm.

81 Zoll = 6³/₄ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,25	35	126,90	68	246,55
3	10,87	36	130,52	69	250,17
4	14,50	37	134,15	70	253,80
5	18,12	38	137,77	71	257,42
6	21,75	39	141,40	72	261,05
7	25,38	40	145,03	73	264,67
8	29,00	41	148,65	74	268,30
9	32,63	42	152,28	75	271,93
10	36,25	43	155,90	76	275,55
11	39,88	44	159,53	77	279,18
12	43,50	45	163,15	78	282,80
13	47,13	46	166,78	79	286,43
14	50,76	47	170,41	80	290,06
15	54,38	48	174,03	81	293,68
16	58,01	49	177,66	82	297,31
17	61,63	50	181,28	83	300,93
18	65,26	51	184,91	84	304,56
19	68,88	52	188,53	85	308,18
20	72,51	53	192,16	86	311,81
21	76,14	54	195,79	87	315,44
22	79,76	55	199,41	88	319,06
23	83,39	56	203,04	89	322,69
24	87,01	57	206,66	90	326,31
25	90,64	58	210,29	91	329,94
26	94,26	59	213,91	92	333,56
27	97,89	60	217,54	93	337,19
28	101,52	61	221,17	94	340,82
29	105,14	62	224,79	95	344,44
30	108,77	63	228,42	96	348,07
31	112,39	64	232,04	97	351,69
32	116,02	65	235,67	98	355,32
33	119,64	66	239,29	99	358,94
34	123,27	67	242,92	100	362,57

25,78 Zoll Durchm.

82 Zoll.						83 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,43	35	130,05	68	252,67	2	7,61	35	133,24	68	258,87
3	11,14	36	133,76	69	256,39	3	11,42	36	137,05	69	262,68
4	14,86	37	137,48	70	260,10	4	15,22	37	140,85	70	266,49
5	18,57	38	141,20	71	263,82	5	19,03	38	144,66	71	270,29
6	22,29	39	144,91	72	267,53	6	22,84	39	148,47	72	274,10
7	26,01	40	148,63	73	271,25	7	26,64	40	152,28	73	277,91
8	29,72	41	152,34	74	274,97	8	30,45	41	156,08	74	281,71
9	33,44	42	156,06	75	278,68	9	34,26	42	159,89	75	285,52
10	37,15	43	159,78	76	282,40	10	38,07	43	163,70	76	289,83
11	40,87	44	163,49	77	286,11	11	41,87	44	167,50	77	293,13
12	44,58	45	167,21	78	289,83	12	45,68	45	171,31	78	296,94
13	48,30	46	170,92	79	293,55	13	49,49	46	175,12	79	300,75
14	52,02	47	174,64	80	297,26	14	53,29	47	178,92	80	304,56
15	55,73	48	178,35	81	300,98	15	57,10	48	182,73	81	308,36
16	59,45	49	182,07	82	304,69	16	60,91	49	186,54	82	312,17
17	63,16	50	185,79	83	308,41	17	64,71	50	190,35	83	315,98
18	66,88	51	189,50	84	312,12	18	68,52	51	194,15	84	319,78
19	70,60	52	193,22	85	315,84	19	72,33	52	197,96	85	323,59
20	74,31	53	196,93	86	319,56	20	76,14	53	201,77	86	327,40
21	78,03	54	200,65	87	323,27	21	79,94	54	205,57	87	331,20
22	81,74	55	204,37	88	326,99	22	83,75	55	209,38	88	335,01
23	85,46	56	208,08	89	330,70	23	87,56	56	213,19	89	338,82
24	89,17	57	211,80	90	334,42	24	91,36	57	216,99	90	342,63
25	92,89	58	215,51	91	338,14	25	95,17	58	220,80	91	346,43
26	96,61	59	219,23	92	341,85	26	98,98	59	224,61	92	350,24
27	100,32	60	222,94	93	345,57	27	102,78	60	228,42	93	354,05
28	104,04	61	226,66	94	349,28	28	106,59	61	232,22	94	357,85
29	107,75	62	230,38	95	353,00	29	110,40	62	236,03	95	361,66
30	111,47	63	234,09	96	356,71	30	114,21	63	239,84	96	365,47
31	115,19	64	237,81	97	360,43	31	118,01	64	243,64	97	369,27
32	118,90	65	241,52	98	364,15	32	121,82	65	247,45	98	373,08
33	122,62	66	245,24	99	367,86	33	125,63	66	251,26	99	376,89
34	126,33	67	248,96	100	371,58	34	129,43	67	255,07	100	380,70
26,10 Zoll Durchm.						26,42 Zoll Durchm.					

84 Zoll = 7 Fuß.						85 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,79	35	136,47	68	265,15	2	7,98	35	139,74	68	271,50
3	11,69	36	140,37	69	269,05	3	11,97	36	143,73	69	275,49
4	15,59	37	144,27	70	272,95	4	15,97	37	147,72	70	279,48
5	19,49	38	148,17	71	276,85	5	19,96	38	151,72	71	283,48
6	23,39	39	152,07	72	280,74	6	23,95	39	155,71	72	287,47
7	27,29	40	155,97	73	284,64	7	27,94	40	159,70	73	291,46
8	31,19	41	159,87	74	288,54	8	31,94	41	163,70	74	295,45
9	35,09	42	163,77	75	292,44	9	35,93	42	167,69	75	299,45
10	38,99	43	167,66	76	296,34	10	39,92	43	171,68	76	303,44
11	42,89	44	171,56	77	300,24	11	43,91	44	175,67	77	307,43
12	46,79	45	175,46	78	304,14	12	47,91	45	179,67	78	311,42
13	50,69	46	179,36	79	308,04	13	51,90	46	183,66	79	315,42
14	54,59	47	183,26	80	311,94	14	55,89	47	187,65	80	319,41
15	58,48	48	187,16	81	315,84	15	59,89	48	191,64	81	323,40
16	62,38	49	191,06	82	319,74	16	63,88	49	195,64	82	327,40
17	66,28	50	194,96	83	323,64	17	67,87	50	199,63	83	331,39
18	70,18	51	198,86	84	327,54	18	71,86	51	203,62	84	335,38
19	74,08	52	202,76	85	331,44	19	75,86	52	207,61	85	339,37
20	77,98	53	206,66	86	335,33	20	79,85	53	211,61	86	343,37
21	81,88	54	210,56	87	339,23	21	83,84	54	215,60	87	347,36
22	85,78	55	214,46	88	343,13	22	87,83	55	219,59	88	351,35
23	89,68	56	218,36	89	347,03	23	91,83	56	223,59	89	355,34
24	93,58	57	222,26	90	350,93	24	95,82	57	227,58	90	359,34
25	97,48	58	226,15	91	354,83	25	99,81	58	231,57	91	363,33
26	101,38	59	230,05	92	358,73	26	103,80	59	235,56	92	367,32
27	105,28	60	233,95	93	362,63	27	107,80	60	239,56	93	371,32
28	109,18	61	237,85	94	366,54	28	111,79	61	243,55	94	375,31
29	113,07	62	241,75	95	370,43	29	115,78	62	247,54	95	379,30
30	116,97	63	245,65	96	374,33	30	119,78	63	251,53	96	383,29
31	120,87	64	249,55	97	378,23	31	123,77	64	255,53	97	387,29
32	124,77	65	253,45	98	382,13	32	127,76	65	259,52	98	391,28
33	128,67	66	257,35	99	386,03	33	131,75	66	263,51	99	395,27
34	132,57	67	261,25	100	389,93	34	135,75	67	267,51	100	399,26
26,74 Zoll Durchm.						27,06 Zoll Durchm.					

86 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,17	35	143,05	68	277,92
3	12,26	36	147,13	69	282,01
4	16,34	37	151,22	70	286,10
5	20,43	38	155,31	71	290,19
6	24,52	39	159,40	72	294,27
7	28,61	40	163,48	73	298,36
8	32,69	41	167,57	74	302,45
9	36,78	42	171,66	75	306,53
10	40,87	43	175,74	76	310,62
11	44,95	44	179,83	77	314,71
12	49,04	45	183,92	78	318,80
13	53,13	46	188,01	79	322,88
14	57,22	47	192,09	80	326,97
15	61,30	48	196,18	81	331,06
16	65,39	49	200,27	82	335,14
17	69,48	50	204,35	83	339,23
18	73,56	51	208,44	84	343,32
19	77,65	52	212,53	85	347,41
20	81,74	53	216,62	86	351,49
21	85,83	54	220,70	87	355,58
22	89,91	55	224,79	88	359,67
23	94,00	56	228,88	89	363,75
24	98,09	57	232,96	90	367,84
25	102,17	58	237,05	91	371,93
26	106,26	59	241,14	92	376,02
27	110,35	60	245,23	93	380,10
28	114,44	61	249,31	94	384,19
29	118,52	62	253,40	95	388,28
30	122,61	63	257,49	96	392,37
31	126,70	64	261,58	97	396,45
32	130,79	65	265,66	98	400,54
33	134,87	66	269,75	99	404,63
34	138,96	67	273,84	100	408,71
27,37 Zoll Durchm.					

87 Zoll = 7¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,36	35	146,39	68	284,42
3	12,54	36	150,58	69	288,61
4	16,73	37	154,76	70	292,79
5	20,91	38	158,94	71	296,97
6	25,09	39	163,12	72	301,16
7	29,27	40	167,31	73	305,34
8	33,46	41	171,49	74	309,52
9	37,64	42	175,67	75	313,70
10	41,82	43	179,85	76	317,89
11	46,01	44	184,04	77	322,07
12	50,19	45	188,22	78	326,25
13	54,37	46	192,40	79	330,44
14	58,55	47	196,59	80	334,62
15	62,74	48	200,77	81	338,80
16	66,92	49	204,95	82	342,98
17	71,10	50	209,13	83	347,17
18	75,29	51	213,32	84	351,35
19	79,47	52	217,50	85	355,53
20	83,65	53	221,68	86	359,71
21	87,83	54	225,87	87	363,90
22	92,02	55	230,05	88	368,08
23	96,20	56	234,23	89	372,26
24	100,38	57	238,41	90	376,45
25	104,56	58	242,60	91	380,63
26	108,75	59	246,78	92	384,81
27	112,93	60	250,96	93	388,99
28	117,11	61	255,15	94	393,18
29	121,30	62	259,33	95	397,36
30	125,48	63	263,51	96	401,54
31	129,66	64	267,69	97	405,73
32	133,84	65	271,88	98	409,91
33	138,03	66	276,06	99	414,09
34	142,21	67	280,24	100	418,27
27,69 Zoll Durchm.					

88 Zoll.						89 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,55	35	149,78	68	291,00	2	8,75	35	153,20	68	297,65
3	12,83	36	154,06	69	295,28	3	13,13	36	157,58	69	302,03
4	17,11	37	158,34	70	299,56	4	17,50	37	161,96	70	306,41
5	21,39	38	162,62	71	303,84	5	21,88	38	166,33	71	310,78
6	25,67	39	166,90	72	308,12	6	26,26	39	170,71	72	315,16
7	29,95	40	171,18	73	312,40	7	30,64	40	175,09	73	319,54
8	34,23	41	175,45	74	316,68	8	35,01	41	179,46	74	323,92
9	38,51	42	179,73	75	320,96	9	39,39	42	183,84	75	328,29
10	42,79	43	184,01	76	325,24	10	43,77	43	188,22	76	332,67
11	47,07	44	188,29	77	329,52	11	48,15	44	192,60	77	337,05
12	51,35	45	192,57	78	333,80	12	52,52	45	196,97	78	341,43
13	55,63	46	196,85	79	338,08	13	56,90	46	201,35	79	345,80
14	59,91	47	201,13	80	342,36	14	61,28	47	205,73	80	350,18
15	64,19	48	205,41	81	346,63	15	65,65	48	210,11	81	354,56
16	68,47	49	209,69	82	350,91	16	70,03	49	214,48	82	358,93
17	72,75	50	213,97	83	355,19	17	74,41	50	218,86	83	363,31
18	77,03	51	218,25	84	359,47	18	78,79	51	223,24	84	367,69
19	81,31	52	222,53	85	363,75	19	83,16	52	227,62	85	372,07
20	85,59	53	226,81	86	368,03	20	87,54	53	231,99	86	376,44
21	89,86	54	231,09	87	372,31	21	91,92	54	236,37	87	380,82
22	94,14	55	235,37	88	376,59	22	96,30	55	240,75	88	385,20
23	98,42	56	239,65	89	380,87	23	100,67	56	245,12	89	389,58
24	102,70	57	243,93	90	385,15	24	105,05	57	249,50	90	393,95
25	106,98	58	248,21	91	389,43	25	109,43	58	253,88	91	398,33
26	111,26	59	252,49	92	393,71	26	113,81	59	258,26	92	402,71
27	115,54	60	256,77	93	397,99	27	118,18	60	262,63	93	407,08
28	119,82	61	261,04	94	402,27	28	122,56	61	267,01	94	411,46
29	124,10	62	265,32	95	406,55	29	126,94	62	271,39	95	415,84
30	128,38	63	269,60	96	410,83	30	131,31	63	275,77	96	420,22
31	132,66	64	273,88	97	415,11	31	135,69	64	280,14	97	424,59
32	136,94	65	278,16	98	419,39	32	140,07	65	284,52	98	428,97
33	141,22	66	282,44	99	423,67	33	144,45	66	288,90	99	433,35
34	145,50	67	286,72	100	427,95	34	148,82	67	293,27	100	437,73
28,01 Zoll Durchm.						28,33 Zoll Durchm.					

90 Zoll = 7½ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,95	35	156,66	68	304,38
3	13,42	36	161,14	69	308,85
4	17,90	37	165,62	70	313,33
5	22,38	38	170,09	71	317,81
6	26,85	39	174,57	72	322,28
7	31,33	40	179,04	73	326,76
8	35,80	41	183,52	74	331,24
9	40,28	42	188,00	75	335,71
10	44,76	43	192,47	76	340,19
11	49,23	44	196,95	77	344,66
12	53,71	45	201,43	78	349,14
13	58,19	46	205,90	79	353,62
14	62,66	47	210,38	80	358,09
15	67,14	48	214,85	81	362,57
16	71,61	49	219,33	82	367,05
17	76,09	50	223,81	83	371,52
18	80,57	51	228,28	84	376,00
19	85,04	52	232,76	85	380,47
20	89,52	53	237,24	86	384,95
21	94,00	54	241,71	87	389,43
22	98,47	55	246,19	88	393,90
23	102,95	56	250,66	89	398,38
24	107,42	57	255,14	90	402,86
25	111,90	58	259,62	91	407,33
26	116,38	59	264,09	92	411,81
27	120,85	60	268,57	93	416,28
28	125,33	61	273,05	94	420,76
29	129,81	62	277,52	95	425,24
30	134,28	63	282,00	96	429,71
31	138,76	64	286,47	97	434,19
32	143,23	65	290,95	98	438,67
33	147,71	66	295,43	99	443,14
34	152,19	67	299,90	100	447,62

28,65 Zoll Durchm.

91 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,15	35	160,16	68	311,18
3	13,72	36	164,74	69	315,76
4	18,30	37	169,32	70	320,33
5	22,88	38	173,89	71	324,91
6	27,45	39	178,47	72	329,49
7	32,03	40	183,05	73	334,06
8	36,61	41	187,62	74	338,64
9	41,18	42	192,20	75	343,21
10	45,76	43	196,77	76	347,79
11	50,33	44	201,35	77	352,37
12	54,91	45	205,93	78	356,94
13	59,49	46	210,50	79	361,52
14	64,06	47	215,08	80	366,10
15	68,64	48	219,66	81	370,67
16	73,22	49	224,23	82	375,25
17	77,79	50	228,81	83	379,82
18	82,37	51	233,38	84	384,40
19	86,94	52	237,96	85	388,98
20	91,52	53	242,54	86	393,55
21	96,10	54	247,11	87	398,13
22	100,67	55	251,69	88	402,71
23	105,25	56	256,27	89	407,28
24	109,83	57	260,84	90	411,86
25	114,40	58	265,42	91	416,43
26	118,98	59	269,99	92	421,01
27	123,55	60	274,57	93	425,59
28	128,13	61	279,15	94	430,16
29	132,71	62	283,72	95	434,74
30	137,28	63	288,30	96	439,32
31	141,86	64	292,88	97	443,89
32	146,44	65	297,45	98	448,47
33	151,01	66	302,03	99	453,04
34	155,59	67	306,60	100	457,62

28,97 Zoll Durchm.

92 Zoll.						93 Zoll = 7³/₄ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,35	35	163,70	68	318,06	2	9,55	35	167,28	68	325,01
3	14,03	36	168,38	69	322,73	3	14,33	36	172,06	69	329,79
4	18,70	37	173,06	70	327,41	4	19,11	37	176,84	70	334,57
5	23,38	38	177,74	71	332,09	5	23,89	38	181,62	71	339,35
6	28,06	39	182,41	72	336,77	6	28,67	39	186,40	72	344,13
7	32,74	40	187,09	73	341,44	7	33,45	40	191,18	73	348,91
8	37,41	41	191,77	74	346,12	8	38,23	41	195,96	74	353,69
9	42,09	42	196,45	75	350,80	9	43,01	42	200,74	75	358,47
10	46,77	43	201,12	76	355,48	10	47,79	43	205,52	76	363,25
11	51,45	44	205,80	77	360,15	11	52,57	44	210,30	77	368,03
12	56,12	45	210,48	78	364,83	12	57,35	45	215,08	78	372,81
13	60,80	46	215,15	79	369,51	13	62,13	46	219,86	79	377,58
14	65,48	47	219,83	80	374,19	14	66,91	47	224,64	80	382,36
15	70,16	48	224,51	81	378,86	15	71,69	48	229,42	81	387,14
16	74,83	49	229,19	82	383,54	16	76,47	49	234,20	82	391,92
17	79,51	50	233,86	83	388,22	17	81,25	50	238,98	83	396,70
18	84,19	51	238,54	84	392,90	18	86,03	51	243,76	84	401,48
19	88,87	52	243,22	85	397,57	19	90,81	52	248,54	85	406,26
20	93,54	53	247,90	86	402,25	20	95,59	53	253,31	86	411,04
21	98,22	54	252,57	87	406,93	21	100,37	54	258,09	87	415,82
22	102,90	55	257,25	88	411,61	22	105,15	55	262,87	88	420,60
23	107,57	56	261,93	89	416,28	23	109,93	56	267,65	89	425,38
24	112,25	57	266,61	90	420,96	24	114,71	57	272,43	90	430,16
25	116,93	58	271,28	91	425,64	25	119,49	58	277,21	91	434,94
26	121,61	59	275,96	92	430,31	26	124,27	59	281,99	92	439,72
27	126,28	60	280,64	93	434,99	27	129,04	60	286,77	93	444,50
28	130,96	61	285,32	94	439,67	28	133,82	61	291,55	94	449,28
29	135,64	62	289,99	95	444,35	29	138,60	62	296,33	95	454,06
30	140,32	63	294,67	96	449,02	30	143,38	63	301,11	96	458,84
31	144,99	64	299,35	97	453,70	31	148,16	64	305,89	97	463,62
32	149,67	65	304,03	98	458,38	32	152,94	65	310,67	98	468,40
33	154,35	66	308,70	99	463,06	33	157,72	66	315,45	99	473,18
34	159,03	67	313,38	100	467,73	34	162,50	67	320,23	100	477,96
29,28 Zoll Durchm.						29,60 Zoll Durchm.					

94 Zoll.						95 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,76	35	170,90	68	332,04	2	9,97	35	174,55	68	339,14
3	14,64	36	175,78	69	336,92	3	14,96	36	179,54	69	344,13
4	19,53	37	180,66	70	341,80	4	19,94	37	184,53	70	349,11
5	24,41	38	185,55	71	346,69	5	24,93	38	189,52	71	354,10
6	29,29	39	190,43	72	351,57	6	29,92	39	194,50	72	359,09
7	34,18	40	195,31	73	356,45	7	34,91	40	199,49	73	364.08
8	39,06	41	200,20	74	361,33	8	39,89	41	204,48	74	369,06
9	43,94	42	205,08	75	366,22	9	44,88	42	209,47	75	374,05
10	48,82	43	209,96	76	371,10	10	49,87	43	214,45	76	379,04
11	53,71	44	214,85	77	375,98	11	54,86	44	219,44	77	384.03
12	58,59	45	219,73	78	380,87	12	59,84	45	224,43	78	389,01
13	63,47	46	224,61	79	385,75	13	64,83	46	229,42	79	394,00
14	68,36	47	229,49	80	390,63	14	69,82	47	234,40	80	398,99
15	73,24	48	234,38	81	395,51	15	74,81	48	239,39	81	403,98
16	78,12	49	239,26	82	400,40	16	79,79	49	244,38	82	408,96
17	83,01	50	244,14	83	405,28	17	84,78	50	249,37	83	413,95
18	87,89	51	249,03	84	410,16	18	89,77	51	254,35	84	418,94
19	92,77	52	253,91	85	415,05	19	94,76	52	259,34	85	423,92
20	97,65	53	258,79	86	419,93	20	99,74	53	264,33	86	428,91
21	102,54	54	263,67	87	424,81	21	104,73	54	269,32	87	433,90
22	107,42	55	268,56	88	429,70	22	109,72	55	274,30	88	438,89
23	112,30	56	273,44	89	434,58	23	114,71	56	279,29	89	443,87
24	117,19	57	278,32	90	439,46	24	119,69	57	284,28	90	448,86
25	122,07	58	283 21	91	444,34	25	124,68	58	289,26	91	453,85
26	126,95	59	288,09	92	449,23	26	129,67	59	294,25	92	458,84
27	131,83	60	292,97	93	454,11	27	134,66	60	299,24	93	463,82
28	136,72	61	297,86	94	458,99	28	139,64	61	304,23	94	468,81
29	141,60	62	302,74	95	463,88	29	144,63	62	309,21	95	473,80
30	146,48	63	307,62	96	468,76	30	149,62	63	314,20	96	478,79
31	151,37	64	312,50	97	473.64	31	154,60	64	319,19	97	483,77
32	156,25	65	317,39	98	478,53	32	159,59	65	324,18	98	488,76
33	161,13	66	322,27	99	483,41	33	164,58	66	329,16	99	493,75
34	166,02	67	327,15	100	488,29	34	169,57	67	334,15	100	498,74
29,92 Zoll Durchm.						30,24 Zoll Durchm.					

96 Zoll = **8** Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	10,18	35	178,25	68	346,32
3	15,27	36	183,34	69	351,41
4	20,37	37	188,43	70	356,50
5	25,46	38	193,53	71	361,60
6	30,55	39	198,62	72	366,69
7	35,65	40	203,71	73	371,78
8	40,74	41	208,81	74	376,87
9	45,83	42	213,90	75	381,97
10	50,92	43	218,99	76	387,06
11	56,02	44	224,09	77	392,15
12	61,11	45	229,18	78	397,25
13	66,20	46	234,27	79	402,34
14	71,30	47	239,36	80	407,43
15	76,39	48	244,46	81	412,52
16	81,48	49	249,55	82	417,62
17	86,58	50	254,64	83	422,71
18	91,67	51	259,74	84	427,80
19	96,76	52	264,83	85	432,90
20	101,85	53	269,92	86	437,99
21	106,95	54	275,01	87	443,08
22	112,04	55	280,11	88	448,17
23	117,13	56	285,20	89	453,27
24	122,23	57	290,29	90	458,36
25	127,32	58	295,39	91	463,45
26	132,41	59	300,48	92	468,55
27	137,50	60	305,57	93	473,64
28	142,60	61	310,67	94	478,73
29	147,69	62	315,76	95	483,83
30	152,78	63	320,85	96	488,92
31	157,88	64	325,94	97	494,01
32	162,97	65	331,04	98	499,11
33	168,06	66	336,13	99	504,20
34	173,16	67	341,22	100	509,29

30,56 Zoll Durchm.

97 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	10,39	35	181,98	68	353,57
3	15,59	36	187,18	69	358,77
4	20,79	37	192,38	70	363,97
5	25,99	38	197,58	71	369,17
6	31,19	39	202,78	72	374,37
7	36,39	40	207,98	73	379,57
8	41,59	41	213,18	74	384,77
9	46,79	42	218,38	75	389,97
10	51,99	43	223,58	76	395,17
11	57,19	44	228,78	77	400,36
12	62,39	45	233,98	78	405,56
13	67,59	46	239,18	79	410,76
14	72,79	47	244,38	80	415,96
15	77,99	48	249,58	81	421,16
16	83,19	49	254,78	82	426,36
17	88,39	50	259,98	83	431,56
18	93,59	51	265,18	84	436,76
19	98,79	52	270,37	85	441.96
20	103,99	53	275,57	86	447,16
21	109,19	54	280,77	87	452,36
22	114,39	55	285,97	88	457,56
23	119,59	56	291,17	89	462,76
24	124,79	57	296,37	90	467,96
25	129,99	58	301,57	91	473,16
26	135,18	59	306,77	92	478,36
27	140,38	60	311,97	93	483,56
28	145,58	61	317,17	94	488,76
29	150,78	62	322,37	95	493,96
30	155,98	63	327,57	96	499,16
31	161,18	64	332,77	97	504,36
32	166,38	65	337,97	98	509,56
33	171,58	66	343,17	99	514,76
34	176,78	67	348,37	100	519,96

30,88 Zoll Durchm.

98 Zoll.						99 Zoll = $8^1/_4$ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	10,61	35	185,75	68	360,90	2	10,83	35	189,56	68	368,30
3	15,92	36	191,06	69	366,20	3	16,24	36	194,98	69	373,72
4	21,22	37	196,37	70	371,51	4	21,66	37	200,40	70	379,13
5	26,53	38	201,68	71	376,82	5	27,08	38	205,81	71	384,55
6	31,84	39	206,98	72	382,13	6	32,49	39	211,23	72	389,96
7	37,15	40	212,29	73	387,43	7	37,91	40	216,64	73	395,38
8	42,45	41	217,60	74	392,74	8	43,32	41	222,06	74	400,80
9	47,76	42	222,90	75	398,05	9	48,74	42	227,48	75	406,21
10	53,07	43	228,21	76	403,36	10	54,16	43	232,89	76	411,63
11	58,38	44	233,52	77	408,66	11	59,57	44	238,31	77	417,05
12	63,68	45	238,83	78	413,97	12	64,99	45	243,73	78	422,46
13	68,99	46	244,13	79	419,28	13	70,41	46	249,14	79	427,88
14	74,30	47	249,44	80	424,59	14	75,82	47	254,56	80	433,29
15	79,61	48	254,75	81	429,89	15	81,24	48	259,97	81	438,71
16	84,91	49	260,06	82	435,20	16	86,65	49	265,39	82	444,13
17	90,22	50	265,36	83	440,51	17	92,07	50	270,81	83	449,54
18	95,53	51	270,67	84	445,81	18	97,49	51	276,22	84	454,96
19	100,84	52	275,98	85	451,12	19	102,90	52	281,64	85	460,38
20	106,14	53	281,29	86	456,43	20	108,32	53	287,06	86	465,79
21	111,45	54	286,59	87	461,74	21	113,74	54	292,47	87	471,21
22	116,76	55	291,90	88	467,04	22	119,15	55	297,89	88	476,62
23	122,06	56	297,21	89	472,35	23	124,57	56	303,30	89	482,04
24	127,37	57	302,52	90	477,66	24	129,98	57	308,72	90	487,46
25	132,68	58	307,82	91	482,97	25	135,40	58	314,14	91	492,87
26	137,99	59	313,13	92	488,27	26	140,82	59	319,55	92	498,29
27	143,29	60	318,44	93	493,58	27	146,23	60	324,97	93	503,71
28	148,60	61	323,75	94	498,89	28	151,65	61	330,39	94	509,12
29	153,91	62	329,05	95	504,20	29	157,07	62	335,80	95	514,54
30	159,22	63	334,36	96	509,50	30	162,48	63	341,22	96	519,95
31	164,52	64	339,67	97	514,81	31	167,90	64	346,63	97	525,37
32	169,83	65	344,97	98	520,12	32	173,31	65	352,05	98	530,79
33	175,14	66	350,28	99	525,43	33	178,73	66	357,47	99	536,20
34	180,45	67	355,59	100	530,73	34	184,15	67	362,88	100	541,62

31,19 Zoll Durchm. — 31,51 Zoll Durchm.

100 Zoll.				101 Zoll.				102 Z. = 8½ F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	11,05	35	193,41	2	11,27	35	197,30	2	11,49	35	201,23
3	16,57	36	198,94	3	16,91	36	202,94	3	17,24	36	206,98
4	22,10	37	204,46	4	22,54	37	208,57	4	22,99	37	212,73
5	27,63	38	209,99	5	28,18	38	214,21	5	28,74	38	218,47
6	33,15	39	215,52	6	33,82	39	219,85	6	34,49	39	224,22
7	38,68	40	221,04	7	39,46	40	225,49	7	40,24	40	229,97
8	44,20	41	226,57	8	45,09	41	231,12	8	45,99	41	235,72
9	49,73	42	232,10	9	50,73	42	236,76	9	51,74	42	241,47
10	55,26	43	237,62	10	56,37	43	242,40	10	57,49	43	247,22
11	60,78	44	243,15	11	62,01	44	248,04	11	63,24	44	252,97
12	66,31	45	248,67	12	67,64	45	253,67	12	68,99	45	258,72
13	71,84	46	254,20	13	73,28	46	259,31	13	74,74	46	264,47
14	77,36	47	259,73	14	78,92	47	264,95	14	80,49	47	270,22
15	82,89	48	265,25	15	84,55	48	270,58	15	86,24	48	275,97
16	88,41	49	270,78	16	90,19	49	276,22	16	91,99	49	281,72
17	93,94	50	276,31	17	95,83	50	281,86	17	97,74	50	287,47
18	99,47	51	281,83	18	101,47	51	287,50	18	103,49	51	293,22
19	104,99	52	287,36	19	107,10	52	293,13	19	109,23	52	298,97
20	110,52	53	292,88	20	112,74	53	298,77	20	114,98	53	304,72
21	116,05	54	298,41	21	118,38	54	304,41	21	120,73	54	310,47
22	121,57	55	303,94	22	124,02	55	310,05	22	126,48	55	316,22
23	127,10	56	309,46	23	129,65	56	315,68	23	132,23	56	321,97
24	132,62	57	314,99	24	135,29	57	321,32	24	137,98	57	327,71
25	138,15	58	320,52	25	140,93	58	326,96	25	143,73	58	333,46
26	143,68	59	326,04	26	146,56	59	332,60	26	149,48	59	339,21
27	149,20	60	331,57	27	152,20	60	338,23	27	155,23	60	344,96
28	154,73	65	359,20	28	157,84	65	366,42	28	160,98	65	373,71
29	160,26	70	386,83	29	163,48	70	394,61	29	166,73	70	402,46
30	165,78	75	414,46	30	169,11	75	422,79	30	172,48	75	431,21
31	171,31	80	442,09	31	174,75	80	450,98	31	178,23	80	459,95
32	176,83	85	469,72	32	180,39	85	479,16	32	183,98	85	488,70
33	182,36	90	497,35	33	186,03	90	507,35	33	189,73	90	517,45
34	187,89	100	552,62	34	191,66	100	563,72	34	195,48	100	574,94
31,83 Zoll Durchm.				32,15 Zoll Durchm.				32,47 Zoll Durchm.			

103 Zoll.				104 Zoll.				105 Z. = 8³/₄ F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	11,72	35	205,19	2	11,95	35	209,20	2	12,18	35	213,24
3	17,58	36	211,05	3	17,93	36	215,17	3	18,27	36	219,33
4	23,45	37	216,92	4	23,90	37	221,15	4	24,37	37	225,42
5	29,31	38	222,78	5	29,88	38	227,13	5	30,46	38	231,52
6	35,17	39	228,64	6	35,86	39	233,10	6	36,55	39	237,61
7	41,03	40	234,51	7	41,84	40	239,08	7	42,64	40	243,70
8	46,90	41	240,37	8	47,81	41	245,06	8	48,74	41	249,79
9	52,76	42	246,23	9	53,79	42	251,04	9	54,83	42	255,89
10	58,62	43	252,09	10	59,77	43	257,01	10	60,92	43	261,98
11	64,49	44	257,96	11	65,74	44	262,99	11	67,01	44	268,07
12	70,35	45	263,82	12	71,72	45	268,97	12	73,11	45	274,16
13	76,21	46	269,68	13	77,70	46	274,94	13	79,20	46	280,26
14	82,07	47	275,54	14	83,68	47	280,92	14	85,29	47	286,35
15	87,94	48	281,41	15	89,65	48	286,90	15	91,38	48	292,44
16	93,80	49	287,27	16	95,63	49	292,88	16	97,48	49	298,53
17	99,66	50	293,13	17	101,61	50	298,85	17	103,57	50	304,63
18	105,52	51	299,00	18	107,58	51	304,83	18	109,66	51	310,72
19	111,39	52	304,86	19	113,56	52	310,81	19	115,76	52	316,81
20	117,25	53	310,72	20	119,54	53	316,78	20	121,85	53	322,91
21	123,11	54	316,58	21	125,52	54	322,76	21	127,94	54	329,00
22	128,98	55	322,45	22	131,49	55	328,74	22	134,03	55	335,09
23	134,84	56	328,31	23	137,47	56	334,72	23	140,13	56	341,18
24	140,70	57	334,17	24	143,45	57	340,69	24	146,22	57	347,28
25	146,56	58	340,04	25	149,42	58	346,67	25	152,31	58	353,37
26	152,43	59	345,90	26	155,40	59	352,65	26	158,40	59	359,46
27	158,29	60	351,76	27	161,38	60	358,62	27	164,50	60	365,55
28	164,15	65	381,07	28	167,36	65	388,51	28	170,59	65	396,02
29	170,02	70	410,39	29	173,33	70	418,40	29	176,68	70	426,48
30	175,88	75	439,70	30	179,31	75	448,28	30	182,77	75	456,94
31	181,74	80	469,02	31	185,29	80	478,17	31	188,87	80	487,41
32	187,60	85	498,33	32	191,26	85	508,05	32	194,96	85	517,87
33	193,47	90	527,64	33	197,24	90	537,94	33	201,05	90	548,33
34	199,33	100	586,27	34	203,22	100	597,71	34	207,15	100	609,26
32,79 Zoll Durchm.				33,10 Zoll Durchm.				33,42 Zoll Durchm.			

112 Zoll.				113 Zoll.				114 Z. = 9½ F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	13,86	35	242,62	2	14,11	35	246,97	2	14,36	35	251,36
3	20,79	36	249,55	3	21,16	36	254,03	3	21,54	36	258,54
4	27,72	37	256,48	4	28,22	37	261,08	4	28,72	37	265,72
5	34,66	38	263,41	5	35,28	38	268,14	5	35,90	38	272,91
6	41,59	39	270,35	6	42,33	39	275,20	6	43,09	39	280,09
7	48,52	40	277,28	7	49,39	40	282,25	7	50,27	40	287,27
8	55,45	41	284,21	8	56,45	41	289,31	8	57,45	41	294,45
9	62,38	42	291,14	9	63,50	42	296,36	9	64,63	42	301,63
10	69,32	43	298,07	10	70,56	43	303,42	10	71,81	43	308,82
11	76,25	44	305,01	11	77,62	44	310,48	11	79,00	44	316,00
12	83,18	45	311,94	12	84,67	45	317,53	12	86,18	45	323,18
13	90,11	46	318,87	13	91,73	46	324,59	13	93,36	46	330,36
14	97,04	47	325,80	14	98,78	47	331,65	14	100,54	47	337,54
15	103,98	48	332,73	15	105,84	48	338,70	15	107,72	48	344,72
16	110,91	49	339,67	16	112,90	49	345,76	16	114,90	49	351,91
17	117,84	50	346,60	17	119,95	50	352,82	17	122,09	50	359,09
18	124,77	51	353,53	18	127,01	51	359,87	18	129,27	51	366,27
19	131,70	52	360,46	19	134,07	52	366,93	19	136,45	52	373,45
20	138,64	53	367,40	20	141,12	53	373,99	20	143,63	53	380,63
21	145,57	54	374,33	21	148,18	54	381,04	21	150,81	54	387,82
22	152,50	55	381,26	22	155,24	55	388,10	22	158,00	55	395,00
23	159,43	56	388,19	23	162,29	56	395,15	23	165,18	56	402,18
24	166,36	57	395,12	24	169,35	57	402,21	24	172,36	57	409,36
25	173,30	58	402,06	25	176,41	58	409,27	25	179,54	58	416,54
26	180,23	59	408,99	26	183,46	59	416,32	26	186,72	59	423,73
27	187,16	60	415,92	27	190,52	60	423,38	27	193,91	60	430,91
28	194,09	65	450,58	28	197,57	65	458,66	28	201,09	65	466,82
29	201,03	70	485,24	29	204,63	70	493,94	29	208,27	70	502,73
30	207,96	75	519,90	30	211,69	75	529,23	30	215,45	75	538,64
31	214,89	80	554,56	31	218,74	80	564,51	31	222,63	80	574,54
32	221,82	85	589,22	32	225,80	85	599,79	32	229,81	85	610,45
33	228,75	90	623,88	33	232,86	90	635,07	33	237,00	90	646,36
34	235,69	100	693,20	34	239,91	100	705,64	34	244,18	100	718,18
35,65 Zoll Durchm.				35,97 Zoll Durchm.				36,29 Zoll Durchm.			

109 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	13,13	35	229,79
3	19,69	36	236,36
4	26,26	37	242,93
5	32,82	38	249,49
6	39,39	39	256,06
7	45,95	40	262,62
8	52,52	41	269,19
9	59,09	42	275,75
10	65,65	43	282,32
11	72,22	44	288,89
12	78,78	45	295,45
13	85,35	46	302,02
14	91,91	47	308,58
15	98,48	48	315,15
16	105,05	49	321,71
17	111,61	50	328,28
18	118,18	51	334,85
19	124,74	52	341,41
20	131,31	53	347,98
21	137,87	54	354,54
22	144,44	55	361,11
23	151,01	56	367,67
24	157,57	57	374,24
25	164,14	58	380,81
26	170,70	59	387,37
27	177,27	60	393,94
28	183,83	65	426,76
29	190,40	70	459,59
30	196,97	75	492,42
31	203,53	80	525,25
32	210,10	85	558,08
33	216,66	90	590,91
34	223,23	100	656,56

34,70 Zoll Durchm.

110 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	13,37	35	234,03
3	20,06	36	240,72
4	26,74	37	247,40
5	33,43	38	254,09
6	40,12	39	260,78
7	46,80	40	267,46
8	53,49	41	274,15
9	60,18	42	280,84
10	66,86	43	287,52
11	73,55	44	294,21
12	80,24	45	300,90
13	86,92	46	307,58
14	93,61	47	314,27
15	100,30	48	320,96
16	106,98	49	327,64
17	113,67	50	334,33
18	120,36	51	341,02
19	127,04	52	347,70
20	133,73	53	354,39
21	140,42	54	361,08
22	147,10	55	367,76
23	153,79	56	374,45
24	160,48	57	381,14
25	167,16	58	387,82
26	173,85	59	394,51
27	180,54	60	401,20
28	187,22	65	434,63
29	193,91	70	468,07
30	200,60	75	501,50
31	207,28	80	534,93
32	213,97	85	568,37
33	220,66	90	601,80
34	227,34	100	668,67

35,01 Zoll Durchm.

111 Z. = $9^{1}/_{4}$ [illegible]

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	13,61	35	238,[illegible]
3	20,42	36	245,1
4	27,23	37	251,9
5	34,04	38	258,7
6	40,85	39	265,5
7	47,66	40	272,8
8	54,47	41	279,1
9	61,27	42	285,9
10	68,08	43	292,7
11	74,89	44	299,5
12	81,70	45	306,8
13	88,51	46	313,2
14	95,32	47	320,0
15	102,13	48	326,8
16	108,94	49	333,6
17	115,75	50	340,4
18	122,55	51	347,2
19	129,36	52	354,0
20	136,17	53	360,8
21	142,98	54	367,6
22	149,79	55	374,4
23	156,60	56	381,29
24	163,41	57	388,10
25	170,22	58	394,91
26	177,03	59	401,72
27	183,83	60	408,53
28	190,64	65	442,57
29	197,45	70	476,61
30	204,26	75	510,66
31	211,07	80	544,70
32	217,88	85	578,75
33	224,69	90	612,79
34	231,50	100	680,88

35,33 Zoll Durchm.



118 Zoll.				119 Zoll.				120 Z. = 10 F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,38	35	269,31	2	15,65	35	273,89	2	15,91	35	278,52
3	23,08	36	277,00	3	23,47	36	281,72	3	23,87	36	286,47
4	30,77	37	284,70	4	31,30	37	289,54	4	31,83	37	294,43
5	38,47	38	292,39	5	39,12	38	297,37	5	39,78	38	302,39
6	46,16	39	300,09	6	46,95	39	305,20	6	47,74	39	310,35
7	53,86	40	307,78	7	54,77	40	313,02	7	55,70	40	318,31
8	61,55	41	315,48	8	62,60	41	320,85	8	63,66	41	326,26
9	69,25	42	323,17	9	70,43	42	328,67	9	71,61	42	334,22
10	76,94	43	330,87	10	78,25	43	336,50	10	79,57	43	342,18
11	84,64	44	338,56	11	86,08	44	344,32	11	87,53	44	350,14
12	92,33	45	346,26	12	93,90	45	352,15	12	95,49	45	358,09
13	100,03	46	353,95	13	101,73	46	359,98	13	103,45	46	366,05
14	107,72	47	361,65	14	109,55	47	367,80	14	111,40	47	374,01
15	115,42	48	369,34	15	117,38	48	375,63	15	119,36	48	381,97
16	123,11	49	377,04	16	125,21	49	383,45	16	127,32	49	389,92
17	130,80	50	384,73	17	133,03	50	391,28	17	135,28	50	397,88
18	138,50	51	392,42	18	140,86	51	399,10	18	143,23	51	405,84
19	146,19	52	400,12	19	148,68	52	406,93	19	151,19	52	413,80
20	153,89	53	407,81	20	156,51	53	414,76	20	159,15	53	421,76
21	161,58	54	415,51	21	164,33	54	422,58	21	167,11	54	429,71
22	169,28	55	423,20	22	172,16	55	430,41	22	175,07	55	437,67
23	176,97	56	430,90	23	179,99	56	438,23	23	183,02	56	445,63
24	184,67	57	438,59	24	187,81	57	446,06	24	190,98	57	453,59
25	192,36	58	446,29	25	195,64	58	453,88	25	198,94	58	461,54
26	200,06	59	453,98	26	203,46	59	461,71	26	206,90	59	469,50
27	207,75	60	461,68	27	211,29	60	469,54	27	214,85	60	477,46
28	215,45	65	500,15	28	219,11	65	508,66	28	222,81	65	517,25
29	223,14	70	538,62	29	226,94	70	547,79	29	230,77	70	557,04
30	230,84	75	577,10	30	234,77	75	586,92	30	238,73	75	596,83
31	238,53	80	615,57	31	242,59	80	626,05	31	246,69	80	636,62
32	246,23	85	654,04	32	250,42	85	665,18	32	254,64	85	676,40
33	253,92	90	692,52	33	258,24	90	704,31	33	262,60	90	716,19
34	261,61	100	769,47	34	266,07	100	782,56	34	270,56	100	795,77
37,56 Zoll Durchm.				37,88 Zoll Durchm.				38,20 Zoll Durchm.			

115 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	14,61	35	255,79
3	21,92	36	263,10
4	29,23	37	270,41
5	36,54	38	277,71
6	43,85	39	285,02
7	51,15	40	292,33
8	58,46	41	299,64
9	65,77	42	306,95
10	73,08	43	314,26
11	80,39	44	321,57
12	87,70	45	328,87
13	95,00	46	336,18
14	102,31	47	343,49
15	109,62	48	350,80
16	116,93	49	358,11
17	124,24	50	365,42
18	131,55	51	372,72
19	138,85	52	380,03
20	146,16	53	387,34
21	153,47	54	394,65
22	160,78	55	401,96
23	168,09	56	409,27
24	175,40	57	416,57
25	182,71	58	423,88
26	190,01	59	431,19
27	197,32	60	438,50
28	204,63	65	475,04
29	211,94	70	511,58
30	219,25	75	548,13
31	226,56	80	584,67
32	233,86	85	621,21
33	241,17	90	657,75
34	248,48	100	730,84

36,61 Zoll Durchm.

116 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	14,87	35	260,26
3	22,30	36	267,69
4	29,74	37	275,13
5	37,18	38	282,57
6	44,61	39	290,00
7	52,05	40	297,44
8	59,48	41	304,87
9	66,92	42	312,31
10	74,36	43	319,75
11	81,79	44	327,18
12	89,23	45	334,62
13	96,66	46	342,05
14	104,10	47	349,49
15	111,54	48	356,93
16	118,97	49	364,36
17	126,41	50	371,80
18	133,84	51	379,23
19	141,28	52	386,67
20	148,72	53	394,11
21	156,15	54	401,54
22	163,59	55	408,98
23	171,02	56	416,41
24	178,46	57	423,85
25	185,90	58	431,29
26	193,33	59	438,72
27	200,77	60	446,16
28	208,20	65	483,34
29	215,64	70	520,52
30	223,08	75	557,70
31	230,51	80	594,88
32	237,95	85	632,06
33	245,39	90	669,24
34	252,82	100	743,60

36,92 Zoll Durchm.

117 Z. = 9¾ F.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,12	35	264,76
3	22,69	36	272,33
4	30,25	37	279,89
5	37,82	38	287,46
6	45,38	39	295,02
7	52,95	40	302,59
8	60,51	41	310,15
9	68,08	42	317,72
10	75,64	43	325,28
11	83,21	44	332,85
12	90,77	45	340,41
13	98,34	46	347,98
14	105,90	47	355,54
15	113,47	48	363,11
16	121,03	49	370,67
17	128,60	50	378,24
18	136,16	51	385,80
19	143,73	52	393,37
20	151,29	53	400,93
21	158,86	54	408,50
22	166,42	55	416,06
23	173,99	56	423,63
24	181,55	57	431,19
25	189,12	58	438,76
26	196,68	59	446,32
27	204,25	60	453,88
28	211,81	65	491,71
29	219,38	70	529,53
30	226,94	75	567,36
31	234,50	80	605,18
32	242,07	85	643,01
33	249,63	90	680,83
34	257,20	100	756,48

37,24 Zoll Durchm.

118 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,38	35	269,31
3	23,08	36	277,00
4	30,77	37	284,70
5	38,47	38	292,39
6	46,16	39	300,09
7	53,86	40	307,78
8	61,55	41	315,48
9	69,25	42	323,17
10	76,94	43	330,87
11	84,64	44	338,56
12	92,33	45	346,26
13	100,03	46	353,95
14	107,72	47	361,65
15	115,42	48	369,34
16	123,11	49	377,04
17	130,80	50	384,73
18	138,50	51	392,42
19	146,19	52	400,12
20	153,89	53	407,81
21	161,58	54	415,51
22	169,28	55	423,20
23	176,97	56	430,90
24	184,67	57	438,59
25	192,36	58	446,29
26	200,06	59	453,98
27	207,75	60	461,68
28	215,45	65	500,15
29	223,14	70	538,62
30	230,84	75	577,10
31	238,53	80	615,57
32	246,23	85	654,04
33	253,92	90	692,52
34	261,61	100	769,47
37,56 Zoll Durchm.			

119 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,65	35	273,89
3	23,47	36	281,72
4	31,30	37	289,54
5	39,12	38	297,37
6	46,95	39	305,20
7	54,77	40	313,02
8	62,60	41	320,85
9	70,43	42	328,67
10	78,25	43	336,50
11	86,08	44	344,32
12	93,90	45	352,15
13	101,73	46	359,98
14	109,55	47	367,80
15	117,38	48	375,63
16	125,21	49	383,45
17	133,03	50	391,28
18	140,86	51	399,10
19	148,68	52	406,93
20	156,51	53	414,76
21	164,33	54	422,58
22	172,16	55	430,41
23	179,99	56	438,23
24	187,81	57	446,06
25	195,64	58	453,88
26	203,46	59	461,71
27	211,29	60	469,54
28	219,11	65	508,66
29	226,94	70	547,79
30	234,77	75	586,92
31	242,59	80	626,05
32	250,42	85	665,18
33	258,24	90	704,31
34	266,07	100	782,56
37,88 Zoll Durchm.			

120 Z. = 10 F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,91	35	278,52
3	23,87	36	286,47
4	31,83	37	294,43
5	39,78	38	302,39
6	47,74	39	310,35
7	55,70	40	318,31
8	63,66	41	326,26
9	71,61	42	334,22
10	79,57	43	342,18
11	87,53	44	350,14
12	95,49	45	358,09
13	103,45	46	366,05
14	111,40	47	374,01
15	119,36	48	381,97
16	127,32	49	389,92
17	135,28	50	397,88
18	143,23	51	405,84
19	151,19	52	413,80
20	159,15	53	421,76
21	167,11	54	429,71
22	175,07	55	437,67
23	183,02	56	445,63
24	190,98	57	453,59
25	198,94	58	461,54
26	206,90	59	469,50
27	214,85	60	477,46
28	222,81	65	517,25
29	230,77	70	557,04
30	238,73	75	596,83
31	246,69	80	636,62
32	254,64	85	676,40
33	262,60	90	716,19
34	270,56	100	795,77
38,20 Zoll Durchm.			

11 Zoll		11½ Zoll		12 Zoll		12½ Zoll		13 Zoll		13½ Zoll	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,31	2	1,44	2	1,57	2	1,70	2	1,84	2	1,98
3	1,97	3	2,16	3	2,35	3	2,55	3	2,76	3	2,98
4	2,63	4	2,88	4	3,14	4	3,40	4	3,68	4	3,97
5	3,29	5	3,60	5	3,92	5	4,26	5	4,60	5	4,97
6	3,95	6	4,32	6	4,71	6	5,11	6	5,53	6	5,96
7	4,61	7	5,04	7	5,49	7	5,96	7	6,45	7	6,95
8	5,27	8	5,77	8	6,28	8	6,81	8	7,37	8	7,95
9	5,93	9	6,49	9	7,06	9	7,66	9	8,29	9	8,94
10	6,59	10	7,21	10	7,85	10	8,52	10	9,21	10	9,94
11	7,25	11	7,93	11	8,63	11	9,37	11	10,13	11	10,93
12	7,91	12	8,65	12	9,42	12	10,22	12	11,06	12	11,92
13	8,57	13	9,37	13	10,21	13	11,07	13	11,98	13	12,92
14	9,23	14	10,09	14	10,99	14	11,93	14	12,90	14	13,91
15	9,89	15	10,81	15	11,78	15	12,78	15	13,82	15	14,91
16	10,55	16	11,54	16	12,56	16	13,63	16	14,74	16	15,90
17	11,21	17	12,26	17	13,35	17	14,48	17	15,66	17	16,89
18	11,87	18	12,98	18	14,13	18	15,33	18	16,59	18	17,89
19	12,53	19	13,70	19	14,92	19	16,19	19	17,51	19	18,88
20	13,19	20	14,42	20	15,70	20	17,04	20	18,43	20	19,88
21	13,85	21	15,14	21	16,49	21	17,89	21	19,35	21	20,87
22	14,51	22	15,86	22	17,27	22	18,74	22	20,27	22	21,86
23	15,17	23	16,59	23	18,06	23	19,60	23	21,20	23	22,86
24	15,83	24	17,31	24	18,84	24	20,45	24	22,12	24	23,85
25	16,49	25	18,03	25	19,63	25	21,30	25	23,04	25	24,85
26	17,15	26	18,75	26	20,42	26	22,15	26	23,96	26	25,84
27	17,81	27	19,47	27	21,20	27	23,00	27	24,88	27	26,83
28	18,47	28	20,19	28	21,99	28	23,86	28	25,80	28	27,83
29	19,13	29	20,91	29	22,77	29	24,71	29	26,73	29	28,82
30	19,79	30	21,63	30	23,56	30	25,56	30	27,65	30	29,82
31	20,45	31	22,36	31	24,34	31	26,41	31	28,57	31	30,81
32	21,11	32	23,08	32	25,13	32	27,27	32	29,49	32	31,80
33	21,77	33	23,80	33	25,91	33	28,12	33	30,41	33	32,80
34	22,43	34	24,52	34	26,70	34	28,97	34	31,33	34	33,79
34,56	Z. U.	36,18	Z. U.	37,70	Z. U.	39,27	Z. U.	40,84	Z. U.	42,41	Z. U.

8 Zoll.		8½ Zoll.		9 Zoll.		9½ Zoll.		10 Zoll.		10½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,69	2	0,78	2	0,88	2	0,98	2	1,09	2	1,20
3	1,04	3	1,18	3	1,32	3	1,47	3	1,63	3	1,80
4	1,39	4	1,57	4	1,76	4	1,96	4	2,18	4	2,40
5	1,74	5	1,97	5	2,20	5	2,46	5	2,72	5	3,00
6	2,09	6	2,36	6	2,65	6	2,95	6	3,27	6	3,60
7	2,44	7	2,75	7	3,09	7	3,44	7	3,81	7	4,20
8	2,79	8	3,15	8	3,53	8	3,93	8	4,36	8	4,81
9	3,14	9	3,54	9	3,97	9	4,43	9	4,90	9	5,41
10	3,49	10	3,94	10	4,41	10	4,92	10	5,45	10	6,01
11	3,83	11	4,33	11	4,85	11	5,41	11	5,99	11	6,61
12	4,18	12	4,72	12	5,30	12	5,90	12	6,54	12	7,21
13	4,53	13	5,12	13	5,74	13	6,39	13	7,09	13	7,81
14	4,88	14	5,51	14	6,18	14	6,89	14	7,63	14	8,41
15	5,23	15	5,91	15	6,62	15	7,38	15	8,18	15	9,01
16	5,58	16	6,30	16	7,06	16	7,87	16	8,72	16	9,62
17	5,93	17	6,69	17	7,51	17	8,36	17	9,27	17	10,22
18	6,28	18	7,09	18	7,95	18	8,86	18	9,81	18	10,82
19	6,63	19	7,48	19	8,39	19	9,35	19	10,36	19	11,42
20	6,98	20	7,88	20	8,83	20	9,84	20	10,90	20	12,02
21	7,33	21	8,27	21	9,27	21	10,33	21	11,45	21	12,62
22	7,67	22	8,66	22	9,71	22	10,82	22	11,99	22	13,22
23	8,02	23	9,06	23	10,16	23	11,32	23	12,54	23	13,83
24	8,37	24	9,45	24	10,60	24	11,81	24	13,08	24	14,43
25	8,72	25	9,85	25	11,04	25	12,30	25	13,63	25	15,03
26	9,07	26	10,24	26	11,48	26	12,79	26	14,18	26	15,63
27	9,42	27	10,63	27	11,92	27	13,29	27	14,72	27	16,23
28	9,77	28	11,03	28	12,37	28	13,78	28	15,27	28	16,83
29	10,12	29	11,42	29	12,81	29	14,27	29	15,81	29	17,43
30	10,47	30	11,82	30	13,25	30	14,76	30	16,36	30	18,03
31	10,82	31	12,21	31	13,69	31	15,25	31	16,90	31	18,64
32	11,17	32	12,61	32	14,13	32	15,75	32	17,45	32	19,24
33	11,51	33	13,00	33	14,57	33	16,24	33	17,99	33	19,84
34	11,86	34	13,39	34	15,02	34	16,73	34	18,54	34	20,44
25,13 Z. U.		26,70 Z. U.		28,27 Z. U.		29,84 Z. U.		31,41 Z. U.		32,98 Z. U.	

17. Zoll.		17½ Zoll.		18 Zoll.		18½ Zoll.		19 Zoll.		19½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,15	2	3,34	2	3,53	2	3,73	2	3,93	2	4,14
3	4,72	3	5,01	3	5,30	3	5,60	3	5,90	3	6,22
4	5,30	4	6,68	4	7,06	4	7,46	4	7,87	4	8,29
5	7,88	5	8,35	5	8,83	5	9,33	5	9,84	5	10,36
6	9,45	6	10,02	6	10,60	6	11,20	6	11,81	6	12,44
7	11,03	7	11,69	7	12,37	7	13,06	7	13,78	7	14,51
8	12,61	8	13,36	8	14,13	8	14,93	8	15,75	8	16,59
9	14,18	9	15,03	9	15,90	9	16,80	9	17,72	9	18,66
10	15,76	10	16,70	10	17,67	10	18,66	10	19,68	10	20,73
11	17,33	11	18,37	11	19,43	11	20,53	11	21,65	11	22,81
12	18,91	12	20,04	12	21,20	12	22,40	12	23,62	12	24,88
13	20,49	13	21,71	13	22,97	13	24,26	13	25,59	13	26,96
14	22,06	14	23,38	14	24,74	14	26,13	14	27,56	14	29,03
15	23,64	15	25,05	15	26,50	15	28,00	15	29,53	15	31,10
16	25,22	16	26,72	16	28,27	16	29,86	16	31,50	16	33,18
17	26,79	17	28,39	17	30,04	17	31,73	17	33,47	17	35,25
18	28,37	18	30,06	18	31,80	18	33,60	18	35,44	18	37,33
19	29,94	19	31,73	19	33,57	19	35,46	19	37,41	19	39,40
20	31,52	20	33,40	20	35,34	20	37,33	20	39,37	20	41,47
21	33,10	21	35,07	21	37,11	21	39,20	21	41,34	21	43,55
22	34,67	22	36,74	22	38,87	22	41,06	22	43,31	22	45,62
23	36,25	23	38,41	23	40,64	23	42,93	23	45,28	23	47,70
24	37,83	24	40,08	24	42,41	24	44,80	24	47,25	24	49,77
25	39,40	25	41,75	25	44,17	25	46,66	25	49,22	25	51,84
26	40,98	26	43,42	26	45,94	26	48,53	26	51,19	26	53,92
27	42,55	27	45,09	27	47,71	27	50,40	27	53,16	27	55,99
28	44,13	28	46,76	28	49,48	28	52,26	28	55,13	28	58,07
29	45,71	29	48,43	29	51,24	29	54,13	29	57,09	29	60,14
30	47,28	30	50,11	30	53,01	30	56,00	30	59,06	30	62,21
31	48,86	31	51,78	31	54,78	31	57,86	31	61,03	31	64,29
32	50,44	32	53,45	32	56,54	32	59,73	32	63,00	32	66,36
33	52,01	33	55,12	33	58,31	33	61,60	33	64,97	33	68,44
34	53,59	34	56,79	34	60,08	34	63,46	34	66,94	34	70,51
53,41	Z. U.	54,98	Z. U.	56,55	Z. U.	58,12	Z. U.	59,69	Z. U.	61,26	Z. U.

14 Zoll.		14½ Zoll.		15 Zoll.		15½ Zoll.		16 Zoll.		16½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,13	2	2,29	2	2,45	2	2,62	2	2,79	2	2,96
3	3,20	3	3,44	3	3,68	3	3,93	3	4,18	3	4,45
4	4,27	4	4,58	4	4,90	4	5,24	4	5,58	4	5,93
5	5,34	5	5,73	5	6,13	5	6,55	5	6,98	5	7,42
6	6,41	6	6,88	6	7,36	6	7,86	6	8,37	6	8,90
7	7,48	7	8,02	7	8,59	7	9,17	7	9,77	7	10,39
8	8,55	8	9,17	8	9,81	8	10,48	8	11,17	8	11,87
9	9,62	9	10,32	9	11,04	9	11,79	9	12,56	9	13,36
10	10,69	10	11,46	10	12,27	10	13,10	10	13,96	10	14,84
11	11,75	11	12,61	11	13,49	11	14,41	11	15,35	11	16,33
12	12,82	12	13,76	12	14,72	12	15,72	12	16,75	12	17,81
13	13,89	13	14,90	13	15,95	13	17,03	13	18,15	13	19,30
14	14,96	14	16,05	14	17,18	14	18,34	14	19,54	14	20,78
15	16,03	15	17,20	15	18,40	15	19,65	15	20,94	15	22,27
16	17,10	16	18,34	16	19,63	16	20,96	16	22,34	16	23,75
17	18,17	17	19,49	17	20,86	17	22,27	17	23,73	17	25,24
18	19,24	18	20,64	18	22,08	18	23,58	18	25,13	18	26,72
19	20,31	19	21,78	19	23,31	19	24,89	19	26,52	19	28,21
20	21,38	20	22,93	20	24,54	20	26,20	20	27,92	20	29,69
21	22,44	21	24,08	21	25,77	21	27,51	21	29,32	21	31,18
22	23,51	22	25,22	22	26,99	22	28,82	22	30,71	22	32,66
23	24,58	23	26,37	23	28,22	23	30,13	23	32,11	23	34,15
24	25,65	24	27,52	24	29,45	24	31,44	24	33,51	24	35,63
25	26,72	25	28,66	25	30,67	25	32,75	25	34,90	25	37,12
26	27,79	26	29,81	26	31,90	26	34,06	26	36,30	26	38,60
27	28,86	27	30,96	27	33,13	27	35,37	27	37,69	27	40,09
28	29,93	28	32,10	28	34,36	28	36,69	28	39,09	28	41,57
29	31,00	29	33,25	29	35,58	29	38,00	29	40,49	29	43,06
30	32,07	30	34,40	30	36,81	30	39,31	30	41,88	30	44,54
31	33,13	31	35,54	31	38,04	31	40,62	31	43,28	31	46,03
32	34,20	32	36,69	32	39,26	32	41,93	32	44,68	32	47,51
33	35,27	33	37,84	33	40,49	33	43,24	33	46,07	33	49,00
34	36,34	34	38,98	34	41,72	34	44,55	34	47,47	34	50,48
43,98	Z. U.	45,55	Z. U.	47,12	Z. U.	48,69	Z. U.	50,26	Z. U.	51,84	Z. U.

17 Zoll.		17½ Zoll.		18 Zoll.		18½ Zoll.		19 Zoll.		19½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,15	2	3,34	2	3,53	2	3,73	2	3,93	2	4,14
[illegible]	4,72	3	5,01	3	5,30	3	5,60	3	5,90	3	6,22
[illegible]	[illegible]	4	6,68	4	7,06	4	7,46	4	7,87	4	8,29
[illegible]	[illegible]	5	8,35	5	8,83	5	9,33	5	9,84	5	10,36
[illegible]	[illegible]	6	10,02	6	10,60	6	11,20	6	11,81	6	12,44
[illegible]	[illegible]	[illegible]	11,69	7	12,37	7	13,06	7	13,78	7	14,51
[illegible]	[illegible]	[illegible]	13,36	8	14,13	8	14,93	8	15,75	8	16,59
[illegible]	[illegible]	[illegible]	15,03	9	15,90	9	16,80	9	17,72	9	18,66
[illegible]	[illegible]	[illegible]	16,70	10	17,67	10	18,66	10	19,68	10	20,73
[illegible]	[illegible]	[illegible]	18,37	11	19,43	11	20,53	11	21,65	11	22,81
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12	21,20	12	22,40	12	23,62	12	24,88
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13	22,97	13	24,26	13	25,59	13	26,96
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14	24,74	14	26,13	14	27,56	14	29,03
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	15	26,50	15	28,00	15	29,53	15	31,10
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16	28,27	16	29,86	16	31,50	16	33,18
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	17	30,04	17	31,73	17	33,47	17	35,25
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18	31,80	18	33,60	18	35,44	18	37,33
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	19	33,57	19	35,46	19	37,41	19	39,40
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	20	35,34	20	37,33	20	39,37	20	41,47
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21	37,11	21	39,20	21	41,34	21	43,55
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22	38,87	22	41,06	22	43,31	22	45,62
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	23	40,64	23	42,93	23	45,28	23	47,70
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24	42,41	24	44,80	24	47,25	24	49,77
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25	44,17	25	46,66	25	49,22	25	51,84
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	26	45,94	26	48,53	26	51,19	26	53,92
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	27	47,71	27	50,40	27	53,16	27	55,99
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	28	49,48	28	52,26	28	55,13	28	58,07
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	29	51,24	29	54,13	29	57,09	29	60,14
[illegible]	[illegible]	[illegible]	50,11	30	53,01	30	56,00	30	59,06	30	62,21
[illegible]	[illegible]	[illegible]	51,78	31	54,78	31	57,86	31	61,03	31	64,29
[illegible]	[illegible]	[illegible]	53,45	32	56,54	32	59,73	32	63,00	32	66,36
[illegible]	[illegible]	33	55,12	33	58,31	33	61,60	33	64,97	33	68,44
[illegible]	[illegible]	34	56,79	34	60,08	34	63,46	34	66,94	34	70,51
[illegible]		54,98 Z. U.		56,55 Z. U.		58,12 Z. U.		59,69 Z. U.		61,26 Z. U.	

20 Zoll.		20½ Z.		21 Zoll.		21½ Zoll.		22 Zoll.		22½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,36	2	4,58	2	4,81	2	5,04	2	5,27	2	5,52
3	6,54	3	6,87	3	7,21	3	7,56	3	7,91	3	8,28
4	8,72	4	9,16	4	9,62	4	10,08	4	10,55	4	11,04
5	10,90	5	11,46	5	12,02	5	12,60	5	13,19	5	13,80
6	13,08	6	13,75	6	14,43	6	15,12	6	15,83	6	16,56
7	15,27	7	16,04	7	16,83	7	17,64	7	18,47	7	19,32
8	17,45	8	18,33	8	19,24	8	20,16	8	21,11	8	22,08
9	19,63	9	20,62	9	21,64	9	22,69	9	23,75	9	24,85
10	21,81	10	22,92	10	24,05	10	25,21	10	26,39	10	27,61
11	23,99	11	25,21	11	26,45	11	27,73	11	29,03	11	30,37
12	26,17	12	27,50	12	28,86	12	30,25	12	31,67	12	33,13
13	28,36	13	29,79	13	31,26	13	32,77	13	34,31	13	35,89
14	30,54	14	32,08	14	33,67	14	35,29	14	36,95	14	38,65
15	32,72	15	34,38	15	36,07	15	37,81	15	39,59	15	41,41
16	34,90	16	36,67	16	38,48	16	40,33	16	42,23	16	44,17
17	37,08	17	38,96	17	40,88	17	42,86	17	44,87	17	46,93
18	39,26	18	41,25	18	43,29	18	45,38	18	47,51	18	49,70
19	41,45	19	43,55	19	45,70	19	47,90	19	50,15	19	52,46
20	43,63	20	45,84	20	48,10	20	50,42	20	52,79	20	55,22
21	45,81	21	48,13	21	50,51	21	52,94	21	55,43	21	57,98
22	47,99	22	50,42	22	52,91	22	55,46	22	58,07	22	60,74
23	50,17	23	52,71	23	55,32	23	57,98	23	60,71	23	63,50
24	52,35	24	55,01	24	57,72	24	60,50	24	63,35	24	66,26
25	54,54	25	57,30	25	60,13	25	63,02	25	65,99	25	69,02
26	56,72	26	59,59	26	62,53	26	65,55	26	68,63	26	71,79
27	58,90	27	61,88	27	64,94	27	68,07	27	71,27	27	74,55
28	61,08	28	64,17	28	67,34	28	70,59	28	73,91	28	77,31
29	63,26	29	66,47	29	69,75	29	73,11	29	76,55	29	80,07
30	65,44	30	68,76	30	72,15	30	75,63	30	79,19	30	82,83
31	67,63	31	71,05	31	74,56	31	78,15	31	81,83	31	85,59
32	69,81	32	73,34	32	76,96	32	80,67	32	84,47	32	88,35
33	71,99	33	75,63	33	79,37	33	83,19	33	87,11	33	91,11
34	74,17	34	77,93	34	81,77	34	85,72	34	89,75	34	93,87
62,83 Z. U.		64,40 Z. U.		65,97 Z. U.		67,54 Z. U.		69,11 Z. U.		70,68 Z. U.	

109 Zoll.				110 Zoll.				111 Z. = 9¼ F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	13,13	35	229,79	2	13,87	35	234,03	2	13,61	35	238,80
3	19,69	36	236,36	3	20,06	36	240,72	3	20,42	36	245,11
4	26,26	37	242,93	4	26,74	37	247,40	4	27,23	37	251,92
5	32,82	38	249,49	5	33,43	38	254,09	5	34,04	38	258,78
6	39,39	39	256,06	6	40,12	39	260,78	6	40,85	39	265,54
7	45,95	40	262,62	7	46,80	40	267,46	7	47,66	40	272,35
8	52,52	41	269,19	8	53,49	41	274,15	8	54,47	41	279,16
9	59,09	42	275,75	9	60,18	42	280,84	9	61,27	42	285,97
10	65,65	43	282,32	10	66,86	43	287,52	10	68,08	43	292,78
11	72,22	44	288,89	11	73,55	44	294,21	11	74,89	44	299,58
12	78,78	45	295,45	12	80,24	45	300,90	12	81,70	45	306,39
13	85,35	46	302,02	13	86,92	46	307,58	13	88,51	46	313,20
14	91,91	47	308,58	14	93,61	47	314,27	14	95,32	47	320,01
15	98,48	48	315,15	15	100,30	48	320,96	15	102,13	48	326,82
16	105,05	49	321,71	16	106,98	49	327,64	16	108,94	49	333,63
17	111,61	50	328,28	17	113,67	50	334,33	17	115,75	50	340,44
18	118,18	51	334,85	18	120,36	51	341,02	18	122,55	51	347,25
19	124,74	52	341,41	19	127,04	52	347,70	19	129,36	52	354,06
20	131,31	53	347,98	20	133,73	53	354,39	20	136,17	53	360,86
21	137,87	54	354,54	21	140,42	54	361,08	21	142,98	54	367,67
22	144,44	55	361,11	22	147,10	55	367,76	22	149,79	55	374,48
23	151,01	56	367,67	23	153,79	56	374,45	23	156,60	56	381,29
24	157,57	57	374,24	24	160,48	57	381,14	24	163,41	57	388,10
25	164,14	58	380,81	25	167,16	58	387,82	25	170,22	58	394,91
26	170,70	59	387,37	26	173,85	59	394,51	26	177,03	59	401,72
27	177,27	60	393,94	27	180,54	60	401,20	27	183,83	60	408,53
28	183,83	65	426,76	28	187,22	65	434,63	28	190,64	65	442,57
29	190,40	70	459,59	29	193,91	70	468,07	29	197,45	70	476,61
30	196,97	75	492,42	30	200,60	75	501,50	30	204,26	75	510,66
31	203,53	80	525,25	31	207,28	80	534,93	31	211,07	80	544,70
32	210,10	85	558,08	32	213,97	85	568,37	32	217,88	85	578,75
33	216,66	90	590,91	33	220,66	90	601,80	33	224,69	90	612,79
34	223,23	100	656,56	34	227,34	100	668,67	34	231,50	100	680,88
34,70 Zoll Durchm.				35,01 Zoll Durchm.				35,33 Zoll Durchm.			

28 Zoll.		29 Zoll.		30 Zoll.		31 Zoll.		32 Zoll.		33 Zoll.	
Lin.	Kbf.	Lin.	Kbf.	Lin.	Kbf.	Lin.	Kbf.	Lin.	Kbf.	Lin.	Kbf.
2	8,55	2	9,17	2	9,81	2	10,48	2	11,17	2	11,87
3	12,82	3	13,76	3	14,72	3	15,72	3	16,75	3	17,81
4	17,10	4	18,34	4	19,63	4	20,96	4	22,34	4	23,75
5	21,38	5	22,93	5	24,54	5	26,20	5	27,92	5	29,69
6	25,65	6	27,52	6	29,45	6	31,44	6	33,51	6	35,63
7	29,93	7	32,10	7	34,36	7	36,69	7	39,09	7	41,57
8	34,20	8	36,69	8	39,26	8	41,93	8	44,68	8	47,51
9	38,48	9	41,28	9	44,17	9	47,17	9	50,26	9	53,45
10	42,76	10	45,86	10	49,08	10	52,41	10	55,85	10	59,39
11	47,03	11	50,45	11	53,99	11	57,65	11	61,43	11	65,33
12	51,31	12	55,04	12	58,90	12	62,89	12	67,02	12	71,27
13	55,58	13	59,63	13	63,81	13	68,13	13	72,60	13	77,21
14	59,86	14	64,21	14	68,72	14	73,38	14	78,19	14	83,15
15	64,14	15	68,80	15	73,63	15	78,62	15	83,77	15	89,09
16	68,41	16	73,39	16	78,53	16	83,86	16	89,36	16	95,03
17	72,69	17	77,97	17	83,44	17	89,10	17	94,94	17	100,97
18	76,96	18	82,56	18	88,35	18	94,34	18	100,53	18	106,91
19	81,24	19	87,15	19	93,26	19	99,58	19	106,11	19	112,85
20	85,52	20	91,73	20	98,17	20	104,82	20	111,70	20	118,79
21	89,79	21	96,32	21	103,08	21	110,07	21	117,28	21	124,73
22	94,07	22	100,91	22	107,99	22	115,31	22	122,87	22	130,67
23	98,34	23	105,49	23	112,90	23	120,55	23	128,45	23	136,61
24	102,62	24	110,08	24	117,80	24	125,79	24	134,04	24	142,54
25	106,90	25	114,67	25	122,71	25	131,03	25	139,62	25	148,48
26	111,17	26	119,26	26	127,62	26	136,27	26	145,21	26	154,42
27	115,45	27	123,84	27	132,53	27	141,51	27	150,79	27	160,36
28	119,72	28	128,43	28	137,44	28	146,76	28	156,38	28	166,30
29	124,00	29	133,02	29	142,35	29	152,00	29	161,96	29	172,24
30	128,28	30	137,60	30	147,26	30	157,24	30	167,55	30	178,18
31	132,55	31	142,19	31	152,17	31	162,48	31	173,13	31	184,12
32	136,83	32	146,78	32	157,07	32	167,72	32	178,72	32	190,06
33	141,10	33	151,36	33	161,98	33	172,96	33	184,30	33	196,00
34	145,38	34	155,95	34	166,89	34	178,20	34	189,89	34	201,94
87,96	Z. U.	91,11	Z. U.	94,25	Z. U.	97,39	Z. U.	100,53	Z. U.	103,67	Z. U.

115 Zoll.				116 Zoll.				117 Z. = 9³/₄ F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	14,61	35	255,79	2	14,87	35	260,26	2	15,12	35	264,76
3	21,92	36	263,10	3	22,30	36	267,69	3	22,69	36	272,33
4	29,23	37	270,41	4	29,74	37	275,13	4	30,25	37	279,89
5	36,54	38	277,71	5	37,18	38	282,57	5	37,82	38	287,46
6	43,85	39	285,02	6	44,61	39	290,00	6	45,38	39	295,02
7	51,15	40	292,33	7	52,05	40	297,44	7	52,95	40	302,59
8	58,46	41	299,64	8	59,48	41	304,87	8	60,51	41	310,15
9	65,77	42	306,95	9	66,92	42	312,31	9	68,08	42	317,72
10	73,08	43	314,26	10	74,36	43	319,75	10	75,64	43	325,28
11	80,39	44	321,57	11	81,79	44	327,18	11	83,21	44	332,85
12	87,70	45	328,87	12	89,23	45	334,62	12	90,77	45	340,41
13	95,00	46	336,18	13	96,66	46	342,05	13	98,34	46	347,98
14	102,31	47	343,49	14	104,10	47	349,49	14	105,90	47	355,54
15	109,62	48	350,80	15	111,54	48	356,93	15	113,47	48	363,11
16	116,93	49	358,11	16	118,97	49	364,36	16	121,03	49	370,67
17	124,24	50	365,42	17	126,41	50	371,80	17	128,60	50	378,24
18	131,55	51	372,72	18	133,84	51	379,23	18	136,16	51	385,80
19	138,85	52	380,03	19	141,28	52	386,67	19	143,73	52	393,37
20	146,16	53	387,34	20	148,72	53	394,11	20	151,29	53	400,93
21	153,47	54	394,65	21	156,15	54	401,54	21	158,86	54	408,50
22	160,78	55	401,96	22	163,59	55	408,98	22	166,42	55	416,06
23	168,09	56	409,27	23	171,02	56	416,41	23	173,99	56	423,63
24	175,40	57	416,57	24	178,46	57	423,85	24	181,55	57	431,19
25	182,71	58	423,88	25	185,90	58	431,29	25	189,12	58	438,76
26	190,01	59	431,19	26	193,33	59	438,72	26	196,68	59	446,32
27	197,32	60	438,50	27	200,77	60	446,16	27	204,25	60	453,88
28	204,63	65	475,04	28	208,20	65	483,34	28	211,81	65	491,71
29	211,94	70	511,58	29	215,64	70	520,52	29	219,38	70	529,53
30	219,25	75	548,13	30	223,08	75	557,70	30	226,94	75	567,36
31	226,56	80	584,67	31	230,51	80	594,88	31	234,50	80	605,18
32	233,86	85	621,21	32	237,95	85	632,06	32	242,07	85	643,01
33	241,17	90	657,75	33	245,39	90	669,24	33	249,63	90	680,83
34	248,48	100	730,84	34	252,82	100	743,60	34	257,20	100	756,48
36,61 Zoll Durchm.				36,92 Zoll Durchm.				37,24 Zoll Durchm.			

118 Zoll.				119 Zoll.				120 Z. = 10 F.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	15,38	35	269,31	2	15,65	35	273,89	2	15,91	35	278,52
3	23,08	36	277,00	3	23,47	36	281,72	3	23,87	36	286,47
4	30,77	37	284,70	4	31,30	37	289,54	4	31,83	37	294,43
5	38,47	38	292,39	5	39,12	38	297,37	5	39,78	38	302,39
6	46,16	39	300,09	6	46,95	39	305,20	6	47,74	39	310,35
7	53,86	40	307,78	7	54,77	40	313,02	7	55,70	40	318,31
8	61,55	41	315,48	8	62,60	41	320,85	8	63,66	41	326,26
9	69,25	42	323,17	9	70,43	42	328,67	9	71,61	42	334,22
10	76,94	43	330,87	10	78,25	43	336,50	10	79,57	43	342,18
11	84,64	44	338,56	11	86,08	44	344,32	11	87,53	44	350,14
12	92,33	45	346,26	12	93,90	45	352,15	12	95,49	45	358,09
13	100,03	46	353,95	13	101,73	46	359,98	13	103,45	46	366,05
14	107,72	47	361,65	14	109,55	47	367,80	14	111,40	47	374,01
15	115,42	48	369,34	15	117,38	48	375,63	15	119,36	48	381,97
16	123,11	49	377,04	16	125,21	49	383,45	16	127,32	49	389,92
17	130,80	50	384,73	17	133,03	50	391,28	17	135,28	50	397,88
18	138,50	51	392,42	18	140,86	51	399,10	18	143,23	51	405,84
19	146,19	52	400,12	19	148,68	52	406,93	19	151,19	52	413,80
20	153,89	53	407,81	20	156,51	53	414,76	20	159,15	53	421,76
21	161,58	54	415,51	21	164,33	54	422,58	21	167,11	54	429,71
22	169,28	55	423,20	22	172,16	55	430,41	22	175,07	55	437,67
23	176,97	56	430,90	23	179,99	56	438,23	23	183,02	56	445,63
24	184,67	57	438,59	24	187,81	57	446,06	24	190,98	57	453,59
25	192,36	58	446,29	25	195,64	58	453,88	25	198,94	58	461,54
26	200,06	59	453,98	26	203,46	59	461,71	26	206,90	59	469,50
27	207,75	60	461,68	27	211,29	60	469,54	27	214,85	60	477,46
28	215,45	65	500,15	28	219,11	65	508,66	28	222,81	65	517,25
29	223,14	70	538,62	29	226,94	70	547,79	29	230,77	70	557,04
30	230,84	75	577,10	30	234,77	75	586,92	30	238,73	75	596,83
31	238,53	80	615,57	31	242,59	80	626,05	31	246,69	80	636,62
32	246,23	85	654,04	32	250,42	85	665,18	32	254,64	85	676,40
33	253,92	90	692,52	33	258,24	90	704,31	33	262,60	90	716,19
34	261,61	100	769,47	34	266,07	100	782,56	34	270,56	100	795,77
37,56 Zoll Durchm.				37,88 Zoll Durchm.				38,20 Zoll Durchm.			

Grundfläche (auch Körperinhalt der einfußigen Walze) zu dem voranstehenden Durchmesser.

Dchm. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Dchm. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Dchm. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Dchm. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
½	0,001364	15½	1,310360	30½	5,073727	45½	11,291462
1	0,005454	16	1,396263	31	5,241442	46	11,540990
1½	0,012272	16½	1,484893	31½	5,411884	46½	11,793244
2	0,021817	17	1,576250	32	5,585054	47	12,048226
2½	0,034088	17½	1,670335	32½	5,760950	47½	12,305935
3	0,049087	18	1,767146	33	5,939574	48	12,566371
3½	0,066813	18½	1,866684	33½	6,120924	48½	12,829533
4	0,087266	19	1,968949	34	6,305002	49	13,095423
4½	0,110447	19½	2,073942	34½	6,491807	49½	13,364040
5	0,136354	20	2,181662	35	6,681339	50	13,635385
5½	0,164988	20½	2,292108	35½	6,873597	50½	13,909456
6	0,196350	21	2,405282	36	7,068583	51	14,186254
6½	0,230438	21½	2,521183	36½	7,266296	51½	14,465780
7	0,267254	22	2,639810	37	7,466737	52	14,748032
7½	0,306796	22½	2,761165	37½	7,669904	52½	15,033012
8	0,349066	23	2,885247	38	7,875798	53	15,320718
8½	0,394063	23½	3,012056	38½	8,084420	53½	15,611152
9	0,441786	24	3,141593	39	8,295768	54	15,904313
9½	0,492237	24½	3,273856	39½	8,509843	54½	16,200201
10	0,545415	25	3,408846	40	8,726646	55	16,498816
10½	0,601320	25½	3,546564	40½	8,946176	55½	16,800158
11	0,659958	26	3,687008	41	9,168433	56	17,104227
11½	0,721312	26½	3,830179	41½	9,393417	56½	17,411023
12	0,785398	27	3,976078	42	9,621127	57	17,720546
12½	0,852212	27½	4,124704	42½	9,851565	57½	18,032796
13	0,921752	28	4,276057	43	10,084731	58	18,347774
13½	0,994020	28½	4,430136	43½	10,320623	58½	18,665478
14	1,069014	29	4,586943	44	10,559242	59	18,985910
14½	1,146736	29½	4,746477	44½	10,800588	59½	19,309068
15	1,227185	30	4,908738	45	11,044662	60	19,634954

Gehaltshöhen und Formzahlen der Linde und Esche, des Ahorns und der Ulme.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,38	8,69	9,00	9,38	9,75	10,65	11,83	15
20	11,10	11,52	11,94	12,44	12,94	14,14	15,70	20
25	13,79	14,32	14,85	15,47	16,10	17,60	19,54	25
30	16,44	17,08	17,72	18,47	19,22	21,02	23,34	30
Fz.	0,548	0,569	0,590	0,615	0,640	0,700	0,778	**30**
35	19,05	19,81	20,57	21,44	22,32	24,42	27,10	35
40	21,63	22,50	23,38	24,38	25,38	27,78	30,83	40
45	24,17	25,16	26,16	27,28	28,41	31,11	34,52	45
50	26,68	27,79	28,90	30,15	31,40	34,40	38,18	50
Fz.	0,533	0,555	0,578	0,603	0,628	0,688	0,763	**50**
55	29,14	30,38	31,62	33,00	34,37	37,67	41,80	55
60	31,58	32,94	34,31	35,81	37,31	40,91	45,38	60
65	33,97	35,46	36,96	38,58	40,21	44,11	48,92	65
70	36,33	37,95	39,58	41,33	43,08	47,28	52,43	70
Fz.	0,519	0,542	0,565	0,590	0,615	0,675	0,749	**70**
75	38,65	40,41	42,17	44,04	45,92	50,42	—	75
80	40,94	42,83	44,72	46,72	48,72	53,52	—	80
85	43,19	45,22	47,25	49,37	51,50	56,60	—	85
90	45,41	47,57	49,74	51,99	54,24	59,64	—	90
Fz.	0,504	0,528	0,552	0,577	0,602	0,662	—	**90**
95	47,58	49,89	52,20	54,58	56,96	—	—	95
100	49,72	52,18	54,63	57,13	59,63	—	—	100
105	51,83	54,43	57,03	59,66	62,28	—	—	105
110	53,90	56,65	59,40	62,15	64,90	—	—	110
Fz.	0,490	0,515	0,540	0,565	0,590	—	—	**110**

11 Zoll.		11½ Zoll.		12 Zoll.		12½ Zoll.		13 Zoll.		13½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,31	2	1,44	2	1,57	2	1,70	2	1,84	2	1,98
3	1,97	3	2,16	3	2,35	3	2,55	3	2,76	3	2,98
4	2,63	4	2,88	4	3,14	4	3,40	4	3,68	4	3,97
5	3,29	5	3,60	5	3,92	5	4,26	5	4,60	5	4,97
6	3,95	6	4,32	6	4,71	6	5,11	6	5,53	6	5,96
7	4,61	7	5,04	7	5,49	7	5,96	7	6,45	7	6,95
8	5,27	8	5,77	8	6,28	8	6,81	8	7,37	8	7,95
9	5,93	9	6,49	9	7,06	9	7,66	9	8,29	9	8,94
10	6,59	10	7,21	10	7,85	10	8,52	10	9,21	10	9,94
11	7,25	11	7,93	11	8,63	11	9,37	11	10,13	11	10,93
12	7,91	12	8,65	12	9,42	12	10,22	12	11,06	12	11,92
13	8,57	13	9,37	13	10,21	13	11,07	13	11,98	13	12,92
14	9,23	14	10,09	14	10,99	14	11,93	14	12,90	14	13,91
15	9,89	15	10,81	15	11,78	15	12,78	15	13,82	15	14,91
16	10,55	16	11,54	16	12,56	16	13,63	16	14,74	16	15,90
17	11,21	17	12,26	17	13,35	17	14,48	17	15,66	17	16,89
18	11,87	18	12,98	18	14,13	18	15,33	18	16,59	18	17,89
19	12,53	19	13,70	19	14,92	19	16,19	19	17,51	19	18,88
20	13,19	20	14,42	20	15,70	20	17,04	20	18,43	20	19,88
21	13,85	21	15,14	21	16,49	21	17,89	21	19,35	21	20,87
22	14,51	22	15,86	22	17,27	22	18,74	22	20,27	22	21,86
23	15,17	23	16,59	23	18,06	23	19,60	23	21,20	23	22,86
24	15,83	24	17,31	24	18,84	24	20,45	24	22,12	24	23,85
25	16,49	25	18,03	25	19,63	25	21,30	25	23,04	25	24,85
26	17,15	26	18,75	26	20,42	26	22,15	26	23,96	26	25,84
27	17,81	27	19,47	27	21,20	27	23,00	27	24,88	27	26,83
28	18,47	28	20,19	28	21,99	28	23,86	28	25,80	28	27,83
29	19,13	29	20,91	29	22,77	29	24,71	29	26,73	29	28,82
30	19,79	30	21,63	30	23,56	30	25,56	30	27,65	30	29,82
31	20,45	31	22,36	31	24,34	31	26,41	31	28,57	31	30,81
32	21,11	32	23,08	32	25,13	32	27,27	32	29,49	32	31,80
33	21,77	33	23,80	33	25,91	33	28,12	33	30,41	33	32,80
34	22,43	34	24,52	34	26,70	34	28,97	34	31,33	34	33,79
34,56	Z. U.	36,13	Z. U.	37,70	Z. U.	39,27	Z. U.	40,84	Z. U.	42,41	Z. U.

Gehaltshöhen und Formzahlen der Tanne und Fichte.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,37	8,67	8,97	9,34	9,70	10,60	7,60	15
20	11,08	11,48	11,88	12,37	12,85	14,05	10,05	20
25	13,75	14,25	14,75	15,36	15,96	17,46	12,46	25
30	16,39	16,99	17,59	18,31	19,02	20,82	14,82	30
Fz.	0,546	0,566	0,586	0,610	0,634	0,694	0,494	**30**
35	18,98	19,68	20,38	21,21	22,05	24,15	17,15	35
40	21,54	22,34	23,14	24,08	25,02	27,42	19,42	40
45	24,05	24,95	25,85	26,91	27,96	30,66	21,66	45
50	26,53	27,53	28,53	29,69	30,85	33,85	23,85	50
Fz.	0,530	0,550	0,570	0,593	0,617	0,677	0,477	**50**
55	28,97	30,07	31,17	32,44	33,70	37,00	26,00	55
60	31,37	32,57	33,77	35,14	36,51	40,11	28,11	60
65	33,73	35,03	36,33	37,80	39,27	43,17	30,17	65
70	36,05	37,45	38,85	40,42	42,00	46,20	32,20	70
Fz.	0,515	0,535	0,555	0,577	0,600	0,660	0,460	**70**
75	38,33	39,83	41,33	43,00	44,67	49,17	34,17	75
80	40,57	42,17	43,77	45,54	47,31	52,11	36,11	80
85	42,77	44,47	46,17	48,04	49,90	55,00	38,00	85
90	44,93	46,73	48,53	50,49	52,45	57,85	39,85	90
Fz.	0,499	0,519	0,539	0,561	0,582	0,642	0,442	**90**
95	47,06	48,96	50,86	52,91	54,96	—	—	95
100	49,14	51,14	53,14	55,28	57,42	—	—	100
110	53,19	55,39	57,59	59,91	62,23	—	—	110
120	57,08	59,48	61,88	64,37	66,85	—	—	120
Fz.	0,475	0,495	0,515	0,536	0,557	—	—	**120**

17. Zoll.		17½ Zoll.		18 Zoll.		18½ Zoll.		19 Zoll.		19½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,15	2	3,34	2	3,53	2	3,73	2	3,93	2	4,14
3	4,72	3	5,01	3	5,30	3	5,60	3	5,90	3	6,22
4	5,30	4	6,68	4	7,06	4	7,46	4	7,87	4	8,29
5	7,88	5	8,35	5	8,83	5	9,33	5	9,84	5	10,36
6	9,45	6	10,02	6	10,60	6	11,20	6	11,81	6	12,44
7	11,03	7	11,69	7	12,37	7	13,06	7	13,78	7	14,51
8	12,61	8	13,36	8	14,13	8	14,93	8	15,75	8	16,59
9	14,18	9	15,03	9	15,90	9	16,80	9	17,72	9	18,66
10	15,76	10	16,70	10	17,67	10	18,66	10	19,68	10	20,73
11	17,33	11	18,37	11	19,43	11	20,53	11	21,65	11	22,81
12	18,91	12	20,04	12	21,20	12	22,40	12	23,62	12	24,88
13	20,49	13	21,71	13	22,97	13	24,26	13	25,59	13	26,96
14	22,06	14	23,38	14	24,74	14	26,13	14	27,56	14	29,03
15	23,64	15	25,05	15	26,50	15	28,00	15	29,53	15	31,10
16	25,22	16	26,72	16	28,27	16	29,86	16	31,50	16	33,18
17	26,79	17	28,39	17	30,04	17	31,73	17	33,47	17	35,25
18	28,37	18	30,06	18	31,80	18	33,60	18	35,44	18	37,33
19	29,94	19	31,73	19	33,57	19	35,46	19	37,41	19	39,40
20	31,52	20	33,40	20	35,34	20	37,33	20	39,37	20	41,47
21	33,10	21	35,07	21	37,11	21	39,20	21	41,34	21	43,55
22	34,67	22	36,74	22	38,87	22	41,06	22	43,31	22	45,62
23	36,25	23	38,41	23	40,64	23	42,93	23	45,28	23	47,70
24	37,83	24	40,08	24	42,41	24	44,80	24	47,25	24	49,77
25	39,40	25	41,75	25	44,17	25	46,66	25	49,22	25	51,84
26	40,98	26	43,42	26	45,94	26	48,53	26	51,19	26	53,92
27	42,55	27	45,09	27	47,71	27	50,40	27	53,16	27	55,99
28	44,13	28	46,76	28	49,48	28	52,26	28	55,13	28	58,07
29	45,71	29	48,43	29	51,24	29	54,13	29	57,09	29	60,14
30	47,28	30	50,11	30	53,01	30	56,00	30	59,06	30	62,21
31	48,86	31	51,78	31	54,78	31	57,86	31	61,03	31	64,29
32	50,44	32	53,45	32	56,54	32	59,73	32	63,00	32	66,36
33	52,01	33	55,12	33	58,31	33	61,60	33	64,97	33	68,44
34	53,59	34	56,79	34	60,08	34	63,46	34	66,94	34	70,51
53,41 Z. U.		54,98 Z. U.		56,55 Z. U.		58,12 Z. U.		59,69 Z. U.		61,26 Z. U.	

20 Zoll.		20½ Z.		21 Zoll.		21½ Zoll.		22 Zoll.		22½ Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,36	2	4,58	2	4,81	2	5,04	2	5,27	2	5,52
3	6,54	3	6,87	3	7,21	3	7,56	3	7,91	3	8,28
4	8,72	4	9,16	4	9,62	4	10,08	4	10,55	4	11,04
5	10,90	5	11,46	5	12,02	5	12,60	5	13,19	5	13,80
6	13,08	6	13,75	6	14,43	6	15,12	6	15,83	6	16,56
7	15,27	7	16,04	7	16,83	7	17,64	7	18,47	7	19,32
8	17,45	8	18,33	8	19,24	8	20,16	8	21,11	8	22,08
9	19,63	9	20,62	9	21,64	9	22,69	9	23,75	9	24,85
10	21,81	10	22,92	10	24,05	10	25,21	10	26,39	10	27,61
11	23,99	11	25,21	11	26,45	11	27,73	11	29,03	11	30,37
12	26,17	12	27,50	12	28,86	12	30,25	12	31,67	12	33,13
13	28,36	13	29,79	13	31,26	13	32,77	13	34,31	13	35,89
14	30,54	14	32,08	14	33,67	14	35,29	14	36,95	14	38,65
15	32,72	15	34,38	15	36,07	15	37,81	15	39,59	15	41,41
16	34,90	16	36,67	16	38,48	16	40,33	16	42,23	16	44,17
17	37,08	17	38,96	17	40,88	17	42,86	17	44,87	17	46,93
18	39,26	18	41,25	18	43,29	18	45,38	18	47,51	18	49,70
19	41,45	19	43,55	19	45,70	19	47,90	19	50,15	19	52,46
20	43,63	20	45,84	20	48,10	20	50,42	20	52,79	20	55,22
21	45,81	21	48,13	21	50,51	21	52,94	21	55,43	21	57,98
22	47,99	22	50,42	22	52,91	22	55,46	22	58,07	22	60,74
23	50,17	23	52,71	23	55,32	23	57,98	23	60,71	23	63,50
24	52,35	24	55,01	24	57,72	24	60,50	24	63,35	24	66,26
25	54,54	25	57,30	25	60,13	25	63,02	25	65,99	25	69,02
26	56,72	26	59,59	26	62,53	26	65,55	26	68,63	26	71,79
27	58,90	27	61,88	27	64,94	27	68,07	27	71,27	27	74,55
28	61,08	28	64,17	28	67,34	28	70,59	28	73,91	28	77,31
29	63,26	29	66,47	29	69,75	29	73,11	29	76,55	29	80,07
30	65,44	30	68,76	30	72,15	30	75,63	30	79,19	30	82,83
31	67,63	31	71,05	31	74,56	31	78,15	31	81,83	31	85,59
32	69,81	32	73,34	32	76,96	32	80,67	32	84,47	32	88,35
33	71,99	33	75,63	33	79,37	33	83,19	33	87,11	33	91,11
34	74,17	34	77,93	34	81,77	34	85,72	34	89,75	34	93,87
62,83 Z. U.		64,40 Z. U.		65,97 Z. U.		67,54 Z. U.		69,11 Z. U.		70,68 Z. U.	

23 Zoll.		23½ Zoll.		24 Zoll.		25 Zoll.		26 Zoll.		27 Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,77	2	6,02	2	6,28	2	6,81	2	7,37	2	7,95
3	8,65	3	9,03	3	9,42	3	10,22	3	11,06	3	11,92
4	11,54	4	12,04	4	12,56	4	13,63	4	14,74	4	15,90
5	14,42	5	15,06	5	15,70	5	17,04	5	18,43	5	19,88
6	17,31	6	18,07	6	18,84	6	20,45	6	22,12	6	23,85
7	20,19	7	21,08	7	21,99	7	23,86	7	25,80	7	27,83
8	23,08	8	24,09	8	25,13	8	27,27	8	29,49	8	31,80
9	25,96	9	27,10	9	28,27	9	30,67	9	33,18	9	35,78
10	28,85	10	30,12	10	31,41	10	34,08	10	36,87	10	39,76
11	31,73	11	33,13	11	34,55	11	37,49	11	40,55	11	43,73
12	34,62	12	36,14	12	37,69	12	40,90	12	44,24	12	47,71
13	37,50	13	39,15	13	40,84	13	44,31	13	47,93	13	51,68
14	40,39	14	42,16	14	43,98	14	47,72	14	51,61	14	55,66
15	43,27	15	45,18	15	47,12	15	51,13	15	55,30	15	59,64
16	46,16	16	48,19	16	50,26	16	54,54	16	58,99	16	63,61
17	49,04	17	51,20	17	53,40	17	57,95	17	62,67	17	67,59
18	51,93	18	54,21	18	56,54	18	61,35	18	66,36	18	71,56
19	54,81	19	57,22	19	59,69	19	64,76	19	70,05	19	75,54
20	57,70	20	60,24	20	62,83	20	68,17	20	73,74	20	79,52
21	60,59	21	63,25	21	65,97	21	71,58	21	77,42	21	83,49
22	63,47	22	66,26	22	69,11	22	74,99	22	81,11	22	87,47
23	66,36	23	69,27	23	72,25	23	78,40	23	84,80	23	91,44
24	69,24	24	72,28	24	75,39	24	81,81	24	88,48	24	95,42
25	72,13	25	75,30	25	78,53	25	85,22	25	92,17	25	99,40
26	75,01	26	78,31	26	81,68	26	88,62	26	95,86	26	103,37
27	77,90	27	81,32	27	84,82	27	92,03	27	99,54	27	107,35
28	80,78	28	84,33	28	87,96	28	95,44	28	103,23	28	111,33
29	83,67	29	87,34	29	91,10	29	98,85	29	106,92	29	115,30
30	86,55	30	90,36	30	94,24	30	102,26	30	110,61	30	119,28
31	89,44	31	93,37	31	97,38	31	105,67	31	114,29	31	123,25
32	92,32	32	96,38	32	100,53	32	109,08	32	117,98	32	127,23
33	95,21	33	99,39	33	103,67	33	112,49	33	121,67	33	131,21
34	98,09	34	102,40	34	106,81	34	115,90	34	125,35	34	135,18
72,26	Z. U.	73,83	Z. U.	75,40	Z. U.	78,54	Z. U.	81,68	Z. U.	84,82	Z. U.

28 Zoll.		29 Zoll.		30 Zoll.		31 Zoll.		32 Zoll.		33 Zoll.	
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,55	2	9,17	2	9,81	2	10,48	2	11,17	2	11,87
3	12,82	3	13,76	3	14,72	3	15,72	3	16,75	3	17,81
4	17,10	4	18,34	4	19,63	4	20,96	4	22,34	4	23,75
5	21,38	5	22,93	5	24,54	5	26,20	5	27,92	5	29,69
6	25,65	6	27,52	6	29,45	6	31,44	6	33,51	6	35,63
7	29,93	7	32,10	7	34,36	7	36,69	7	39,09	7	41,57
8	34,20	8	36,69	8	39,26	8	41,93	8	44,68	8	47,51
9	38,48	9	41,28	9	44,17	9	47,17	9	50,26	9	53,45
10	42,76	10	45,86	10	49,08	10	52,41	10	55,85	10	59,39
11	47,03	11	50,45	11	53,99	11	57,65	11	61,43	11	65,33
12	51,31	12	55,04	12	58,90	12	62,89	12	67,02	12	71,27
13	55,58	13	59,63	13	63,81	13	68,13	13	72,60	13	77,21
14	59,86	14	64,21	14	68,72	14	73,38	14	78,19	14	83,15
15	64,14	15	68,80	15	73,63	15	78,62	15	83,77	15	89,09
16	68,41	16	73,39	16	78,53	16	83,86	16	89,36	16	95,03
17	72,69	17	77,97	17	83,44	17	89,10	17	94,94	17	100,97
18	76,96	18	82,56	18	88,35	18	94,34	18	100,53	18	106,91
19	81,24	19	87,15	19	93,26	19	99,58	19	106,11	19	112,85
20	85,52	20	91,73	20	98,17	20	104,82	20	111,70	20	118,79
21	89,79	21	96,32	21	103,08	21	110,07	21	117,28	21	124,73
22	94,07	22	100,91	22	107,99	22	115,31	22	122,87	22	130,67
23	98,34	23	105,49	23	112,90	23	120,55	23	128,45	23	136,61
24	102,62	24	110,08	24	117,80	24	125,79	24	134,04	24	142,54
25	106,90	25	114,67	25	122,71	25	131,03	25	139,62	25	148,48
26	111,17	26	119,26	26	127,62	26	136,27	26	145,21	26	154,42
27	115,45	27	123,84	27	132,53	27	141,51	27	150,79	27	160,36
28	119,72	28	128,43	28	137,44	28	146,76	28	156,38	28	166,30
29	124,00	29	133,02	29	142,35	29	152,00	29	161,96	29	172,24
30	128,28	30	137,60	30	147,26	30	157,24	30	167,55	30	178,18
31	132,55	31	142,19	31	152,17	31	162,48	31	173,13	31	184,12
32	136,83	32	146,78	32	157,07	32	167,72	32	178,72	32	190,06
33	141,10	33	151,36	33	161,98	33	172,96	33	184,30	33	196,00
34	145,38	34	155,95	34	166,89	34	178,20	34	189,89	34	201,94
87,96 Z. U.		91,11 Z. U.		94,25 Z. U.		97,39 Z. U.		100,53 Z. U.		103,67 Z. U.	

II. Erfahrungs-Tafeln

über den

Massengehalt der Waldbäume,

von jeder Holzart angebend:

die Gehaltshöhen zu den außen stehenden Scheitelhöhen H in Fußen mittler Größe, nebst den Formzahlen, nach fünf verschiedenen Gehalts- und Form-Klassen.

I. Kl. In mehr gedrängtem, dürftigem Stande, schmächtig und spitzig.
II. Kl. In mäßigem Schlusse, mehr kräftig und stammhaft.
III. Kl. In räumlichem und lichterm Stande, schaft- und kronenvoll.
IV. Kl. In freierm Stande, kürzer, breiter und dichter beastet.
V. Kl. In einzelnem Stande, niedrig und weit ausgebreitet. Die Nadelholzstämme stehen hier ausnahmsweise ohne alles Astholz; einschließlich desselben fallen sie der IV. Kl. anheim; die Nadelzweige sind in keiner Klasse mit begriffen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Die seltenern Klassen IV und V wurden kenntlich abgesondert, und zwischen den andern wurden noch Übergangsstufen eingeschaltet. Der Anfangspunkt zur Scheitelhöhe liegt um ½ des Stockdurchmessers über der Bodenfläche; die Gehaltshöhenzahl begreift also das eigentliche Erdholz nicht mit. Zu der hier befindlichen Gehaltshöhe sucht man den Holzmassen-Gehalt in der Walzentafel unter der bezüglichen Stammstärke. Z. B.

1) Eine Buche II. Kl. mit 70′ H hätte 40,55 zur Gehaltshöhe und bei 4′ U. zum Massengehalt 51,62 Kfß.

2) Eine Fichte, ganz einzeln erwachsen, hätte ohne alles Astholz unter V. Kl. zu 50′ H nur 23,85 Gehaltshöhe und bei 4½′ U. 38,48 Kfß. Einschließlich des vorausgesetzten Nutzungsverlustes würden diesem Stamme in der IV. Klasse mit 33,85 Gehaltshöhe 54,54 Kfß. zukommen können.

3) Fallen beizubehaltende Scheitelhöhen zwischen die hier von 5 zu 5 Fuß angenommenen, so berechnet man die zugehörige Gehaltshöhe nach dem dazwischen befindlichen Differenztheile. Eine Eiche von 83′ H, II. Kl., hat zur Gehaltshöhe

$$46{,}98 + \frac{49{,}58 - 46{,}98}{5} \times 3 = 48{,}52.$$

4) Wo die Scheitelhöhen der Tafeln eben nicht zureichen, sucht man die fragliche Gehaltshöhe nach der letzten Differenz. Eine 130′ hohe Fichte II. Kl. hätte nach der letztern Steigung über 110 hinaus auf jede 5′ Scheitelhöhe 2,21 Gehaltshöhenzunahme, also zur Gehaltshöhe $57{,}59 + 2{,}21 \times 4 = 66{,}33$.

5) Hätte in einem Kiefernbestande die ausgezählte Stärkenklasse von 3½′ U. an 173 Stämmen im Durchschnitte 65′ H und II. Kl. (32,68 Gehaltshöhe): so ergäbe die Walzentafel:

Zur gesammten Stammgrundfläche	von 100 Stämmen	97,48	Kfß.
	von 73 „	71,16	„
	im Ganzen . .	168,64	Kfß.
und dies multiplizirt mit der Gehaltshöhe	=	32,68	
	an Massengehalt:	5502,72	Kfß.

Gehaltshöhen und Formzahlen der Eiche in angemessenem Standorte.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,68	9,06	9,45	9,97	10,50	11,83	13,31	15
20	11,50	12,01	12,53	13,28	13,98	15,70	17,66	20
25	14,28	14,93	15,58	16,45	17,33	19,53	21,97	25
30	17,02	17,81	18,60	19,65	20,70	23,32	26,25	30
Fz.	0,567	0,593	0,620	0,655	0,690	0,777	0,875	30
35	19,78	20,65	21,58	22,80	24,03	27,08	30,47	35
40	22,40	23,46	24,53	25,93	27,33	30,80	34,66	40
45	25,03	26,24	27,45	29,02	30,60	34,48	38,81	45
50	27,62	28,97	30,33	32,08	33,83	38,12	42,91	50
Fz.	0,552	0,579	0,606	0,641	0,676	0,762	0,858	50
55	30,18	31,68	33,18	35,10	37,03	41,73	46,97	55
60	32,70	34,35	36,00	38,10	40,20	45,30	51,00	60
65	35,18	36,98	38,78	41,05	43,33	48,83	54,97	65
70	37,62	39,57	41,53	43,98	46,43	52,32	58,91	70
Fz.	0,537	0,565	0,593	0,628	0,663	0,747	0,841	70
75	40,03	42,14	44,25	46,87	49,50	55,78	—	75
80	42,40	44,66	46,93	49,73	52,53	59,20	—	80
85	44,73	47,15	49,58	52,55	55,53	62,58	—	85
90	47,02	49,61	52,20	55,35	58,50	65,92	—	90
Fz.	0,522	0,551	0,580	0,615	0,650	0,732	—	90
95	49,28	52,03	54,78	58,10	61,43	—	—	95
100	51,50	54,41	57,33	60,83	64,33	—	—	100
105	53,68	56,76	59,85	63,52	67,20	—	—	105
110	55,82	59,07	62,33	66,18	70,03	—	—	110
Fz.	0,507	0,537	0,566	0,601	0,636	—	—	110



Gehaltshöhen und Formzahlen der Waldbuche und Hainbuche.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,53	8,88	9,22	9,67	10,12	11,24	12,57	15
20	11,30	11,77	12,23	12,83	13,43	14,92	16,68	20
25	14,08	14,62	15,21	15,96	16,71	18,56	20,76	25
30	16,73	17,44	18,16	19,06	19,96	22,17	24,79	30
Fz.	0,557	0,581	0,605	0,635	0,665	0,739	0,826	**30**
35	19,39	20,23	21,07	22,12	23,17	25,74	28,79	35
40	22,01	22,98	23,95	25,15	26,35	29,28	32,74	40
45	24,60	25,70	26,80	28,15	29,50	32,79	36,66	45
50	27,15	28,38	29,61	31,11	32,61	36,26	40,54	50
Fz.	0,543	0,567	0,592	0,622	0,652	0,725	0,810	**50**
55	29,66	31,03	32,40	34,05	35,70	39,69	44,38	55
60	32,13	33,64	35,15	36,95	38,75	43,09	48,18	60
65	34,57	36,22	37,87	39,82	41,77	46,46	51,94	65
70	36,97	38,76	40,55	42,65	44,75	49,79	55,66	70
Fz.	0,528	0,558	0,579	0,609	0,639	0,711	0,795	**70**
75	39,34	41,27	43,20	45,45	47,70	53,08	—	75
80	41,66	43,74	45,82	48,22	50,62	56,34	—	80
85	43,95	46,18	48,41	50,96	53,51	59,57	—	85
90	46,21	48,59	50,96	53,66	56,36	62,76	—	90
Fz.	0,513	0,539	0,566	0,596	0,626	0,697	—	**90**
95	48,42	50,96	53,49	56,34	59,19	—	—	95
100	50,60	53,29	55,97	58,97	61,97	—	—	100
105	52,75	55,59	58,43	61,58	64,73	—	—	105
110	54,85	57,85	60,86	64,16	67,46	—	—	110
Fz.	0,498	0,525	0,553	0,583	0,613	—	—	**110**

Gehaltshöhen und Formzahlen der Linde und Esche, des Ahorns und der Ulme.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,38	8,69	9,00	9,38	9,75	10,65	11,83	15
20	11,10	11,52	11,94	12,44	12,94	14,14	15,70	20
25	13,79	14,32	14,85	15,47	16,10	17,60	19,54	25
30	16,44	17,08	17,72	18,47	19,22	21,02	23,34	30
Fz.	0,548	0,569	0,590	0,615	0,640	0,700	0,778	30
35	19,05	19,81	20,57	21,44	22,32	24,42	27,10	35
40	21,63	22,50	23,38	24,38	25,38	27,78	30,83	40
45	24,17	25,16	26,16	27,28	28,41	31,11	34,52	45
50	26,68	27,79	28,90	30,15	31,40	34,40	38,18	50
Fz.	0,533	0,555	0,578	0,603	0,628	0,688	0,763	50
55	29,14	30,38	31,62	33,00	34,37	37,67	41,80	55
60	31,58	32,94	34,31	35,81	37,31	40,91	45,38	60
65	33,97	35,46	36,96	38,58	40,21	44,11	48,92	65
70	36,33	37,95	39,58	41,33	43,08	47,28	52,43	70
Fz.	0,519	0,542	0,565	0,590	0,615	0,675	0,749	70
75	38,65	40,41	42,17	44,04	45,92	50,42	—	75
80	40,94	42,83	44,72	46,72	48,72	53,52	—	80
85	43,19	45,22	47,25	49,37	51,50	56,60	—	85
90	45,41	47,57	49,74	51,99	54,24	59,64	—	90
Fz.	0,504	0,528	0,552	0,577	0,602	0,662	—	90
95	47,58	49,89	52,20	54,58	56,96	—	—	95
100	49,72	52,18	54,63	57,13	59,63	—	—	100
105	51,83	54,43	57,03	59,66	62,28	—	—	105
110	53,90	56,65	59,40	62,15	64,90	—	—	110
Fz.	0,490	0,515	0,540	0,565	0,590	—	—	110

Gehaltshöhen und Formzahlen der Aspe, Pappel und Erle.

H.	I.	$I^{1}/_{2}$.	II.	$II^{1}/_{2}$	III.	IV.	V.	H.
15	8,23	8,51	8,78	9,08	9,38	10,13	11,16	15
20	10,91	11,28	11,65	12,05	12,45	13,45	14,81	20
25	13,55	14,02	14,48	14,98	15,48	16,73	18,42	25
30	16,15	16,72	17,29	17,89	18,49	19,99	22,00	30
Fz.	0,538	0,557	0,576	0,596	0,616	0,666	0,733	30
35	18,72	19,39	20,06	20,76	21,46	23,21	25,55	35
40	21,25	22,03	22,80	23,60	24,40	26,40	29,05	40
45	23,75	24,63	25,52	26,42	27,32	29,57	32,52	45
50	26,21	27,20	28,20	29,20	30,20	32,70	35,96	50
Fz.	0,524	0,544	0,564	0,584	0,604	0,654	0,719	50
55	28,64	29,74	30,85	31,95	33,05	35,80	39,36	55
60	31,02	32,25	33,47	34,67	35,87	38,87	42,72	60
65	33,38	34,72	36,05	37,35	38,65	41,90	46,05	65
70	35,70	37,15	38,61	40,01	41,41	44,91	49,35	70
Fz.	0,510	0,530	0,551	0,571	0,591	0,641	0,705	70
75	37,98	39,56	41,14	42,64	44,14	47,89	—	75
80	40,23	41,93	43,63	45,23	46,83	50,83	—	80
85	42,44	44,27	46,10	47,80	49,50	53,75	—	85
90	44,61	46,57	48,53	50,33	52,13	56,63	—	90
Fz.	0,495	0,517	0,539	0,559	0,579	0,629	—	90
95	46,75	48,84	50,93	52,83	54,73	—	—	95
100	48,85	51,08	53,30	55,30	57,30	—	—	100
105	50,92	53,28	55,65	57,75	59,85	—	—	105
110	52,96	55,46	57,96	60,16	62,36	—	—	110
Fz.	0,481	0,504	0,526	0,546	0,566	—	—	110

Gehaltshöhen und Formzahlen der Tanne und Fichte.

H.	I.	I¹/₂.	II.	II¹/₂	III.	IV.	V.	H.
15	8,37	8,67	8,97	9,34	9,70	10,60	7,60	15
20	11,08	11,48	11,88	12,37	12,85	14,05	10,05	20
25	13,75	14,25	14,75	15,36	15,96	17,46	12,46	25
30	16,39	16,99	17,59	18,31	19,02	20,82	14,82	30
Fz.	0,546	0,566	0,586	0,610	0,634	0,694	0,494	**30**
35	18,98	19,68	20,38	21,21	22,05	24,15	17,15	35
40	21,54	22,34	23,14	24,08	25,02	27,42	19,42	40
45	24,05	24,95	25,85	26,91	27,96	30,66	21,66	45
50	26,53	27,53	28,53	29,69	30,85	33,85	23,85	50
Fz.	0,530	0,550	0,570	0,593	0,617	0,677	0,477	**50**
55	28,97	30,07	31,17	32,44	33,70	37,00	26,00	55
60	31,37	32,57	33,77	35,14	36,51	40,11	28,11	60
65	33,73	35,03	36,33	37,80	39,27	43,17	30,17	65
70	36,05	37,45	38,85	40,42	42,00	46,20	32,20	70
Fz.	0,515	0,535	0,555	0,577	0,600	0,660	0,460	**70**
75	38,33	39,83	41,33	43,00	44,67	49,17	34,17	75
80	40,57	42,17	43,77	45,54	47,31	52,11	36,11	80
85	42,77	44,47	46,17	48,04	49,90	55,00	38,00	85
90	44,93	46,73	48,53	50,49	52,45	57,85	39,85	90
Fz.	0,499	0,519	0,539	0,561	0,582	0,642	0,442	**90**
95	47,06	48,96	50,86	52,91	54,96	—	—	95
100	49,14	51,14	53,14	55,28	57,42	—	—	100
110	53,19	55,39	57,59	59,91	62,23	—	—	110
120	57,08	59,48	61,88	64,37	66,85	—	—	120
Fz.	0,475	0,495	0,515	0,536	0,557	—	—	**120**

Gehaltshöhen und Formzahlen der Lärche und Kiefer.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	7,36	7,66	7,96	8,40	8,85	10,01	6,75	15
20	9,76	10,16	10,56	11,15	11,73	13,26	8,93	20
25	12,13	12,63	13,18	13,85	14,58	16,47	11,08	25
30	14,47	15,07	15,67	16,58	17,40	19,65	13,20	30
Fz.	0,482	0,502	0,522	0,551	0,580	0,655	0,440	**30**
35	16,78	17,48	18,18	19,18	20,18	22,77	15,28	35
40	19,06	19,86	20,66	21,80	22,98	25,86	17,33	40
45	21,31	22,21	23,11	24,38	25,65	28,91	19,35	45
50	23,54	24,54	25,54	26,93	28,33	31,91	21,33	50
Fz.	0,470	0,490	0,510	0,538	0,566	0,638	0,426	**50**
55	25,73	26,83	27,93	29,46	30,98	34,88	23,28	55
60	27,90	29,10	30,30	31,95	33,60	37,80	25,20	60
65	30,03	31,33	32,63	34,41	36,18	40,68	27,08	65
70	32,14	33,54	34,94	36,83	38,73	43,51	28,93	70
Fz.	0,459	0,479	0,499	0,526	0,553	0,621	0,413	**70**
75	34,22	35,72	37,22	39,23	41,25	46,31	30,75	75
80	36,26	37,86	39,46	41,60	43,73	49,06	32,53	80
85	38,28	39,98	41,68	43,93	46,18	51,78	34,28	85
90	40,27	42,07	43,87	46,23	48,60	54,45	36,00	90
Fz.	0,447	0,467	0,487	0,513	0,540	0,605	0,400	**90**
95	42,23	44,13	46,03	48,51	50,98	—	—	95
100	44,16	46,16	48,16	50,75	53,33	—	—	100
110	47,94	50,14	52,34	55,14	—	—	—	110
120	51,60	54,00	56,40	59,40	—	—	—	120
Fz.	0,430	0,450	0,470	0,495	—	—	—	**120**

Gehaltshöhen und Formzahlen der Birke.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	7,14	7,38	7,62	7,84	8,07	8,67	9,54	15
20	9,44	9,76	10,08	10,38	10,68	11,48	12,64	20
25	11,68	12,09	12,50	12,87	13,25	14,25	15,68	25
30	13,89	14,38	14,88	15,33	15,78	16,98	18,69	30
Fz.	0,463	0,479	0,496	0,511	0,526	0,566	0,623	30
35	16,04	16,63	17,22	17,74	18,27	19,67	21,64	35
40	18,16	18,84	19,52	20,12	20,72	22,32	24,56	40
45	20,22	21,00	21,78	22,45	23,13	24,93	27,42	45
50	22,25	23,12	24,00	24,75	25,50	27,50	30,25	50
Fz.	0,445	0,462	0,480	0,495	0,510	0,550	0,605	50
55	24,22	25,20	26,18	27,00	27,88	30,08	33,02	55
60	26,16	27,24	28,32	29,22	30,12	32,52	35,76	60
65	28,04	29,28	30,42	31,39	32,37	34,97	—	65
70	29,89	31,18	32,48	33,53	34,58	37,38	—	70
Fz.	0,427	0,445	0,464	0,479	0,494	0,534	—	70
75	31,68	33,09	34,50	35,62	36,75	39,75	—	75
80	33,44	34,96	36,48	37,68	38,88	42,08	—	80
85	35,14	36,78	38,42	39,69	40,97	—	—	85
90	36,81	38,56	40,32	41,67	43,02	—	—	90
Fz.	0,409	0,428	0,448	0,463	0,478	—	—	90

III. Erfahrungs-Tafeln

über den

Sortengehalt der Waldbäume.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 74 bis 76: Gehaltshöhen der Baumschäfte mit unbestimmter Entgipfelung. Von oben herein sind die gewöhnlich vorkommenden Baumarten namentlich auf die fünf Schaftgehalts-Klassen und Übergangsstufen bezogen; außerhalb stehen die Schafthöhen. Auf Taf. 76 fände man z. B. für einen Tannenschaft, III½ Kl. und 90′ H, zur Gehaltshöhe 55,78; dazu ergäbe die Walzentafel bei 6′ U zum Schaftgehalt 160 Kfß.

2) Taf. 77 bis 81: Gehalt der Nadelholzbaustämme in Körperfußen. Oben steht die Stammstärke in Umfangsfußen mit den drei angenommenen Gehaltsklassen I, II und III; vorn herunter die Länge der Baustämme von 5 zu 5 Fuß. Jeder dieser Zimmerstämme wird bei ¼ der in Brusthöhe gemessenen Stammstärke entgipfelt. Hiernach hätte z. B. ein Tannenstamm, III. Kl. von 6′ U und 95′ H, 160 Kfß. Taf. 76 gab denselben Schaftgehalt schon bei 90′ H, weil die zu besonderem Gebrauche abgegebenen Schäfte gewöhnlich stärker entgipfelt werden.

3) Taf. 82 und 83: Knüppelholzgehalt in Körperfußen.

4) Taf. 84 und 85: Reisholzgehalt in Körperfußen.

Einen wie den andern findet man nach der Holzart und Holzgehalts-Klasse und nach der oben darüber stehenden Stammstärke in Umfangsfußen. Kommt z. B. einer Eiche von 5′ U im Knüppelholze die IV. und im Reisholze die II. Holzgehalts-Klasse zu: so beträgt jenes 17,75 Kfß. und dieses 11,45 Kfß.

5) Taf. 86: Stockholzgehalt in Körperfußen von Haustöcken und Rodestöcken, jede Sorte in fünf Nutzungsklassen, nach Maßgabe der Stock- und Wurzelhaltigkeit und der Ausbringung. Voran steht die Stammstärke in Umfangsfußen. Eine frei erwachsene Buche von 5$\frac{1}{2}$ Fuß Umfang würde hiernach in IV. Kl. 18,79 Kfß. Rodestockholz geben können.

Gehaltshöhen der Baumschäfte

mit unbestimmter Entgipfelung.

Schafthöhe.	Birke.	Pappel, Kirsche, Erle.	Ahorn, Aspe, Ulme.		Lärche, Kiefer, Esche.	Eiche, Buche, Linde.	Tanne, Fichte.	Schafthöhe.
	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.	
11	10,94	10,96	10,96	10,97	10,97	10,98	10,99	11
12	11,87	11,91	11,92	11,93	11,94	11,96	11,98	12
13	12,78	12,84	12,86	12,88	12,90	12,92	12,96	13
14	13,66	13,76	13,79	13,82	13,85	13,88	13,93	14
15	14,52	14,66	14,71	14,75	14,79	14,83	14,90	15
16	15,36	15,55	15,61	15,67	15,72	15,77	15,85	16
17	16,18	16,42	16,50	16,57	16,64	16,69	16,80	17
18	16,97	17,28	17,38	17,47	17,54	17,61	17,74	18
19	17,74	18,12	18,24	18,35	18,44	18,52	18,67	19
20	18,50	18,95	19,10	19,22	19,33	19,43	19,60	20
21	19,22	19,76	19,93	20,08	20,20	20,32	20,51	21
22	19,93	20,56	20,76	20,93	21,07	21,20	21,42	22
23	20,62	21,34	21,57	21,76	21,93	22,07	22,32	23
24	21,28	22,11	22,37	22,59	22,77	22,93	23,21	24
25	21,92	22,86	23,16	23,40	23,61	23,79	24,10	25
26	22,54	23,60	23,93	24,20	24,43	24,63	24,97	26
27	23,14	24,32	24,69	24,99	25,25	25,47	25,84	27
28	23,71	25,03	25,44	25,77	26,05	26,29	26,70	28
29	24,26	25,72	26,17	26,54	26,84	27,11	27,55	29
30	24,80	26,40	26,90	27,30	27,63	27,92	28,40	30

Gehaltshöhen der Baumschäfte
mit unbestimmter Entgipfelung.

H.	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.	H.
31	25,30	27,06	27,60	28,04	28,40	28,71	29,23	31
32	25,79	27,71	28,30	28,77	29,16	29,50	30,06	32
33	26,26	28,34	28,98	29,49	29,92	30,28	30,88	33
34	26,70	28,96	29,65	30,20	30,66	31,05	31,69	34
35	27,12	29,56	30,31	30,90	31,39	31,81	32,50	35
36	27,52	30,15	30,95	31,59	32,11	32,56	33,29	36
37	27,90	30,72	31,58	32,26	32,82	33,30	34,08	37
38	28,25	31,28	32,20	32,93	33,52	34,03	34,86	38
39	28,58	31,82	32,80	33,58	34,21	34,75	35,63	39
40	28,90	32,35	33,40	34,22	34,90	35,47	36,40	40
41	29,18	32,86	33,97	34,85	35,56	36,17	37,15	41
42	29,45	33,36	34,54	35,47	36,22	36,86	37,90	42
43	29,70	33,84	35,09	36,07	36,87	37,55	38,64	43
44	29,92	34,31	35,63	36,67	37,51	38,22	39,37	44
45	30,12	34,76	36,16	37,25	38,14	38,89	40,10	45
46	30,30	35,20	36,67	37,82	38,76	39,54	40,81	46
47	30,46	35,62	37,17	38,38	39,37	40,19	41,52	47
48	30,59	36,03	37,66	38,93	39,96	40,83	42,22	48
49	30,70	36,42	38,13	39,47	40,55	41,46	42,91	49
50	30,80	36,80	38,60	40,00	41,13	42,08	43,60	50
51	—	37,16	39,04	40,51	41,70	42,68	44,27	51
52	—	37,51	39,48	41,01	42,25	43,28	44,94	52
53	—	37,84	39,90	41,50	42,80	43,87	45,60	53
54	—	38,16	40,31	41,98	43,33	44,46	46,25	54
55	—	38,46	40,71	42,45	43,86	45,03	46,90	55
56	—	38,75	41,09	42,91	44,37	45,59	47,53	56
57	—	39,02	41,46	43,35	44,88	46,14	48,16	57
58	—	39,28	41,82	43,79	45,37	46,69	48,78	58
59	—	39,52	42,16	44,21	45,86	47,22	49,39	59
60	—	39,75	42,50	44,62	46,33	47,75	50,00	60

Gehaltshöhen der Baumschäfte

mit unbestimmter Entgipfelung.

H.	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.
62	—	40,16	43,12	45,41	47,24	48,77	51,1[illegible]
64	—	40,51	43,69	46,15	48,12	49,75	52,[illegible]
66	—	40,80	44,21	46,84	48,95	50,70	53,[illegible]
68	—	41,08	44,68	47,49	49,74	51,60	54,[illegible]
70	—	41,20	45,10	48,10	50,50	52,48	55,[illegible]
72	—	—	45,46	48,65	51,20	53,31	56,[illegible]
74	—	—	45,77	49,16	51,87	54,10	57,[illegible]
76	—	—	46,03	49,63	52,50	54,86	58,[illegible]
78	—	—	46,24	50,05	53,09	55,58	59,[illegible]
80	—	—	46,40	50,42	53,63	56,27	60,[illegible]
82	—	—	—	50,75	54,13	56,91	61,[illegible]
84	—	—	—	51,03	54,59	57,52	62,[illegible]
86	—	—	—	51,26	55,01	58,09	62,[illegible]
88	—	—	—	51,45	55,39	58,62	63,[illegible]
90	—	—	—	51,60	55,73	59,12	64,[illegible]
92	—	—	—	—	56,03	59,57	65,[illegible]
94	—	—	—	—	56,28	59,99	65,[illegible]
96	—	—	—	—	56,49	60,37	66,[illegible]
98	—	—	—	—	56,67	60,72	67,[illegible]
100	—	—	—	—	56,80	61,03	67,[illegible]
102	—	—	—	—	—	61,29	68,[illegible]
104	—	—	—	—	—	61,53	68,[illegible]
106	—	—	—	—	—	61,72	69,[illegible]
108	—	—	—	—	—	61,88	69,[illegible]
110	—	—	—	—	—	62,00	70,[illegible]
112	—	—	—	—	—	—	70,[illegible]
114	—	—	—	—	—	—	70,[illegible]
116	—	—	—	—	—	—	71,[illegible]
118	—	—	—	—	—	—	71,[illegible]
120	—	—	—	—	—	—	71,[illegible]

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge.	3/4 Fuß Umfang.			1 Fuß Umfang.			1 1/4 Fuß Umfang.		
Fuß.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
20	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,3	1,5	1,6
25	0,6	0,6	0,7	1,0	1,2	1,3	1,7	1,8	2,0
30	0,7	0,8	0,8	1,3	1,4	1,5	2,0	2,2	2,4
35	0,8	0,9	1,0	1,5	1,6	1,8	2,3	2,6	2,8
40	0,9	1,0	1,1	1,7	1,8	2,0	2,6	2,9	3,2
45	1,0	1,1	1,3	1,9	2,1	2,3	3,0	3,3	3,6
50	1,1	1,3	1,4	2,1	2,3	2,5	3,3	3,6	3,9
55	1,3	1,4	1,5	2,3	2,5	2,7	3,6	3,9	4,3
60	1,4	1,5	1,6	2,5	2,7	3,0	3,9	4,3	4,7
65	1,5	1,6	1,8	2,7	2,9	3,2	4,2	4,6	5,0
70	1,6	1,7	1,9	2,9	3,1	3,4	4,5	4,9	5,3
75	1,7	1,9	2,0	3,1	3,3	3,6	4,8	5,2	5,7
80	1,8	2,0	2,1	3,3	3,5	3,8	5,1	5,6	6,0

Länge.	1 1/2 Fuß Umfang.			1 3/4 Fuß Umfang.			2 Fuß Umfang.		
Fuß.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
25	2,4	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	4,3	4,8	5,3
30	2,9	3,2	3,5	3,9	4,4	4,8	5,2	5,7	6,3
35	3,3	3,7	4,1	4,6	5,1	5,6	6,0	6,6	7,3
40	3,8	4,2	4,6	5,2	5,8	6,3	6,8	7,5	8,3
45	4,3	4,7	5,2	5,8	6,4	7,1	7,6	8,4	9,2
50	4,7	5,2	5,7	6,5	7,1	7,8	8,5	9,3	10,2
55	5,2	5,7	6,2	7,1	7,8	8,5	9,3	10,2	11,1
60	5,6	6,2	6,7	7,7	8,4	9,2	10,1	11,0	12,0
65	6,1	6,7	7,2	8,3	9,1	9,8	10,9	11,9	12,9
70	6,5	7,1	7,7	8,9	9,7	10,5	11,6	12,7	13,7
75	7,0	7,6	8,2	9,5	10,3	11,1	12,4	13,5	14,6
80	7,4	8,0	8,6	10,1	10,9	11,8	13,2	14,3	15,4
85	7,8	8,5	9,1	10,7	11,5	12,4	14,0	15,1	16,2

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge. Fuß.	2 1/4 Fuß Umfang.			2 1/2 Fuß Umfang.			2 3/4 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
30	6,5	7,3	8,0	8,1	9,0	9,9	9,8	10,9	12,0
35	7,6	8,4	9,2	9,4	10,4	11,4	11,4	12,6	13,8
40	8,7	9,6	10,5	10,7	11,8	12,9	12,9	14,3	15,7
45	9,7	10,7	11,7	12,0	13,2	14,4	14,5	16,0	17,5
50	10,7	11,8	12,9	13,3	14,6	15,9	16,0	17,7	19,3
55	11,7	12,9	14,0	14,5	15,9	17,3	17,6	19,3	21,0
60	12,8	14,0	15,2	15,8	17,3	18,8	19,1	20,9	22,7
65	13,8	15,0	16,3	17,0	18,6	20,1	20,6	22,5	24,4
70	14,8	16,1	17,4	18,2	19,9	21,5	22,1	24,0	26,0
75	15,7	17,1	18,5	19,4	21,1	22,8	23,5	25,6	27,6
80	16,7	18,1	19,5	20,6	22,4	24,1	25,0	27,1	29,2
85	17,7	19,1	20,5	21,8	23,6	25,4	26,4	28,6	30,7
90	18,6	20,1	21,5	23,0	24,8	26,6	27,8	30,0	32,2

Länge. Fuß.	3 Fuß Umfang.			3 1/4 Fuß Umfang.			3 1/2 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
35	13,5	15,0	16,5	15,9	17,6	19,3	18,5	20,4	22,4
40	15,4	17,0	18,7	18,1	20,0	21,9	21,0	23,2	25,4
45	17,3	19,0	20,8	20,3	22,4	24,4	23,5	25,9	28,4
50	19,1	21,0	22,9	22,4	24,7	26,9	26,0	28,6	31,2
55	20,9	23,0	25,0	24,6	27,0	29,3	28,5	31,3	34,0
60	22,7	24,9	27,0	26,7	29,2	31,7	30,9	33,9	36,8
65	24,5	26,8	29,0	28,8	31,4	34,1	33,4	36,4	39,5
70	26,3	28,6	30,9	30,8	33,6	36,3	35,8	39,0	42,1
75	28,0	30,4	32,9	32,9	35,7	38,6	38,2	41,4	44,7
80	29,7	32,2	34,7	34,9	37,8	40,7	40,5	43,9	47,3
85	31,5	34,0	36,5	36,9	39,9	42,9	42,8	46,3	49,7
90	33,1	35,7	38,3	38,9	41,9	45,0	45,1	48,6	52,2
95	34,8	37,4	40,0	40,9	43,9	47,0	47,4	51,0	54,5

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge. Fuß.	3³/4 Fuß Umfang.			4 Fuß Umfang.			4¹/4 Fuß Umfang		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
40	24,1	26,7	29,2	27,5	30,3	33,2	31,0	34,3	37,5
45	27,0	29,8	32,6	30,7	33,9	37,0	34,7	38,3	41,8
50	29,9	32,9	35,9	34,0	37,4	40,8	38,4	42,2	46,1
55	32,7	35,9	39,1	37,2	40,9	44,5	42,0	46,1	50,2
60	35,5	38,9	42,3	40,4	44,3	48,1	45,7	50,0	54,3
65	38,3	41,8	45,4	43,6	47,6	51,6	49,2	53,7	58,3
70	41,1	44,7	48,4	46,7	50,9	55,1	52,8	57,5	62,2
75	43,8	47,6	51,4	49,8	54,1	58,4	56,3	61,1	66,0
80	46,5	50,4	54,3	52,9	57,3	61,7	59,7	64,7	69,7
85	49,2	53,1	57,1	56,0	60,5	65,0	63,2	68,8	73,4
90	51,8	55,8	59,9	59,0	63,5	68,1	66,6	71,7	76,9
95	54,4	58,5	62,6	61,9	66,6	71,2	69,9	75,2	80,4
100	57,0	61,1	65,2	64,9	69,6	74,2	73,3	78,5	83,8

Länge. Fuß.	4¹/2 Fuß Umfang.			4³/4 Fuß Umfang.			5 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
45	38,9	42,9	46,9	43,4	47,8	52,3	48,1	53,0	57,9
50	43,1	47,4	51,7	48,0	52,8	57,6	53,2	58,5	63,8
55	47,1	51,7	56,3	52,5	57,6	62,7	58,2	63,9	69,5
60	51,2	56,0	60,9	57,0	62,4	67,8	63,2	69,2	75,2
65	55,2	60,3	65,3	61,5	67,2	72,8	68,2	74,4	80,7
70	59,2	64,4	69,7	65,9	71,8	77,7	73,1	79,6	86,1
75	63,1	68,5	74,0	70,3	76,4	82,4	77,9	84,6	91,3
80	67,0	72,6	78,2	74,6	80,9	87,1	82,7	89,6	96,5
85	70,8	76,5	82,2	78,9	85,3	91,6	87,5	94,5	101,6
90	74,6	80,4	86,2	83,2	89,6	96,1	92,2	99,3	106,5
95	78,4	84,3	90,1	87,4	93,9	100,4	96,8	104,1	111,3
100	82,1	88,0	94,0	91,5	98,1	104,7	101,4	108,7	116,0
105	85,8	91,7	97,7	95,6	102,2	108,8	106,0	113,3	120,6

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge. Fuß.	5¼ Fuß Umfang.			5½ Fuß Umfang.			5¾ Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
50	58,6	64,5	70,3	64,3	70,8	77,2	70,3	77,3	84,4
55	64,2	70,4	76,7	70,5	77,3	84,1	77,0	84,5	92,0
60	69,7	76,3	82,9	76,5	83,7	90,9	83,6	91,5	99,4
65	75,2	82,0	88,9	82,5	90,1	97,6	90,2	98,4	106,7
70	80,6	87,7	94,9	88,4	96,3	104,1	96,6	105,2	113,8
75	85,9	93,3	100,7	94,3	102,4	110,5	103,1	111,9	120,8
80	91,2	98,8	106,4	100,1	108,4	116,8	109,4	118,5	127,6
85	96,4	104,2	112,0	105,8	114,4	122,9	115,7	125,0	134,3
90	101,6	109,5	117,4	111,5	120,2	128,9	121,9	131,4	140,8
95	106,7	114,7	122,7	117,2	125,9	134,7	128,0	137,6	147,2
100	111,8	119,9	127,9	122,7	131,5	140,4	134,1	143,8	153,4
105	116,8	124,9	132,9	128,2	137,1	145,9	140,2	149,8	159,5
110	121,8	129,8	137,9	133,7	142,5	151,3	146,1	155,8	165,4

Länge. Fuß.	6 Fuß Umfang.			6¼ Fuß Umfang.			6½ Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
55	83,9	92,0	100,1	91,0	99,8	108,7	98,4	108,0	117,5
60	91,1	99,6	108,2	98,8	108,1	117,5	106,9	117,0	127,0
65	98,2	107,2	116,2	106,5	116,3	126,1	115,2	125,8	136,4
70	105,2	114,6	123,9	114,2	124,3	134,5	123,5	134,5	145,5
75	112,2	121,9	131,6	121,8	132,3	142,7	131,7	143,1	154,4
80	119,1	129,1	139,0	129,3	140,0	150,8	139,8	151,5	163,1
85	126,0	136,1	146,3	136,7	147,7	158,7	147,8	159,8	171,7
90	132,7	143,0	153,4	144,0	155,2	166,4	155,8	167,9	180,0
95	139,4	149,9	160,3	151,3	162,6	173,9	163,6	175,9	188,1
100	146,1	156,6	167,1	158,5	169,9	181,3	171,4	183,7	196,1
105	152,6	163,1	173,7	165,6	177,0	188,4	179,1	191,5	203,8
110	159,1	169,6	180,1	172,6	184,0	195,4	186,7	199,0	211,4
115	165,5	175,9	186,4	179,6	190,9	202,2	194,2	206,5	218,7

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge. Fuß.	6³/₄ Fuß Umfang.			7 Fuß Umfang.			7¹/₄ Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
60	115,2	126,1	137,0	123,9	135,6	147,3	133,0	145,5	158,1
65	124,3	135,7	147,0	133,6	145,9	158,1	143,4	156,5	169,6
70	133,2	145,0	156,9	143,2	156,0	168,7	153,7	167,3	181,0
75	142,0	154,3	166,5	152,8	165,9	179,1	163,9	178,0	192,1
80	150,8	163,4	175,9	162,2	175,7	189,2	174,0	188,5	203,0
85	159,4	172,3	185,1	171,5	185,3	199,1	183,9	198,8	213,6
90	168,0	181,1	194,1	180,7	194,7	208,8	193,8	208,9	223,6
95	176,5	189,7	202,9	189,8	204,0	218,2	203,6	218,8	234,1
100	184,9	198,2	211,5	198,8	213,1	227,4	213,3	228,6	243,9
105	193,2	206,5	219,8	207,7	222,1	236,4	222,8	238,2	253,6
110	201,4	214,7	227,9	216,6	230,9	245,2	232,3	247,6	263,0
115	209,5	222,7	235,9	225,3	239,5	253,7	241,7	256,9	272,1
120	217,5	230,5	243,6	233,9	247,9	262,0	250,9	266,0	281,0

Länge. Fuß.	7¹/₂ Fuß Umfang.			7³/₄ Fuß Umfang.			8 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
60	142,3	155,7	169,2	151,9	166,3	180,6	161,9	177,2	192,5
65	153,4	167,5	181,6	163,8	178,8	193,9	174,6	190,6	206,6
70	164,5	179,1	193,7	175,6	191,2	206,8	187,1	203,8	220,4
75	175,4	190,5	205,6	187,3	203,4	219,5	199,5	216,7	233,9
80	186,2	201,7	217,2	198,8	215,4	231,9	211,8	229,5	247,1
85	196,8	212,7	228,6	210,2	227,1	244,0	224,0	242,0	260,1
90	207,4	223,5	239,7	221,5	238,7	255,9	236,0	254,3	272,7
95	217,9	234,2	250,5	232,7	250,1	267,5	247,9	266,5	285,0
100	228,2	244,7	261,1	243,7	261,2	278,8	259,7	278,4	297,0
105	238,5	254,9	271,4	254,6	272,2	289,8	271,3	290,1	308,8
110	248,6	265,0	281,4	265,5	283,0	300,5	282,9	301,5	320,2
115	258,6	274,9	291,2	276,2	293,6	311,0	294,3	312,8	331,4
120	268,5	284,6	300,8	286,7	303,9	321,1	305,5	323,9	342,2

Knüppelholzgehalt in Körperfußen.

Stammumf.		2	2½	3	3½	4	4½	5	5½
Eiche.	I.	2,00	2,87	3,00	3,87	5,00	6,37	8,00	9,87
	II.	2,25	2,96	4,00	5,34	7,00	8,96	11,25	13,84
	III.	2,50	3,56	5,00	6,81	9,00	11,56	14,50	17,81
	IV.	2,75	4,15	6,00	8,28	11,00	14,15	17,75	21,78
	V.	3,00	4,75	7,00	9,75	13,00	16,75	21,00	25,75
Buche. Linde.	I.	1,90	2,23	2,80	3,58	4,60	5,83	7,30	8,98
	II.	2,15	2,79	3,72	4,93	6,42	8,19	10,25	12,58
	III.	2,40	3,35	4,65	6,28	8,25	10,55	13,20	16,18
	IV.	2,65	3,91	5,57	7,62	10,07	12,91	16,15	19,77
	V.	2,90	4,47	6,50	8,97	11,90	15,27	19,10	23,37
Esche. Ahorn. Ulme.	I.	1,80	2,10	2,60	3,30	4,20	5,30	6,60	8,10
	II.	2,05	2,60	3,40	4,44	5,72	7,25	9,02	11,04
	III.	2,30	3,10	4,20	5,58	7,25	9,20	11,45	13,98
	IV.	2,55	3,60	5,00	6,72	8,77	11,15	13,87	16,92
	V.	2,80	4,11	5,80	7,86	10,30	13,11	16,30	19,86
Aspe. Pappel. Erle.	I.	1,70	1,96	2,40	3,01	3,80	4,76	5,90	7,21
	II.	1,95	2,40	3,07	3,94	5,02	6,30	7,80	9,49
	III.	2,20	2,85	3,75	4,88	6,25	7,85	9,70	11,78
	IV.	2,45	3,30	4,42	5,81	7,47	9,40	11,60	14,06
	V.	2,70	3,75	5,10	6,75	8,70	10,95	13,50	16,35
Nadel-holz.	I.	1,80	1,82	1,86	1,94	2,07	2,27	2,57	2,99
	II.	1,97	2,01	2,10	2,26	2,52	2,92	3,51	4,35
	III.	2,15	2,21	2,34	2,58	2,97	3,57	4,46	5,72
	IV.	2,32	2,40	2,58	2,90	3,42	4,22	5,40	7,08
	V.	2,50	2,60	2,82	3,22	3,87	4,87	6,35	8,45
Birke.	I.	1,60	1,82	2,20	2,72	3,40	4,22	5,20	6,32
	II.	1,85	2,21	2,75	3,45	4,32	5,36	6,57	7,95
	III.	2,10	2,60	3,30	4,18	5,25	6,50	7,95	9,58
	IV.	2,35	2,99	3,85	4,90	6,17	7,64	9,32	11,20
	V.	2,60	3,38	4,40	5,63	7,10	8,78	10,70	12,83

Knüppelholzgehalt in Körperfußen.

6	6½	7	7½	8	8½	9	9½	10	Klasse
12,00	14,37	17,00	19,87	23,00	26,37	30,00	33,62	37,25	I.
16,75	19,96	23,50	27,34	31,50	35,96	40,75	45,53	50,31	II.
21,50	25,56	30,00	34,81	40,00	45,56	51,50	57,43	63,37	III.
26,25	31,15	36,50	42,28	48,50	55,15	62,25	69,34	76,43	IV.
31,00	36,75	43,00	49,75	57,00	64,75	73,00	81,25	89,50	V.
10,90	13,03	15,40	17,98	20,80	23,83	27,10	30,36	33,62	I.
15,20	18,09	21,27	24,73	28,47	32,49	36,80	41,10	45,40	II.
19,50	23,15	27,15	31,48	36,15	41,15	46,50	51,84	57,18	III.
23,80	28,21	33,02	38,22	43,82	49,81	56,20	62,58	68,96	IV.
28,10	33,27	38,90	44,97	51,50	58,47	65,90	73,32	80,75	V.
9,80	11,70	13,80	16,10	18,60	21,10	23,60	23,60	23,60	I.
13,30	15,80	18,55	21,54	24,77	28,00	31,24	31,24	31,24	II.
16,80	19,90	23,30	26,98	30,95	34,91	38,88	38,88	38,88	III.
20,30	24,00	28,05	32,42	37,12	41,82	46,53	46,53	46,53	IV.
23,80	28,11	32,80	37,86	43,30	48,73	54,17	54,17	54,17	V.
8,70	10,36	12,20	14,08	15,87	15,87	15,87	15,87	15,87	I.
11,40	13,50	15,82	18,14	20,45	20,45	20,45	20,45	20,45	II.
14,10	16,65	19,45	22,24	25,03	25,08	25,03	25,08	25,03	III.
16,80	19,80	23,07	26,34	29,61	29,61	29,61	29,61	29,61	IV.
19,50	22,95	26,70	30,45	34,20	34,20	34,20	34,20	34,20	V.
3,57	4,35	5,37	6,69	8,36	10,38	12,40	12,40	12,40	I.
5,51	7,07	9,12	11,76	15,10	19,14	23,62	23,62	23,62	II.
7,46	9,80	12,87	16,83	21,84	27,90	34,84	34,84	34,84	III.
9,40	12,52	16,62	21,90	28,58	36,66	46,05	46,05	46,05	IV.
11,85	15,25	20,87	26,97	35,32	45,42	57,27	57,27	57,27	V.
7,60	8,87	10,15	10,15	10,15	10,15	10,15	10,15	10,15	I.
9,50	11,04	12,59	12,59	12,59	12,59	12,59	12,59	12,59	II.
11,40	13,21	15,08	15,08	15,03	15,03	15,08	15,08	15,03	III.
13,30	15,39	17,48	17,48	17,48	17,48	17,48	17,48	17,48	IV.
15,20	17,56	19,92	19,92	19,92	19,92	19,92	19,92	19,92	V.

Reisholzgehalt in Körperfußen.

Stammumf.		2	2½	3	3½	4	4½	5	5½
Eiche.	I.	1,60	2,00	2,80	3,95	5,40	7,10	9,00	11,05
	II.	2,20	2,70	3,70	5,14	6,95	9,07	11,45	14,01
	III.	2,80	3,40	4,60	6,33	8,50	11,05	13,90	16,97
	IV.	3,40	4,10	5,50	7,52	10,05	13,02	16,35	19,93
	V.	4,00	4,80	6,40	8,70	11,60	15,00	18,80	22,90
Buche. Linde.	I.	1,50	1,87	2,62	3,70	5,05	6,62	8,37	10,25
	II.	2,07	2,54	3,48	4,82	6,51	8,48	10,66	13,01
	III.	2,65	3,21	4,33	5,95	7,97	10,33	12,96	15,77
	IV.	3,22	3,88	5,19	7,07	9,43	12,19	15,25	18,53
	V.	3,80	4,55	6,05	8,20	10,90	14,05	17,55	21,30
Esche. Ahorn. Ulme.	I.	1,40	1,75	2,45	3,45	4,70	6,15	7,75	9,45
	II.	1,95	2,38	3,26	4,51	6,07	7,89	9,89	12,01
	III.	2,50	3,02	4,07	5,57	7,45	9,63	12,03	14,57
	IV.	3,05	3,66	4,88	6,63	8,82	11,37	14,17	17,13
	V.	3,60	4,30	5,70	7,70	10,20	13,10	16,30	19,70
Aspe. Pappel. Erle.	I.	1,30	1,62	2,27	3,20	4,35	5,67	7,12	8,65
	II.	1,82	2,23	3,04	4,20	5,63	7,29	9,10	11,01
	III.	2,35	2,83	3,81	5,20	6,92	8,91	11,08	13,37
	IV.	2,87	3,44	4,58	6,20	8,21	10,53	13,06	15,73
	V.	3,40	4,05	5,35	7,20	9,50	12,15	15,05	18,10
Nadelholz.	I.	0,60	0,80	1,20	1,77	2,50	3,35	4,30	5,32
	II	1,15	1,43	2,01	2,84	3,90	5,15	6,56	8,10
	III.	1,70	2,07	2,82	3,91	5,30	6,95	8,82	10,88
	IV.	2,25	2,71	3,63	4,98	6,70	8,75	11,08	13,66
	V.	2,80	3,35	4,45	6,05	8,10	10,55	13,35	16,45
Birke.	I.	1,20	1,50	2,10	2,95	4,00	5,20	6,50	7,85
	II.	1,65	2,02	2,77	3,83	5,15	6,65	8,27	9,96
	III.	2,10	2,55	3,45	4,72	6,30	8,10	10,05	12,07
	IV.	2,55	3,07	4,12	5,61	7,45	9,55	11,82	14,18
	V.	3,00	3,60	4,80	6,50	8,60	11,00	13,60	16,30

Reisholzgehalt in Körperfußen.

6	6½	7	7½	8	8½	9	9½	10	Klasse
13,20	15,40	17,60	19,80	22,00	24,20	26,40	28,60	30,80	I.
16,70	19,45	22,20	24,95	27,70	30,45	33,20	35,95	38,70	II.
20,20	23,50	26,80	30,10	33,40	36,70	40,00	43,30	46,60	III.
23,70	27,55	31,40	35,25	39,10	42,95	46,80	50,65	54,50	IV.
27,20	31,60	36,00	40,40	44,80	49,20	53,60	58,00	62,40	V.
12,20	14,17	16,15	18,12	20,10	22,07	24,05	26,02	28,00	I.
15,45	17,91	20,39	22,85	25,32	27,79	30,26	32,73	35,20	II.
18,70	21,66	24,63	27,58	30,55	33,51	36,47	39,43	42,40	III.
21,95	25,40	28,87	32,31	35,77	39,23	42,68	46,14	49,60	IV.
25,20	29,15	33,10	37,05	41,00	44,95	48,90	52,85	56,80	V.
11,20	12,95	14,70	16,45	18,20	19,95	21,70	21,70	21,70	I.
14,20	16,38	18,57	20,76	22,95	25,13	27,32	27,32	27,32	II.
17,20	19,82	22,45	25,07	27,70	30,32	32,95	32,95	32,95	III.
20,20	23,26	26,32	29,38	32,45	35,51	38,57	38,57	38,57	IV.
23,20	26,70	30,20	33,70	37,20	40,70	44,20	44,20	44,20	V.
10,20	11,75	13,30	14,85	16,40	16,40	16,40	16,40	16,40	I.
12,95	14,88	16,82	18,76	20,70	20,70	20,70	20,70	20,70	II.
15,70	18,02	20,35	22,67	25,00	25,00	25,00	25,00	25,00	III.
18,45	21,16	23,87	26,58	29,30	29,30	29,30	29,30	29,30	IV.
21,20	24,30	27,40	30,50	33,60	33,60	33,60	33,60	33,60	V.
6,40	7,50	8,60	9,70	10,80	11,90	13,00	13,00	13,00	I.
9,75	11,46	13,21	14,98	16,78	18,56	20,35	20,35	20,35	II.
13,10	15,42	17,82	20,27	22,75	25,22	27,70	27,70	27,70	III.
16,45	19,38	22,43	25,56	28,73	31,88	35,05	35,05	35,05	IV.
19,80	23,35	27,05	30,85	34,70	38,55	42,40	42,40	42,40	V.
9,20	10,55	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	I.
11,65	13,34	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	II.
14,10	16,13	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	III.
16,55	18,92	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	IV.
19,00	21,70	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	V.

Stockholzgehalt in Körperfußen.

Stamm-Umfang. Fuß.	Haustöcke.					Rodestöcke.				
	I.	II.	III.	IV.	V.	I.	II.	III.	IV.	V.
1½	0,31	0,36	0,41	0,46	0,51	0,58	0,69	0,81	0,92	1,04
2	0,57	0,66	0,76	0,85	0,95	1,13	1,34	1,55	1,76	1,98
2½	0,92	1,07	1,23	1,38	1,54	1,93	2,27	2,62	2,97	3,32
3	1,36	1,59	1,82	2,05	2,29	2,99	3,51	4,03	4,55	5,08
3½	1,90	2,22	2,55	2,88	3,21	4,32	5,06	5,80	6,54	7,28
4	2,54	2,99	3,43	3,88	4,32	5,93	6,93	7,93	8,93	9,94
4½	3,22	3,78	4,35	4,91	5,47	7,83	9,14	10,45	11,76	13,08
5	3,97	4,67	5,37	6,06	6,76	10,03	11,70	13,37	15,04	16,72
5½	4,81	5,65	6,50	7,34	8,18	12,54	14,62	16,71	18,79	20,88
6	5,72	6,73	7,73	8,73	9,74	15,37	17,92	20,47	23,02	25,58
6½	6,72	7,90	9,07	10,25	11,43	18,53	21,60	24,68	27,76	30,84
7	7,79	9,16	10,52	11,89	13,25	22,03	25,69	29,35	33,01	36,68
7½	8,95	10,51	12,08	13,65	15,21	25,88	30,19	34,50	38,81	43,12
8	10,18	11,96	13,75	15,53	17,31	30,09	35,11	40,13	45,15	50,18
8½	11,49	13,51	15,52	17,53	19,54	34,67	40,47	46,27	52,07	57,88
9	12,89	15,14	17,40	19,65	21,91	39,63	46,28	52,93	58,58	66,24
9½	14,36	16,87	19,39	21,90	24,41	44,98	52,55	60,13	67,70	75,28
10	15,91	18,70	21,48	24,27	27,05	50,73	59,30	67,87	76,44	85,02

IV. Holzzuwachs-Tafeln

zur Ermittelung

des laufenden Jahreszuwachses

an Bäumen und Waldbeständen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 88 u. 89: Hier findet man zuvörderst das ganze Höhenzuwachsmaß zu dem fest angenommenen halbzolligen Jahrringstärkenmaße in Werkzollen, für jede obenan stehende Umfangstärke und voran stehende Scheitelhöhe. Von einem Stamme zu 2¾′ U und 60′ H beträgt dasselbe 68 Zoll.

2) Taf. 90 u. 91: Der volle Höhenzuwachs in Zollen zum jüngsten Jahrringe wird hinter jenem voran stehenden Höhenzuwachsmaße und unter der obenan stehenden jüngsten Jahrringstärke aufgesucht, mit dem wirklichen Höhenzuwachse verglichen und hiernach die Höhenzuwachsklasse zu 1, ¾, ½, ¼ oder 0 bestimmt. Finden sich zu obigem Höhenzuwachsmaße von 68 Zoll auf dem äußersten ½ Zoll 11 Jahrringe, so kommt auf einen jeden (68 : 11) etwa 6 Zoll voller Höhenzuwachs, und ein wirklicher Höhenzuwachs von 3 Zoll entspräche der Höhenzuwachsklasse 3/6 oder ½. — Man findet die Inzahlen zu dem voran stehenden Höhenzuwachsmaße von 1 bis 20 hinter den 10mal größern Vorzahlen, auch alle ohne Unterschied mittels Division des Höhenzuwachsmaßes durch die auf dem Stärkenzuwachsmaße befindliche Jahrringzahl.

3) Taf. 92 bis 102: Prozente des Holzzuwachses. Diese sucht man hier von oben herein nach der Umfangstärke und der Höhenzuwachsklasse, von der Seite herein nach dem Stärkenzuwachse. Obiger Stamm von 2¾′ U, 1/16 Stärken- und ½ Höhenzuwachs hätte 2,16 pCt., also von 24 c′ Massengehalt

$$\frac{24 \times 2{,}16}{100} = 0{,}5184 \text{ c}'$$

zum laufenden einjährigen Massenzuwachse.

Hätten die zu Taf. II. im 5. Beispiele berechneten 173 Kiefern von 3½′ U, 65 H, III. Klasse noch 1/12 Stärken- und 3″ wirklichen Höhenzuwachs gehabt: so betrüge ihr Höhenzuwachsmaß 58″, ihr voller 1jähriger Höhenzuwachs 4″, ihre Höhenzuwachsklasse ¾ und ihr Massenzuwachs 1,46 pCt. Dies gäbe von den 5500 Kfß. Massengehalt 80,3 Kfß. Zuwachs.

Käme eine in diesen Tafeln nicht befindliche Jahrringstärke vor, so wäre die ihr angehörige Zahl nach dem Betrage einer andern gegebenen Stärke leicht zu berechnen. Wäre z. B. das Höhenzuwachsmaß 30″, so betrüge davon der volle 1jährige Zuwachs auf ⅑ Jahrringstärke 30 × ⅑ = 3⅓″; auf ⅓, 30 × ⅓ = 10″; auf ⅔, 30 × ⅔ = 20″; auf 1⅓, 30 × 4/3 = 40″. Zu 2′ U und ½ Höhenzuwachs wären die Prozente des Holzzuwachses auf ⅓ Jahrringstärke 10,9; also auf ⅔ das Doppelte, 2 × 10,9 = 21,8; auf 1⅓ = 4/3, 4 × 10,9 = 43,6, oder auch 32,7 auf 1 und dazu 10,9 auf ⅓ = 43,6.

Es lassen sich also diese Zuwachstafeln für jeden, in einer andern Bruchform ausgedrückten Stärkenzuwachs gebrauchen. Auch sind dieselben ohne Weiteres auf Zehntelmaß anzuwenden: man darf nur den wirklichen Höhenzuwachs nach Zwölftelfußen bestimmen und dazu dem Zuwachsstäbchen 1/24 des Fußes zur Maßeinheit geben, was beides neben dem Gebrauche des zehntheiligen Maßes recht gut bestehen kann.

Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen

zu dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße.

Höhe.	Der Stämme											
	Umfangstärke in Fußen.											
Fuß.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	3
10	125	62	41	31	25	20	17	15	13	12	11	10
15	188	94	62	47	37	31	26	23	20	18	17	15
20	251	125	83	62	50	41	35	31	27	25	22	20
25	314	157	104	78	62	52	44	39	34	31	28	26
30	376	188	125	94	75	62	53	47	41	37	34	31
35	439	219	146	109	87	73	62	54	48	43	39	36
40	502	251	167	125	100	83	71	62	55	50	45	41
45	565	282	188	141	113	94	80	70	62	56	51	47
50	628	314	209	157	125	104	89	78	69	62	57	52
55	691	345	230	172	138	115	98	86	76	69	62	57
60	753	376	251	188	150	125	107	94	83	75	68	62
65	816	408	272	204	163	136	116	102	90	81	74	68
70	879	439	293	219	175	146	125	109	97	87	79	73
75	942	471	314	235	188	157	134	117	104	94	85	78
80	1005	502	335	251	201	167	143	125	111	100	91	83
85	1068	534	356	267	213	178	152	133	118	106	97	89
90	1130	565	376	282	226	188	161	141	125	113	102	94
95	1193	596	397	298	238	198	170	149	132	119	108	99
100	1256	628	418	314	251	209	179	157	139	125	114	104
105	1319	659	439	329	263	219	188	164	146	131	119	109
110	1382	691	460	345	276	230	197	172	153	138	125	115
115	1445	722	481	361	289	240	206	180	160	144	131	120
120	1507	753	502	376	301	251	215	188	167	150	137	125
125	1570	785	523	392	314	261	224	196	174	157	142	130
130	1633	816	544	408	326	272	233	204	181	163	148	136

Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen
zu dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße.

Der Stämme												
Höhe.	Umfangstärke in Fußen.											
Fuß.	3½	4	4½	5	5½	6	7	8	9	10	11	12
10	8	7	6	6	5	5	4	3	3	3	2	2
15	13	11	10	9	8	7	6	5	5	4	4	3
20	17	15	13	12	11	10	8	7	6	6	5	5
25	22	19	17	15	14	13	11	9	8	7	7	6
30	26	23	20	18	17	15	13	11	10	9	8	7
35	31	27	24	21	19	18	15	13	12	10	9	9
40	35	31	27	25	22	20	17	15	13	12	11	10
45	40	35	31	28	25	23	20	17	15	14	12	11
50	44	39	34	31	28	26	22	19	17	15	14	13
55	49	43	38	34	31	28	24	21	19	17	15	14
60	53	47	41	37	34	31	26	23	20	18	17	15
65	58	51	45	40	37	34	29	25	22	20	18	17
70	62	54	48	43	39	36	31	27	24	21	19	18
75	67	58	52	47	42	39	33	29	26	23	21	19
80	71	62	55	50	45	41	35	31	27	25	22	20
85	76	66	59	53	48	44	38	33	29	26	24	22
90	80	70	62	56	51	47	40	35	31	28	25	23
95	85	74	66	59	54	49	42	37	33	29	27	24
100	89	78	69	62	57	52	44	39	34	31	28	26
105	94	82	73	65	59	54	47	41	36	32	29	27
110	98	86	76	69	62	57	49	43	38	34	31	28
115	103	90	80	72	65	60	51	45	40	36	32	30
120	107	94	83	75	68	62	53	47	41	37	34	31
125	112	98	87	78	71	65	56	49	43	39	35	32
130	116	102	90	81	74	68	58	51	45	40	37	34

Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen.	Antheil des jüngsten Jahrringes von dem 1/2 Zoll im R.										
	1/4	1/6	1/8	1/10	1/12	1/14	1/16	1/18	1/20	1/22	1/24
22	5,5	3,6	2,7	2,2	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9
24	6,0	4,0	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	1,0	1,0
26	6,5	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0
28	7,0	4,6	3,5	2,8	2,3	2,0	1,7	1,5	1,4	1,2	1,1
30	7,5	5,0	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	1,3	1,2
32	8,0	5,3	4,0	3,2	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	1,4	1,3
34	8,5	5,6	4,2	3,4	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	1,5	1,4
36	9,0	6,0	4,5	3,6	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	1,6	1,5
38	9,5	6,3	4,7	3,8	3,1	2,7	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5
40	10,0	6,6	5,0	4,0	3,3	2,8	2,5	2,2	2,0	1,8	1,6
42	10,5	7,0	5,2	4,2	3,5	3,0	2,6	2,3	2,1	1,9	1,7
44	11,0	7,3	5,5	4,4	3,6	3,1	2,7	2,4	2,2	2,0	1,8
46	11,5	7,6	5,7	4,6	3,8	3,2	2,8	2,5	2,3	2,0	1,9
48	12,0	8,0	6,0	4,8	4,0	3,4	3,0	2,6	2,4	2,1	2,0
50	12,5	8,3	6,2	5,0	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	2,2	2,0
52	13,0	8,6	6,5	5,2	4,3	3,7	3,2	2,8	2,6	2,3	2,1
54	13,5	9,0	6,7	5,4	4,5	3,8	3,3	3,0	2,7	2,4	2,2
56	14,0	9,3	7,0	5,6	4,6	4,0	3,5	3,1	2,8	2,5	2,3
58	14,5	9,6	7,2	5,8	4,8	4,1	3,6	3,2	2,9	2,6	2,4
60	15,0	10,0	7,5	6,0	5,0	4,2	3,7	3,3	3,0	2,7	2,5
62	15,5	10,3	7,7	6,2	5,1	4,4	3,8	3,4	3,1	2,8	2,5
64	16,0	10,6	8,0	6,4	5,3	4,5	4,0	3,5	3,2	2,9	2,6
66	16,5	11,0	8,2	6,6	5,5	4,7	4,1	3,6	3,3	3,0	2,7
68	17,0	11,3	8,5	6,8	5,6	4,8	4,2	3,7	3,4	3,0	2,8
70	17,5	11,6	8,7	7,0	5,8	5,0	4,3	3,8	3,5	3,1	2,9
72	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	3,2	3,0
74	18,5	12,3	9,2	7,4	6,1	5,2	4,6	4,1	3,7	3,3	3,0
76	19,0	12,6	9,5	7,6	6,3	5,4	4,7	4,2	3,8	3,4	3,1
78	19,5	13,0	9,7	7,8	6,5	5,5	4,8	4,3	3,9	3,5	3,2
80	20,0	13,3	10,0	8,0	6,6	5,7	5,0	4,4	4,0	3,6	3,3



Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen.	Antheil des jüngsten Jahrringes von dem 1/2 Zoll im R.										
	1/4	1/6	1/8	1/10	1/12	1/14	1/16	1/18	1/20	1/22	1/24
82	20,5	13,6	10,2	8,2	6,8	5,8	5,1	4,5	4,1	3,7	3,4
84	21,0	14,0	10,5	8,4	7,0	6,0	5,2	4,6	4,2	3,8	3,5
86	21,5	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,3	4,7	4,8	3,9	3,5
88	22,0	14,6	11,0	8,8	7,3	6,2	5,5	4,8	4,4	4,0	3,6
90	22,5	15,0	11,2	9,0	7,5	6,4	5,6	5,0	4,5	4,0	3,7
92	23,0	15,3	11,5	9,2	7,6	6,5	5,7	5,1	4,6	4,1	3,8
94	23,5	15,6	11,7	9,4	7,8	6,7	5,8	5,2	4,7	4,2	3,9
96	24,0	16,0	12,0	9,6	8,0	6,8	6,0	5,3	4,8	4,3	4,0
98	24,5	16,3	12,2	9,8	8,1	7,0	6,1	5,4	4,9	4,4	4,0
100	25,0	16,6	12,5	10,0	8,3	7,1	6,2	5,5	5,0	4,5	4,1
102	25,5	17,0	12,7	10,2	8,5	7,2	6,3	5,6	5,1	4,6	4,2
104	26,0	17,3	13,0	10,4	8,6	7,4	6,5	5,7	5,2	4,7	4,3
106	26,5	17,6	13,2	10,6	8,8	7,5	6,6	5,8	5,3	4,8	4,4
108	27,0	18,0	13,5	10,8	9,0	7,7	6,7	6,0	5,4	4,9	4,5
110	27,5	18,3	13,7	11,0	9,1	7,8	6,8	6,1	5,5	5,0	4,5
112	28,0	18,6	14,0	11,2	9,3	8,0	7,0	6,2	5,6	5,0	4,6
114	28,5	19,0	14,2	11,4	9,5	8,1	7,1	6,3	5,7	5,1	4,7
116	29,0	19,3	14,5	11,6	9,6	8,2	7,2	6,4	5,8	5,2	4,8
118	29,5	19,6	14,7	11,8	9,8	8,4	7,3	6,5	5,9	5,3	4,9
120	30,0	20,0	15,0	12,0	10,0	8,5	7,5	6,6	6,0	5,4	5,0
122	30,5	20,3	15,2	12,2	10,1	8,7	7,6	6,7	6,1	5,5	5,0
124	31,0	20,6	15,5	12,4	10,3	8,8	7,7	6,8	6,2	5,6	5,1
126	31,5	21,0	15,7	12,6	10,5	9,0	7,8	7,0	6,3	5,7	5,2
128	32,0	21,3	16,0	12,8	10,6	9,1	8,0	7,1	6,4	5,8	5,3
130	32,5	21,6	16,2	13,0	10,8	9,2	8,1	7,2	6,5	5,9	5,4
140	35,0	23,3	17,5	14,0	11,6	10,0	8,7	7,7	7,0	6,3	5,8
150	37,5	25,0	18,7	15,0	12,5	10,7	9,3	8,3	7,5	6,8	6,2
160	40,0	26,6	20,0	16,0	13,3	11,4	10,0	8,8	8,0	7,2	6,6
180	45,0	30,0	22,5	18,0	15,0	12,8	11,2	10,0	9,0	8,1	7,5
200	50,0	33,3	25,0	20,0	16,6	14,2	12,5	11,1	10,0	9,0	8,3

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ¼ Zoll.	Zu ¼ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu ½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ¼ Zoll.
	1	3/4	1/2	1/4	0	1	3/4	1/2	1/4	0	
1	342	309	275	242	209	160	146	132	118	104	1
1/2	171	154	137	121	104	80,2	73,3	66,3	59,3	52,3	1/2
1/3	114	103	91,9	80,8	69,7	53,5	48,8	44,2	39,5	34,8	1/3
1/4	85,6	77,3	68,9	60,6	52,3	40,1	36,6	33,1	29,6	26,1	1/4
1/5	68,5	61,8	55,1	48,5	41,8	32,1	29,3	26,5	23,7	20,9	1/5
1/6	57,1	51,5	45,9	40,4	34,8	26,7	24,4	22,1	19,7	17,4	1/6
1/7	48,9	44,1	39,4	34,6	29,9	22,9	20,9	18,9	16,9	14,9	1/7
1/8	42,8	38,6	34,4	30,3	26,1	20,0	18,3	16,5	14,8	13,0	1/8
1/9	38,0	34,3	30,6	26,9	23,2	17,8	16,2	14,7	13,1	11,6	1/9
1/10	34,2	30,9	27,5	24,2	20,9	16,0	14,6	13,2	11,8	10,4	1/10
1/11	31,1	28,1	25,0	22,0	19,0	14,5	13,3	12,0	10,7	9,51	1/11
1/12	28,5	25,7	22,9	20,2	17,4	13,3	12,2	11,0	9,88	8,72	1/12
1/13	26,3	23,7	21,2	18,6	16,1	12,3	11,2	10,2	9,12	8,05	1/13
1/14	24,4	22,0	19,7	17,3	14,9	11,4	10,4	9,47	8,47	7,47	1/14
1/15	22,8	20,6	18,3	16,1	13,9	10,7	9,77	8,84	7,90	6,97	1/15
1/16	21,4	19,3	17,2	15,1	13,0	10,0	9,16	8,28	7,41	6,54	1/16
1/17	20,1	18,1	16.2	14,2	12,3	9,44	8,62	7,80	6,97	6,15	1/17
1/18	19,0	17,1	15,3	13,4	11,6	8,92	8,14	7,36	6,59	5,81	1/18
1/19	18,0	16,2	14,5	12,7	11,0	8,45	7,71	6,98	6,24	5,50	1/19
1/20	17,1	15,4	13,7	12,1	10,4	8,02	7,33	6,63	5,93	5,23	1/20
1/21	16,3	14,7	13,1	11,5	9,96	7,64	6,98	6,31	5,64	4,98	1/21
1/22	15,5	14,0	12,5	11,0	9,51	7,29	6,66	6,02	5,39	4,75	1/22
1/23	14,8	13,4	11,9	10,5	9,10	6,98	6,37	5,76	5,15	4,55	1/23
1/24	14,2	12,8	11,4	10,1	8,72	6,69	6,10	5,52	4,94	4,36	1/24
1/25	13,7	12,3	11,0	9,70	8,37	6,42	5,86	5,30	4,74	4,18	1/25



Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem 1/1 Zoll.	Zu ¾ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 1 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem 1/1 Zoll.
	1	¾	½	¼	●	1	¾	½	¼	●	
1	105	96,7	87,7	78,7	69,7	78,9	72,2	65,6	58,9	52,3	1
1/2	52,8	48,3	43,8	39,3	34,8	39,4	36,1	32,8	29,4	26,1	1/2
1/3	35,2	32,2	29,2	26,2	23,2	26,3	24,0	21,8	19,6	17,4	1/3
1/4	26,4	24,1	21,9	19,6	17,4	19,7	18,0	16,4	14,7	13,0	1/4
1/5	21,1	19,3	17,5	15,7	13,9	15,7	14,4	13,1	11,7	10,4	1/5
1/6	17,6	16,1	14,6	13,1	11,6	13,1	12,0	10,9	9,83	8,72	1/6
1/7	15,1	13,8	12,5	11,2	9,96	11,2	10,3	9,37	8,42	7,47	1/7
1/8	13,2	12,0	10,9	9,84	8,72	9,86	9,03	8,20	7,37	6,54	1/8
1/9	11,7	10,7	9,75	8,75	7,75	8,77	8,03	7,29	6,55	5,81	1/9
1/10	10,5	9,67	8,77	7,87	6,97	7,89	7,22	6,56	5,89	5,23	1/10
1/11	9,61	8,79	7,97	7,16	6,34	7,17	6,57	5,96	5,36	4,75	1/11
1/12	8,81	8,06	7,31	6,56	5,81	6,57	6,02	5,47	4,91	4,36	1/12
1/13	8,13	7,44	6,75	6,05	5,36	6,07	5,56	5,04	4,53	4,02	1/13
1/14	7,55	6,91	6,26	5,62	4,98	5,63	5,16	4,68	4,21	3,73	1/14
1/15	7,04	6,44	[illegible],85	5,25	4,65	5,26	4,81	4,37	3,93	3,48	1/15
1/16	6,60	6,04	5,48	4,92	4,36	4,93	4,51	4,10	3,68	3,27	1/16
1/17	6,21	5,69	5,16	4,63	4,10	4,64	4,25	3,86	3,46	3,07	1/17
1/18	5,87	5,37	4,87	4,37	3,87	4,38	4,01	3,64	3,27	2,90	1/18
1/19	5,56	5,09	4,61	4,14	3,67	4,15	3,80	3,45	3,10	2,75	1/19
1/20	5,28	4,83	4,38	3,93	3,48	3,94	3,61	3,28	2,94	2,61	1/20
1/21	5,03	4,60	4,17	3,75	3,32	3,75	3,44	3,12	2,80	2,49	1/21
1/22	4,80	4,39	3,98	3,58	3,17	3,58	3,28	2,98	2,68	2,37	1/22
1/23	4,59	4,20	3,81	3,42	3,03	3,43	3,14	2,85	2,56	2,27	1/23
1/24	4,40	4,03	3,65	3,28	2,90	3,28	3,01	2,73	2,45	2,18	1/24
1/25	4,22	3,86	3,51	3,15	2,79	3,15	2,89	2,62	2,35	2,09	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ¼ Zoll	Zu 1¼ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 1½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ¼ Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	●	1	3/4	1/2	1/4	●	
1	63,0	57,7	52,4	47,1	41,8	52,4	48,0	43,6	39,2	34,8	1
1/2	31,5	28,8	26,2	23,5	20,9	26,2	24,0	21,8	19,6	17,4	1/2
1/3	21,0	19,2	17,4	15,7	13,9	17,4	16,0	14,5	13,0	11,6	1/3
1/4	15,7	14,4	13,1	11,7	10,4	13,1	12,0	10,9	9,82	8,72	1/4
1/5	12,6	11,5	10,4	9,43	8,37	10,4	9,61	8,73	7,85	6,97	1/5
1/6	10,5	9,62	8,74	7,85	6,97	8,74	8,01	7,27	6,54	5,81	1/6
1/7	9,00	8,24	7,49	6,73	5,98	7,49	6,86	6,23	5,61	4,98	1/7
1/8	7,87	7,21	6,55	5,89	5,23	6,55	6,00	5,45	4,91	4,36	1/8
1/9	7,00	6,41	5,82	5,23	4,65	5,82	5,34	4,85	4,36	3,87	1/9
1/10	6,30	5,77	5,24	4,71	4,18	5,24	4,80	4,36	3,92	3,48	1/10
1/11	5,72	5,24	4,76	4,28	3,80	4,76	4,37	3,97	3,57	3,17	1/11
1/12	5,25	4,81	4,37	3,92	3,48	4,37	4,00	3,63	3,27	2,90	1/12
1/13	4,84	4,44	4,03	3,62	3,22	4,03	3,69	3,35	3,02	2,68	1/13
1/14	4,50	4,12	3,74	3,36	2,99	3,74	3,43	3,11	2,80	2,49	1/14
1/15	4,20	3,84	3,49	3,14	2,79	3,49	3,20	2,91	2,61	2,32	1/15
1/16	3,93	3,60	3,27	2,94	2,61	3,27	3,00	2,72	2,45	2,18	1/16
1/17	3,70	3,39	3,08	2,77	2,46	3,08	2,82	2,56	2,31	2,05	1/17
1/18	3,50	3,20	2,91	2,61	2,32	2,91	2,67	2,42	2,18	1,93	1/18
1/19	3,31	3,03	2,76	2,48	2,20	2,76	2,53	2,29	2,06	1,83	1/19
1/20	3,15	2,88	2,62	2,35	2,09	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	1/20
1/21	3,00	2,74	2,49	2,24	1,99	2,49	2,28	2,07	1,87	1,66	1/21
1/22	2,86	2,62	2,38	2,14	1,90	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	1/22
1/23	2,74	2,51	2,28	2,05	1,82	2,28	2,09	1,89	1,70	1,51	1/23
1/24	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1/24
1/25	2,52	2,30	2,09	1,88	1,67	2,09	1,92	1,74	1,57	1,39	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ⅛ Zoll.	Zu 1³/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ⅛ Zoll.
	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0	
1	44,9	41,1	37,4	33,6	29,9	39,3	36,0	32,7	29,4	26,1	1
1/2	22,4	20,5	18,7	16,8	14,9	19,6	18,0	16,3	14,7	13,0	1/2
1/3	14,9	13,7	12,4	11,2	9,96	13,1	12,0	10,9	9,81	8,72	1/3
1/4	11,2	10,2	9,35	8,41	7,47	9,82	9,00	8,18	7,36	6,54	1/4
1/5	8,98	8,23	7,48	6,73	5,98	7,86	7,20	6,54	5,89	5,23	1/5
1/6	7,49	6,86	6,23	5,61	4,98	6,55	6,00	5,45	4,90	4,36	1/6
1/7	6,42	5,88	5,34	4,80	4,27	5,61	5,14	4,67	4,20	3,73	1/7
1/8	5,61	5,14	4,67	4,20	3,73	4,91	4,50	4,09	3,68	3,27	1/8
1/9	4,99	4,57	4,15	3,74	3,32	4,36	4,00	3,63	3,27	2,90	1/9
1/10	4,49	4,11	3,74	3,36	2,99	3,93	3,60	3,27	2,94	2,61	1/10
1/11	4,08	3,74	3,40	3,06	2,71	3,57	3,27	2,97	2,67	2,37	1/11
1/12	3,74	3,43	3,11	2,80	2,49	3,27	3,00	2,72	2,45	2,18	1/12
1/13	3,45	3,16	2,87	2,58	2,30	3,02	2,77	2,51	2,26	2,01	1/13
1/14	3,21	2,94	2,67	2,40	2,13	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	1/14
1/15	2,99	2,74	2,49	2,24	1,99	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	1/15
1/16	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,25	2,04	1,84	1,63	1/16
1/17	2,64	2,42	2,20	1,98	1,75	2,31	2,11	1,92	1,73	1,53	1/17
1/18	2,49	2,28	2,07	1,87	1,66	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1/18
1/19	2,36	2,16	1,96	1,77	1,57	2,06	1,89	1,72	1,55	1,37	1/19
1/20	2,24	2,05	1,87	1,68	1,49	1,96	1,80	1,63	1,47	1,30	1/20
1/21	2,14	1,96	1,78	1,60	1,42	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1/21
1/22	2,04	1,87	1,70	1,53	1,35	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1/22
1/23	1,95	1,79	1,62	1,46	1,30	1,70	1,56	1,42	1,28	1,13	1/23
1/24	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,50	1,36	1,22	1,09	1/24
1/25	1,79	1,64	1,49	1,34	1,19	1,57	1,44	1,30	1,17	1,04	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem 1/1 Zoll	Zu 2 1/4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 2 1/2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem 1/1 Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	●	1	3/4	1/2	1/4	●	
1	34,9	32,0	29,0	26,1	23,2	31,4	28,8	26,1	23,5	20,9	1
1/2	17,4	16,0	14,5	13,0	11,6	15,7	14,4	13,0	11,7	10,4	1/2
1/3	11,6	10,6	9,69	8,72	7,75	10,4	9,60	8,72	7,85	6,97	1/3
1/4	8,73	8,00	7,27	6,54	5,81	7,85	7,20	6,54	5,88	5,23	1/4
1/5	6,98	6,40	5,81	5,23	4,65	6,28	5,76	5,23	4,71	4,18	1/5
1/6	5,82	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,80	4,36	3,92	3,48	1/6
1/7	4,98	4,57	4,15	3,73	3,32	4,48	4,11	3,74	3,36	2,99	1/7
1/8	4,36	4,00	3,63	3,27	2,90	3,92	3,60	3,27	2,94	2,61	1/8
1/9	3,88	3,55	3,23	2,90	2,58	3,49	3,20	2,90	2,61	2,32	1/9
1/10	3,49	3,20	2,90	2,61	2,32	3,14	2,88	2,61	2,35	2,09	1/10
1/11	3,17	2,91	2,64	2,37	2,11	2,85	2,61	2,38	2,14	1,90	1/11
1/12	2,91	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,40	2,18	1,96	1,74	1/12
1/13	2,68	2,46	2,23	2,01	1,78	2,41	2,21	2,01	1,81	1,61	1/13
1/14	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,87	1,68	1,49	1/14
1/15	2,32	2,13	1,93	1,74	1,55	2,09	1,92	1,74	1,57	1,39	1/15
1/16	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1,96	1,80	1,63	1,47	1,30	1/16
1/17	2,05	1,88	1,71	1,53	1,36	1,84	1,69	1,54	1,38	1,23	1/17
1/18	1,94	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,60	1,45	1,30	1,16	1/18
1/19	1,83	1,68	1,53	1,37	1,22	1,65	1,51	1,37	1,23	1,10	1/19
1/20	1,74	1,60	1,45	1,30	1,16	1,57	1,44	1,30	1,17	1,04	1/20
1/21	1,66	1,52	1,38	1,24	1,10	1,49	1,37	1,24	1,12	0,99	1/21
1/22	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,19	1,07	0,95	1/22
1/23	1,51	1,39	1,26	1,13	1,01	1,36	1,25	1,13	1,02	0,91	1/23
1/24	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,20	1,09	0,98	0,87	1/24
1/25	1,39	1,28	1,16	1,04	0,93	1,25	1,15	1,04	0,94	0,83	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.	Zu 2³/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 3 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.
	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	●	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	●	
1	28,5	26,1	23,7	21,4	19,0	26,1	23,9	21,8	19,6	17,4	1
1/2	14,2	13,0	11,8	10,7	9,51	13,0	11,9	10,9	9,81	8,72	1/2
1/3	9,52	8,72	7,93	7,13	6,34	8,72	7,99	7,27	6,54	5,81	1/3
1/4	7,14	6,54	5,94	5,35	4,75	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/4
1/5	5,71	5,23	4,75	4,28	3,80	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/5
1/6	4,76	4,36	3,96	3,56	3,17	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	1/6
1/7	4,08	3,74	3,39	3,05	2,71	3,74	3,42	3,11	2,80	2,49	1/7
1/8	3,57	3,27	2,97	2,67	2,37	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/8
1/9	3,17	2,90	2,64	2,37	2,11	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	1/9
1/10	2,85	2,61	2,37	2,14	1,90	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/10
1/11	2,59	2,38	2,16	1,94	1,73	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	1/11
1/12	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/12
1/13	2,19	2,01	1,83	1,64	1,46	2,01	1,84	1,67	1,50	1,34	1/13
1/14	2,04	1,87	1,69	1,52	1,35	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1/14
1/15	1,90	1,74	1,58	1,42	1,26	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/15
1/16	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/16
1/17	1,68	1,54	1,39	1,25	1,11	1,54	1,41	1,28	1,15	1,02	1/17
1/18	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1/18
1/19	1,50	1,37	1,25	1,12	1,00	1,37	1,26	1,14	1,03	0,91	1/19
1/20	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/20
1/21	1,36	1,24	1,13	1,01	0,90	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1/21
1/22	1,29	1,19	1,08	0,97	0,86	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1/22
1/23	1,24	1,13	1,03	0,93	0,82	1,13	1,04	0,94	0,85	0,75	1/23
1/24	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/24
1/25	1,14	1,04	0,95	0,85	0,76	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem 1/2 Zoll.	Zu 3 1/2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem 1/2 Zoll.
	I	3/4	1/2	1/4	0	1	3/4	1/2	1/4	0	
1	22,4	20,5	18,6	16,8	14,9	19,6	17,9	16,3	14,7	13,0	1
1/2	11,2	10,2	9,34	8,41	7,47	9,81	8,99	8,17	7,36	6,54	1/2
1/3	7,47	6,85	6,23	5,60	4,98	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/3
1/4	5,60	5,14	4,67	4,20	3,73	4,90	4,49	4,08	3,68	3,27	1/4
1/5	4,48	4,11	3,73	3,36	2,99	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/5
1/6	3,73	3,42	3,11	2,80	2,49	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/6
1/7	3,20	2,93	2,67	2,40	2,13	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	1/7
1/8	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,24	2,04	1,84	1,63	1/8
1/9	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/9
1/10	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/10
1/11	2,03	1,86	1,69	1,52	1,35	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1/11
1/12	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/12
1/13	1,72	1,58	1,43	1,29	1,15	1,51	1,38	1,25	1,13	1,00	1/13
1/14	1,60	1,46	1,33	1,20	1,06	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1/14
1/15	1,49	1,37	1,24	1,12	0,99	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/15
1/16	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1,22	1,12	1,02	0,92	0,81	1/16
1/17	1,31	1,20	1,09	0,98	0,87	1,15	1,05	0,96	0,86	0,76	1/17
1/18	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/18
1/19	1,18	1,08	0,98	0,88	0,78	1,03	0,94	0,86	0,77	0,68	1/19
1/20	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/20
1/21	1,06	0,97	0,89	0,80	0,71	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	1/21
1/22	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	1/22
1/23	0,97	0,89	0,81	0,73	0,65	0,85	0,78	0,71	0,64	0,56	1/23
1/24	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/24
1/25	0,89	0,82	0,74	0,67	0,59	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem 1 Zoll.	Zu 4½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 5 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem 1 Zoll.
	1	3/4	1/2	1/4	0	1	3/4	1/2	1/4	0	
1	17,4	15,9	14,5	13,0	11,6	15,7	14,3	13,0	11,7	10,4	1
1/2	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1/2
1/3	5,81	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/3
1/4	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/4
1/5	3,48	3,19	2,90	2,61	2,32	3,14	2,87	2,61	2,35	2,09	1/5
1/6	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/6
1/7	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1/7
1/8	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/8
1/9	1,93	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/9
1/10	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/10
1/11	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1/11
1/12	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/12
1/13	1,34	1,23	1,11	1,00	0,89	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	1/13
1/14	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/14
1/15	1,16	1,06	0,96	0,87	0,77	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/15
1/16	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/16
1/17	1,02	0,94	0,85	0,76	0,68	0,92	0,84	0,76	0,69	0,61	1/17
1/18	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/18
1/19	0,91	0,84	0,76	0,68	0,61	0,82	0,75	0,68	0,61	0,55	1/19
1/20	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/20
1/21	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	1/21
1/22	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/22
1/23	0,75	0,69	0,63	0,56	0,50	0,68	0,62	0,56	0,51	0,45	1/23
1/24	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/24
1/25	0,69	0,63	0,58	0,52	0,46	0,62	0,57	0,52	0,47	0,41	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.	Zu 5½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 6 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.
	1	3/4	1/2	1/4	0	1	3/4	1/2	1/4	0	
1	14,2	13,0	11,8	10,7	9,51	13,0	11,9	10,9	9,81	8,72	1
1/2	7,13	6,54	5,94	5,35	4,75	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/2
1/3	4,75	4,36	3,96	3,56	3,17	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	1/3
1/4	3,56	3,27	2,97	2,67	2,37	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/4
1/5	2,85	2,61	2,37	2,14	1,90	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/5
1/6	2,37	2,18	1,98	1,78	1,58	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/6
1/7	2,03	1,86	1,69	1,52	1,35	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1/7
1/8	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/8
1/9	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1/9
1/10	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/10
1/11	1,29	1,18	1,08	0,97	0,86	1,18	1,09	0,99	0,89	0,79	1/11
1/12	1,18	1,09	0,99	0,89	0,79	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/12
1/13	1,09	1,00	0,91	0,82	0,73	1,00	0,92	0,83	0,75	0,67	1/13
1/14	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	1/14
1/15	0,95	0,87	0,79	0,71	0,63	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/15
1/16	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/16
1/17	0,83	0,76	0.69	0,62	0,55	0,76	0,70	0,64	0,57	0,51	1/17
1/18	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	1/18
1/19	0,75	0,68	0,62	0,56	0,50	0,68	0,63	0,57	0,51	0,45	1/19
1/20	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/20
1/21	0,67	0,62	0,56	0,50	0,45	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	1/21
1/22	0,64	0,59	0,54	0,48	0,43	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	1/22
1/23	0,62	0,56	0,51	0,46	0,41	0,56	0,52	0,47	0,42	0,37	1/23
1/24	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	1/24
1/25	0,57	0,52	0,47	0,42	0,38	0,52	0,47	0,43	0,39	0,34	1/25

Jahrring-Stärke von dem 1/2 Zoll.	Zu 7 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 8 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem 1/2 Zoll.
	1	3/4	1/2	1/4	0	1	3/4	1/2	1/4	0	
1	11,2	10,2	9,34	8,41	7,47	9,81	8,99	8,17	7,35	6,54	1
1/2	5,60	5,14	4,67	4,20	3,73	4,90	4,49	4,08	3,67	3,27	1/2
1/3	3,73	3,42	3,11	2,80	2,49	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/3
1/4	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,24	2,04	1,83	1,63	1/4
1/5	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/5
1/6	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/6
1/7	1,60	1,46	1,33	1,20	1,06	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1/7
1/8	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1,22	1,12	1,02	0,91	0,81	1/8
1/9	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/9
1/10	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/10
1/11	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	1/11
1/12	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/12
1/13	0,86	0,79	0,71	0,64	0,57	0,75	0,69	0,62	0,56	0,50	1/13
1/14	0,80	0,73	0,66	0,60	0,53	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	1/14
1/15	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/15
1/16	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	0,61	0,56	0,51	0,45	0,40	1/16
1/17	0,65	0,60	0,54	0,49	0,43	0,57	0,52	0,48	0,43	0,38	1/17
1/18	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	1/18
1/19	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	0,51	0,47	0,43	0,38	0,34	1/19
1/20	0,56	0,51	0,46	0,42	0,37	0,49	0,44	0,40	0,36	0,32	1/20
1/21	0,53	0,48	0,44	0,40	0,35	0,46	0,42	0,38	0,35	0,31	1/21
1/22	0,50	0,46	0,42	0,38	0,33	0,44	0,40	0,37	0,33	0,29	1/22
1/23	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,42	0,39	0,35	0,31	0,28	1/23
1/24	0,46	0,42	0,38	0,35	0,31	0,40	0,37	0,34	0,30	0,27	1/24
1/25	0,44	0,41	0,37	0,33	0,29	0,39	0,35	0,32	0,29	0,26	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.	Zu 9 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 10 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrring-Stärke von dem ½ Zoll.
	1	³/₄	½	¼	0	1	³/₄	½	¼	0	
1	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1
1/2	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/2
1/3	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/3
1/4	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/4
1/5	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/5
1/6	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/6
1/7	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/7
1/8	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/8
1/9	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/9
1/10	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/10
1/11	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/11
1/12	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/12
1/13	0,67	0,61	0,55	0,50	0,44	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	1/13
1/14	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	0,56	0,51	0,46	0,42	0,37	1/14
1/15	0,58	0,53	0,48	0,43	0,38	0,52	0,47	0,43	0,39	0,34	1/15
1/16	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	0,49	0,44	0,40	0,36	0,32	1/16
1/17	0,51	0,47	0,42	0,38	0,34	0,46	0,42	0,38	0,34	0,30	1/17
1/18	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,43	0,39	0,36	0,32	0,29	1/18
1/19	0,45	0,42	0,38	0,34	0,30	0,41	0,37	0,34	0,30	0,27	1/19
1/20	0,43	0,39	0,36	0,32	0,29	0,39	0,35	0,32	0,29	0,26	1/20
1/21	0,41	0,38	0,34	0,31	0,27	0,37	0,34	0,31	0,28	0,24	1/21
1/22	0,39	0,36	0,33	0,29	0,26	0,35	0,32	0,29	0,26	0,23	1/22
1/23	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	1/23
1/24	0,36	0,33	0,30	0,27	0,24	0,32	0,29	0,27	0,24	0,21	1/24
1/25	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,31	0,28	0,26	0,23	0,20	1/25

V. Abstands-Tafeln,

der

Waldbestände Schluß und Dichtheit

zu bestimmen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Voran steht die Abstandszahl oder die Entfernung der Stämme nach ihrem mittlern Umfange bemessen; hintenan findet man den dazu gehörigen Antheil, welchen die Stammgrundflächen-Summe von der Bestandesfläche einnimmt; dazwischen ist der ebenmäßige Stammgrundflächen-Gehalt mehrer Flächenmaße mit aufgereiht. Leicht läßt sich der Betrag jeder andern, in gemeinen Fußen ausgedrückten Forstflächeneinheit nach dem allgemeinen Stammgrundflächen-Antheile zu einer solchen Reihe aufsummiren.

1) In einem Buchenbestande habe man von je einem ausgesuchten Nachbarstamme zum andern folgende Abstandsmaße gefunden:

2½′	U	zu	3′	U,	Entfernung	15′,	mithin	Abstand	5,45,
3	„	„	2⅗	„	„	16	„	„	5,57,
2⅗	„	„	3½	„	„	16½	„	„	5,50,
3½	„	„	3½	„	„	18½	„	„	5,48,

also den Durchschnitts-Abstand: $\frac{22}{4} = 5{,}5$.

2) Der Massengehalt dieses Bestandes, von 75′ H, II. Formkl. und 43,2 Gehaltshöhe, wäre auf dem preuß. Morg. zu 67 q′ Stammgrundfläche $43{,}2 \times 67 = 2894$ Kfß.

3) Sollte derselbe Bestand eben verjüngt werden, und erforderte die Schlagstellung den Abstand 7, also an Stammgrundfläche 42 q′: so hätte man $43{,}2 \times 42 = 1814$ Kfß. stehen zu lassen und $2894 - 1814 = 1080$ Kfß. zu schlagen.

4) Wäre dieser zu 7 Abstand gestellte Schlagbestand von 3′ durchschnittlicher Umfangstärke und mit ⅕ Stärkenzuwachs nach 10 Jahren wieder zu berichtigen; betrüge also bis dahin der Stärkenzuwachs $\frac{10}{5}$ des halben Zolles im Halbmesser oder 2″ im Durchmesser, etwa ½ Fuß im Umfang: so stellte sich inzwischen der Abstand bei der anfänglichen Entfernung von $7 \times 3 = 21'$ auf $\frac{21}{3\frac{1}{2}} = 6$; mithin stiege die Stammgrundfläche von $6^2 : 7^2$ oder $36 : 49$, und der Schlagbestand könnte dann wieder von seiner Stammgrundfläche $\frac{13}{49}$ abgeben. Die fraglichen Bestandesmassen lassen sich leicht bestimmen, wenn man den Höhenzuwachs und die etwaige Formveränderung mit in Rechnung nimmt.

Abstands-Verhältnisse.

Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stammgrundflächen-Antheil.	Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stammgrundflächen-Antheil.
	Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar			Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar	
28,21	2,5	4	3,5	0,0001	5,58	66,0	102	91,4	0,00255
19,92	5,1	8	7,1	0,0002	5,53	67,3	104	93,1	0,00260
16,29	7,7	12	10,7	0,0003	5,48	68,6	106	94,9	0,00265
14,10	10,3	16	14,3	0,0004	5,43	69,9	108	96,7	0,00270
12,61	12,9	20	17,9	0,0005	5,38	71,2	110	98,5	0,00275
11,52	15,5	24	21,5	0,0006	5,33	72,5	112	100,3	0,00280
10,66	18,1	28	25,0	0,0007	5,28	73,8	114	102,1	0,00285
9,97	20,7	32	28,6	0,0008	5,24	75,1	116	103,9	0,00290
9,40	23,3	36	32,2	0,0009	5,19	76,4	118	105,7	0,00295
8,92	25,9	40	35,8	0,0010	5,15	77,7	120	107,5	0,00300
8,51	28,5	44	39,4	0,0011	5,11	79,0	122	109,3	0,00305
8,14	31,1	48	43,0	0,0012	5,07	80,3	124	111,1	0,00310
7,82	33,6	52	46,5	0,0013	5,03	81,6	126	112,9	0,00315
7,54	36,2	56	50,1	0,0014	4,99	82,9	128	114,6	0,00320
7,28	38,8	60	53,7	0,0015	4,95	84,2	130	116,4	0,00325
7,05	41,4	64	57,3	0,0016	4,91	85,5	132	118,2	0,00330
6,84	44,0	68	60,9	0,0017	4,87	86,8	134	120,0	0,00335
6,65	46,6	72	64,5	0,0018	4,84	88,1	136	121,8	0,00340
6,47	49,2	76	68,0	0,0019	4,80	89,4	138	123,6	0,00345
6,31	51,8	80	71,6	0,0020	4,77	90,7	140	125,4	0,00350
6,16	54,4	84	75,2	0,0021	4,73	92,0	142	127,2	0,00355
6,01	57,0	88	78,8	0,0022	4,70	93,3	144	129,0	0,00360
5,88	59,6	92	82,4	0,0023	4,67	94,6	146	130,8	0,00365
5,76	62,2	96	86,0	0,0024	4,64	95,9	148	132,6	0,00370
5,64	64,8	100	89,6	0,0025	4,61	97,2	150	134,4	0,00375

Abstands = Verhältnisse.

Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.	Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.
	Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar			Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar	
4,58	98,4	152	136,1	0,00380	3,97	130,8	202	181,0	0,00505
4,55	99,7	154	137,9	0,00385	3,95	132,1	204	182,7	0,00510
4,52	101,0	156	139,7	0,00390	3,93	133,4	206	184,5	0,00515
4,49	102,3	158	141,5	0,00395	3,91	134,7	208	186,3	0,00520
4,46	103,6	160	143,3	0,00400	3,89	136,0	210	188,1	0,00525
4,43	104,9	162	145,1	0,00405	3,87	137,3	212	189,9	0,00530
4,41	106,2	164	146,9	0,00410	3,85	138,6	214	191,7	0,00535
4,38	107,5	166	148,7	0,00415	3,84	139,9	216	193,5	0,00540
4,35	108,8	168	150,5	0,00420	3,82	141,2	218	195,3	0,00545
4,32	110,1	170	152,3	0,00425	3,80	142,5	220	197,1	0,00550
4,30	111,4	172	154,1	0,00430	3,78	143,8	222	198,9	0,00555
4,27	112,7	174	155,9	0,00435	3,77	145,1	224	200,7	0,00560
4,25	114,0	176	157,6	0,00440	3,75	146,4	226	202,5	0,00565
4,23	115,3	178	159,4	0,00445	3,74	147,7	228	204,3	0,00570
4,21	116,6	180	161,2	0,00450	3,72	149,0	230	206,0	0,00575
4,18	117,9	182	163,0	0,00455	3,70	150,3	232	207,8	0,00580
4,16	119,2	184	164,8	0,00460	3,68	151,6	234	209,6	0,00585
4,13	120,5	186	166,6	0,00465	3,67	152,9	236	211,4	0,00590
4,11	121,8	188	168,4	0,00470	3,65	154,2	238	213,3	0,00595
4,09	123,1	190	170,2	0,00475	3,64	155,5	240	215,0	0,00600
4,07	124,4	192	172,0	0,00480	3,62	156,8	242	216,8	0,00605
4,05	125,7	194	173,8	0,00485	3,61	158,1	244	218,6	0,00610
4,03	127,0	196	175,6	0,00490	3,59	159,4	246	220,4	0,00615
4,01	128,3	198	177,4	0,00495	3,58	160,7	248	222,2	0,00620
3,99	129,6	200	179,2	0,00500	3,56	162,0	250	224,0	0,00625

Abstands-Verhältnisse.

Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.	Abstand in Umfängen.	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.
	Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar			Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Weimar	
3,55	163,2	252	225,7	0,00630	3,23	196,9	304	272,3	0,0076
3,54	164,5	254	227,5	0,00635	3,21	199,5	308	275,9	0,0077
3,53	165,8	256	229,3	0,00640	3,19	202,1	312	279,5	0,0078
3,51	167,1	258	231,1	0,00645	3,17	204,7	316	283,1	0,0079
3,50	168,4	260	232,9	0,00650	3,15	207,3	320	286,7	0,0080
3,48	169,7	262	234,7	0,00655	3,13	209,9	324	290,3	0,0081
3,47	171,0	264	236,5	0,00660	3,12	212,5	328	293,8	0,0082
3,46	172,3	266	238,3	0,00665	3,10	215,1	332	297,4	0,0083
3,45	173,6	268	240,1	0,00670	3,08	217,7	336	301,0	0,0084
3,43	174,9	270	241,9	0,00675	3,06	220,3	340	304,6	0,0085
3,42	176,2	272	243,7	0,00680	3,04	222,9	344	308,2	0,0086
3,41	177,5	274	245,5	0,00685	3,02	225,5	348	311,8	0,0087
3,40	178,8	276	247,2	0,00690	3,01	228,0	352	315,3	0,0088
3,38	180,1	278	249,0	0,00695	2,99	230,6	356	318,9	0,0089
3,37	181,4	280	250,8	0,00700	2,97	233,2	360	322,5	0,0090
3,36	182,7	282	252,6	0,00705	2,96	235,8	364	326,1	0,0091
3,35	184,0	284	254,4	0,00710	2,94	238,4	368	329,7	0,0092
3,33	185,3	286	256,2	0,00715	2,93	241,0	372	333,3	0,0093
3,32	186,6	288	258,0	0,00720	2,91	243,6	376	336,8	0,0094
3,31	187,9	290	259,8	0,00725	2,89	246,2	380	340,4	0,0095
3,30	189,2	292	261,6	0,00730	2,88	248,8	384	344,0	0,0096
3,29	190,5	294	263,4	0,00735	2,86	251,4	388	347,6	0,0097
3,28	191,8	296	265,2	0,00740	2,85	254,0	392	351,2	0,0098
3,27	193,1	298	267,0	0,00745	2,84	256,6	396	354,8	0,0099
3,26	194,4	300	268,8	0,00750	2,82	259,2	400	358,4	0,0100

VI. Waldmassen-Tafeln

zur leichten

Bestandes-Schätzung,

in preußischem Maße.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Es greifen je zwei Seiten in einander. Voran steht die mittlere Bestandeshöhe, hintenan die mittlere Stammformzahl der gewöhnlichen Waldbestände. Unter den auch wörtlich bezeichneten Schlußklassen und Klassenabtheilungen findet sich hinter der Abstandszahl der Massengehalt pr. Morgen in Körperfußen.

1) Beispiele von einem Kiefernbestande.

a) Zur Klasse II^c mit 60′ H ergeben sich 2331 Kfß. Massengehalt.

b) Zur gleichen Klasse und 63′ H, $2331 + \frac{2598 - 2331}{5} \times 3 = 2491$ Kfß.

c) Zwischen Klasse II^c und III^a zu 60′ H, $\frac{2526 + 2331}{2} = 2428$ Kfß.

d) Zu II^c Kl. 60′ H und $0{,}52$ Stammform gehörten nach der Proportion
$0{,}494 : 0{,}52 = 2331 : M$

$$\frac{0{,}52 \times 2331}{0{,}494} = 2453 \text{ Kfß. Massengehalt,}$$

was man auch bei $62\frac{1}{2}$′ H ziemlich nahe gefunden hätte.

2) Es sei ein mehr räumlicher, zu II^b gehöriger Mittelwaldbestand von Buchen in drei verschiedene Höhenklassen gesondert, und es nehme der 25′ hohe Unterwuchs $0{,}5$, das 45′ hohe Mittelholz $0{,}2$ und das 60′ hohe Oberholz $0{,}3$ der Bestandesfläche ein: so beträgt der Massengehalt an

Unterwuchs $643 \times 0{,}5 = 321{,}5$ Kfß.,
Mittelholz $1331 \times 0{,}2 = 266{,}2$ „
Oberholz $1931 \times 0{,}3 = 579{,}3$ „
Zusammen: 1167 Kfß.

3) In einem zu III^c geschlossenen Bestande von Buchen mit Tannen fände sich, daß die 85′ hohen Buchen $0{,}6$ und die 95′ hohen Tannen $0{,}4$ von der gesammten Bestandesfläche einnähmen. Dies ergäbe an

Buchenholz $4140 \times 0{,}6 = 2484$ Kfß.,
Tannenholz $6422 \times 0{,}4 = 2568$ „
Zusammen pr. Mg.: 5052 Kfß. Massengehalt.

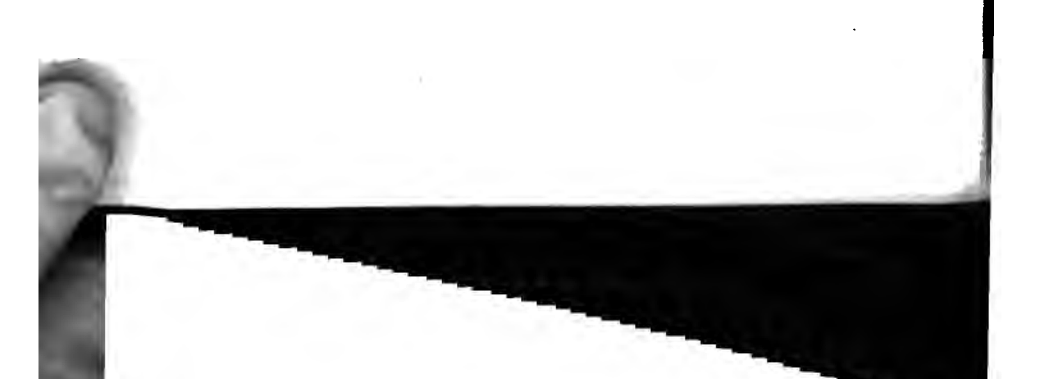
Mittelhöhe preuß. Fuß.	In Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. ziemł. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.
5	10,34	61	9,66	70	9,11	78	8,63	87	8,24	95	7,90	104
10	9,80	134	9,16	153	8,65	172	8,20	192	7,82	211	7,49	230
15	9,40	218	8,78	249	8,28	280	7,86	312	7,49	343	7,18	374
20	9,06	310	8,48	354	7,99	399	7,58	443	7,23	488	6,92	532
25	8,80	409	8,22	467	7,75	526	7,36	584	7,01	643	6,71	701
30	8,58	512	8,02	586	7,57	659	7,18	732	6,84	805	6,55	879
35	8,40	619	7,86	707	7,42	795	7,03	884	6,70	972	6,42	1061
40	8,24	730	7,71	835	7,27	939	6,89	1043	6,57	1148	6,30	1252
45	8,07	847	7,57	968	7,14	1089	6,76	1210	6,45	1331	6,18	1452
50	7,94	969	7,43	1108	7,01	1246	6,64	1385	6,34	1523	6,07	1662
55	7,80	1097	7,30	1254	6,89	1410	6,53	1567	6,23	1723	5,96	1880
60	7,67	1229	7,18	1405	6,77	1580	6,42	1756	6,12	1931	5,86	2107
65	7,55	1366	7,06	1561	6,66	1756	6,32	1951	6,02	2146	5,77	2341
70	7,44	1507	6,95	1723	6,56	1938	6,22	2154	5,93	2369	5,68	2585
75	7,32	1654	6,85	1891	6,46	2127	6,13	2364	5,84	2600	5,60	2836
80	7,23	1796	6,77	2052	6,38	2309	6,05	2565	5,77	2822	5,53	3079
85	7,16	1932	6,70	2208	6,32	2484	5,99	2760	5,71	3036	5,47	3312
90	7,11	2060	6,65	2355	6,27	2649	5,95	2943	5,67	3238	5,43	3532
95	7,08	2180	6,62	2491	6,24	2802	5,92	3114	5,64	3425	5,40	3737
100	7,06	2289	6,60	2615	6,22	2942	5,90	3269	5,63	3596	5,39	3923

Buchen-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gedrängter Stand.						Mittlere Stammform-Zahl.
a. etwas geschl.		b. ziemlich geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gedr.		b. ziemlich gedr.		c. ganz gedr.		
Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	
7,58	113	7,30	121	7,05	130	6,83	139	6,63	147	6,44	156	0,626
7,19	249	6,93	268	6,70	287	6,48	307	6,29	326	6,11	345	0,622
6,89	405	6,64	436	6,42	467	6,21	499	6,03	530	5,85	561	0,618
6,63	576	6,40	621	6,18	665	5,99	709	5,81	754	5,64	798	0,614
6,44	760	6,21	818	6,01	877	5,82	935	5,64	993	5,48	1052	0,610
6,29	952	6,06	1025	5,86	1098	5,67	1171	5,50	1245	5,35	1318	0,606
6,17	1149	5,94	1237	5,74	1326	5,56	1414	5,39	1503	5,24	1591	0,602
6,05	1356	5,83	1461	5,63	1565	5,45	1669	5,29	1774	5,14	1878	0,598
5,93	1573	5,72	1694	5,53	1815	5,35	1936	5,19	2057	5,04	2178	0,594
5,83	1800	5,62	1939	5,43	2077	5,25	2216	5,10	2354	4,95	2493	0,590
5,73	2037	5,52	2193	5,33	2350	5,16	2507	5,01	2663	4,87	2820	0,586
5,63	2282	5,43	2458	5,25	2633	5,08	2809	4,93	2984	4,79	3160	0,582
5,54	2536	5,34	2732	5,16	2927	5,00	3122	4,85	3317	4,71	3512	0,578
5,45	2800	5,26	3015	5,08	3231	4,92	3446	4,77	3662	4,64	3877	0,574
5,37	3072	5,18	3309	5,00	3545	4,84	3781	4,70	4018	4,57	4254	0,570
5,30	3335	5,11	3592	4,94	3848	4,78	4105	4,64	4361	4,51	4618	0,566
5,25	3588	5,06	3864	4,89	4140	4,73	4416	4,59	4692	4,46	4968	0,562
5,22	3826	5,03	4121	4,86	4415	4,70	4709	4,56	5004	4,43	5298	0,558
5,19	4048	5,00	4359	4,83	4671	4,68	4982	4,54	5294	4,41	5605	0,554
5,18	4250	4,99	4577	4,82	4904	4,67	5231	4,53	5558	4,40	5885	0,550

Mittelhöhe preuß. Fuß.	In Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß
5	8,73	79	8,16	90	7,70	101	7,30	113	6,96	124	6,66	135
10	8,30	174	7,76	199	7,32	223	6,94	248	6,62	272	6,33	297
15	7,95	282	7,43	322	7,01	363	6,63	403	6,34	444	6,07	484
20	7,65	403	7,17	461	6,75	518	6,40	576	6,11	634	5,84	691
25	7,42	535	6,94	611	6,54	687	6,20	764	5,91	840	5,66	917
30	7,22	674	6,74	771	6,36	867	6,04	963	5,75	1060	5,51	1156
35	7,04	821	6,59	938	6,21	1055	5,89	1172	5,62	1289	5,38	1407
40	6,91	972	6,45	1111	6,08	1250	5,77	1389	5,51	1528	5,27	1667
45	6,79	1126	6,34	1287	5,98	1448	5,67	1609	5,41	1770	5,18	1931
50	6,67	1288	6,24	1472	5,88	1656	5,57	1840	5,32	2024	5,09	2208
55	6,56	1456	6,14	1664	5,78	1872	5,48	2080	5,23	2288	5,00	2496
60	6,45	1630	6,04	1863	5,69	2096	5,40	2329	5,15	2562	4,93	2795
65	6,35	1811	5,94	2070	5,60	2329	5,32	2588	5,07	2847	4,85	3106
70	6,26	1999	5,86	2284	5,52	2570	5,24	2856	5,00	3142	4,78	3427
75	6,17	2193	5,78	2506	5,44	2819	5,16	3132	4,93	3445	4,71	3759
80	6,09	2392	5,70	2734	5,86	3076	5,09	3418	4,86	3759	4,65	4101
85	6,01	2598	5,62	2969	5,29	3340	5,02	3711	4,79	4082	4,59	4453
90	5,93	2799	5,55	3199	5,23	3599	4,96	3999	4,73	4399	4,53	4799
95	5,88	2997	5,49	3425	5,18	3853	4,92	4281	4,69	4709	4,49	5137
100	5,88	3187	5,45	3642	5,14	4097	4,88	4553	4,65	5008	4,45	5463
105	5,79	3370	5,42	3851	5,11	4332	4,85	4814	4,62	5295	4,42	5777
110	5,77	3543	5,39	4049	5,08	4555	4,82	5061	4,59	5567	4,40	6073
115	5,75	3705	5,37	4235	5,07	4764	4,81	5294	4,58	5823	4,39	6353
120	5,74	3855	5,36	4406	5,06	4957	4,80	5508	4,57	6058	4,38	6609



Tannen-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.												
III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gedrängter Stand.						Mittlere Stammform-Zahl.
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gedr.		b. zieml. gedr.		c. ganz gedr.		
Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	
6,41	146	6,17	158	5,96	169	5,77	180	5,60	192	5,44	203	0,579
6,08	322	5,86	347	5,66	372	5,48	396	5,32	421	5,17	446	0,576
5,83	524	5,62	565	5,43	605	5,25	645	5,10	686	4,95	726	0,573
5,62	749	5,41	806	5,23	864	5,06	922	4,91	979	4,77	1037	0,570
5,44	993	5,24	1069	5,07	1146	4,90	1222	4,76	1299	4,62	1375	0,567
5,29	1252	5,10	1348	4,93	1445	4,76	1541	4,63	1638	4,50	1734	0,564
5,17	1524	4,98	1642	4,81	1759	4,65	1876	4,52	1994	4,39	2111	0,561
5,06	1805	4,88	1944	4,71	2083	4,56	2222	4,43	2361	4,30	2500	0,558
4,97	2092	4,79	2253	4,63	2414	4,48	2575	4,35	2736	4,23	2897	0,555
4,89	2392	4,71	2576	4,55	2760	4,40	2944	4,28	3128	4,16	3312	0,552
4,81	2704	4,64	2912	4,48	3120	4,33	3328	4,21	3536	4,09	3744	0,549
4,74	3028	4,57	3261	4,41	3494	4,26	3727	4,14	3960	4,02	4193	0,546
4,66	3365	4,50	3624	4,34	3882	4,20	4141	4,08	4400	3,96	4659	0,543
4,59	3713	4,43	3998	4,28	4284	4,14	4570	4,02	4855	3,90	5141	0,540
4,52	4072	4,36	4385	4,22	4698	4,08	5011	3,96	5325	3,84	5638	0,537
4,46	4443	4,30	4785	4,16	5127	4,02	5468	3,90	5810	3,79	6152	0,534
4,40	4824	4,24	5195	4,10	5567	3,97	5938	3,85	6309	3,74	6680	0,531
4,35	5199	4,19	5599	4,05	5999	3,92	6399	3,81	6799	3,70	7199	0,528
4,31	5565	4,15	5993	4,01	6422	3,88	6850	3,77	7278	3,66	7706	0,525
4,27	5919	4,12	6374	3,98	6829	3,85	7284	3,74	7740	3,63	8195	0,522
4,25	6258	4,10	6739	3,96	7221	3,83	7702	3,72	8184	3,61	8665	0,519
4,23	6579	4,08	7085	3,94	7592	3,81	8098	3,70	8604	3,59	9110	0,516
4,22	6882	4,07	7411	3,93	7940	3,80	8469	3,69	8999	3,58	9528	0,513
4,21	7160	4,06	7711	3,92	8262	3,79	8812	3,68	9363	3,58	9914	0,510

Mittelhöhe preuß. Fuß.	In Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.
5	9,43	61	8,81	70	8,32	79	7,90	88	7,52	96	7,20	105
10	8,90	138	8,32	158	7,84	177	7,44	197	7,10	216	6,79	236
15	8,48	226	7,92	259	7,46	291	7,08	323	6,75	356	6,46	388
20	8,12	326	7,59	373	7,16	419	6,79	466	6,47	513	6,20	559
25	7,83	436	7,32	498	6,91	560	6,55	622	6,24	684	5,98	747
30	7,60	552	7,10	631	6,70	710	6,35	789	6,06	868	5,80	947
35	7,40	675	6,92	772	6,53	868	6,18	965	5,90	1061	5,65	1158
40	7,23	803	6,77	918	6,38	1032	6,05	1147	5,77	1261	5,52	1376
45	7,10	933	6,64	1066	6,26	1199	5,94	1333	5,66	1466	5,42	1599
50	6,96	1070	6,51	1222	6,14	1375	5,83	1528	5,55	1680	5,32	1833
55	6,84	1212	6,40	1385	6,03	1558	5,72	1731	5,45	1904	5,22	2077
60	6,72	1360	6,29	1554	5,93	1748	5,62	1943	5,36	2137	5,13	2331
65	6,62	1514	6,18	1730	5,83	1947	5,53	2165	5,28	2382	5,05	2598
70	6,52	1667	6,10	1905	5,75	2143	5,46	2382	5,21	2620	4,98	2858
75	6,44	1818	6,03	2078	5,68	2337	5,39	2597	5,14	2856	4,92	3116
80	6,38	1964	5,97	2245	5,63	2525	5,34	2806	5,09	3087	4,87	3367
85	6,33	2105	5,92	2406	5,58	2707	5,29	3008	5,05	3309	4,84	3610
90	6,30	2241	5,89	2561	5,55	2881	5,26	3201	5,02	3521	4,81	3841
95	6,27	2368	5,87	2706	5,53	3044	5,24	3382	5,00	3720	4,79	4059
100	6,26	2486	5,86	2841	5,52	3196	5,23	3551	4,99	3906	4,78	4261

Lärchen-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gedrängter Stand.						Mittlere Stammform-Zahl
a. etwas geschl.		b. ziemlich geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gedr.		b. ziemlich gedr.		c. ganz gedr.		
Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	
6,92	114	6,66	123	6,44	132	6,24	140	6,05	149	5,88	158	0,527
6,58	256	6,28	275	6,07	295	5,88	315	5,70	334	5,54	354	0,524
6,21	420	5,99	453	5,78	485	5,60	517	5,43	550	5,28	582	0,521
5,95	606	5,74	652	5,54	699	5,37	746	5,20	792	5,06	839	0,518
5,75	809	5,54	871	5,35	933	5,18	995	5,02	1058	4,88	1120	0,515
5,57	1026	5,37	1105	5,19	1184	5,02	1263	4,87	1342	4,73	1421	0,512
5,43	1254	5,23	1351	5,05	1447	4,89	1544	4,75	1640	4,61	1737	0,509
5,30	1491	5,11	1605	4,94	1720	4,78	1835	4,64	1949	4,51	2064	0,506
5,20	1733	5,01	1866	4,84	1999	4,69	2132	4,55	2266	4,42	2399	0,503
5,11	1986	4,92	2139	4,75	2292	4,60	2444	4,47	2597	4,34	2750	0,500
5,02	2250	4,83	2423	4,67	2597	4,52	2770	4,39	2943	4,26	3116	0,497
4,93	2526	4,75	2720	4,59	2914	4,44	3108	4,31	3303	4,19	3497	0,494
4,85	2814	4,68	3031	4,52	3247	4,37	3463	4,24	3680	4,12	3894	0,491
4,78	3096	4,61	3334	4,45	3572	4,31	3811	4,18	4048	4,07	4287	0,488
4,73	3376	4,56	3635	4,40	3895	4,26	4155	4,13	4414	4,02	4674	0,485
4,68	3648	4,51	3928	4,36	4209	4,22	4490	4,09	4770	3,98	5051	0,482
4,65	3911	4,48	4212	4,33	4512	4,19	4813	4,06	5114	3,95	5415	0,479
4,62	4161	4,45	4481	4,30	4802	4,17	5122	4,04	5442	3,93	5762	0,476
4,60	4397	4,43	4735	4,28	5073	4,15	5411	4,02	5750	3,91	6088	0,473
4,59	4616	4,42	4971	4,27	5327	4,14	5682	4,01	6037	3,91	6392	0,470

Mittelhöhe preuß. Fuß.	In Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.
5	11,57	46	10,80	53	10,18	59	9,66	66	9,22	73	8,81	79
10	10,88	103	10,18	118	9,60	133	9,11	148	8,69	162	8,31	177
15	10,40	170	9,72	194	9,16	218	8,68	242	8,29	266	7,92	291
20	9,99	243	9,34	277	8,81	312	8,35	347	7,97	382	7,62	417
25	9,66	321	9,05	367	8,53	413	8,09	459	7,72	505	7,38	551
30	9,42	403	8,81	461	8,31	518	7,89	576	7,52	634	7,20	691
35	9,24	486	8,64	556	8,15	625	7,73	695	7,37	764	7,06	834
40	9,05	574	8,47	656	7,99	738	7,58	820	7,23	903	6,92	985
45	8,90	666	8,32	761	7,84	856	7,44	952	7,09	1047	6,79	1142
50	8,74	762	8,17	871	7,70	980	7,30	1089	6,96	1198	6,67	1307
55	8,58	862	8,02	985	7,57	1108	7,18	1232	6,84	1355	6,55	1478
60	8,43	966	7,89	1104	7,44	1242	7,05	1380	6,73	1518	6,44	1656
65	8,32	1067	7,78	1219	7,34	1371	6,96	1524	6,64	1676	6,36	1829
70	8,24	1162	7,71	1328	7,27	1494	6,89	1660	6,57	1827	6,30	1993
75	8,19	1252	7,66	1431	7,23	1610	6,85	1789	6,53	1968	6,26	2147
80	8,16	1334	7,63	1524	7,20	1715	6,83	1905	6,51	2096	6,24	2287

weichen Laubholz-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gedrängter Stand.						Mittlere Stammform-Zahl.
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gedr.		b. zieml. gedr.		c. ganz gedr.		
Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	
8,47	86	8,17	92	7,90	99	7,64	106	7,41	112	7,20	119	0,596
7,99	192	7,70	207	7,44	222	7,20	236	6,99	251	6,79	266	0,592
7,62	315	7,34	339	7,10	363	6,87	387	6,66	412	6,48	436	0,588
7,33	451	7,06	486	6,82	521	6,61	555	6,41	590	6,23	625	0,584
7,10	596	6,84	642	6,61	688	6,40	734	6,21	780	6,03	826	0,580
6,92	749	6,66	806	6,44	864	6,24	922	6,05	979	5,88	1037	0,576
6,78	903	6,53	973	6,81	1042	6,11	1112	5,93	1181	5,76	1251	0,572
6,64	1067	6,41	1149	6,19	1231	5,99	1313	5,81	1395	5,64	1477	0,568
6,52	1237	6,29	1332	6,08	1427	5,88	1523	5,70	1618	5,54	1713	0,564
6,40	1415	6,17	1524	5,97	1633	5,77	1742	5,60	1851	5,44	1960	0,560
6,29	1601	6,06	1724	5,86	1847	5,67	1971	5,50	2094	5,35	2217	0,556
6,18	1794	5,96	1932	5,76	2070	5,58	2208	5,41	2346	5,26	2484	0,552
6,10	1981	5,88	2133	5,68	2286	5,50	2438	5,34	2591	5,19	2743	0,548
6,05	2159	5,83	2325	5,63	2491	5,45	2657	5,29	2822	5,14	2989	0,544
6,01	2325	5,79	2504	5,59	2683	5,42	2862	5,26	3041	5,11	3220	0,540
5,99	2477	5,77	2668	5,57	2858	5,40	3049	5,24	3239	5,09	3430	0,536

Massengehalt der Birken-Bestände pr. Morgen.

Mittelhöhe preuß. Fuß.	In Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.								Mittlere Stammform-Zahl.
	I. Klasse. Lichter Stand.		II. Klasse. Räumlicher Stand.		III. Klasse. Geschlossener Stand.		IV. Klasse. Gedrängter Stand.		
	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	Abst.	Kfuß.	
5	12,47	34	10,64	47	9,44	59	8,56	73	0,516
10	11,72	77	9,99	106	8,86	135	8,04	164	0,512
15	11,14	128	9,52	175	8,43	222	7,66	270	0,508
20	10,73	181	9,16	249	8,12	317	7,36	385	0,504
25	10,42	239	8,88	328	7,88	418	7,14	507	0,500
30	10,18	298	8,68	409	7,70	521	6,99	633	0,496
35	9,96	359	8,50	494	7,54	629	6,83	764	0,492
40	9,75	425	8,32	584	7,38	743	6,69	903	0,488
45	9,56	494	8,16	679	7,24	864	6,56	1049	0,484
50	9,38	565	8,00	777	7,10	989	6,44	1201	0,480
55	9,22	640	7,86	880	6,96	1120	6,32	1360	0,476
60	9,10	711	7,75	978	6,87	1244	6,23	1511	0,472
65	9,01	777	7,69	1069	6,81	1360	6,18	1652	0,468
70	8,96	837	7,65	1151	6,78	1465	6,15	1779	0,464

VII. Forstliche Verhältniß-Tafeln

über

den Durchschnitts-Ertrag und die mittleren Zuwachsprozente der Holzbestände; über die Massenhaltigkeit der Holzmaße; über Schwinden und Gewicht der deutschen Hölzer, und über die scharf- und rundkantige Beschlagstärke.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 118 u. 119: Durchschnitts-Ertragstafel über alle Waldgattungen Deutschlands; hauptsächlich zur Vergleichung der verschiedenen Waldergiebigkeiten und zur Bestimmung künftiger Holzerträge. Hiernach wäre z. B. von einer Lärchenanlage in gutem Standorte (zu 0,7) und in 50jährigem Alter pr. Mg. zu rechnen auf $57{,}4 \times 50 = 2870$ Kfß. Hauptertrag und $(70 - 57{,}4) \times 50 = 630$ Kfß. Vorertrag.

2) Taf. 120: Prozenttafel des Holzzuwachses, nach Cotta. Sie giebt das Zuwachsprozent für die von 10 zu 10 Jahren steigenden Altersstufen der genannten Holzbestände an; die Zwischennutzung blieb dabei unberücksichtigt. Hiernach hätte ein 100jähr. Buchenbestand von 3660 c' Masse $\frac{3660 \times 1{,}315}{100} = 48{,}129$ c' laufenden Zuwachs.

3) Taf. 121: Der Holzmaße Massenhaltigkeit in Theilen ihres wirklichen Rauminhaltes, nach Holzlänge und Form. Ein Beispiel ist unter der Tafel gegeben.

4) Taf. 122: Schwindungs-Verhältnisse der Hölzer nach den verschiedenen Härtegraden, welche man durch die Eigenschwere näher zu bestimmen suchte. Ein Beispiel dazu findet sich unter der Tafel.

5) Taf. 123: Mittleres Gewicht der Hölzer und zwar sammt der Rinde und ganz grün gemessen; bloß zu forstlichen Zwecken, also ohne Berücksichtigung des nachherigen Schwindens im Austrocknen; das Reisig nur bis zum völlig lufttrocknen Zustand, über welchen hinaus diese unreife Holzsorte wenig Gewichtsverlust hat.

6) Tafel 124: Die scharf- und rundkantige Geviertstärke zu dem eben nutzbaren Durchmesser und Umfang, wobei also Rinde und Splint nicht mit anzurechnen wären.



Durchschnitts-

über alle Waldgattungen Deutschlands,

Waldgattungen, worin die genannten Holzarten vorherrschen.	Die Ertragsfähigkeit des Standortes, so wie				
	0,1 äußerst gering	0,2 sehr gering	0,3 gering	0.4 gering mittelmäßig	0,5 mittelmäßig
Hochwald von					
Eichen	——	——	——	19,2...24,8	24 ...31
Waldbuchen	——	——	——	——	25 ...32,5
Ahorn, Eschen, Ulmen .	——	——	——	18,4...23,2	23 ...29
Hainbuchen	——	——	——	——	21 ...26
Birken	——	——	11,4...13,2	15,2...17,6	19 ...22
Erlen	——	——	18 ...21	24 ...28	30 ...35
Tannen	——	——	——	37,2...47,2	46,5...59
Fichten	8,8...11	17,6...22	26,4...33	35,2...44	44 ...55
Kiefern	7,5... 9	15 ...18	22,5...27	30 ...36	37,5...45
Lärchen	8,2...10	16,4...20	24,6...30	32,8...40	41 ...50
Gem. Buchen, Eichen, Birken und Nadelholz mit Oberbestand	——	——	21 ...24	28 ...32	35 ...40
Mittelwald von					
Buchen mit Ah., Esch., Salw. ꝛc.	——	——	12 ...14,4	16 ...19,2	20 ...24
Eichen mit Buch., Birk., Asp. ꝛc.	——	——	——	15,2...18,4	19 ...23
Niederwald von					
Gem. Buchen, Ahorn, Eschen ꝛc.	3,4... 4,2	6,8... 8,4	10,2...12,6	13,6...16,8	17 ...21
Eichen mit Buch., Birk., Asp. ꝛc.	3,6... 4,4	7,2... 8,8	10,8...13,2	14,4...17,6	18 ...22
Birken	——	——	9 ...10,8	12 ...14,4	15 ...18
Erlen	5 ... 6	10 ...12	15 ...18	20 ...24	25 ...30
Buschh. v. Has., Buch., Ah., Esch.	——	——	8,4...10,2	11,2...13,6	14 ...17
Weiden	——	——	——	——	22,5...27
Pläntерwald von					
Buchen	——	——	10,8...13,2	14,4...17,6	18 ...22
Tannen, Fichten . . .	——	12 ...15	18 ...22,5	24 ...30	30 ...37,5

Ertragstafel

zu einem Morgen in Körperfußen preußischen Maßes.

die Ertragsamkeit des Waldbestandes ist:					Schlagbarkeitsalter nach Maßgabe der Standortsverhältnisse.
0,6 gut mittelmäßig	0,7 gut	0,8 sehr gut	0,9 äußerst gut	1 ganz ausgesucht.	
					Hochwald.
28,8...37,2	33,6...43,4	38,4...49,6	43,2...55,8	48 ... 62	90 bis 120
30 ...39	35 ...45,5	40 ...52	45 ...58,5	50 ... 65	80 bis 110
27,6...34,8	32,2...40,6	36,8...46,4	41,4...52,2	46 ... 58	70 bis 100
25,2...31,2	29,4...36,4	33,6...41,6	37,8...46,8	42 ... 52	60 bis 80
22,8...26,4	26,6...30,8	30,4...35,2	———	———	40 bis 50
36 ...42	42 ...49	48 ...56	———	———	50 bis 70
55,8...70,8	65,1...82,6	74,4...94,4	83,7...106,2	93 ...118	80 bis 110
52,8...66	61,6...77	70,4...88	79,2...99	88 ...110	70 bis 100
45 ...54	52,5...63	60 ...72	67,5...81	75 ... 90	60 bis 90
49,2...60	57,4...70	65,6...80	73,8...90	82 ...100	50 bis 70
42 ...48	49 ...56	56 ...64	63 ...72	70 ... 80	50 bis 70
					Mittelwald.
24 ...28,8	28 ...33,6	32 ...38,4	36 ...43,2	40 ... 48	20 bis 40
22,8...27,6	26,6...32,2	30,4...36,8	34,2...41,4	38 ... 46	20 bis 30
					Niederwald.
20,4...25,2	23,8...29,4	27,2...33,6	30,6...37,8	34 ... 42	15 bis 25
21,6...26,4	25,2...30,8	28,8...35,2	32,4...39,6	36 ... 44	15 bis 25
18 ...21,6	21 ...25,2	24 ...28,8	———	———	15 bis 20
30 ...36	35 ...42	40 ...48	———	———	15 bis 25
16,8...20,4	19,6...23,8	22,4...27,2	25,2...30,6	28 ... 34	10 bis 15
27 ...32,4	31,5...37,8	36 ...43,2	———	———	5 bis 10
					Pläntерwald.
21,6...26,4	25,2...30,8	28,8...35,2	32,4...39,6	36 ...44	ohne Schlaghauung.
36 ...45	42 ...52,5	48 ...60	54 ...67,5	60 ...75	

Prozenttafel des Holzzuwachses, nach Cotta.

Alter	Eichen	Buchen	Erlen	Birken	Fichten	Kiefern	Tannen	Lärchen
10			10,126	10,000				
20	6,761	8,235	5,094	4,989	9,177	6,494	11,690	6,601
30	4,455	5,349	3,416	3,333	5,389	4,331	5,372	4,175
40	3,360	3,739	2,577	2,500	3,760	3,165	4,078	2,874
50	2,708	2,931	2,074	1,998	2,621	2,404	3,311	2,150
60	2,277	2,341	1,738	1,573	1,979	1,850	2,746	1,691
70	1,964	1,991	1,429	1,227	1,552	1,487	2,114	1,372
80	1,729	1,712	1,055	0,983	1,282	1,230	1,678	1,135
90	1,536	1,473	0,715	0,785	1,088	1,038	1,293	0,950
100	1,332	1,315	0,530	0,523	0,991	0,872	1,119	0,798
110	1,123	1,113			0,902	0,720	0,984	0,671
120	0,959	0,885			0,806	0,588	0,833	0,497
130	0,827	0,724			0,642	0,476	0,692	0,331
140	0,718	0,648			0,399	0,378	0,576	0,288
150	0,631	0,573						
160	0,575	0,524						
170	0,527							
180	0,486							
190	0,435							
200	0,375							

Der Holzmaße Massenhaltigkeit in Theilen ihres wirklichen Rauminhaltes.

Scheitlänge.	Spaltscheite.								Knüppelscheite.			
	Gerade.			Krumme.			Knotige.		Gerade.		Krumme.	
Fuß.	Grobe.	Mittelm.	Klare.	Grobe.	Mittelm.	Klare.	Grobe.	Mittelm.	Starke.	Schwache.	Starke.	Schwache.
2	0,84	0,76	0,68	0,77	0,70	0,68	0,72	0,66	0,64	0,59	0,61	0,56
2½	0,83	0,75	0,67	0,755	0,685	0,615	0,70	0,64	0,625	0,575	0,59	0,54
3	0,82	0,74	0,66	0,74	0,67	0,60	0,68	0,62	0,61	0,56	0,57	0,52
3½	0,81	0,73	0,65	0,725	0,655	0,585	0,66	0,60	0,595	0,545	0,55	0,50
4	0,80	0,72	0,64	0,71	0,64	0,57	0,64	0,58	0,58	0,53	0,53	0,48
4½	0,79	0,71	0,63	0,695	0,625	0,555	0,62	0,56	0,565	0,515	0,51	0,46
5	0,78	0,70	0,62	0,68	0,61	0,54	0,60	0,54	0,55	0,50	0,49	0,44
5½	0,77	0,69	0,61	0,665	0,595	0,525	0,58	0,52	0,535	0,485	0,47	0,42
6	0,76	0,68	0,60	0,65	0,58	0,51	0,56	0,50	0,52	0,47	0,45	0,40

Das Reisholz hat an Masse 0,20 bis 0,35 vom Rauminhalte des Bundes.

Das Stockholz hat an Masse 0,35 bis 0,50 vom Rauminhalte des Stockholzmaßes.

Z. B. Von einer Klafter geradem, mittelmäßig stark gespaltenem Scheitholze, zu 4′ Scheitlänge, 6′ Breite, 6′ Höhe und ¼′ Übermaß, wäre der Holzgehalt $(4 \times 6 \times 6\frac{1}{4}) \times 0{,}72 = 108$ Kfuß.

Schwindungs-Verhältnisse der deutschen Wald- und Feldhölzer.

Härtegrad nach Maßgabe des grünen Gewichtes.	Im Durchmesser:				Im Umfang:				In der Querfläche:			
	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet
sehr hart zu 65 bis 68 Pfd. pr. c'.	1	0,989	0,967	0,935	1	0,982	0,945	0,890	1	0,971	0,914	0,832
hart zu 61 bis 64 Pfd. pr. c'.	1	0,990	0,972	0,945	1	0,984	0,952	0,905	1	0,975	0,926	0,855
mittelhart zu 57 bis 60 Pfd. pr. c'.	1	0,992	0,977	0,955	1	0,986	0,960	0,920	1	0,979	0,938	0,878
weich zu 53 bis 56 Pfd. pr. c'.	1	0,994	0,982	0,965	1	0,989	0,967	0,935	1	0,983	0,950	0,902
sehr weich zu 49 bis 52 Pfd. pr. c'.	1	0,996	0,987	0,975	1	0,992	0,975	0,950	1	0,987	0,962	0,926

Birkenscheitholz, das seinem lebendigen Gewichte nach zu dem mittelharten gehört, schwindet in der Querfläche bis zum völlig lufttrocknen Zustande von 1 : 0,938, verliert also inzwischen 0,062 von seinem ursprünglichen Körpergehalte. Das aufgeklafterte Scheitholz setzt sich zwar nicht so zusammen, wegen der gegenseitigen Spannung; soll aber ein solcher Stoß fortgelegt werden, und ist dabei eine Höhe von 6 Fuß zu gewähren: so muß man im grünen Zustande $\frac{6}{0,938} = 6,4$ Fuß Klafterhöhe geben.

Mittleres Gewicht der deutschen Wald- und Feldhölzer vom preußischen Körperfuße in preußischen Pfunden, sammt der Rinde grün abgemessen.

Holzarten.	Derbholz:				Reisholz:	
	grün.	angetrocken.	lufttrocken.	ausgetrocknet.	grün.	lufttrocken.
Eiche	68	59	50	41	60	40
Waldbuche	63,9	55,6	47,3	39	57	39
Hainbuche	65,2	57,6	50	42,4	58	40
Ahorn	62	54	46	38	54	37
Esche	61	53	45	37	54	36
Ulme	61,2	53	44,8	36,6	54	36
Birke	58	50	42	34	51	33
Erle	54,6	45,6	36,6	27,6	47	28
Linde	52,3	43,8	35,3	26,8	45	27
Aspe	50,3	42,2	34,1	26	44	26
Pappel	50	41,5	33	24,5	42	24
Weide	51	42,8	34,6	26,4	43	25
Tanne	54,6	46,5	38,4	30,3	59	33
Fichte	52,4	44	35,6	27,2	60	34
Kiefer	57	48	39	30	57	31
Lärche	55	46,2	37,4	28,6	58	32

Im Buchenwalde wiegt die grün aufgesetzte Klafter von 100 Kfuß Holzgehalt $100 \times 63{,}9 = 6390$ Pfund, im lufttrocknen Zustande nur 4730. Die Gewichtsverminderung in der Zwischenzeit beträgt also 26 pCt. und 100 Fuhren mindern sich somit auf 74. Kein unbedeutender Vortheil in wirthschaftlichem Betracht.

Die scharf- und rundkantige Geviertstärke zu dem eben nutzbaren Durchmesser und Umfang.

Durchmesser. Zoll.	Umfang. Zoll.	Scharfk. Stärke. Zoll.	Rundk. Stärke. Zoll.	Durchmesser. Zoll.	Umfang. Zoll.	Scharfk. Stärke. Zoll.	Rundk. Stärke. Zoll.
1	3,1416	0,7071	0,8	31	97,3896	21,9201	24,8
2	6,2832	1,4142	1,6	32	100,5312	22,6272	25,6
3	9,4248	2,1213	2,4	33	103,6728	23,3343	26,4
4	12,5664	2,8284	3,2	34	106,8144	24,0414	27,2
5	15,7080	3,5355	4,0	35	109,9560	24,7485	28,0
6	18,8496	4,2426	4,8	36	113,0976	25,4556	28,8
7	21,9912	4,9497	5,6	37	116,2392	26,1627	29,6
8	25,1328	5,6568	6,4	38	119,3808	26,8698	30,4
9	28,2744	6,3639	7,2	39	122,5224	27,5769	31,2
10	31,4160	7,0710	8,0	40	125,6640	28,2840	32,0
11	34,5576	7,7781	8,8	41	128,8056	28,9911	32,8
12	37,6992	8,4852	9,6	42	131,9472	29,6982	33,6
13	40,8408	9,1923	10,4	43	135,0888	30,4053	34,4
14	43,9824	9,8994	11,2	44	138,2304	31,1124	35,2
15	47,1240	10,6065	12,0	45	141,3720	31,8195	36,0
16	50,2656	11,3136	12,8	46	144,5136	32,5266	36,8
17	53,4072	12,0207	13,6	47	147,6552	33,2337	37,6
18	56,5188	12,7278	14,4	48	150,7968	33,9408	38,4
19	59,6904	13,4349	15,2	49	153,9384	34,6479	39,2
20	62,8320	14,1420	16,0	50	157,0800	35,3550	40,0
21	65,9736	14,8491	16,8	51	160,2216	36,0621	40,8
22	69,1152	15,5562	17,6	52	163,3632	36,7692	41,6
23	72,2568	16,2633	18,4	53	166,5048	37,4763	42,4
24	75,3984	16,9704	19,2	54	169,6464	38,1834	43,2
25	78,5400	17,6775	20,0	55	172,7880	38,8905	44,0
26	81,6816	18,3846	20,8	56	175,9296	39,5976	44,8
27,	84,8232	19,0917	21,6	57	179,0712	40,3047	45,6
28	87,9648	19,7988	22,4	58	182,2128	41,0118	46,4
29	91,1064	20,5059	23,2	59	185,3544	41,7189	47,2
30	94,2480	21,2130	24,0	60	188,4960	42,4260	48,0

VIII. Vergleichende Übersicht
der
wichtigsten Waldmaße.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

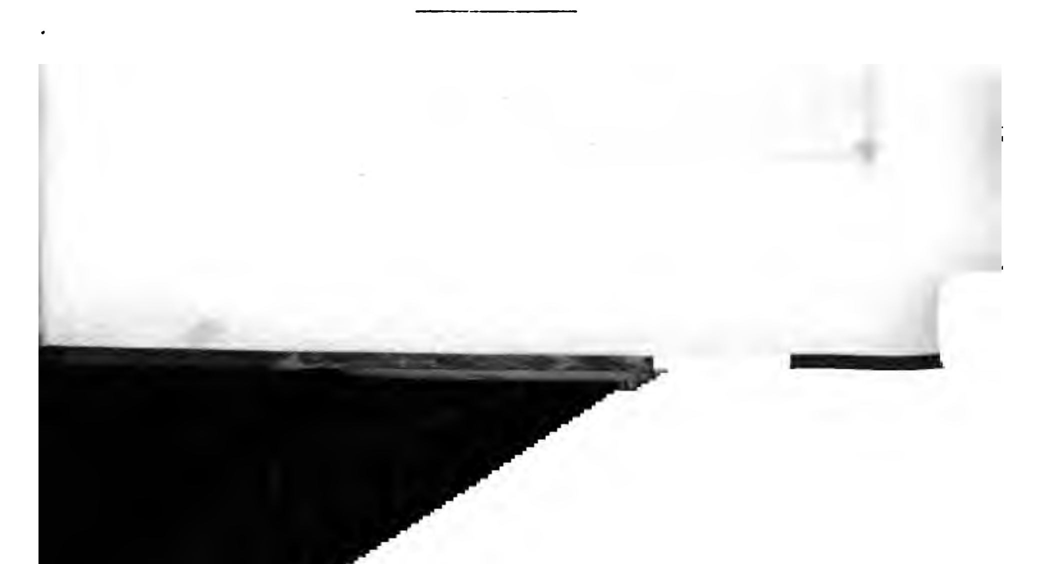
1) Taf. 126 u. 127: Übersicht der wichtigsten Längen- und Flächenmaße. An sich verständlich. Die beigegebenen Faktoren zur Verwandlung in preuß. Maß gewähren eine leichtere Vergleichung; ihre Anwendung zur Reduktion gegebener Längen und Flächen in preuß. Maß besteht in einfacher Multiplikation; z. B. 714 bad. Fuße $= 714 \times 0{,}956 = 682{,}584$ preuß. Fuße; und eben so 215 weim. Acker $= 215 \times 1{,}116 = 239{,}94$ preuß. Morgen. — Wäre preuß. Maß gegeben, so könnte man dies durch Division mit dem betreffenden Faktor in das bezügliche fremde Maß verwandeln; z. B. 239,94 preuß. Morgen $= \frac{239{,}94}{1{,}116} = 215$ weim. Acker.

Anmerkung. Diese Tafel enthält übrigens nur die Waldflächenmaße; in einigen Ländern, z. B. in Braunschweig, Sachsen-Koburg und Gotha, Mecklenburg-Schwerin, Oldenburg, im Saalfeld'schen, in Frankfurt a/M., bestehen daneben noch Feldmorgen von abweichender Größe.

2) Taf. 128 enthält die Faktoren zur gegenseitigen Verwandlung der Flächenmaße. Die in derselben Horizontallinie stehenden Zahlen geben an, wie viel Theile von dem Flächenmaße des darüber genannten Landes auf die Flächeneinheit des mit 1 bezeichneten Staates kommen; also z. B. 1 bad. Morgen = 1,057 bair. Tagewerk = 1,079 braunschw. Morgen u. s. f. Demnach sind 210 bad. Morgen $= 210 \times 1{,}079 = 226{,}59$ braunschw. Morgen. Eben so ist 1 österreich. Joch = 1,599 bad. Morgen = 1,689 bair. Tagewerk ...... = 1,826 würtemberg. Morgen u. s. f.; und demnach sind z. B. 72 österreich. Joch $= 72 \times 1{,}689 = 121{,}608$ bair. Tagewerk.

3) Taf. 129 enthält die Faktoren zur gegenseitigen Verwandlung der Forsterträge. Diese Tafel ist nach denselben Grundsätzen wie Taf. 128 construirt. Es ist demnach 1 weimar. c' auf 1 weimar. Acker = 1,049 bad. c' auf 1 bad. Morgen = 0,787 kass. c' auf 1 kass. Acker = 0,650 preuß. c' auf 1 preuß. Morgen u. s. w., und folglich würde ein Forstertrag von 3000 weim. c' auf den weim. Acker $= 3000 \times 0{,}650 = 1950$ preuß. c' auf 1 pr. Morgen betragen.

4) Taf. 130, 131, 132 geben Nachweisung über die gebräuchlichsten Holzschichtmaße (Klaftern, Stecken) so wie über diejenigen Fruchtmaße und Gewichte, welche beim Holzsamen oder sonst öfter zur Frage kommen. Ihre Anwendung bedarf keiner Erläuterung.



Namen der Staaten ꝛc.	Längenmaß. Der Längenfuß enthält: pariser Linien	von dem preuß. Fuße	Die geometr. Längenruthe enth. von vorsteh. Fußen	Flächenmaß. Bezeichnung.	Die Forstflächeneinheit enthält: □Ruth.	□Fuße	von dem preuß. Morgen
Anh.=Bernburg	139,13	1	12	Morgen	180	25920	1
„ =Köthen,							
Werkfuß	129,53	0,931					
Kettenf.	139,13	1	12	Morgen	180	25920	1
„ =Dessau	139,13	1	12	Morgen	180	25920	1
Baden	132,989	0,956	10	Morgen	400	40000	1,410
Baiern	129,38	0,930	10	Tagwerk	400	40000	1,234
Braunschweig	126,5	0,909	16	Waldmorg.	160	40960	1,306
Bremen	128,268	0,922					
Frankf. a/M. Wkf.	126,166	0,907					
Waldf.	199,960	1,437	10	Waldmorg.	160	16000	1,275
Hamburg	126,967	0,913					
Hannover	129,484	0,931	16	Morgen	120	30720	1,027
				(Kalenberg. Mg.	160	40960	1,369)
Hess.=Kassel, Wkf.	127,536	0,917					
Katasterf.	126,3	0,907	14	Acker	150	29400	0,933
Hess.=Darmstadt	110,824	0,797	10 auf d. Klaft.	Morgen	400	40000	0,979
Hess.=Homb., Wkf.	126,166	0,907					
Kettenf.	153,02	1,100	10	Feld= und Waldmg.	160	16000	0,747
Beide Hohenzoll.	127,0	0,913	10	Morgen	384	38400	1,234
Lippe=Detmold	128,34	0,922	16	Morgen	120	30720	1,008
„ =Schaumb.	128,6	0,924	16	Morgen	120	30720	1,013
Lübeck	129,0	0,927					
Mecklb.=Schwerin, Werkf.	126,967	0,913					
Kettenf.	129,0	0,927	16	Waldmorg.	100	25600	0,849
Mecklb.=Strelitz,							
Werkf.	139,13	1					
Kettenf.	128,82	0,926	16	Morgen	100	25600	0,847
Nassau, Werkf.	132,988	0,956					
Kettenf.	221,648	1,593	10	Morgen	100	10000	0,979
Östreich mit Liechtenstein	140,127	1,007	6 auf d. Kl.	Joch	1600	57600	2,254
Oldenburg	131,162	0,943	18	Jück	160	51840	1,778
Preußen	139,13	1	12	Morgen	180	25920	1
Reuß=Ebersdorf und Lobenstein	134,75	0,969	16	Acker	160	40960	1,482

Längen- und Flächenmaße.

Namen der Staaten ꝛc.	Längenmaß. Der Längenfuß enthält: pariser Linien.	vom preuß. Fuße	Die geometr. Längenruthe enth. von vorsteh. Fußen	Flächenmaß. Bezeichnung.	Die Forstflächeneinheit enthält: □Ruth.	□Fuße	vom preuß. Morgen
Reuß-Gera	127,0	0,913	16	Scheffel	120	30720	0,988
Reuß-Greiz	125,23	0,900	16	Acker	160	40960	1,280
Reuß-Schleiz Wf.	125,23	0,900					
Kf.	139,13	1	12	Morgen	160	23040	0,889
Sachsen (Kgr.)	125,537	0,902	$15\frac{1}{6}$	Acker	300	$69008\frac{1}{3}$	2,168
Sachsen-Altenb.	125,537	0,902	20	Acker	200	80000	2,513
S.-Coburg, Wf.	134,75	0,969					
Kf.	139,13	1	12	Waldmorg.	180	25920	1
S.-Gotha, Wf.	125,23	0,900					
Kf.	127,5	0,916	16	Waldacker	160	40960	1,327
S.-Meiningen:							
Dp. Sonneberg	134,75	0,969	14	Acker	160	31360	1,135
„ Meiningen u. Salzungen, Wf.	125,52	0,902					
Kf.	134,75	0,969	14	Acker	160	31360	1,135
„ Hildburghausen, Wf.	127,5	0,916					
Kf.	134,75	0,969	14	Acker	160	31360	1,135
Dp. Saalfeld, Wf.	125,23	0,900					
Kf.	139,13	1	12	Waldmorg.	180	25920	1
Sachsen-Weimar	125,0	0,898	16	Acker	140	35840	1,116
Schwarzb.-Rudolstadt	125,1	0,899	16	Acker	160	40960	1,278
Schw.-Sondershausen:							
Oberherrschaft	125,23	0,900	14	Acker	160	31360	0,980
Unterh., Wf.	127,5	0,916					
Kf.	125,24	0,900	14	Acker	120	23520	0,735
Waldeck	129,0	0,927	16	Morgen	180	46080	1,528
Würtemberg	127,0	0,913	10	Morgen	384	38400	1,234
Dänemark	139,09	1	10	Tonne	525,7	52570	2,027
England, Fot	135,114	0,971	$16\frac{1}{2}$	Acre	160	43560	1,585
Frankreich, Mètre	443,296	3,186		Hectare	100 Ares	10000 □Mètr.	3,917
Rußland, Arschine	315,266	2,266	3 auf d. Sasche	Desätine	2400	21600	4,279
Schweden	131,587	0,946	16	Tonne	$218\frac{3}{4}$	56000	1,93[illegible]

Faktoren zur Verwandlung der Flächenmaße.

Baden.	Baiern.	Braunschweig.	Hannover.	Hessen-Kassel.	H.-Darmstadt und Nassau.	Mecklenburg.	Östreich mit Liechtenstein.	Preußen (mit Anh., Coburg u. Saalfld.)	Königr. Sachsen.	Sachsen-Altenburg.	Sachsen-Gotha.	S.-Meining. excl. Saalf.	Sachsen-Weimar.	Würtemberg mit Hohenz.
1,000	1,057	1,079	1,374	1,511	1,440	1,661	0,626	1,410	0,651	0,561	1,063	1,242	1,263	1,142
0,946	1,000	1,022	1,300	1,430	1,363	1,572	0,592	1,334	0,616	0,531	1,006	1,176	1,196	1,081
0,927	0,979	1,000	1,273	1,400	1,334	1,539	0,580	1,306	0,603	0,520	0,984	1,151	1,171	1,058
0,728	0,769	0,786	1,000	1,100	1,048	1,209	0,455	1,027	0,474	0,409	0,774	0,905	0,920	0,832
0,662	0,699	0,714	0,909	1,000	0,953	1,099	0,414	0,933	0,431	0,371	0,703	0,822	0,836	0,756
0,694	0,734	0,750	0,954	1,049	1,000	1,153	0,434	0,979	0,452	0,390	0,738	0,863	0,877	0,793
0,602	0,636	0,650	0,827	0,910	0,867	1,000	0,377	0,849	0,392	0,338	0,640	0,748	0,761	0,688
1,599	1,689	1,726	2,196	2,416	2,302	2,655	1,000	2,254	1,040	0,897	1,699	1,986	2,020	1,826
0,709	0,749	0,765	0,974	1,072	1,021	1,178	0,444	1,000	0,461	0,398	0,754	0,881	0,896	0,810
1,537	1,624	1,659	2,111	2,323	2,214	2,553	0,962	2,168	1,000	0,863	1,633	1,910	1,942	1,756
1,782	1,883	1,924	2,448	2,693	2,566	2,959	1,115	2,518	1,159	1,000	1,893	2,214	2,251	2,036
0,941	0,994	1,016	1,293	1,422	1,355	1,563	0,589	1,327	0,612	0,528	1,000	1,169	1,189	1,075
0,805	0,850	0,869	1,106	1,216	1,159	1,337	0,503	1,135	0,524	0,452	0,855	1,000	1,017	0,919
0,792	0,836	0,854	1,087	1,196	1,140	1,315	0,495	1,116	0,515	0,444	0,841	0,983	1,000	0,904
0,875	0,925	0,945	1,202	1,323	1,261	1,454	0,548	1,234	0,569	0,491	0,930	1,088	1,106	1,000

Faktoren zur Verwandlung der Holzerträge.

Baden.	Baiern.	Braunschweig.	Hannover.	Hessen-Kassel.	Hessen-Darmstadt.	Mecklb.-Schwerin.	Nassau.	Östreich.	Preußen.	Königr. Sachsen.	Sachsen-Altenburg.	Sachsen-Gotha.	Sachsen-Weimar.	Würtemberg.
1,000	1,028	1,077	0,789	0,750	1,200	0,692	0,694	1,367	0,619	1,828	2,119	1,127	0,953	1,005
0,973	1,000	1,047	0,767	0,730	1,167	0,673	0,676	1,330	0,603	1,778	2,061	1,097	0,927	0,978
0,929	0,955	1,000	0,733	0,697	1,115	0,643	0,645	1,269	0,575	1,698	1,968	1,047	0,886	0,934
1,268	1,303	1,365	1,000	0,951	1,521	0,877	0,880	1,733	0,785	2,317	2,686	1,429	1,209	1,275
1,333	1,370	1,435	1,051	1,000	1,599	0,922	0,925	1,821	0,825	2,435	2,823	1,502	1,250	1,340
0,833	0,857	0,897	0,657	0,625	1,000	0,577	0,579	1,139	0,516	1,523	1,766	0,937	0,794	0,838
1,445	1,485	1,556	1,140	1,084	1,734	1,000	1,004	1,975	0,895	2,641	3,062	1,629	1,378	1,453
1,440	1,480	1,550	1,136	1,081	1,728	0,996	1,000	1,968	0,892	2,632	3,051	1,623	1,373	1,448
0,732	0,752	0,788	0,577	0,549	0,878	0,506	0,508	1,000	0,453	1,337	1,550	0,825	0,698	0,736
1,614	1,660	1,738	1,273	1,212	1,937	1,117	1,121	2,206	1,000	2,951	3,421	1,820	1,539	1,623
0,547	0,562	0,589	0,432	0,411	0,657	0,379	0,380	0,748	0,339	1,000	1,159	0,617	0,522	0,550
0,472	0,485	0,508	0,372	0,354	0,566	0,327	0,328	0,645	0,292	0,863	1,000	0,532	0,450	0,474
0,887	0,912	0,955	0,700	0,666	1,065	0,614	0,616	1,212	0,549	1,621	1,880	1,000	0,846	0,892
1,049	1,078	1,129	0,827	0,787	1,259	0,726	0,728	1,434	0,650	1,917	2,223	1,182	1,000	1,055
0,995	1,023	1,071	0,785	0,747	1,194	0,688	0,691	1,359	0,616	1,818	2,108	1,120	0,948	1,000

Vergleichende Übersicht der wichtigsten Holzschichtmaße.

Bezeichnung der Staaten.	Benennung des Holzmaßes.	Dimensionen: Höhe, Weite, Länge.	Die Klafter enthält landesübliche c'	in Theilen der preuß. Klaft.	Bemerkungen.
		par. Lin.			
Preußen	Klafter	6' 6' 3' à 139,13	108	1,000	auch Anhalt.
Baden u. Nassau	"	6' 6' 4' à 132,99	144	1,164	
Baiern	"	6' 6' 3½' à 129,38	126	0,938	
Braunschweig	Malter	4' 5' 4' à 126,5	80	0,557	
Hannover	Klafter	6' 6' 4' à 129,48	144	1,075	die kalenberg. Klafter = 6' 6' 6'.
	Malter	4' 5' 4' à 129,48	80	0,597	besonders am Harze.
Hessen-Kassel	Klafter	5' 5' 6' à 127,54	150	1,070	in Nieder- u. Oberhess.
	"	6' 6' 4' à 125,4	144	0,976	im Fuldaischen.
	"	6' 6' 4' à 126,43	144	1,000	im Hanauischen.
Hess.-Darmstadt	Stecken	5' 5' 4' à 110,82	100	0,468	
Meckl.-Schwerin	Faden	7' 7' (3 u. 4) à 126,97	147 196	1,034 1,379	
" -Strelitz	"	6' 6' 4' à 129	144	1,063	
Oldenburg	"	6' 6' (2 u. 2½) à 131,16	72 90	0,559 0,698	in Birkenf. 4½' 8' 4'.
Östreich	Klafter	6' 6' 3' à 140,13	108	1,022	
Sachsen, Kgr.	"	6' 6' 3' à 125,54	108	0,735	
S.-Altenburg	"	6' 6' 3' à 125,54	108	0,735	in Klosterlausnitz und Hummelshain.
		6' 6' 4' à 125,54	144	0,978	im altenb. Forstamte.
S.-Koburg	"	6' 6' 4' à 134,75	144	1,209	
S.-Gotha	"	6' 6' 3' à 125,28	108	0,730	
S.-Meiningen:					
Dep. Salzungen	"	6' 6' 3½' à 125,5	126	0,856	
" Meiningen	"	6' 6' 3½' à 125,3	126	0,852	
" Hildburghausen	"	6' 6' 4' à 125,3 126,3 127,5	144 144 144	0,974 0,997 1,026	Amt Römhild. Revier Oberstadt. Amt Hildbgh. Heldburg. Eisf. u. Rev. Trostadt.
" Sonneberg	"	6' 6' 4' à 125,5	144	0,979	
" Saalfeld	"	6' 6' 3½' à 125,5	126	0,856	im Amte Gräfenthal 6' 6' 4'.
S.-Weimar	"	6' 6' 3½' à 125	126	0,846	im Weimar'schen.
	"	5½' 5½' 3½' à 125	105,9	0,710	im Eisenach'schen.
Schw.-Rudolst.	"	6' 6' (3, 3½, 4) à 125,1	108 126 144	0,727 0,848 0,969	
" -Sondersh.	Malter	4' 4' 4' à 125,3	64	0,433	in der Unterherrschaft.
	Klafter	6' 6' 3½' à 125,3	126	0,852	in der Oberherrschaft.
Würtemberg	"	6' 6' 4' à 127	144	1,014	auch Hohenzollern.
Frankreich	Stere	1 Kubikmeter à 433,33		0,299	

Vergleichende Übersicht mehrer Fruchtmaße.

Namen der Staaten.	Die Maßeinheit heißt und umfaßt:	hält pariser Körperzolle:	beträgt in preußischen Scheffeln:	Anmerkungen.
Preußen . . .	Scheffel 4 Viert. zu 4 Mtz.	2770,7	1	24 Schffl. = 1 Wispel; der berliner Scheffel = 0,996.
Baden . . .	Malter 10 Sester zu 10 Mäßlein.	7561,8	2,729	
Baiern . . .	Scheffel 6 Mtz. zu 4 Vierling.	11209,6	4,046	
Braunschweig .	Himten 4 Vierfaß zu 4 Mtz.	1570,1	0,567	40 Himten = 1 Wispel.
Hannover . .	Himten 4 Spint zu 4 Hoop.	1570,4	0,567	6 Himten = 1 Malter.
Hessen-Kassel .	Scheffel 8 Mtz. zu 4 Mäßch.	4051,6	1,462	8 Scheffel = 1 Malter.
Hessen-Darmstadt	Simmer 4 Kumpf zu 4 Gescheid.	1613,2	0,582	4 Simmer = 1 Malter.
Mecklenburg	Scheffel 4 Faß zu 4 Spint	1960,5	0,707	12 Scheffel = 1 Drömt.
Östreich . . .	Metze = 16 Mäßel.	3100,3	1,119	30 Metzen = 1 Muth.
Kgr. Sachsen .	Scheffel 4 Quart zu 4 Mtz.	5229,6	1,887	12 Scheffel = 1 Malter.
S.-Altenburg .	Scheffel 4 Viert. zu 4 Mtz.	7089,0	2,558	
S.-Gotha . .	Scheffel = 8 Metzen.	4402,2	1,589	
S.-Meiningen .	Maß = 4 Metzen.	1053,0	0,380	
S.-Weimar . .	Scheffel 4 Viert. zu 4 Mtz.	3880	1,400	
Würtemberg .	Simri 4 Vierling zu 4 Mäßlein.	1116,8	0,403	8 Simri = 1 Scheffel.
Frankreich . .	Hectolitre 10 Decalitre zu 10 Litre.	5041,25	1,819	Nach dem neuen Maß-System.

Vergleichende Übersicht mehrer Gewichte.

Namen der Staaten.	Die Gewichtseinheit heißt und besteht:	hält pariser Grammen:	beträgt preußische Pfunde:	Anmerkungen.
Preußen . . .	Pfund 110 zu 1 Cntr. 22 zu 1 Stein.	467,7	1	kölnisches Pfd.
Baden . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	500	1,069	Zollgewicht der deutschen Vereins-Staaten.
Baiern . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	560	1,197	das alte nürnberger Pfd. = 1,09 preuß. Pfd.
Braunschweig .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	467,7	1	
Hannover . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	467,7	1	
Hessen-Kassel .	Pfund 108 zu 1 Cntr.	467,8 484,2	1 1,035	leichtes Pfd. schweres Pfd.
Hessen-Darmstadt	Pfund 100 zu 1 Cntr.	500	1,069	frankfurter Cntr. 108 preuß. Pfd., leicht; 100 Pfd. zu 1,06 preuß., schwer.
Mecklenburg .	Pfund 112 zu 1 Cntr.	484,7	1,036	
Östreich . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	560	1,197	
Kgr. Sachsen .	Pfund 110 zu 1 Cntr.	467,1	0,998	Dies ist das alte leipziger Gewicht. Neuerlich das Zollgewicht?
S.-Altenburg .	Pfund 110 zu 1 Cntr.	466,5	0,997	
S.-Gotha . .	Pfund 110 zu 1 Cntr.	467,4	0,999	
S.-Meiningen .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	509,8	1,090	
S.-Weimar .	Pfund 110 zu 1 Cntr.	467,4	0,999	
Würtemberg .	Pfund 104 zu 1 Cntr.	467,7	1	
Frankreich . .	Kilogramme 100 zu 1 Quintal.	1000	2,138	neues Pfd. = ½ Kilogr.

IX.

Waldwerth-Berechnungs-Tafeln.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Der nächste Gebrauch dieser Hülfstafeln ist unter einer jeden besonders gezeigt. Hier würde man nur Beispiele zu lösen haben für die stückweise Rentenberechnung. Jedes derselben ist durch eine Zeitscala erläutert und durch Beibehaltung einer Einnahme von 50 Thlr., eines 4proz. Zinsfußes und 10jähriger Perioden vereinfacht.

1) Jetztwerthe verschiedener Jahresrenten, von Taf. C.

a) Hinteres Rentenstück, nach 10 Jahren eintretend:

0.........*111111111*111111111*111111111*∞

$$\frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} = 16{,}88912.$$ Dies mit 50, giebt 844,5 Thlr.

b) Vorderes Rentenstück, dem 1. Jahrzehnd angehörig:

0111111111*.........*.........*.........*∞

$$\frac{100}{4} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} = 25 - 16{,}88912.$$ Dies mit 50, giebt 405,5 Thlr.

c) Mittleres Rentenstück vom 2. Jahrzehnd:

0.........*111111111*.........*.........*∞

$$\frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{20} = 16{,}88912 - 11{,}40969 = 5{,}47943,$$ und dies mit der Rentenpost 50 multiplizirt, giebt 273,9 Thlr.

2) Jetztwerthe verschiedener Periodenrenten, von Taf. D mit A.

a) Im Anfangspunkte der Zwischenzeit:

0.........1.........1.........1.........1 ∞

$$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} = 2{,}08228.$$ Dies mit 50, giebt 104,1 Thlr.

b) Am Ende des 4. Jahres:

0...*.....1...*.....1...*.....1...*.....1∞

$$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} \times 1{,}04^{4} = 2{,}08228 \times 1{,}16986 = 2{,}435976.$$ Dies mit 50 multiplizirt, giebt 121,8 Thlr.

c) Im Anfange einer Periode, wenn jedes 8., 9. und 10. Jahr 50 Thlr. abwirft:

0.......111.......111.......111.......111 ∞

$$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} \times (1{,}0816 + 1{,}04 + 1) = 2{,}08228 \times 3{,}1216 = 6{,}50004.$$ Diese 6,50004 mit 50 multiplizirt, giebt 325 Thlr.

Man hat hier die drei Einnahmeposten mit ihrem Nachwerthe in das Ende des je 10. Jahres zusammengefaßt und dadurch den Fall a hergestellt.

---

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	1,03000	1,03500	1,04000	1,04500	1,05000
2	1,06090	1,07122	1,08160	1,09202	1,10250
3	1,09273	1,10872	1,12486	1,14117	1,15762
4	1,12551	1,14752	1,16986	1,19252	1,21551
5	1,15927	1,18768	1,21665	1,24618	1,27628
6	1,19405	1,22925	1,26532	1,30226	1,34010
7	1,22987	1,27228	1,31593	1,36086	1,40710
8	1,26677	1,31681	1,36857	1,42210	1,47745
9	1,30477	1,36290	1,42331	1,48609	1,55133
10	1,34391	1,41060	1,48024	1,55297	1,62889
11	1,38423	1,45997	1,53945	1,62285	1,71034
12	1,42576	1,51107	1,60103	1,69588	1,79586
13	1,46853	1,56395	1,66507	1,77220	1,88565
14	1,51259	1,61869	1,73167	1,85195	1,97993
15	1,55797	1,67535	1,80094	1,93528	2,07893
16	1,60470	1,73398	1,87298	2,02237	2,18287
17	1,65285	1,79467	1,94790	2,11338	2,29202
18	1,70243	1,85749	2,02581	2,20848	2,40662
19	1,75350	1,92250	2,10685	2,30786	2,52695
20	1,80611	1,98978	2,19112	2,41171	2,65330
21	1,86029	2,05943	2,27876	2,52024	2,78596
22	1,91610	2,13151	2,36991	2,63365	2,92526
23	1,97358	2,20611	2,46471	2,75217	3,07152
24	2,03279	2,28332	2,56330	2,87601	3,22510
25	2,09377	2,36324	2,66583	3,00544	3,38635

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl von Jahren, um wieviel später die fragliche Post erhoben wird. Die Inzahlen sind die entsprechenden späteren Werthe von 1.

der Einheit zu $\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n}$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
26	2,15659	2,44595	2,77246	3,14068	3,55567
27	2,22129	2,53156	2,88336	3,28201	3,73346
28	2,28792	2,62016	2,99869	3,42970	3,92013
29	2,35656	2,71187	3,11864	3,58404	4,11614
30	2,42726	2,80678	3,24339	3,74532	4,32194
31	2,50008	2,90502	3,37312	3,91386	4,53804
32	2,57508	3,00670	3,50805	4,08998	4,76494
33	2,65233	3,11193	3,64837	4,27403	5,00319
34	2,73190	3,22085	3,79430	4,46636	5,25335
35	2,81386	3,33358	3,94608	4,66735	5,51601
40	3,26203	3,95924	4,80100	5,81637	7,03999
45	3,78159	4,70233	5,84115	7,24825	8,98501
50	4,38389	5,58489	7,10665	9,03265	11,46740
55	5,08213	6,63310	8,64632	11,25632	14,63563
60	5,89158	7,87803	10,51957	14,02743	18,67919
65	6,82996	9,35663	12,79866	17,48073	23,83990
70	7,91779	11,11274	15,57152	21,78417	30.42643
75	9,17889	13,19844	18,94513	27,14704	38,83269
80	10,64084	15,67559	23,04963	33,83016	49,56145
85	12,33565	18,61768	28,04338	42,15853	63,25436
90	14,30039	22,11195	34,11906	52,53721	80,73038
95	16,57807	26,26205	41,51103	65,47093	103,03470
100	19,21852	31,19105	50,50449	81,58870	131,50130
110	25,82807	43,99801	74,75892	126,70480	214,20170
120	34,71075	62,06346	110,66140	196,76870	348,91210

Die Zahl 1 hat 30 Jahre nachher mit 4 pCt. Zinseszinsen zum Werthe $\left(\frac{104}{100}\right)^{30} = 3{,}24339$; die Zahl 320 also: $320 \times 3{,}24339 = 1037{,}88$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	0,97087	0,96618	0,96154	0,95694	0,95238
2	0,94260	0,93351	0,92456	0,91573	0,90703
3	0,91514	0,90194	0,88900	0,87630	0,86384
4	0,88849	0,87144	0,85480	0,83856	0,82270
5	0,86261	0,84197	0,82193	0,80245	0,78353
6	0,83748	0,81350	0,79031	0,76790	0,74621
7	0,81309	0,78599	0,75992	0,73483	0,71068
8	0,78941	0,75941	0,73069	0,70318	0,67684
9	0,76642	0,73373	0,70259	0,67290	0,64461
10	0,74409	0,70892	0,67556	0,64393	0,61391
11	0,72242	0,68495	0,64958	0,61620	0,58468
12	0,70138	0,66178	0,62460	0,58966	0,55684
13	0,68095	0,63940	0,60057	0,56427	0,53032
14	0,66112	0,61778	0,57748	0,53997	0,50507
15	0,64186	0,59689	0,55526	0,51672	0,48102
16	0,62317	0,57671	0,53391	0,49447	0,45811
17	0,60502	0,55720	0,51337	0,47318	0,43630
18	0,58739	0,53836	0,49363	0,45280	0,41552
19	0,57029	0,52016	0,47464	0,43330	0,39573
20	0,55368	0,50257	0,45639	0,41464	0,37689
21	0,53755	0,48557	0,43883	0,39679	0,35894
22	0,52189	0,46915	0,42196	0,37970	0,34185
23	0,50669	0,45329	0,40573	0,36335	0,32557
24	0,49193	0,43796	0,39012	0,34770	0,31007
25	0,47761	0,42315	0,37512	0,33273	0,29530

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl von Jahren, um wieviel früher die fragliche Post erhoben wird. Die Inzahlen sind die entsprechenden früheren Werthe von 1.



der Einheit zu $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
26	0,46369	0,40884	0,36069	0,31840	0,28124
27	0,45019	0,39501	0,34682	0,30469	0,26785
28	0,43708	0,38165	0,33348	0,29157	0,25509
29	0,42435	0,36875	0,32065	0,27901	0,24295
30	0,41199	0,35628	0,30832	0,26700	0,23138
31	0,39999	0,34428	0,29646	0,25550	0,22036
32	0,38834	0,33259	0,28506	0,24450	0,20987
33	0,37703	0,32134	0,27409	0,23397	0,19987
34	0,36605	0,31048	0,26355	0,22390	0,19035
35	0,35538	0,29998	0,25342	0,21425	0,18129
40	0,30656	0,25257	0,20829	0,17193	0,14205
45	0,26444	0,21266	0,17120	0,13796	0,11130
50	0,22811	0,17905	0,14071	0,11071	0,08720
55	0,19677	0,15076	0,11566	0,08884	0,06833
60	0,16973	0,12693	0,09506	0,07129	0,05353
65	0,14641	0,10688	0,07813	0,05721	0,04195
70	0,12630	0,08999	0,06422	0,04590	0,03287
75	0,10895	0,07577	0,05278	0,03684	0,02575
80	0,09398	0,06379	0,04338	0,02956	0,02018
85	0,08107	0,05371	0,03566	0,02372	0,01581
90	0,06998	0,04522	0,02931	0,01903	0,01239
95	0,06032	0,03808	0,02409	0,01527	0,00970
100	0,05203	0,03206	0,01980	0,01226	0,00760
110	0,03872	0,02273	0,01338	0,00789	0,00467
120	0,02881	0,01611	0,00904	0,00508	0,00287

Die Zahl 1 hat 28 Jahre zuvor bei 3 pCt. Zinseszinsen zum Werthe $\left(\frac{100}{103}\right)^{28}$ = 0,43708; die Zahl 250 also: 250 × 0,43708 = 109,27.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
0	33,33333	28,57143	25,00000	22,22222	20,00000
1	32,36245	27,60524	24,03847	21,26528	19,04762
2	31,41986	26,67174	23,11391	20,34955	18,14058
3	30,50473	25,76980	22,22491	19,47325	17,27676
4	29,61624	24,89836	21,37011	18,63469	16,45405
5	28,75363	24,05639	20,54819	17,83224	15,67053
6	27,91614	23,24289	19,75787	17,06435	14,92431
7	27,10306	22,45690	18,99796	16,32952	14,21363
8	26,31365	21,69749	18,26727	15,62634	13,53679
9	25,54724	20,96376	17,56468	14,95343	12,89218
10	24,80314	20,25485	16,88912	14,30950	12,27827
11	24,08072	19,56990	16,23954	13,69330	11,65359
12	23,37934	18,90812	15,61494	13,10364	11,13675
13	22,69839	18,26872	15,01437	12,53937	10,60643
14	22,03728	17,65094	14,43689	11,99939	10,10136
15	21,39541	17,05405	13,88163	11,48267	9,62034
16	20,77225	16,47734	13,34772	10,98820	9,16223
17	20,16723	15,92014	12,83435	10,51503	8,72593
18	19,57984	15,38178	12,34072	10,06223	8,31041
19	19,00955	14,86162	11,86608	9,62892	7,91468
20	18,45588	14,35906	11,40969	9,21428	7,53779
21	17,91833	13,87349	10,97086	8,81749	7,17885
22	17,39644	13,40434	10,54891	8,43779	6,83700
23	16,88975	12,95105	10,14318	8,07444	6,51143
24	16,39782	12,51309	9,75306	7,72674	6,20136
25	15,92021	12,08995	9,37794	7,39401	5,90605

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl Jahre, nach welcher der volle Rentenwerth eintritt. Die Inzahlen sind die dazu gehörigen, gegenwärtigen Rentenwerthe von 1.

der Einheit zu $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
26	15,45651	11,68111	9,01725	7,07561	5,62481
27	15,00632	11,28610	8,67044	6,77092	5,35697
28	14,56925	10,90444	8,33696	6,47934	5,10187
29	14,14490	10,53569	8,01631	6,20033	4,85893
30	13,73292	10,17942	7,70799	5,93333	4,62755
31	13,33293	9,83519	7,41153	5,67783	4,40719
32	12,94459	9,50260	7,12647	5,43333	4,19732
33	12,56756	9,18126	6,85237	5,19936	3,99745
34	12,20152	8,87078	6,58882	4,97546	3,80709
35	11,84614	8,57080	6,33541	4,76121	3,62581
40	10,21858	7,21639	5,20724	3,82063	2,84091
45	8,81464	6,07601	4,27998	3,06587	2,22593
50	7,60359	5,11584	3,51783	2,46021	1,74407
55	6,55893	4,30740	2,89140	1,97420	1,36653
60	5,65779	3,62672	2,37652	1,58420	1,07071
65	4,88046	3,05360	1,95333	1,27124	0,83893
70	4,20993	2,57105	1,60550	1,02011	0,65732
75	3,63152	2,16476	1,31960	0,81859	0,51503
80	3,13258	1,82267	1,08462	0,65688	0,40354
85	2,70219	1,53464	0,89148	0,52711	0,31618
90	2,33094	1,29213	0,73273	0,42298	0,24774
95	2,01069	1,08794	0,60225	0,33942	0,19411
100	1,73444	0,91601	0,49500	0,27237	0,15209
110	1,29058	0,64938	0,33441	0,17539	0,09337
120	0,96032	0,46036	0,22591	0,11294	0,05732

Die jährliche Einnahme von 1 hat bei 3 pCt. Zinseszinsen, beginnt sie im 21. Jahre, jetzt, 20 Jahre früher, zum Werthe $\frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{20} = 18{,}45588$; eine solche Rente von 225 ist also: $225 \times 18{,}45588 = 4152{,}57$ werth.

D. Perioden-Rentenwerthe

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	33,33333	28,57143	25,00000	22,22222	20,00000
2	16,42036	14,04001	12,25505	10,86661	9,75610
3	10,78435	9,19811	8,00871	7,08386	6,34417
4	7,96756	6,77865	5,88730	5,19429	4,64024
5	6,27849	5,32808	4,61570	4,06204	3,61949
6	5,15326	4,36195	3,76906	3,30840	2,94035
7	4,35021	3,67270	3,16525	2,77114	2,45640
8	3,74856	3,15649	2,71320	2,36910	2,09444
9	3,28114	2,75561	2,36238	2,05721	1,81380
10	2,90769	2,43548	2,08228	1,80842	1,59009
11	2,60259	2,17406	1,85378	1,60551	1,40778
12	2,34874	1,95669	1,66381	1,43702	1,25651
13	2,13432	1,77319	1,50360	1,29501	1,12911
14	1,95088	1,61631	1,36673	1,17378	1,02048
15	1,79222	1,48072	1,24858	1,06919	0,92685
16	1,65370	1,36243	1,14550	0,97812	0,84540
17	1,53175	1,25838	1,05497	0,89817	0,77398
18	1,42363	1,16620	0,97484	0,82749	0,71092
19	1,32713	1,08401	0,90347	0,76461	0,65490
20	1,24053	1,01032	0,83955	0,70836	0,60485
21	1,16240	0,94391	0,78200	0,65779	0,55992
22	1,09158	0,88378	0,72997	0,61212	0,51941
23	1,02713	0,82911	0,68278	0,57072	0,48274
24	0,96825	0,77923	0,63967	0,53304	0,44942
25	0,91426	0,73355	0,60030	0,49864	0,41905

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl der von einer Periodeneinnahme zur anderen verlaufenden Jahre. Die Inzahlen sind die dazu gehörigen Werthe der wechselnden Einnahme von 1, gerade im Beginn der Zwischenzeit.

der Einheit zu $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
26	0,86461	0,69159	0,56419	0,46714	0,39129
27	0,81881	0,65298	0,53097	0,43821	0,36584
28	0,77644	0,61722	0,50033	0,41157	0,34245
29	0,73716	0,58416	0,47200	0,38699	0,32091
30	0,70064	0,55347	0,44575	0,36426	0,30103
31	0,66663	0,52493	0,42188	0,34319	0,28264
32	0,63489	0,49833	0,39872	0,32368	0,26561
33	0,60521	0,47350	0,37759	0,30548	0,24980
34	0,57740	0,45028	0,35787	0,28849	0,23511
35	0,55131	0,42853	0,33943	0,27268	0,22143
40	0,44208	0,33792	0,26309	0,20762	0,16556
45	0,35951	0,27010	0,20656	0,16004	0,12523
50	0,29552	0,21811	0,16376	0,12449	0,09553
55	0,24497	0,17752	0,13078	0,09750	0,07334
60	0,20443	0,14539	0,10505	0,07676	0,05656
65	0,17153	0,11966	0,08475	0,06068	0,04378
70	0,14455	0,09888	0,06863	0,04811	0,03398
75	0,12227	0,08198	0,05572	0,03824	0,02643
80	0,10372	0,06814	0,04535	0,03046	0,02059
85	0,08822	0,05676	0,03698	0,02430	0,01608
90	0,07518	0,04737	0,03019	0,01940	0,01254
95	0,06419	0,03958	0,02468	0,01551	0,00980
100	0,05489	0,03312	0,02020	0,01241	0,00766
110	0,04028	0,02326	0,01356	0,00795	0,00469
120	0,02966	0,01638	0,00912	0,00511	0,00287

Die periodisch aussetzende Einnahme von 1 hat, bei 5 pCt. Zinseszinsen, mit 24jähriger Zwischenzeit, im Beginn derselben, zum Werthe $\frac{1}{(\frac{105}{100})^{24} - 1} = 0{,}44942$; eine solche Periodeneinnahme von 320 ist also: $320 \times 0{,}44942 = 143{,}81$ werth.



E. Vergangenheits-Rentenwerthe der Einheit. §. 117.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	1,03000	1,03500	1,04000	1,04500	1,05000
2	2,09090	2,10622	2,12160	2,13702	2,15250
3	3,18363	3,21494	3,24646	3,27819	3,31012
4	4,30914	4,36246	4,41632	4,47071	4,52563
5	5,46841	5,55014	5,63297	5,71689	5,80191
6	6,66246	6,77939	6,89829	7,01915	7,14201
7	7,89233	8,05167	8,21422	8,38001	8,54911
8	9,15910	9,36848	9,58279	9,80211	10,02656
9	10,46387	10,73138	11,00610	11,28820	11,57789
10	11,80778	12,14198	12,48634	12,84117	13,20678
11	13,19201	13,60195	14,02579	14,46402	14,91712
12	14,61777	15,11302	15,62682	16,15990	16,71298
13	16,08630	16,67697	17,29189	17,93210	18,59863
14	17,59889	18,29566	19,02356	19,78405	20,57856
15	19,15686	19,97101	20,82450	21,71938	22,65749
16	20,76156	21,70499	22,69748	23,74170	24,84036
17	22,41441	23,49966	24,64538	25,85508	27,13238
18	24,11684	25,35715	26,67119	28,06356	29,53900
19	25,87034	27,27965	28,77804	30,37142	32,06595
20	27,67645	29,26948	30,96916	32,78313	34,71925
21	29,53674	31,32886	33,24792	35,30337	37,50521
22	31,45284	33,46037	35,61788	37,93702	40,43047
23	33,42642	35,66648	38,08254	40,68919	43,50199
24	35,45921	37,94980	40,64584	43,56520	46,72709
25	37,55298	40,31304	43,31167	46,57064	50,11344
30	49,00260	53,42936	58,32821	63,75239	69,76078
35	62,27585	69,00744	76,59813	85,16397	94,83631
40	77,66319	87,50936	98,82634	111,84669	126,83974
45	95,50138	109,48383	125,87035	145,09821	167,68514
50	116,18063	135,58261	158,77352	186,53566	219,81537

Druck der Engelhard-Reyher'schen Hofbuchdruckerei in Gotha.

